

## WPLYW OBROTU KULI ZIEMSKIEJ NA DONOŚNOŚĆ I ZBOCZENIE POCISKÓW ARTYLERYJSKICH

**Streszczenie:** W artykule przedstawiono analizę wpływu obrotu kuli ziemskiej na trajektorię pocisku artyleryjskiego. Podano uproszczone zależności pozwalające na szybkie określenie zmian donośności i zbroczenia pocisków w zależności od azymutu strzelania i kąta podniesienia lufy dla różnych szerokości geograficznych. Wykonano obliczenia dla szerokości geograficznej  $60^{\circ}$  na półkuli północnej (terytorium Polski) i sporządzono wykresy zmian donośności i zbroczenia dla przykładowego pocisku o donośności maksymalnej 30 km w funkcji azymutu i kąta podniesienia lufy działa.

Słowa kluczowe: pocisk, odchylenie, artyleria, balistyka zewnętrzna.

## INFLUENCE OF EART ROTATION ON LONGITUDINAL AND LATERAL DEVIATIONS OF ARTILLERY PROJECTILES

**Abstract:** The paper presents an analysis of effect of rotation of the earth on the artillery projectile trajectories. Given the simplified equations allow for rapid determination of longitudinal and lateral deviations depending on direction of fire and elevation angle of barrel for given latitudes. As an example calculations were made for the latitude  $50^{\circ}$  in the northern hemisphere (Poland) and drawn graphs of deviations for typical projectile with max. range about 30 km as function of direction of fire and elevation angle of barrel.

Keywords: projectile, deviation, artillery, external ballistic

### 1. Wstęp

Artyleria od wielu lat zwana „bogiem wojny”, nadal odgrywa istotną rolę we współczesnych siłach zbrojnych. Mimo bowiem powstania i rozwoju nowych rodzajów uzbrojenia, pozostała ona głównym środkiem wsparcia wojsk lądowych. Doświadczenia ostatnich konfliktów zbrojnych wskazują, że możliwość niszczenia różnorodnych celów, praktycznie niezależnie od warunków pogodowych, terenowych, zakłóceń itp., jest nadal podstawowym atutem artylerii.

Jednocześnie rosną wymagania dotyczące zasięgu strzelania, efektywności działania pocisków, możliwości szybkiej reakcji ogniowej pododdziałów artylerii i precyzji prowadzonego ognia.

Współczesne konflikty zbrojne mają zwykle charakter asymetryczny. Walki prowadzone są w terenach zamieszkałych przez ludność cywilną, a przeciwnikiem są niewielkie grupy uzbrojonych bojowników prowadzących działania partyzanckie. W związku z tym wsparcie artyleryjskie własnych wojsk musi być precyzyjnie przygotowane aby maksymalnie zmniejszyć straty wśród ludności.

Zwiększenie celności prowadzonego ognia uzyskuje się poprzez szerokie stosowanie amunicji precyzyjnego rażenia, to jest pocisków dosterowywanych na końcowym odcinku toru lotu, a także przez dokładne przygotowanie prowadzonego strzelania, uwzględniające czynniki mające wpływ na tor lotu i punkt upadku w przypadku pocisków konwencjonalnych.

Przygotowanie strzelania artyleryjskiego polega na określeniu kąta podniesienia lufy działa (kąta celownika) oraz kąta azymutu (kąta pomiędzy kierunkiem północnym a kierunkiem lufy działa), tak aby punkt upadku wystrzelonego pocisku był zgodny z założonym.

Tabele strzelnicze, na podstawie których określa się kąt celownika i azymut strzelania zestawione są dla normalnych warunków strzelania oraz zawierają tabele poprawek dla warunków odbiegających od warunków normalnych.

Jako normalne warunki strzelania przyjmuje się:

- 1) warunki topograficzne
  - punkt upadku znajduje się na poziomie działa,
  - oś czopów działa jest pozioma;
- 2) warunki balistyczne:
  - prędkość początkowa pocisku równa jest prędkości podanej w tabelach strzelniczych,
  - temperatura ładunku jest równa 288K (+15<sup>0</sup>C),
  - masa pocisku jest równa nominalnej,
  - kształt pocisku z zapalnikiem zgodny z przyjętym typem;
- 3) warunki meteorologiczne:
  - atmosfera nieruchoma (bezwietrzna),
  - ciśnienie atmosferyczne na stanowisku ogniowym równe 1000 hPa (750 mmHg),
  - temperatura powietrza na stanowisku ogniowym jest równa 288K (+15<sup>0</sup>C),
  - wilgotność powietrza wynosi 50% na wszystkich wysokościach.

Dla warunków strzelania różniących się od warunków normalnych uwzględnia się poprawki podawane w tabelach poprawek. W tabelach poprawek podawane są także poprawki na zboczenie pocisków spowodowane ruchem obrotowym pocisku.

