

Stanisław MIKULSKI\*

## WYKORZYSTANIE METODY SYMULOWANEGO WYŻARZANIA DO OPTYMALIZACJI UŁAMKOWEGO REGULATORA $PI^{\lambda}D^{\mu}$

W poniższym artykule opisano metodę doboru parametrów układu regulacji z ułamkowym regulatorem  $PI^{\lambda}D^{\mu}$  sterującym obiektem oscylacyjnym II rzędu. Przedstawiono wyniki optymalizacji parametrów regulatora, z zastosowaniem metody symulowanego wyżarzania przy różnych strategiach schładzania układu. Jako kryterium jakości sterowania założono całkowite kryterium ISE.

SŁOWA KLUCZOWE: regulatory ułamkowe, optymalizacja, pochodna ułamkowa, metoda symulowanego wyżarzania

### 1. WPROWADZENIE

Rachunek różniczkowy ułamkowego rzędu znajduje coraz szersze zastosowanie m. in. w dziedzinie automatyki. Powstaje coraz więcej prac opisujących analizę i implementację układów sterowania opartych o różniczkę ułamkową, np. automatyczne regulatory napięcia AVR. Szczególnie uwagę można zwrócić na rozszerzenie klasycznej definicji regulatora PID na regulator ułamkowy  $PI^{\lambda}D^{\mu}$ .

Zasada działania takiego regulatora jest analogiczna do regulatora PID. Różnica pojawia się w rzędach całkowania  $\lambda$  i różniczkowania  $\mu$  takiego regulatora. Wprowadzenie dwóch nowych parametrów powoduje, że dotąd znane metody doboru nastaw regulatora (np. Zeiglera-Nicholsa) nie spełniają już swojej roli. Dlatego w poniższym artykule przedstawiona została analiza optymalizacji regulatorów  $PI^{\lambda}D^{\mu}$  z wykorzystaniem jednej z metaheurystycznych metod optymalizacji – metody symulowanego wyżarzania.

### 2. RACHUNEK RÓŻNICZKOWY UŁAMKOWEGO RZĘDU

Rachunek różniczkowy ułamkowego rzędu poszerza podstawową definicję całki i różniczki zawarte w klasycznym rachunku różniczkowym i całkowym całkowitego rzędu. Takie rozszerzenie daje zupełnie nowe możliwości w zakresie zarówno matematycznego opisu obiektów jak i teorii i praktyki sterowania.

---

\* Politechnika Poznańska.

Aktualnie znane są trzy podstawowe definicje różniczko-całki, (uogólnionej postaci wzoru na całkę i różniczkę ułamkowego rzędu). Pierwszą według definicji Riemanna-Liouville'a wyprowadzić można ze wzoru na całkę wielokrotną [6]:

$${}_a I_x^n f(x) = \int_a^x du_1 \int_a^{u_1} du_2 \dots \int_a^{u_{n-1}} f(u_n) du_n = \frac{1}{\Gamma(n-1)} \int_a^x (x-u)^{n-1} f(u) du \quad (1)$$

gdzie:  $n$  – jest krotnością całkowania ( $n \in \mathbb{N}$ ),  $(a, x)$  – jest przedziałem całkowania,  $\Gamma(n-1)$  – funkcja gamma Eulera.

Rozszerzenie wzoru całkowego dla rzędu  $\alpha \in \mathbb{R}$  pozwala zapisać wzór na całkę ułamkowego rzędu według definicji Riemanna-Liouville'a, opisaną wzorem [6, 7]:

$${}_a I_x^\alpha f(x) = \frac{1}{\Gamma(\alpha)} \int_a^x (x-u)^{\alpha-1} f(u) du \quad (2)$$

gdzie:  $\alpha$  - rząd całkowania w granicach  $(a, x)$  ( $\alpha \in \mathbb{R}^+$ ).

Wzór ten można uogólnić do postaci różniczko-całki dla  $\alpha \in \mathbb{R}$ :

$${}_a D_x^\alpha f(x) = \frac{1}{\Gamma(k-\alpha)} \left( \frac{d}{dt} \right)^k \int_a^x (x-u)^{k-\alpha-1} f(u) du \quad (3)$$

gdzie:  $k \in \mathbb{N}$  oraz  $k-1 \leq \alpha \leq k$ .

