



ZESZYTY ENERGETYCZNE, TOM VII

*Wyzwania naukowe w dobie światowej
transformacji energetycznej*

2020, s. 391–401

Analiza modeli wymiany ciepła między powierzchniami pozostającymi w kontakcie

**Aleksandra Przyłucka-Bednarska, Marcin Rywotycki,
Agnieszka Cebo-Rudnicka**

Akademia Górniczo-Hutnicza im. S. Staszica w Krakowie,
Wydział Inżynierii Metali i Informatyki Przemysłowej,
Katedra Techniki Ciepłej i Ochrony Środowiska
e-mail: aprzylucka@agh.edu.pl

Streszczenie

W wielu procesach metalurgicznych istotnym zjawiskiem fizycznym jest transport ciepła przy kontakcie dwóch powierzchni ciał stałych. Wyznaczenie warunków brzegowych wymiany ciepła jest niezbędne do poprawnego rozwiązania równania przewodzenia ciepła. Podstawowym prawem stosowanym podczas analizowania praktycznych problemów termomechaniki ciał stałych jest prawo Fouriera, które wiąże gęstość strumienia ciepła z gradientem temperatury. Na potrzeby pracy dokonano przeglądu aktualnej literatury oraz zestawiono modele matematyczne wyznaczania współczynnika wymiany ciepła w kontakcie dwóch ciał stałych.

Słowa kluczowe: współczynnik wymiany ciepła, termiczny opór kontaktowy, wymiana ciepła przy styku

1. Wprowadzenie

Współczynnik wymiany ciepła przy styku dwóch powierzchni ciał stałych jest pożądanym przy modelowaniu procesów metalurgicznych. Wymiana ciepła między obiektami pozostającymi w kontakcie występuje w procesach

przeróbki plastycznej metali, wytłaczania blach na gorąco oraz podczas ciągłego odlewania stali. We wszystkich wymienionych powyżej technologiach produkcji, transport ciepła jest zjawiskiem decydującym o prawidłowym przebiegu procesu i zapewniającym bezawaryjną pracę. Ma wpływ na uzyskanie produktu o początkowo założonych własnościach. Strumień ciepła, przepływający między stykającymi się materiałami zależy od:

- temperatury powierzchni w kontakcie,
- nacisku,
- czasu styku,
- chropowatości powierzchni,
- występowania czynników smarujących i dodatkowych warstw,
- grubości powstałej zgorzeliny,
- innych.

Bezpośrednia identyfikacja i wyznaczenie warunków brzegowych w procesach metalurgicznych jest skomplikowane w realizacji. Rozwiązać ten problem może skonstruowanie matematycznego modelu użytej technologii, wykonanie pomiarów na stanowisku doświadczalnym oraz wykorzystanie metod numerycznych, by określić poszukiwany warunek brzegowy. Sprawdzenie poprawności zaproponowanych modeli musi odbywać się za pomocą wartości łatwo mierzalnych w procesach przemysłowych. Należy do nich temperatura, która może zostać wykorzystana w metodach odwrotnych, w celu określenia współczynnika wymiany ciepła [1–3].

W pracy przedstawiono zestawienie modeli wymiany ciepła przy styku dwóch ciał stałych. Opisane metody obliczeniowe dotyczą wymiany ciepła w warunkach rzeczywistego kontaktu. Oznacza to, że uwzględnione zostały chropowatość powierzchni brył, biorących udział w procesie oraz występowanie płynu w szczelinach między próbkami. Przeanalizowane modele podlegały weryfikacji na stanowiskach badawczych. Celem pracy była analiza modeli wyznaczania współczynnika wymiany ciepła, na podstawie najnowszej literatury. Zestawienie w przyszłości stanie się podstawą skonstruowania indywidualnego modelu numerycznego wymiany ciepła, na potrzeby rozprawy doktorskiej.