Tabele strzelnicze używane w SZRP nie zawierają natomiast poprawek uwzględniających ruch obrotowy kuli ziemskiej. Wynika to z faktu, że przy strzelaniu na stosunkowo małe odległości wpływ ruchu obrotowego kuli ziemskiej jest niewielki. Ponadto taktyka działania artylerii, ukształtowana w okresach I i II wojny światowej, przewidywała zmasowane nawały ogniowe na pozycje nieprzyjaciela znajdujące się na linii frontu (liczba dział na jeden kilometr frontu sięgała nawet kilkuset sztuk).

## **2. Podstawowe równania określające wpływ obrotów kuli ziemskiej na tor lotu pocisku**

W armii Stanów Zjednoczonych AP, od lat sześćdziesiątych ubiegłego wieku, używa się tabel strzelniczych zawierających poprawki na zboczenie i zmianę donośności pocisków wywołane obrotami kuli ziemskiej. Obliczenia wartości poprawek prowadzono na podstawie zależności podanych przez E. R. Dickinson w pracy „The production of firing tables for cannon artillery” [1].

Parametry toru lotu pocisku, to jest przyspieszenia, prędkości i odległości, określane są w prawoskrętnym układzie współrzędnych związanych z ziemią.

Obliczenia prowadzi się całkując układ równań ruchu bez uwzględnienia wpływu obrotów kuli ziemskiej i z uwzględnieniem tego wpływu. Następnie różnice współrzędnych punktu upadku podawane są w tabelach poprawek.

Poniżej podano układ równań ruchu pocisku z uwzględnieniem wpływu obrotów kuli ziemskiej, zachowując oznaczenia używane w pracy [1]:

$$\frac{d^2X}{dt^2} = -\frac{\rho VK_D}{C} \left( \frac{dX}{dt} - W_x \right) + a_x,$$

$$\frac{d^2Y}{dt^2} = -\frac{\rho VK_D}{C} \frac{dY}{dt} - g + a_y,$$

$$\frac{d^2Z}{dt^2} = -\frac{\rho VK_D}{C} \left( \frac{dZ}{dt} - W_z \right) + a_z;$$

gdzie:

$X, Y, Z$  – odległości wzdłuż odpowiadających osi,

$\rho$  – gęstość powietrza jako funkcja wysokości,

$V$  – prędkość pocisku,

$K_D$  – współczynnik oporu powietrza,

$C$  – współczynnik masy pocisku,

$W_x$  – składowa podłużna wiatru,

$W_z$  – składowa poprzeczna wiatru,

$g$  – przyspieszenie ziemskie,

$a_x, a_y, a_z$  – składowe przyspieszenia wywołanego wpływem obrotów kuli ziemskiej.

Współczynnik  $K_D$  dla danego pocisku jest funkcją liczby Macha, natomiast współczynnik  $C$  definiowany jest jako stosunek masy pocisku do kwadratu średnicy ( $m/d^2$ ).

Składowe przyspieszenia wywołanego wpływem obrotów kuli ziemskiej wyznacza się z równań:

$$a_x = -\lambda_2 \frac{dY}{dt},$$

$$a_y = \lambda_1 \frac{dX}{dt},$$

$$a_z = \lambda_2 \frac{dX}{dt} - \lambda_3 \frac{dY}{dt};$$

gdzie:

$$\lambda_1 = 2\Omega \cos L \sin \alpha,$$

$$\lambda_2 = 2\Omega \sin L,$$

$$\lambda_3 = 2\Omega \cos L \cos \alpha;$$

gdzie:

$\Omega$  – prędkość kątowna kuli ziemskiej (rad/s),

$L$  – szerokość geograficzna,

$\alpha$  – azymut kierunku strzelania (mierzony zgodnie z kierunkiem strzelania).

Poprawki na obrót ziemi wyznacza się całkując równania ruchu pocisku bez uwzględnienia przyspieszeń  $a_x, a_y, a_z$  oraz z ich uwzględnieniem dla szerokości geograficznych od  $0^0$  do  $70^0$  co  $10^0$  i azymutów od 0 mil do 6400 mil co 400 mil ( $360^0 = 6400$  mil). Różnice dla wszystkich tych wielkości i odległości strzelania co 1000 metrów (dla dolnej i górnej grupy kątów) podawane są w tabelach poprawek, które wykorzystuje się w procesie przygotowania strzelania.

Współcześnie, w związku z rozwojem technik obliczeniowych, możliwe jest dokładniejsze wyznaczanie torów lotu pocisków, w tym także wpływu ruchu obrotowego kuli ziemskiej, zwłaszcza dla dużych donośności, z wykorzystaniem bardziej złożonych równań ruchu pocisków np. wykorzystując zależności podane przez prof. J. Gacka w monografii „Balistyka zewnętrzna” [2].