Dodatni rząd całkowania ( $\alpha > 0$ ) we wzorze oznacza całkowanie, natomiast ujemny ( $\alpha < 0$ ) różniczkowanie ułamkowego rzędu.

W zagadnieniach związanych z teorią sterowania najczęściej stosowany jest zapis modelu matematycznego obiektów regulacji i regulatorów na płaszczyźnie Laplace'a. Dla różniczko-całki przekształcenie Laplace'a ma postać:

$$\mathcal{L} \left\{ {}_a D_x^\alpha f(x) \right\} = \begin{cases} s^\alpha F(s) & \alpha < 0 \\ s^\alpha F(s) - \sum_{j=1}^k s^j {}_0 D_x^{\alpha-j} f(0) & \alpha > 0 \end{cases} \quad (4)$$

W przypadku zastosowania (4) problemem staje się implementacja przekształcenia całki ułamkowego rzędu, wynikającego z wymogu znajomości warunków początkowych dla pochodnych ułamkowego rzędu. Jest to związane z trudnością w interpretacji fizycznej pochodnych ułamkowego rzędu. Z tego względu częściej stosowana jest różniczko-całka według definicji Caputo. Opisana wzorem [6]:

$${}_a D_x^\alpha f(x) = \frac{1}{\Gamma(k-\alpha)} \int_a^x \frac{f^{(k)}(u)}{(x-u)^{\alpha+1-k}} du \quad (5)$$

gdzie:  $k-1 < \alpha < k$ .

Postać (5) różni się od całki Reinabba-Louville'a przede wszystkim przeniesieniem pochodnej rzędu całkowitego  $k$ : ( $k-1 < \alpha \wedge k \in \mathbb{N}$ ) pod całkę.

Dzięki takiemu zabiegowi przekształcenie Laplace'a przybiera postać:

$$\mathcal{L}\{ {}_a D_x^\alpha f(x) \} = s^\alpha F(s) - \sum_{j=0}^{k-1} s^{\alpha-j-1} f^{(j)}(0) \quad (6)$$

Warunki początkowe zdefiniowane są jako wartości pochodnych całkowitego rzędu dla chwili  $t = 0$ , a interpretacja fizykalna staje się łatwiejsza.

Znając definicję różniczko-całki postaci (6) można przedstawić transmitancję  $G(s)$  ciągłego układu ułamkowego rzędu, przy założeniu zerowych warunków początkowych w postaci [6, 7]:

$$G(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{b_m s^{\beta_m} + b_{m-1} s^{\beta_{m-1}} + \dots + b_0 s^{\beta_0}}{a_n s^{\alpha_n} + a_{n-1} s^{\alpha_{n-1}} + \dots + a_0 s^{\alpha_0}} \quad (7)$$

gdzie:  $Y(s)$ ,  $U(s)$  – transformacje Laplace'a sygnałów wyjściowego i wejściowego.

Do uzyskania transmitancji operatorowej ułamkowego rzędu wymagane jest zastosowanie jednej z metod aproksymacji układów ułamkowych. W praktyce stosowane są: rozwinięcie w szereg Taylora, Ostaloupa oraz metodę najmniejszych kwadratów. Porównanie właściwości niektórych metod można znaleźć m. in. w pracy [9]. W symulacjach przedstawionych w niniejszym artykule zastosowana została metoda aproksymacji Ostaloupa, która polega na przybliżeniu funkcji opisanej wzorem:

$$H(s) = s^r, \quad r \in \mathfrak{R}, \quad r \in [-1; 1] \quad (8)$$

w przedziale częstotliwości ( $\omega_l$ ,  $\omega_h$ ) jako:

$$\hat{H}(s) = C_o \prod_{k=-N}^N \frac{s + \omega'_k}{s + \omega_k} \quad (9)$$

gdzie:  $N$  – rząd aproksymacji,  $C_o$  – wzmacnienie opisane zależnością:

$$C_o = \left( \frac{\omega_h}{\omega_l} \right)^{-\frac{r}{2}} \prod_{k=-N}^N \frac{\omega_k}{\omega'_k} \quad (10)$$