2. Mechanizmy transportu ciepła w zjawiskach kontaktowych

Transport ciepła może przebiegać zgodnie z trzema mechanizmami: przewodzeniem, konwekcją i radiacją. Z uwagi na złożoność kontaktu oraz rodzaj ośrodka występującego podczas procesu, dla ogólnych przypadków możliwe jest wystąpienie jednocześnie wszystkich powyższych mechanizmów. Podstawą do określenia pola temperatury w ciałach stałych jest równanie różniczkowe przewodzenia ciepła. W kontakcie dwóch ciał stałych wymiana

ciepła występuje, gdy zachodzi idealny styk między ciałami oraz przy braku idealnego styku [2], [4], [5].

Przewodzenie ciepła po obydwu stronach powierzchni idealnego styku dwóch ciał stałych opisuje prawo Fouriera. Przejmowanie ciepła z powierzchni pierwszego ciała przez powierzchnię ciała drugiego występuje bez oporów (rys. 1a). Temperatury powierzchni obu ciał biorących udział w procesie równają się:

$$T_{s1} = T_{s2} \quad (1)$$

Zgodnie z prawem zachowania energii zachodzi równość gęstości strumienia ciepła dopływającego do powierzchni pierwszego ciała oraz odpływającego z powierzchni drugiego ciała:

$$q_s = -\lambda_1 \left(\frac{\partial T_1}{\partial n} \right) = -\lambda_2 \left(\frac{\partial T_2}{\partial n} \right) \quad (2)$$

gdzie:

q_s – gęstość strumienia ciepła, $\frac{W}{m^2}$,

λ – współczynnik przewodzenia ciepła, $\frac{W}{m \cdot K}$,

$\frac{\partial T}{\partial n}$ – pochodna temperatury w kierunku normalnym do powierzchni.

W warunkach rzeczywistych uzyskanie idealnie gładkich powierzchni jest niemożliwe. W efekcie kontakt ciał zachodzi na ograniczonej powierzchni, co wywołane jest ich chropowatością. Skutkiem braku idealnego styku (rys. 1b) jest występujący między powierzchniami termiczny opór kontaktowy. Jego wartość zależna jest od nierówności stykających się ciał, nacisków jednostkowych na powierzchnie, rodzaju ośrodka występującego między powierzchniami (gazu lub cieczy) oraz temperatury na powierzchni styku. Powstała w obszarze styku różnica temperatur nazywana jest uskokiem temperatury:

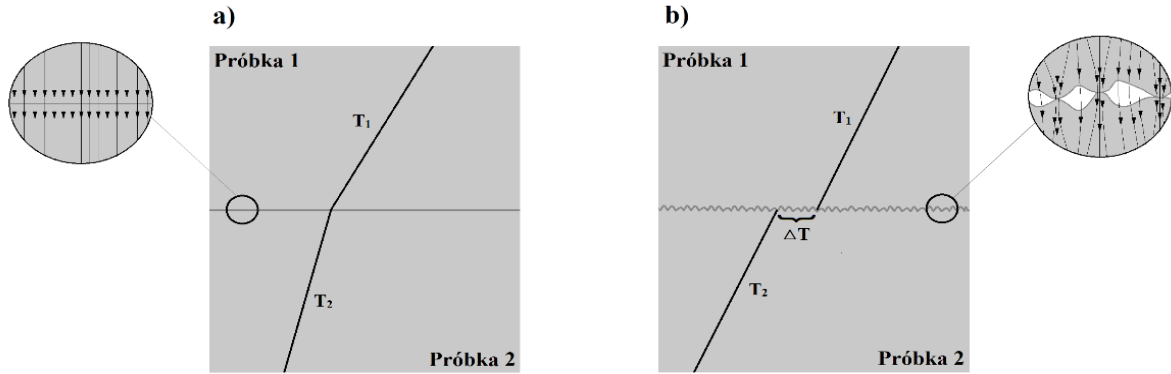
$$\Delta T = T_{s1} - T_{s2} = R_s q_s \quad (3)$$

gdzie R_s – termiczny opór kontaktowy, $\frac{m^2 \cdot K}{W}$.