W celu zobrazowania wpływu ruchu obrotowego ziemi na zboczenie i donośność pocisków artyleryjskich na odległościach do ok. 40 km można użyć uproszczonych zależności:

Zmiana donośności pocisku [m]:

$$\Delta X = A \cos L \sin \alpha;$$

Zboczenie pocisku (bez zboczenia wywołanego ruchem obrotowym pocisku) [m]:

$$Z = B \sin L - C \cos L \cos \alpha;$$

gdzie:

$\alpha$  – azymut,

$L$  – szerokość geograficzna,

Współczynniki  $A, B, C$  są funkcjami:

$$A = f(T, X, \Delta X_{(\theta)}, \omega),$$

$$B = f(T, X, \theta, \omega),$$

$$C = f(T, X, \theta, \omega);$$

gdzie:

$T$  – czas lotu pocisku,

$X$  – donośność pocisku,

$\theta$  – kąt upadku pocisku,

$\omega$  – kąt podniesienia,

$\Delta X_{(\theta)}$  – zmiana donośności pocisku przy zwiększeniu kąta podniesienia o  $10'$  (3 mils).

Donośność pocisku zwiększa się przy strzelaniu w kierunku wschodnim ( $\Delta X$  dodatnia) i maleje przy strzelaniu w kierunku zachodnim ( $\Delta X$  ujemna). Poprawki donośności w tabelach strzelniczych będą miały znaki przeciwne.

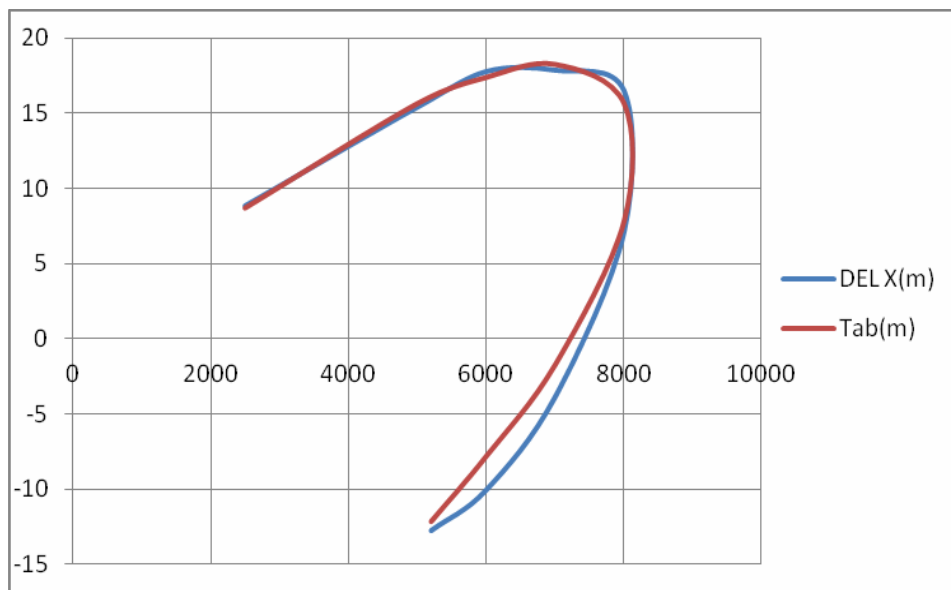
Przy strzelaniu na półkuli północnej pocisk będzie zazwyczaj zbacał w prawo, a na półkuli południowej w lewo. Należy mieć na uwadze, że przy strzelaniu z dużymi kątami podniesienia lufy na półkuli północnej w kierunku północnym pocisk może zbacać w lewo, a na półkuli południowej w kierunku południowym pocisk może zbacać w prawo.

Poprawność wyliczanych, przy użyciu powyższych wzorów uproszczonych, wielkości zmian donośności i zboczenia pocisków wywołanych ruchem obrotowym kuli ziemskiej zweryfikowano porównując wyniki obliczeń z dostępnymi wartościami zamieszczonymi w tabelach strzelniczych dla pocisku M107 ( $V_0 = 318$  m/s) [4]. Amerykański pocisk M107 jest balistycznie prawie identyczny jak pocisk OF-540 używany w SZRP do 152 mm AHS wz.77.