$\omega_l$ ,  $\omega_h$  – bieguny oraz zera transmitancji równe:

$$\omega'_k = \omega_l \left( \frac{\omega_h}{\omega_l} \right)^{\frac{k+N+0,5(1-r)}{2N+1}}, \quad \omega_k = \omega_l \left( \frac{\omega_h}{\omega_l} \right)^{\frac{k+N+0,5(1+r)}{2N+1}} \quad (11)$$

Jednym z podstawowych przykładów zastosowania pochodnej ułamkowego rzędu w zagadnieniach teorii sterowania jest definicja ułamkowego regulatora  $PI^\lambda D^\mu$ , który jest odpowiednikiem regulatora PID dla układów całkowitego rzędu. Dla takiego regulatora, oprócz trzech podstawowych parametrów – stałych  $K_P$ ,  $K_I$ ,  $K_D$ , układ zostaje rozszerzony o ułamkowy rząd całkowania  $\lambda$  (gdzie  $0 < \lambda < 1$ ) oraz ułamkowy rząd różniczkowania  $\mu$  (gdzie  $0 < \mu < 1$ ). Regulator taki opisany jest wzorem:

$$G(s) = K_P + K_I s^{-\lambda} + K_D s^\mu \quad (12)$$

### 3. ALGORYTM SYMULOWANEGO WYŻARZANIA

Algorytm symulowanego wyżarzania po raz pierwszy opisano w pracach [2] z 1983 oraz [1] z 1984. Obie prace powstały niezależnie od siebie. Opisano w nich metodę optymalizacji opartą na algorytmie autorstwa N. Metropolis, opublikowanego w pracy [5] z 1953 roku, służącego do symulacji zachowań grupy atomów znajdujących się w równowadze termodynamicznej przy zadanej temperaturze. Metropolis w swojej pracy stwierdził, że dla ustalonej temperatury  $T$  prawdopodobieństwo wzrostu energii cząsteczki o  $\delta E$  jest określone za pomocą następującej reguły:

$$p(\delta E) = e^{\frac{-\delta E}{k \cdot T}} \quad (13)$$

gdzie:  $k$  - stała Boltzmana. Wg. Metropolis prawdopodobieństwo zmiany poziomu energii układu maleje wraz ze wzrostem energii cząsteczki o  $\delta E$  oraz ze spadkiem temperatury. Pierwotny algorytm polegał na iteracyjnych próbach losowania zmiany energii cząstki. Jeżeli wartość energii nowego rozwiązania była niższa niż poprzedniego, rozwiązanie automatycznie przyjmowano za aktualne rozwiązanie. W sytuacji przeciwnej, gdy wartość energii cząsteczki dla nowego rozwiązania była wyższa, następowało dodatkowe losowanie wartości zmiany energii z prawdopodobieństwem opisanym wzorem (13). Wynika to z założenia, że zwiększenie energii odbywać się może tylko zgodnie z założeniem prawdopodobieństwa podanego przez Metropolis [3].

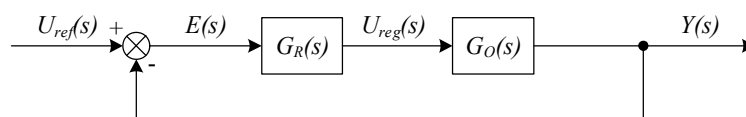
Powyższy algorytm został zmodyfikowany w artykułach z 1983 i 1984 i przystosowany zagadnień optymalizacji. Autorzy pracy [2] określili analogie pomiędzy poszukiwaniem prawdopodobieństwa zmiany energii, a poszukiwaniem minimum funkcji celu. Zamiast zmiany energii cząsteczki wprowadzono pojęcie nowej i starej wartości funkcji celu. Na początku algorytmu ustalany jest punkt początkowy, dla którego wartość funkcji celu jest odpowiednikiem początkowej energii cząstki. Na jego podstawie generowane jest nowe rozwiązanie. Jeżeli nowe rozwiązanie było lepsze, czyli energia cząstki była mniejsza, automatycznie traktowano jako nowy punkt optymalny. W przypadku, gdy rozwiązanie było gorsze nowy punkt był przyjmowany z pewnym nowym prawdopodobieństwem.