Współczynnik wymiany ciepła przez styk zdefiniowany jest jako odwrotność termicznego oporu cieplnego:

$$\frac{m^2 \cdot K}{W} h_s = \frac{1}{R_s} = \frac{q_s}{\Delta T} \quad (4)$$

gdzie h_s – współczynnik wymiany ciepła przez styk, $\frac{W}{m^2 \cdot K}$.



Rys. 1. Rozkład temperatury dwóch powierzchni przy styku: a) idealnym, b) rzeczywistym [4]

Gęstość strumienia ciepła, przepływającego między powierzchniami ciał będących w kontakcie, można zapisać za pomocą równania analogicznego do prawa Newtona dla konwekcji (5). Transport ciepła między powierzchniami przy nieidealnym styku, oddzielenym termicznym oporem kontaktowym, można opisać przekształconym równaniem Fouriera:

$$q_s = h_s(T_{s1} - T_{s2}) \quad (5)$$

$$q_s = -\lambda_1 \left(\frac{\partial T_1}{\partial n} \right) = -\lambda_2 \left(\frac{\partial T_2}{\partial n} \right) = h_s(T_{s1} - T_{s2}) \quad (6)$$

3. Modele wyznaczania współczynnika wymiany ciepła między ciałami będącymi w kontakcie

Dostępna literatura pozwala podzielić modele opisujące wymianę ciepła przy kontakcie ciał na dwie grupy. Pierwsza z nich obejmuje zagadnienia definiujące stałą, średnią wartość współczynnika wymiany ciepła. Natomiast modele drugiej grupy opisują zmienną wartość tego współczynnika w funkcjach temperatury powierzchni, przy stałym lub zmiennym nacisku i stałej temperaturze. Nieuwzględnienie w obliczeniach numerycznych wpływu nacisków przy stałej wartości współczynnika wymiany ciepła skutkuje brakiem precyzyjnych wyników pola temperatury w procesach wysokotemperaturowych. Zazwyczaj dla założonych wartości współczynnika wymiany ciepła wykonywane są obliczenia rozkładu temperatury, które weryfikuje się przez porównanie z wynikami pomiarów rzeczywistych. Dokonanie pomiarów eksperymentalnych wymaga skonstruowania stanowiska badawczego, zaopatrzonego w system rejestracji zmian temperatury podczas trwania procesu. Dopasowanie wyników uzyskanych z części badawczej do wyników uzyskanych metodami numerycznymi, pozwala wyznaczyć pra-

widłową wielkość poszukiwanego współczynnika wymiany ciepła. Analiza najnowszej literatury w zakresie transportu ciepła pozwoliła na zestawienie zastosowanych modeli wymiany ciepła przy styku w aktualnych badaniach.

Na potrzeby obliczeń numerycznych w pracy [6] zamodelowana została chropowata powierzchnia materiałów stykowych. Metody numeryczne przeprowadzone zostały dla dwóch przypadków – styku próbek aluminiowych oraz styku próbek ze stali nierdzewnej. W celu wyznaczenia termicznego oporu kontaktowego posłużono się równaniem różniczkowym nieustalonego przewodzenia ciepła dla określonej domeny obliczeniowej oraz założono warunki brzegowe:

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x_i} \left(\frac{\lambda}{\rho c_p} \frac{\partial T}{\partial x_i} \right) \quad (7)$$

$$T|_{z=l} = T_1; \quad T|_{z=0} = T_2; \quad \frac{\partial T}{\partial x} \Big|_{x=\partial\Omega} = 0 \quad (8)$$

gdzie ρ_{cp} – wolumetryczna pojemność cieplna, $\frac{\text{J}}{\text{K} \cdot \text{m}^3}$.

Szczeliny w obszarze styku modelowanej próbki wypełnione były powietrzem. Przewodność cieplna w punkcie styku była znacznie większa, niż w przypadku ośrodka wypełniającego, co prowadziło do spadku temperatury w miejscu kontaktu. W obszarze styku strumień ciepła przepływał przez ciało stałe i występujący w nierównościach płyn. Aby zapewnić ciągłość przepływu strumienia ciepła na granicy faz ciało stałe-płyn, konieczne było założenie:

$$(\rho c_p)_f = (\rho c_p)_s \quad (9)$$

gdzie indeksy dolne f i s oznaczają kolejno płyn i ciało stałe.