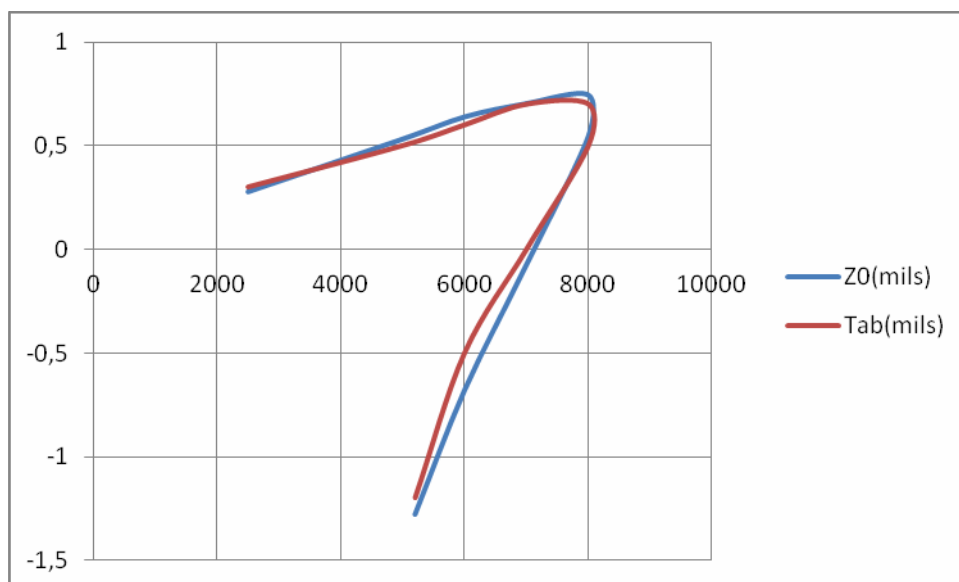
Obliczenia prowadzono dla szerokości geograficznej północnej  $30^\circ$  i kątów azymutu: dla wpływu na odległość strzelania –  $90^\circ$  (największe zmiany donośności); dla wpływu na zboczenie pocisku:  $0^\circ, 90^\circ, 180^\circ, 270^\circ$ . Wyniki zobrazowane są na poniższych wykresach.

Wykresy przedstawiające wpływ ruchu obrotowego kuli ziemskiej (rys. 1 ÷ rys. 5) na tor lotu pocisku M107 potwierdzają, że zmiany odległości i wartości zboczenia pocisku obliczone według wzorów uproszczonych pokrywają się, z wystarczającą dokładnością, z podawanymi w tabelach strzelniczych FT 155-AM-2, używanych w armii USA. Powyższa analiza po-

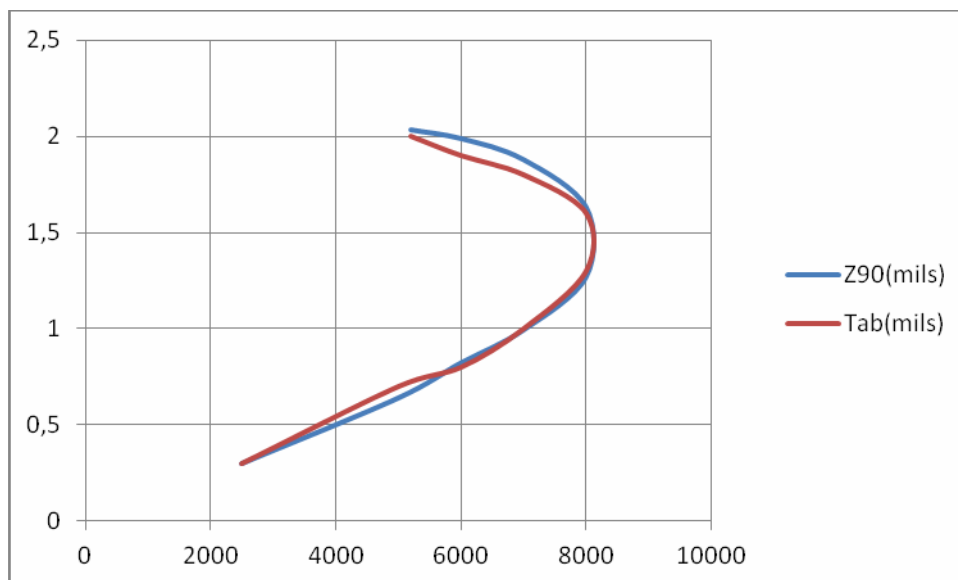
twierdza przydatność uproszczonych wzorów do obliczeń w procesie przygotowywania wstępnych tabel strzelniczych dla amunicji artyleryjskiej.



