

# ANALIZA NUMERYCZNA STANU NAPRĘŻENIA I UGIĘCIA PŁYT PERFOROWANYCH OBCIĄŻONYCH SIŁĄ SKUPIONĄ

NUMERICAL ANALYSIS OF STRESS STATE AND DEFLECTION PERFORATED PLATES WITH CONCENTRATED FORCE

Grzegorz Gasiak – Katedra Mechaniki i Podstaw Konstrukcji Maszyn, Politechnika Opolska  
Waldemar Ledwoń – „RIALEX CRANE SYSTEMS” w Kluczborku

*Przedmiotem artykułu jest numeryczna analiza stanu naprężenia i ugięcia w utwierdzonych oraz swobodnie podpartych, perforowanych płytach prostokątnych obciążonych centralnie siłą skupioną. Obliczenia prowadzono metodą elementów skończonych. Uzyskano rozkłady naprężeń wokół otworów na całej powierzchni płyty perforowanej. Wyniki obliczeń numerycznych w przypadku płyty utwierdzonej na brzegach porównano z rezultatami uzyskanymi dla identycznej płyty swobodnie podpartej.*

*The work is the numerical analysis of the state of stress and deflection in restrained and simply supported perforated rectangular plates loaded centrally concentrated force. Calculations were carried out by finite element method. Obtained stress distribution around the holes on the entire surface of the perforated plate. The results of numerical calculations for the plate clamped at the edges compared. Results obtained for identical plate simply supported.*

## Wstęp

Cienkościenne ustroje o strukturze periodycznej wykorzystuje się m. in. przy projektowaniu aparatury chemicznej, np. ściany sitowe wymienników ciepła [1, 2], czy jako elementy przesiewaczy materiałów sypkich, gdzie mogą być poddane obciążeniu zmieniającemu się w czasie [3]. Tego typu dźwigary (płyty perforowane) mogą również pełnić rolę płyt montażowych, w których otwory wykonano z różnych względów eksploatacyjnych[4].

W praktycznych zagadnieniach projektowania niejednokrotnie występuje konieczność wyznaczenia przemieszczeń, naprężeń i odkształceń w takich ustrojach płytowych, które są obciążone siłami statycznymi działającymi prostopadle do ich powierzchni. Najczęściej efektem końcowym jest wówczas wyznaczenie wielkości geometrycznych elementów o określonym kształcie, np. ich grubości. Dokonuje się tego na podstawie znajomości naprężeń dopuszczalnych oraz parametrów geometrycznych, które uwzględniają wpływ nieciągłości materiału spowodowany występowaniem otworów [5-7].

Przykłady zastosowania metody elementów skończonych do określenia stanu naprężenia płyt perforowanych podano

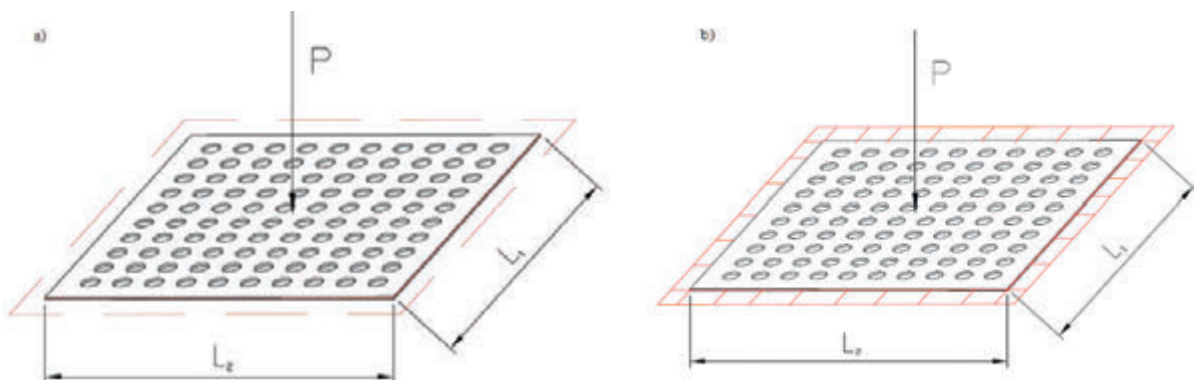
w pracach [8, 9]. Wykorzystując MES autorzy pracy [8] wyznaczyli „efektywne” stałe sprężystości, co umożliwiło określenie stanu naprężenia dla dowolnego stanu obciążenia płyty perforowanej.

Analityczną metodę wyznaczenia stanu naprężenia w prostokątnych płytach perforowanych zaproponowali autorzy pracy [10]. Celem niniejszej pracy jest numeryczna analiza stanu naprężenia i ugięcia w utwierdzonych oraz swobodnie podpartych płytach perforowanych obciążonych centralnie siłą skupioną za pomocą metody elementów skończonych.

## Obliczenia numeryczne

### Płyta perforowana na brzegach swobodnie podparta oraz utwierdzona

Założono, że płyta prostokątna o wymiarach: długości  $L_1$ , szerokości  $L_2$  i grubości  $h$  jest poddana działaniu siły skupionej  $P$  przyłożonej w środku geometrycznym. Wszystkie krawędzie płyty perforowanej w pierwszym przypadku są swobodnie podparte (rys. 1a) a w drugim utwierdzone (rys. 1b).



Rys. 1. Schemat obciążenia płyty perforowanej siłą skupioną  $P$  swobodnie podpartą a) oraz utwierdzoną b) na wszystkich brzegach

Przyjęto, że podziałki rozmieszczenia otworów perforacji płyty  $l_1$  i  $l_2$  są sobie równe.