Powyższe założenie nie miało wpływu na pole temperatury, jeżeli wymiana ciepła odbywała się w stanie ustalonym. W takim przypadku współczynnik wymiany ciepła możliwy jest do obliczenia ze wzoru (4).

Rzeczywista topografia powierzchni styku ciał stałych uwzględniona została w artykule [7], w którym przy pomocy mikroskopu zmierzono chropowatość próbek kompozytowych. Przypadek dotyczył ustalonego stanu przewodzenia ciepła oraz braku wewnętrznych źródeł ciepła. Kompozytowe próbki pozostawały w kontakcie pod wpływem różnych wartości obciążenia. W celu dopasowania modelu liniowego do założonych wartości termicznego oporu kontaktowego, zoptymalizowano obliczenia przy pomocy metody najmniejszych kwadratów. Początkowo współczynnik wymiany ciepła obliczono za pomocą równania:

$$h = c_1 + \left(\frac{T_{ave}}{T} \right)^{c_2} \left(\frac{P}{E} \right)^{c_3} \quad (10)$$

gdzie:

- T_{ave} – średnia temperatura na powierzchni próbki, K,
- P – zadane obciążenie, Pa,
- E – moduł sprężystości, Pa,
- c_1, c_2, c_3 – wartości dobrane zależnie od występowania radiacji podczas procesu.

Następnie przedstawiona została walidacja modelu numerycznego. Potwierdzenie założeń zostało przeprowadzone eksperymentalnie, przez trzyelementowy system. System składał się z trzech części: mikroskopu o rozdzielczości pionowej wynoszącej 0,1 nm, który wykorzystano do pomiaru topografii powierzchni badanych próbek, urządzenie do pomiaru przewodności cieplnej oraz autorski pomiar temperatury w próbkach testowych. Aparatura opierała się na pomiarze jednowymiarowego strumienia ciepła w stanie ustalonym. Profile temperaturowe próbek kontaktowych oraz temperatury powierzchni styku uzyskano przez ekstrapolację zmierzonych temperatur. Do obliczenia doświadczalnego współczynnika wymiany ciepła użyto poniższych równań:

$$T_{1\text{exp}} = T_{\text{down}} - \frac{q}{\lambda_{\text{down}}} \Delta x_1 \quad (11)$$

$$h = \frac{q}{T_1 - T_2} \quad (12)$$

$$T_{2\text{exp}} = T_{\text{up}} + \frac{q}{\lambda_{\text{up}}} \Delta x_2 \quad (13)$$

gdzie Δx_1 i Δx_2 odległość punktów pomiarowych od powierzchni styku, m.

Wyniki uzyskane z części numerycznej oraz części doświadczalnej autorzy porównali. Na tej podstawie stwierdzono, że wyniki liczbowe temperatur powierzchni próbek dobrze korespondowały z wynikami eksperymentalnymi. Poprawność zastosowanych obliczeń potwierdza różnica wartości między danymi testowymi a prognozą numeryczną. Odchylenia między wynikami uzyskanymi doświadczalnie i numerycznie wyniosły mniej niż 10%, co jest całkowicie akceptowalne w zastosowaniach inżynierskich.

Współczynnik wymiany ciepła dla stali nierdzewnej wyznaczono w pracy [8]. Termiczny opór kontaktowy między dwiema próbkami w styku określono przez pomiar różnicy temperatur ich powierzchni oraz przepływ ciepła. Próbki miały postać współosiowych cylindrycznych obiektów o takich samych polach przekroju. Gradient temperatury był prostopadły do powierzchni styku. W trakcie doświadczenia od góry wykorzystano źródło ciepła o stałej temperaturze oraz urządzenie pochłaniające ciepło od dołu.