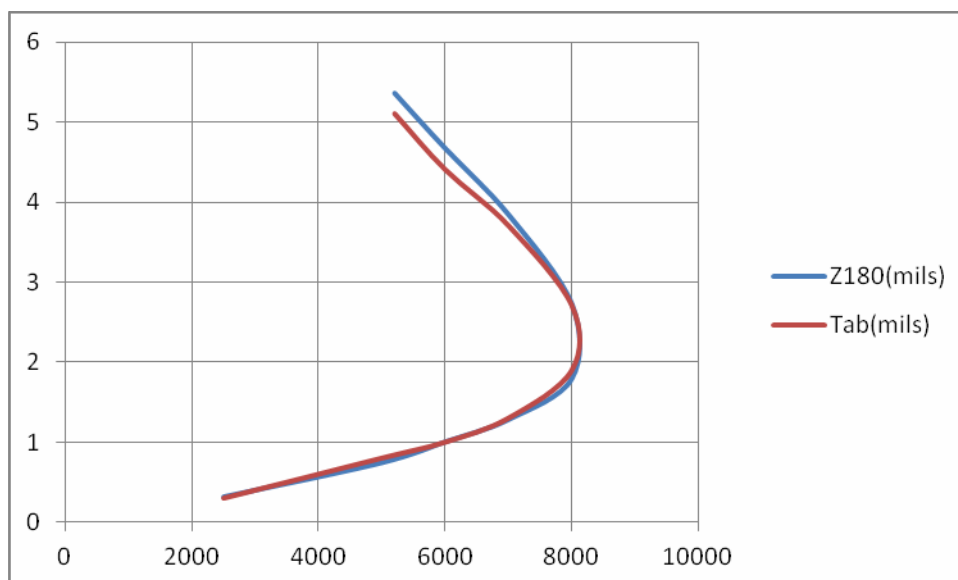
**Rys. 1. Zmiana donośności pocisku M107 ( $V_0 = 318$  m/s) w funkcji odległości, azymut  $90^\circ$ . Górna część wykresu dotyczy strzelania dolną grupą kątów, dolna – górną grupą kątów podniesienia. DEL X - wartości obliczone, Tab – wartości tabelaryczne**



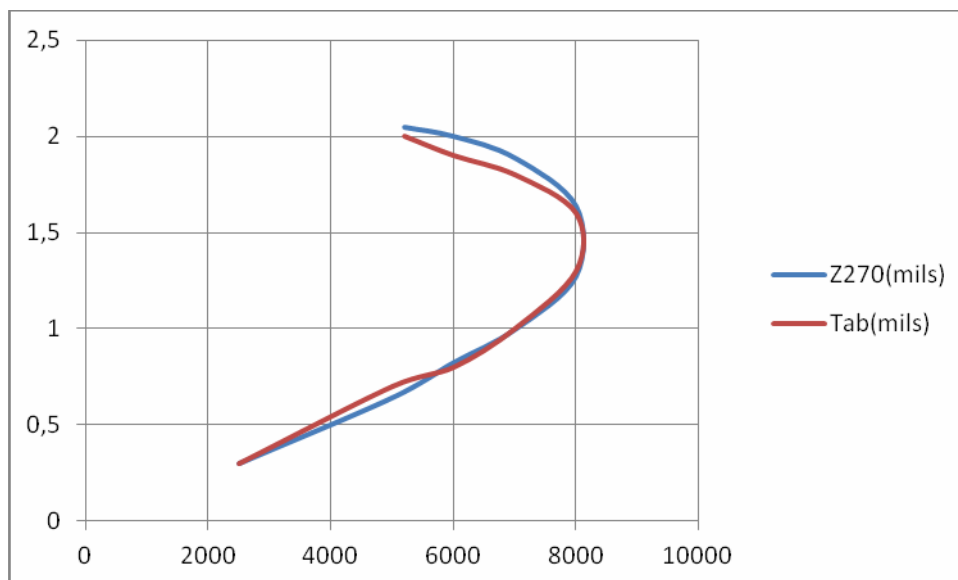
**Rys. 2. Zboczenie pocisku M107 ( $V_0 = 318$  m/s) w funkcji odległości, azymut  $0^\circ$ . Górna część wykresu dotyczy strzelania dolną grupą kątów, dolna – górną grupą kątów podniesienia. Z0(mils) - wartości obliczone, Tab(mils) – wartości tabelaryczne. Dodatnie wartości zboczenia odpowiadają zboczeniu pocisku w prawo. Ujemne wartości zboczenia odpowiadają zboczeniu pocisku w lewo.**



**Rys. 3. Zboczenie pocisku M107 ( $V_0 = 318$  m/s) w funkcji odległości, azymut  $90^\circ$ . Dolna część wykresu dotyczy strzelania dolną grupą kątów, górna – górną grupą kątów podniesienia.  $Z90(\text{mils})$  - wartości obliczone,  $\text{Tab}(\text{mils})$  – wartości tabelaryczne. Dodatnie wartości zboczenia odpowiadają zboczeniu pocisku w prawo. Ujemne wartości zboczenia odpowiadają zboczeniu pocisku w lewo.**



**Rys. 4. Zboczenie pocisku M107 ( $V_0 = 318$  m/s) w funkcji odległości, azymut  $180^\circ$ . Dolna część wykresu dotyczy strzelania dolną grupą kątów, górna – górną grupą kątów podniesienia.  $Z180(\text{mils})$  - wartości obliczone,  $\text{Tab}(\text{mils})$  – wartości tabelaryczne. Dodatnie wartości zboczenia odpowiadają zboczeniu pocisku w prawo. Ujemne wartości zboczenia odpowiadają zboczeniu pocisku w lewo.**