Powyższy algorytm określany jest w literaturze jako algorytm Metropolis i jest on bazą dla metody symulowanego wyżarzania (ang. Simulated Annealing). Podstawową różnicą pomiędzy tymi algorytmami jest możliwość modyfikowania temperatury zależności (13). Parametr  $t$  nazywany jest nadal temperaturą, choć analogia pomiędzy nim, a procesami fizycznymi znacznie się zmniejsza. Zamiast stałej Boltzmana wprowadzono natomiast grupę współczynników wagowych. W ramach każdej iteracji generowany jest zespół punktów sąsiadujących z aktualnym rozwiązaniem problemu. Z tego zbioru

wyberane jest nowe aktualne, nie koniecznie optymalne, rozwiązanie. Bardzo ważną różnicą względem podstawowego algorytmu Metropolis'a jest możliwość ustawienia w pewnym przedziale, związanym z aktualną temperaturą i prawdopodobieństwem, jako nowego punktu aktualnego rozwiązania gorszego niż poprzednie. Dzięki temu algorytm po odpowiednim dostrojeniu (co trzeba zrobić) potrafi wyjść poza obszar minimum lokalnego. Zwiększa to prawdopodobieństwo znalezienia minimum globalnego. Ustalenie większej temperatury pozwala silniej odsuwać nowe rozwiązanie od poprzedniego, czyli posiada większe prawdopodobieństwo znalezienia punktu w obszarze minimum globalnego. Po każdej iteracji temperatura jest zmniejszana zgodnie z wybraną strategią „schładzania” układu. Opis takich strategii można znaleźć między innymi w pracy [3]. Jej wybór powinien być dostosowany do rozwiązywanego zagadnienia. Proces strojenia algorytmu polega na doborze temperatury początkowej układu oraz strategii schładzania.

#### 4. BADANIA SYMULACYJNE

W niniejszej pracy przeprowadzono badania symulacyjne. Ich celem jest określenie optymalnych nastaw regulatora  $PI^{\lambda}D^{\mu}$ , - zależność (12) - dla obiektu testowego o założonej transmitancji i zastosowaniem sprzężenia zwrotnego. Schemat blokowy badanego układu przedstawiono na rysunku 1.



Rys. 1. Schemat blokowy układu zamkniętego z regulatorem z pominięciem zakłóceń:  $U_{ref}(s)$  – sygnał zadany,  $E(s)$  – uchyb regulacji,  $U_{reg}(s)$  – sygnał regulujący,  $G_R(s)$  – transmitancja regulatora,  $Y(s)$  – sygnał wyjściowy

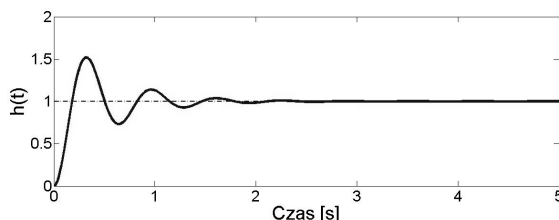
Jako transmitancję obiektu sterowania przyjęto obiekt oscylacyjny drugiego rzędu o transmitancji [6]:

$$G_O = \frac{K}{T^2 s^2 + 2\xi T s + 1} \quad (14)$$

gdzie:  $K$  – współczynnik wzmocnienia,  $T$  – okres oscylacji własnych,  $\xi$  – względny współczynnik tłumienia.

Dla celów badań przyjęto następujące wartości parametrów obiektu:  $T = 0.1$  [s],  $\xi = 0.2$  oraz  $K = 1$ . Rysunek 2 przedstawia odpowiedź skokową obiektu w pętli otwartej bez regulatora.