Ściany boczne próbek owinięte były materiałem termoizolacyjnym, aby zminimalizować straty ciepła na obwodzie. Zatem współczynnik wymiany ciepła można było oszacować za pomocą równania:

$$h = \frac{q_1'' + q_2''}{2(T_{c2} - T_{c1})} = \frac{q_1'' + q_2''}{2\Delta T_c} \quad (14)$$

gdzie:

- T_{c1} – temperatura górnej powierzchni chłodzonej próbki, K,
- T_{c2} – temperatura dolnej powierzchni nagrzewanej próbki, K,
- q_1'' i q_2'' – gęstość strumienia ciepła, przepływającego odpowiednio przed dolną i górną próbkę, $\frac{W}{m^2}$.

Doświadczenie przeprowadzone przez autorów opierało się na układaniu w stosy cienkościennych próbek oraz mierzeniu całkowitej grubości danej warstwy. Próbki umieszczane były między źródłem ciepła a urządzeniem pochłaniającym ciepło. Na stanowisku eksperymentalnym zastosowano izolację termiczną, aby uniknąć obwodowego rozpraszania ciepła i utrzymać jednowymiarowe przewodzenie ciepła w stanie ustalonym między źródłem ciepła a urządzeniem pochłaniającym ciepło. Zastosowanie wyżej wymienionych warunków eksperymentu pozwoliło na wyznaczenie całkowitego współczynnika wymiany ciepła ze wzoru:

$$h_{tot} = h_{s,tot} + h_{c,tot} + 2h'_c \quad (15)$$

gdzie:

- $h_{s,tot}$ – całkowity współczynnik wymiany ciepła cienkościennej próbki, $\frac{W}{m^2 \cdot K}$,
- $h_{c,tot}$ – całkowity współczynnik wymiany ciepła między próbkami, $\frac{W}{m^2 \cdot K}$,
- h'_c – współczynnik wymiany ciepła między źródłem/pochłaniaczem ciepła, $\frac{W}{m^2 \cdot K}$.

Wraz ze wzrostem grubości próbek gęstość strumienia ciepła malała, a termiczny opór kontaktowy wzrastał. Dzięki tej zależności możliwe było uzyskanie wartości współczynnika przewodzenia ciepła próbki cienkościennej. W przypadku jednej stalowej próbki całkowity współczynnik wymiany ciepła równał się:

$$h_{tot} = 2h'_c + \frac{\delta_s}{\lambda_s} \quad (16)$$

gdzie:

δ_s – grubość indywidualnej próbki, m,

λ_s – całkowity współczynnik przewodzenia ciepła, $\frac{W}{m \cdot K}$.

Zastosowana metodyka wyznaczania przewodności cieplnej została zwerifikowana przy użyciu laserowej metody impulsowej oraz analizatora własności termicznych. Maksymalna rozbieżność uzyskanych wyników była stosunkowo dobra, wynosiła maksymalnie 13%.

Celem pracy [9] było zbadanie wpływu chropowatości stykających się powierzchni na termiczny opór kontaktowy. Obliczenia dotyczyły wykrycia nieprawidłowości w skali mikro i makro. Problem uproszczono, przyjmując powierzchnie o właściwościach nieelastycznych. Mechaniczna i termiczna część zagadnienia została rozwiązana przy użyciu metody elementów skończonych. Współczynnik wymiany ciepła określono zależnością:

$$h = \frac{Q}{A_a \Delta T} \quad (17)$$

gdzie: $q = \frac{Q}{A_a}$ – gęstość strumienia ciepła na pozornej powierzchni styku, $\frac{W}{m^2}$.

Termiczny opór kontaktowy, zdefiniowany jako spadek temperatury na granicy faz przez całkowite natężenie przepływu ciepła, można zapisać jak zależność od przewodności styków:

$$R = \frac{\Delta T}{Q} \quad (18)$$

$$R = \frac{1}{hA_a} \quad (19)$$

Dla chropowatych ciał makroskopowy współczynnik wymiany ciepła określono na podstawie problemu przewodzenia ciepła w skali nierówności powierzchni. Zagadnienie uproszczono do przeanalizowania dwóch próbek w styku, gdzie prawidłowy był mikroskopowy termiczny opór kontaktowy. Lokalny współczynnik wymiany ciepła wyznaczono ze wzoru:

$$q_c(x, y) = h_c(x, y)[T^{(1)}(x, y) - T^{(2)}(x, y)] \quad (20)$$

gdzie $T^{(i)}$ – lokalna temperatura na powierzchni styku w punkcie kontaktu określonym koordynatami (x, y) , K.