**Rys. 5. Zbrocenie pocisku M107 ( $V_0 = 318$  m/s) w funkcji odległości, azymut  $270^0$ . Dolna część wykresu dotyczy strzelania dolną grupą kątów, górna – górną grupą kątów podniesienia.  $Z270(mils)$  - wartości obliczone,  $Tab(mils)$  – wartości tabelaryczne. Dodatnie wartości zbrocenia odpowiadają zbroceniu pocisku w prawo. Ujemne wartości zbrocenia odpowiadają zbroceniu pocisku w lewo.**

### **3. Określenie wpływu obrotów kuli ziemskiej na tor lotu pocisku artyleryjskiego o donośności maksymalnej 30 km**

Wraz ze wzrostem odległości strzelania wpływ ruchu obrotowego kuli ziemskiej na tor lotu pocisku jest większy. Poniżej zostaną przedstawione zbiorcze wyniki obliczeń (rys. 6, rys. 7, rys. 8) przeprowadzonych przy użyciu wzorów podanych w rozdziale 2 dla hipotetycznego pocisku artyleryjskiego o donośności maksymalnej ok. 30000 metrów.

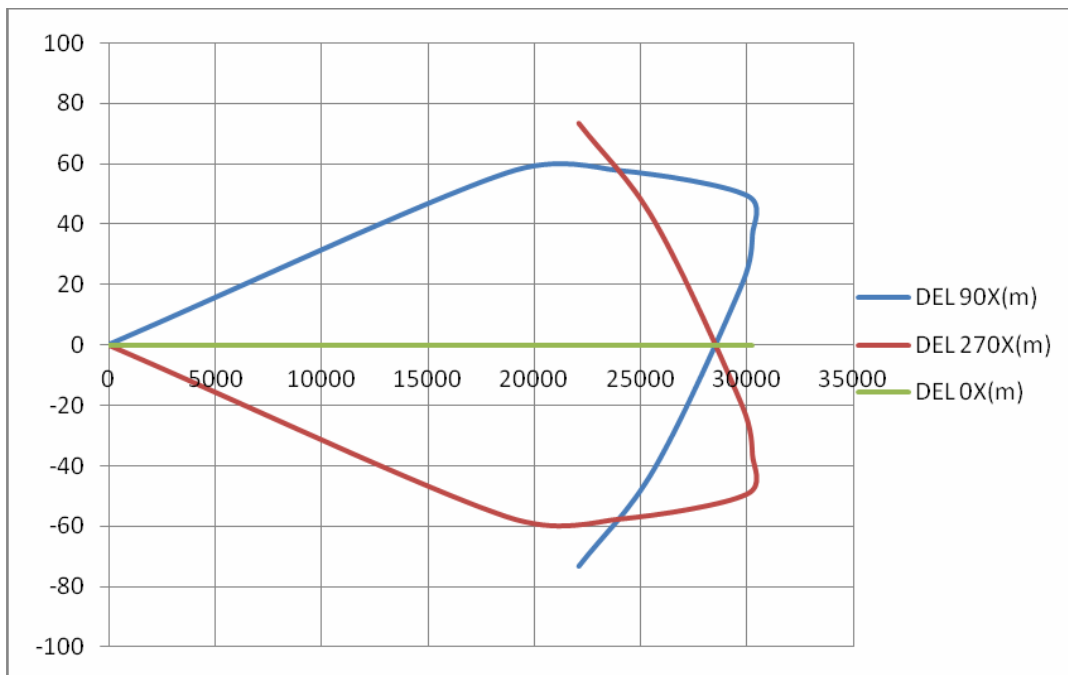
Przyjęto do obliczeń:

masa pocisku – 43 kg, prędkość początkowa pocisku 945 m/s, donośność max. – 30000 m szerokość geograficzna północna –  $50^0$  (równoleżnik przebiegający przez Polskę).