Dla każdego z obiektów wybrano parametry na podstawie minimalizacji zadanego kryterium jakościowego z wykorzystaniem metody symulowanego wyżarzania.



Rys. 2. Odpowiedź skokowa  $h(t)$  obiektu  $G_0$  w układzie otwartym bez regulatora

W badaniach za funkcję celu wykorzystano kryterium całki z kwadratu uchybu regulacji ISE (z ang. Integral Square Error) o postaci (15):

$$ISE = \int_0^{10ms} e^2(t) dt \quad (15)$$

gdzie:  $e(t)$  – uchyb regulacji.

Tak przyjęte kryterium jakości pozwala otrzymać w wyniku optymalizacji (minimalizacji) układ o minimalnych oscylacjach odpowiedzi skokowej.

Do obliczeń symulacyjnych wykorzystano oprogramowanie Matlab® & Simulnik® wraz z modułem obliczeniowym Control System Toolbox® oraz biblioteką FOMCON z zaimplementowanym zbiorem funkcji pozwalających na obliczenia i symulacje obiektów ułamkowych rzędów [5]. W obliczeniach zastosowano aproksymację pochodnej ułamkowej przy pomocy metody Oustaloupa 7 rzędu. W ramach obliczeń testowych symulowano odpowiedzi skokowe układu z okresem próbkowania  $T_s = 1$  [μs], w przedziale czasu  $t$  w zakresie od 0 do 10 milisekund.

Podczas optymalizacji obiektu zastosowano trzy różne strategie schładzania układu:

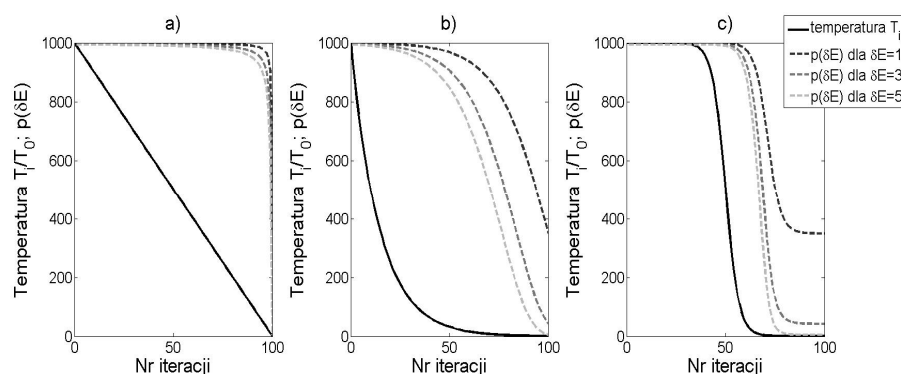
$$T_i = T_0 - i \frac{T_0 - T_N}{N} \quad (16.a)$$

$$T_i = T_0 \left( \frac{T_N}{T_0} \right)^{i/N} \quad (16.b)$$

$$T_i = \frac{T_0 - T_N}{1 + \exp(0.3(i - N/2))} + T_N \quad (16.c)$$

gdzie:  $T_i$  – temperatura układu dla  $i$ -tej iteracji,  $T_0$  – temperatura początkowa układu,  $T_N$  – temperatura końcowa,  $N$  – ilość iteracji.

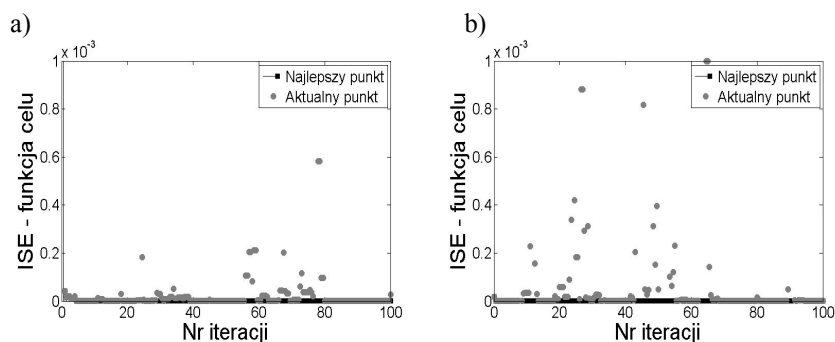
Na wykresach z rysunku 3 przedstawiono temperaturę układu oraz prawdopodobieństwo przyjęcia gorszego rozwiązania za aktualny punkt w funkcji numeru iteracji dla: strategii I – zależność (16.a), strategii II – zależność (16.b) oraz strategii III - zależność (16.c).