Ostatnia z analizowanych prac [10] dotyczyła analizy rozkładu temperatury pasma w procesie ciągłego odlewania stali. Termiczne warunki brzegowe określono za pomocą lokalnych i uśrednionych powierzchniowo-

wo współczynników przenikania ciepła we wtórnych strefach chłodzenia. Obliczenia przeprowadzono przy użyciu metody objętości skończonych dla dwu- i trzywymiarowego modelu rozkładu temperatury i grubości stali. Wyniki symulacji potwierdzono pomiarami przemysłowymi. Ze względu na skomplikowany charakter procesu ciągłego odlewania stali autorzy przyjęli założenie, zgodnie z którymi można było wyprowadzić równanie transportu energii:

$$\rho c_p \left(\frac{\partial T}{\partial t} + V_{cast} \frac{\partial T}{\partial z} \right) = \frac{\partial}{\partial x} \left(\lambda_{eff}(T) \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\lambda_{eff}(T) \frac{\partial T}{\partial y} \right) + \dot{q} \quad (21)$$

gdzie:

$$\rho \text{ - gęstość stali, } \frac{\text{kg}}{\text{m}^3},$$

$$c_p \text{ - ciepło właściwe, } \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}},$$

$$t \text{ - czas, s,}$$

$$\lambda_{eff} \text{ - efektywna przewodność cieplna, } \frac{\text{W}}{\text{m} \cdot \text{K}},$$

$$\dot{q} \text{ - ciepło wygenerowane na skutek krzepnięcia, } \frac{\text{W}}{\text{m}^3}.$$

Lewa strona równania opisuje zmiany temperatury stali oraz zachowanie energii odlewanej stali. Pierwsze dwa wyrazy po prawej stronie równania opisują poprzeczne przewodzenie ciepła w kierunkach x i y . Ostatni człon równania określa ciepło wygenerowane podczas procesu krzepnięcia. Ostatnia zmienna w równaniu jest funkcją stałej frakcji stali i wzrasta wraz ze wzrostem stałej frakcji:

$$\dot{q} = \Delta h \left(\frac{\partial (f_s \rho)}{\partial t} + V_{cast} \frac{\partial (f_s \rho)}{\partial z} \right) \quad (22)$$

gdzie Δh – ciepło utajone, $\frac{\text{J}}{\text{kg}}$.

4. Podsumowanie

W wielu procesach przemysłowych zjawisko wymiany ciepła odgrywa istotną rolę. Pola temperatur ciał stałych biorących udział w wymianie ciepła opisane są równaniem przewodzenia ciepła. Strumień ciepła, przepływający między powierzchniami stykających się ciał, zależy od różnych parametrów, z których najbardziej istotne to temperatura, czas i siła nacisku. Bezpośrednia identyfikacja i wyznaczenie warunków brzegowych procesu

są skomplikowane w realizacji. Problem można rozwiązać poprzez zbudowanie modelu zjawiska, wykonanie pomiarów na stanowisku badawczym oraz wykorzystanie metod numerycznych do określenia warunku brzegowego wymiany ciepła. Zaproponowany model musi być weryfikowany przez wartości powszechnie mierzone podczas procesów technologicznych, np. temperaturę.