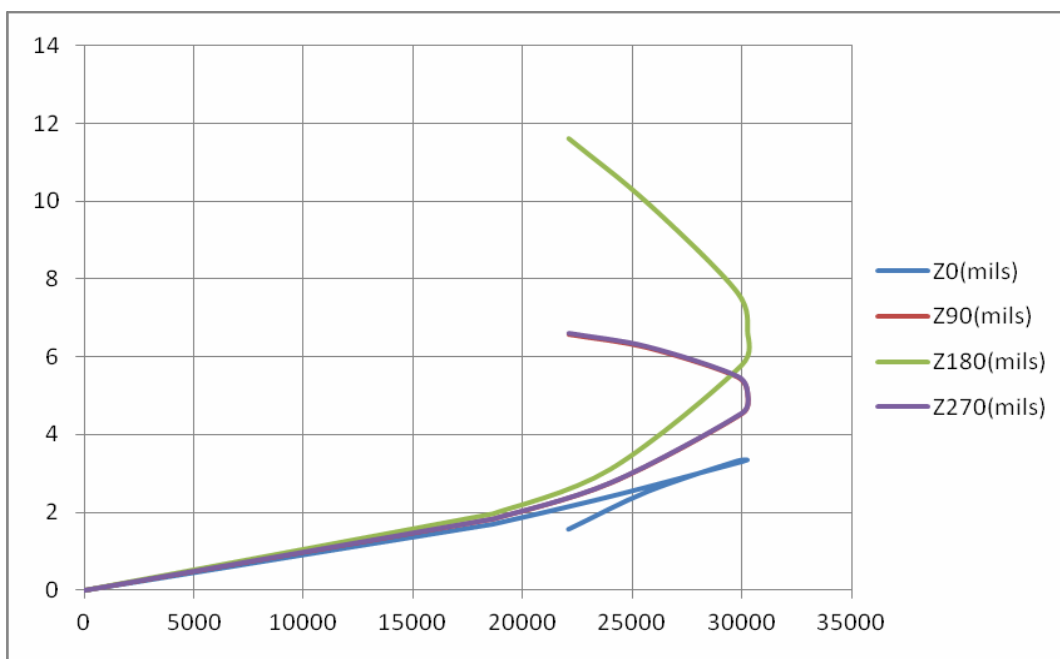
Na rys. 6 zobrazowano zbiorcze wyniki obliczeń zmiany donośności pocisku o prędkości początkowej 945 m/s, wywołane wpływem ruchu obrotowego kuli ziemskiej. Można zauważyć, że przy strzelaniu z azymutem  $0^0$  (tj. w kierunku północnym) oraz z azymutem  $180^0$  (tj. w kierunku południowym) ruch obrotowy ziemi nie ma wpływu na donośność pocisku ( $\Delta X = 0$  m).

Największe zmiany donośności w stosunku do obliczonych bez uwzględnienia tego ruchu występują w przypadku gdy strzelanie prowadzone jest z azymutem  $90^0$  (tj. w kierunku wschodnim). Przy strzelaniu dolną grupą kątów podniesienia zmiana donośności rośnie ( $\Delta X > 0$ ) osiągając wartość ok. 60 m dla odległości 22-23 km, następnie powoli maleje do donośności maksymalnej i gwałtownie maleje po przekroczeniu donośności maksymalnej (strzelanie górną grupą kątów) i dla donośności 22 km (przy kącie podniesienia  $70^0$ ) zmiana donośności wynosi  $\Delta X = -73$  m.

Przy strzelaniu z azymutem  $270^0$  (tj. w kierunku zachodnim) krzywa obrazująca zmiany odległości jest lustrzanym odbiciem krzywej dla azymutu  $90^0$  ( $\Delta X$  ma znak przeciwny).