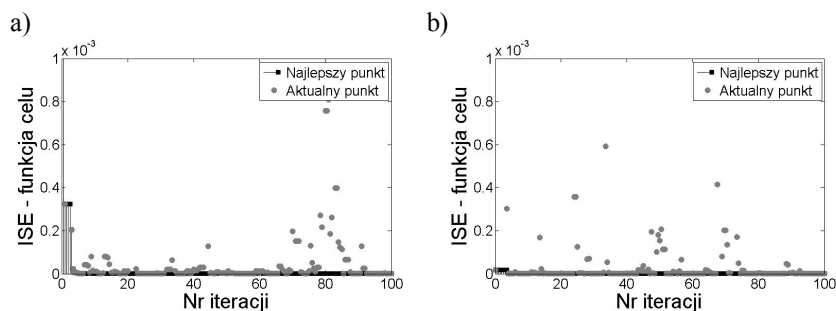
Rys. 3. Wykresy przyjętych w badaniach schematów „chłodzenia” układu (linia ciągła) oraz prawdopodobieństwa przyjęcia za nowy punkt optymalizacji punktu gorszego niż aktualny (linia przerywana): a) strategia I, b) strategia II, c) strategia III

Dokonując teoretycznego porównania charakterystyk, można zauważyć, że pierwsza strategia jest strategią najgorszą ze względu na bardzo wysokie prawdopodobieństwo przeskoku algorytmu do gorszego rozwiązania. Charakterystyka druga i trzecia różnią się intensywnością zmiany temperatury, a co za tymi idzie spadku prawdopodobieństwa przejścia do gorszego rozwiązania. Wadą obu tych charakterystyki w porównaniu z pierwszą jest stosunkowo duże prawdopodobieństwo akceptacji gorszego rozwiązania w końcowej fazie algorytmu, zwłaszcza przy małych różnicach w wyniku funkcji celu. Wszystkie trzy charakterystyki zostały zastosowane w algorytmie optymalizacji.

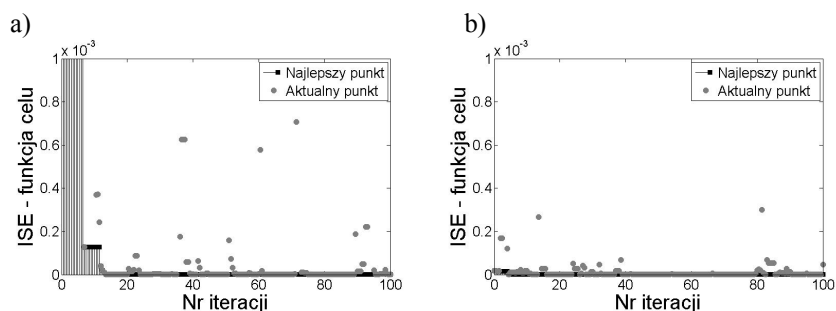
Dla celów porównawczych optymalizację przeprowadzono z dwóch różnych punktów startowych  $\mathbf{X}_1$  i  $\mathbf{X}_2$ . Na zamieszczonych poniżej rysunkach przedstawiono wartość funkcji celu dla punktu w którym aktualnie znajduje się algorytm oraz aktualnie znanego najlepszego rozwiązania optymalizacji po każdej iteracji.