W artykule zestawiono modele numeryczne wykorzystane w najnowszych badaniach wymiany ciepła w kontakcie dwóch próbek. Wymiana ciepła w pracach [6–9] odbywała się w dużym zakresie przyłożonych sił nacisku, od 0,01 MPa do 275 MPa, w temperaturach poniżej 800°C. Poprawność modeli zastosowanych w [7] i [8] została zweryfikowana pomiarami na stanowiskach doświadczalnych. Artykuł [10] dotyczył procesu ciągłego odlewania stali, gdzie temperatura dochodziła do 1556°C, niestety autorzy nie podali wartości sił nacisku podczas kontaktu rolek z powierzchnią pasma. Uzyskane wyniki numeryczne porównano z wartościami otrzymanymi w warunkach przemysłowych. W omówionych przypadkach uwzględniono chropowatość powierzchni próbek oraz obecność płynów w szczelinach stykających się materiałów, np. powietrza. Według dostępnej literatury brak jest wyników badań dla przypadków wymiany ciepła w temperaturach powyżej 1000°C przy niskich wartościach nacisków oraz występowaniu warstwy utlenionej, w których wartość współczynnika wymiany ciepła jest zależna od parametrów procesu. Celem przeprowadzonej analizy modeli wymiany ciepła jest skonstruowanie, w oparciu o nią, indywidualnego modelu wyznaczającego współczynnik wymiany ciepła przez styk na powierzchni ciała, przy temperaturach powyżej 1000°C w funkcji nacisku i temperatury, z uwzględnieniem grubości powstałej zgorzeliny. Opracowany model matematyczny zostanie wykorzystany do badań na potrzeby pracy doktorskiej.

Literatura

- [1] Chabicovsky M., Hnizdil M., Tseng A.A., Raudensky M., *Effects of oxide layer on Leidenfrost temperature during spray cooling of steel at high temperatures*, International Journal of Heat and Mass Transfer 2015, 88, 236–246. DOI: 10.1016/j.ijheatmasstransfer.2015.04.067.
- [2] Furmański P., Wiśniewski T.S., *Thermal contact resistance and other thermal phenomena at solid-solid interface*, Instytut Techniki Ciepłej, Politechnika Warszawska, Warszawa 2002
- [3] Yovanovich M.M., *Four decades of research on thermal contact, gap, and joint resistance in microelectronics*, IEEE Transactions on Components and Packaging Technologies 2005, 28(2), 182–206. DOI: 10.1109/TCAPT.2005.848483.
- [4] Wiśniewski S., Wiśniewski T.S., *Wymiana ciepła*, Wydawnictwa Naukowo-Techniczne, Warszawa 2010.

-
- [5] Poński M., Paluszyński J., Dubała K., *Modele przepływu ciepła w ciałach stałych*, Zeszyty Naukowe Politechniki Częstochowskiej, Budownictwo 2013, 19(169), 129–134.
- [6] Fang W.Z., Gou J., Chen L., Tao W.Q., *A multi-block lattice Boltzmann method for the thermal contact resistance at the interface of two solids*, Applied Thermal Engineering 2018, 138, 122–132. DOI: 10.1016/j.applthermaleng.2018.03.095.
- [7] Ren X.J., Dai Y.J., Gou J.J., Tao W.Q., *Numerical study on thermal contact resistance of 8-harness satin woven pierced composite*, International Journal of Thermal Sciences 2021, 159, 106584. DOI: 10.1016/j.ijthermalsci.2020.106584.
- [8] Feng B., Tu J., Zhang Y.H., Fan L.W., Yu Z.T., *An improved steady-state method for measuring the thermal contact resistance and bulk thermal conductivity of thin-walled materials having a sub-millimeter thickness*, Applied Thermal Engineering 2020, 171, 114931. DOI: 10.1016/j.applthermaleng.2020.114931.
- [9] Panagouli O.K., Margaronis K., Tsotoulidou V., *A multiscale model for thermal contact conductance of rough surfaces under low applied pressure*, International Journal of Solids and Structures 2020, 200–201, 106–118. DOI: 10.1016/j.ijsol-str.2020.05.006.
- [10] Mosayebidorcheh S., Gorji-Bandpy M., *Local and averaged-area analysis of steel slab heat transfer and phase change in continuous casting process*, Applied Thermal Engineering 2017, 118, 724–733. DOI: 10.1016/j.applthermaleng.2017.03.031.