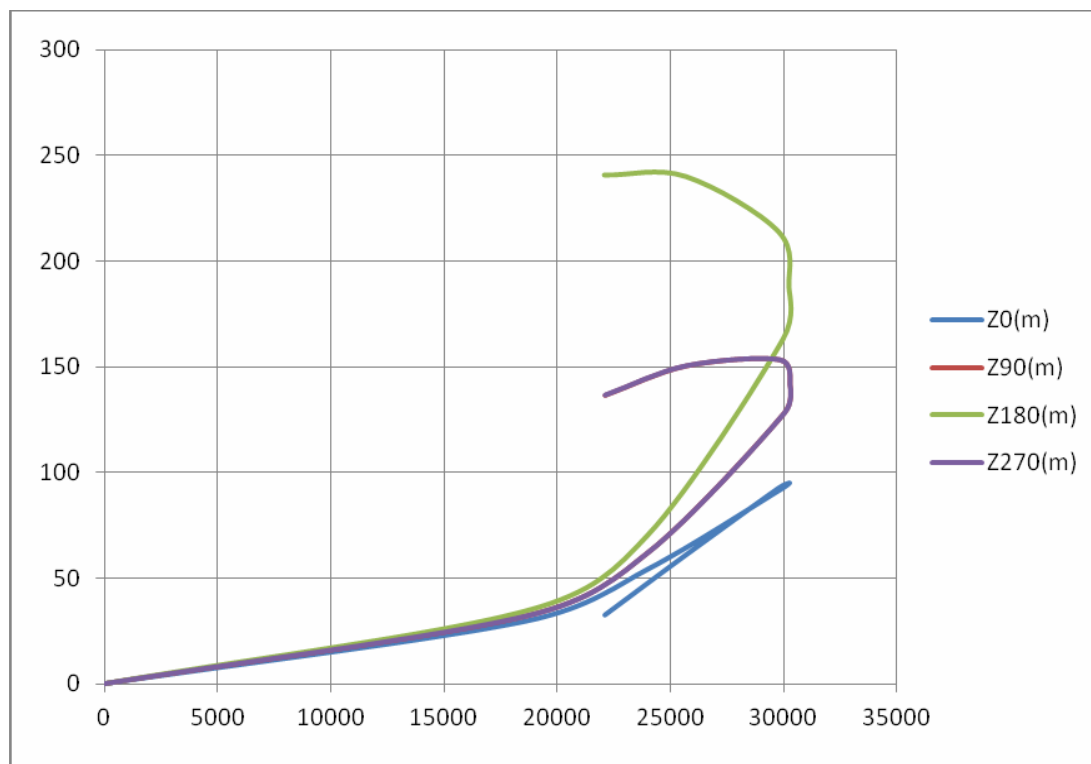


**Rys. 6. Zmiana donośności pocisku ( $V_0 = 945$  m/s) w funkcji odległości, azymuty:  $0^\circ$  i  $180^\circ$ ,  $90^\circ$ ,  $270^\circ$ . Część wykresów zaczynających się w punkcie (0,0) do donośności maksymalnej dotyczy strzelania dolną grupą kątów, część „cofająca się” od donośności maksymalnej do donośności 22100 dotyczy strzelania górną grupą kątów podniesienia.**



**Rys. 7. Zboczenie (w mils tj. tys. NATO) pocisku ( $V_0 = 945$  m/s) w funkcji odległości, azymuty:  $0^\circ$ ,  $90^\circ$ ,  $180^\circ$ ,  $270^\circ$ . Część wykresów zaczynających się w punkcie (0,0) do donośności maksymalnej dotyczy strzelania dolną grupą kątów, część „cofająca się” od donośności maksymalnej do donośności 22100 dotyczy strzelania górną grupą kątów podniesienia.**





**Rys. 8. Zboczenie (w metrach) pocisku ( $V_0 = 945$  m/s) w funkcji odległości, azymuty:  $0^\circ$ ,  $90^\circ$ ,  $180^\circ$ ,  $270^\circ$ . Część wykresów zaczynających się w punkcie (0,0) do donośności maksymalnej dotyczy strzelania dolną grupą kątów, część „cofająca się” od donośności maksymalnej do donośności 22100 dotyczy strzelania górną grupą kątów podniesienia.**

Uchylenie prawdopodobne w głąb  $U_g$  dla klasycznych pocisków artyleryjskich nie przekracza zwykle  $D/250$ , a zatem w najbardziej niekorzystnych warunkach zmiana donośności wynikająca z wpływu ruchu obrotowego ziemi zbliża się do tej wartości.

Na rys.7 zobrazowano zbiorcze wyniki obliczeń zboczenia pocisku (odchylenia od linii strzału) wywołanego wpływem ruchu obrotowego kuli ziemskiej wyrażone w milach (tysięczne NATO;  $360^\circ = 6400$  mils). Przedstawianie zboczenia jako wartości kątowej jest wygodne przy przygotowaniu strzelania ponieważ o taką wartość należy zmienić kierunek strzelania, aby trafić w cel.

Najmniejsze wartości zboczenia występują w trakcie strzelania w kierunku północnym, natomiast przy strzelaniu w kierunku południowym wartości kątowe zboczenia rosną i osiągają wartość  $6 \div 8$  mils na odległości maksymalnej (30 km) i wraz ze zwiększaniem kąta podniesienia lufy nadal rosną do wartości 11 mils (dla kąta podniesienia  $70^\circ$ ).

Na rys. 8 zobrazowano zbiorcze wyniki obliczeń zboczenia pocisku (odchylenia od linii strzału) wywołanego wpływem ruchu obrotowego kuli ziemskiej wyrażone w metrach, co pozwala porównać te wartości z wartościami uchyień prawdopodobnych wszereż  $U_w$ .

Uchylenie prawdopodobne wszereż  $U_w$  dla klasycznych pocisków artyleryjskich nie przekracza zwykle  $D/1000$ , a zatem w najbardziej niekorzystnych warunkach zboczenie pocisku, wynikające z wpływu ruchu obrotowego ziemi  $\Delta Z$ , przekracza dziesięciokrotnie wartość uchylenia prawdopodobnego wszereż  $U_w$  (podczas strzelania górną grupą kątów w kierunku południowym).

## 4. Wnioski

Z przedstawionych w artykule analiz i wyników obliczeń wpływu ruchu kuli ziemskiej na donośność i zboczenie pocisków artyleryjskich można stwierdzić, że pożądane jest uwzględnianie tych zmian przy określaniu nastaw do strzelania, zwłaszcza przy prowadzeniu ognia górną grupą kątów podniesienia na duże odległości. Podane w pracy uproszczone wzory pozwalają na określenie z wystarczającą dokładnością poprawek dla różnych szerokości geograficznej i azymutu strzelania.

### Literatura:

- [1] Dickinson E. R., *The production of firing tables for cannon artillery*, BRL Aberdeen Proving Ground, Maryland, 1967
- [2] Gacek J., *Balistyka zewnętrzna*, WAT, Warszawa, 1999
- [3] *Handbook on Weaponry*, Rheinmetall GmbH, Dusseldorf, 1982
- [4] *Field artillery cannon gunnery*, Department of the Army, Washington, 1984
- [5] *STANG 4119 JAS (Ed. 2) – Adoption of a standard cannon artillery firing table format*, NATO, Brussels, 2007