Rys. 4. Przebieg poszukiwań optymalnych parametrów regulatora  $PI^1D^H$  z zastosowaniem strategii I chłodzenia układu: a) z punktu  $\mathbf{X}_1$ , b) z punktu  $\mathbf{X}_2$

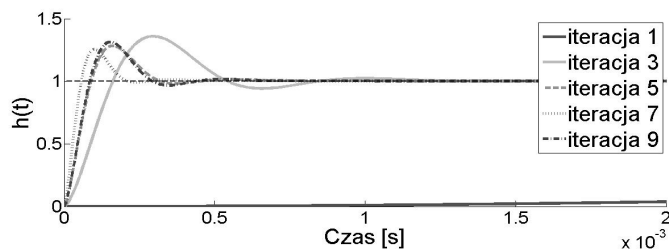


Rys. 5. Przebieg poszukiwań optymalnych parametrów regulatora  $PI^{\lambda}D^{\mu}$  z zastosowaniem strategii II chłodzenia układu: a) z punktu  $X_1$ , b) z punktu  $X_2$



Rys. 6. Przebieg poszukiwań optymalnych parametrów regulatora  $PI^{\lambda}D^{\mu}$  z zastosowaniem strategii III chłodzenia układu: a) z punktu  $X_1$ , b) z punktu  $X_2$

Rysunek 7 przedstawia odpowiedzi skokowe dla układu z regulatorem  $PI^{\lambda}D^{\mu}$  o parametrach aktualnego rozwiązania w kilku pierwszych iteracjach. Przykład dotyczy optymalizacji zainicjowanej w punkcie  $X_1$  przy zastosowaniu strategii I schładzania układu. Po pierwszej iteracji aktualne rozwiązanie jest znacznie gorsze niż następne rozwiązania. Na przedstawionym wykresie widać, że odpowiedź skokowa w tym przypadku charakteryzuje się znacznie większym opóźnieniem niż odpowiedź skokowa dla parametrów regulatora ustalonych po kolejnych iteracjach.



Rys. 7. Odpowiedzi skokowe dla parametrów regulatora określonych w pierwszych iteracjach optymalizacji



Porównując odpowiedź skokową dla aktualnego rozwiązania po 7 i 9 iteracji widać, że nastąpiło pogorszenie jakości regulacji. Wynika to z charakterystycznego dla zastosowanego algorytmu przyjęcia za aktualne rozwiązania gorszego niż poprzednie. W tabeli 3.1 zestawiono wyniki optymalizacji kilku przeprowadzonych prób wg. strategii I, II i III oraz punktów startowych  $\mathbf{X}_1$  i  $\mathbf{X}_2$ . Wyselekcjonowane zostały najlepsze rozwiązania z spośród 5 uruchomień algorytmu.

Tabela 3.1 Zestawienie wyników optymalizacji dla poszczególnych prób optymalizacji

Lp	Punkt startowy	Strategia	$K_P$	$K_I$	$K_D$	$\mu$	$\lambda$	ISE
1	$\mathbf{X}_1$	I	101,8	264,5	999,9	0,77	0,99	1,8604E-08
2	$\mathbf{X}_2$	I	0,02	324,4	999,9	0,47	0,99	1,8606E-08
3	$\mathbf{X}_1$	II	915,9	962,4	999,9	0,99	0,99	1,8607E-08
4	$\mathbf{X}_2$	II	135	748,5	999,8	0,1	0,99	1,8605E-08
5	$\mathbf{X}_1$	III	0,01	633,4	999,9	0,29	0,99	1,8605E-08
6	$\mathbf{X}_2$	III	291,8	433,5	998,5	0,03	0,99	1,8770E-08

## 5. WNIOSKI I PODSUMOWANIE

W artykule pokazano zastosowanie metody symulowanego wyżarzania do celów optymalizacji parametrów regulatora  $PI^{\lambda}D^{\mu}$  dla obiektu sterowania o zadanej transmitancji. Wyniki badań pokazują, że połączenie środowiska symulacyjnego takiego jak Matlab® oraz nowoczesnych metod optymalizacji pozwala na zaprojektowanie regulatorów o jak najlepszych właściwościach dynamicznych. Metoda symulowanego wyżarzania okazała się bardzo skutecznym narzędziem w poszukiwaniu optymalnych nastaw regulatora  $PI^{\lambda}D^{\mu}$ .

Analizując przebiegi poszukiwań optymalnych parametrów regulatora ułamkowego dla poszczególnych prób można wyciągnąć następujące wnioski:

- Strategia a (liniowy spadek temperatury) pomimo iż w początkowej fazie znacznie częściej niż pozostałe strategie wybierał jako nowy punkt poszukiwań gorszy punkt okazał się algorytmem najskuteczniejszym. Strategia ta zgodnie z przewidywaniami ogranicza w końcowej fazie prawdopodobieństwo obrania za nowy punkt gorszego rozwiązania.
- Przy każdej ze strategii rozwiązania optymalne przy różnych punktach startowych okazały się dość znacząco oddalone od siebie. Zwłaszcza w przypadku strategii II i III.
- Różnice pomiędzy wartościami wybranego kryterium jakości dla poszczególnych optymalizacji nie różniły się od siebie w znaczący sposób. Świadczy to o dużej ilości ekstremów lokalnych w funkcji celu o zbliżonych do siebie wartościach.

Pomimo tego w opinii autora artykułu metoda symulowanego wyżarzania sprawdziła się dla analizowanego zagadnienia. Zmiana temperatury początkowej układu dała by jeszcze większe możliwości wystrojenia układu.

- W przypadku bardzo restrykcyjnych przypadków, gdy niezbędne jest znalezienie idealnego rozwiązania zalecane są inne metody poszukiwania optimum globalnego.

Aktualnie rozwijane są coraz lepsze metody aproksymacji układów ułamkowych. Wzrost mocy obliczeniowej procesorów i mikrokontrolerów pozwala szukać coraz nowszych sposobów implementacji układów ułamkowego rzędu, dzięki temu, w opinii autora rachunek ułamkowego rzędu będzie miał coraz większe zastosowanie w nowoczesnych układach sterowania.

## LITERATURA

- [1] Cerny V., Thermodynamical approach to the traveling salesman problem: An efficient simulation algorithm, *Journal of Optimization Theory and Applications* Vol. 45, January 1985, pp. 41-51.
- [2] Kikpatrick S., Gelatt Jr C. D., Vecchi M. P., Optimization by simulated annealing, *Science* Vol. 220 No. 4598, May 1983, pp. 671-680.
- [3] Trojanowski K., Metaheurystyki praktycznie, *Wydawnictwo WIT*, Warszawa 2005.
- [4] Tepljakov A., Petlenkov E., Belikov J., Finajev J., Fractional-order controller design and digital implementation using FOMCON toolbox for MATLAB, *Proc. of the 2013 IEEE Multi-Conference on Systems and Control conference*, 2013, pp. 340-345.
- [5] Metropolis N., Rosenbluth A. W., Rosenbluth M. N., Teller A., Teller E., Wuation of state calculation by fast computing machines, *Journal of Chmical Physics* Vol. 21, 1953, pp. 1087-1091.
- [6] Kaczorek T., Wybrane zagadnienia teorii układów niecałkowitego rzędu, *Oficyna Wydawnicza Politechniki Białostockiej*, Białystok 2009.
- [7] Oustaloup, A., Moreau, X., Nouillant, M., The CRONE suspension, *Control Engineering Practice*, Vol. 4 No.8, 1993, pp. 1101-1108.
- [8] Podlubny I., Fractional Differential Equations, *Academic Press*, San Diego, 1999.
- [9] Vinagre B. M., Podlubny I., Hernandez A., Feliu V., Some approximations of fractional order operator used in control theory and applications.
- [10] Chi Ch., Gao F., Simulating fractional derivatives using Matlab, *Journal of Software* Vol. 8 No. 3, March 2013, pp. 572 - 578.

### OPTIMIZATION OF FRACTIONAL PID CONTROLLER PARAMETERS WITH USE OF SIMULATED ANNEALING METHOD

The paper presents the general characteristics of classical and contemporary methods of use in the control of fractional controllers. The principles of construction of algorithms of fractional controllers and describes the possibility of applying them to control the selected object with delay. The paper presents selected results of the simulation of such a system, the controller parameters for different fractional.