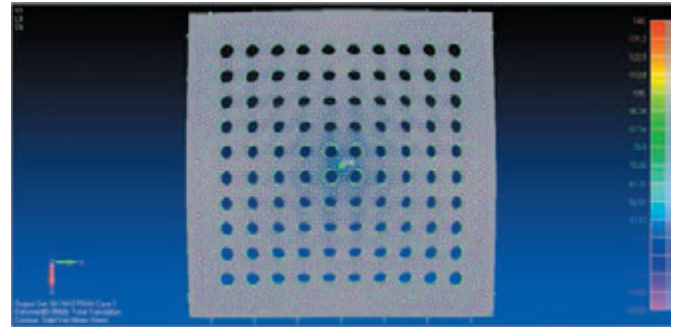
Wyznaczenie stanu przemieszczenia, rozkładu sił wewnętrznych i stanu naprężenia w płycie perforowanej (rys. 1) wymaga przyjęcia odpowiedniego modelu obliczeniowego. Powinien on z jednej strony posiadać charakterystyczne cechy obiektu rzeczywistego, a z drugiej strony umożliwić uzyskanie wyników nadających się do przyjęcia z inżynierskiego punktu widzenia.

#### Obliczenia numeryczne metodą elementów skończonych

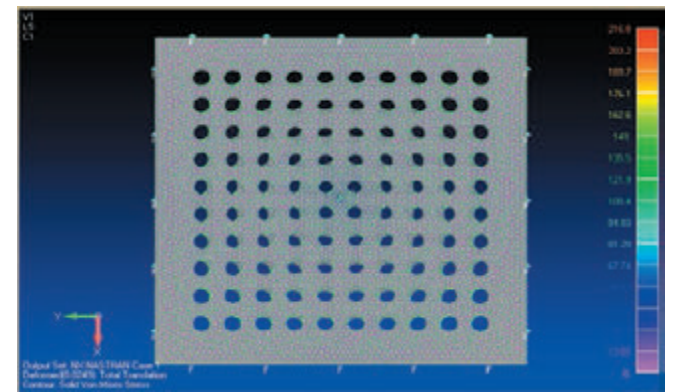
Obliczenia stanu naprężenia i przemieszczenia w swobodnie podpartych (rys. 1a) i utwierdzonych (rys. 1b) na krawędziach płytach perforowanych poddanych obciążeniu w centralnej jej części siłą skupioną  $P$  realizowano metodą elementów skończonych za pomocą programu Nastran/Patran. W pracy zastosowano element bryłowy czworosienny o boku trójkąta. Badana płyta perforowana (rys. 1) została podzielona na 187944 elementów skończonych zawierających 230546 węzłów. W obliczeniach założono [4], że płyta perforowana o wymiarach  $L_1 = 0,3$  m i  $L_2 = 0,3$  m oraz grubości  $h = 0,0093$  m jest poddana obciążeniu w centralnej części: w pierwszym przypadku  $P = 400$  daN, w drugim  $P = 600$  daN i w trzecim  $P = 800$  daN. Ponadto przyjęto: liczbę otworów: 100, promień otworu  $r = 0,0075$  m, podziałkę otworów  $l_1 = 0,025$  m i  $l_2 = 0,025$  m, materiał płyty stal S355J2G1W, współczynnik Poissona  $\mu = 0,30$ , moduł Younga  $E = 2,15 \cdot 10^5$  MPa.

Dla przykładu na rysunkach 2 i 3 przedstawiono rozkłady przemieszczeń (ugięć), a na rysunkach 4 i 5 rozkłady naprężeń

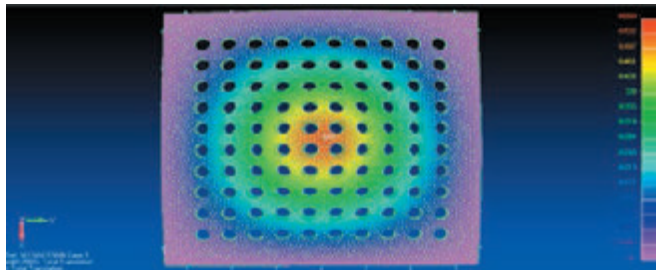
redukowanych Hubera-Misesa w płycie perforowanej obciążonej siłą skupioną  $P = 600$  daN, w pierwszym przypadku o brzegach swobodnie podpartych a w drugim utwierdzonych.



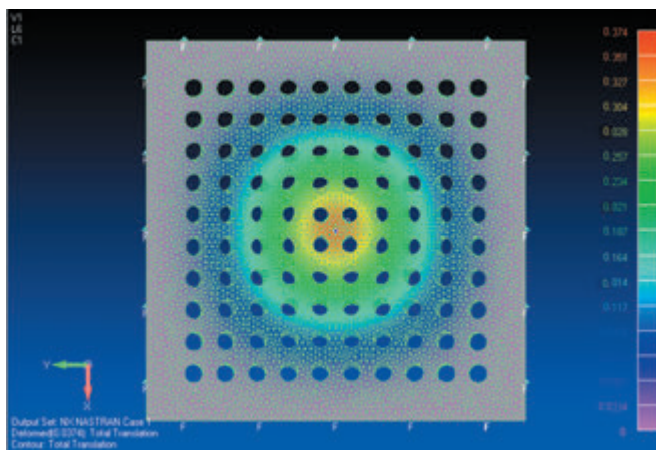
Rys. 4. Rozkład naprężeń redukowanych  $\sigma_{red}$  MPa w płycie perforowanej o brzegach swobodnie podpartych obciążonej siłą skupioną  $P = 600$  daN, ( $\sigma_{red\ max} = 140$  MPa)



Rys. 5. Rozkład naprężeń redukowanych  $\sigma_{red}$  MPa w płycie perforowanej o brzegach utwierdzonych obciążonej siłą skupioną  $P = 600$  daN, ( $\sigma_{red\ max} = 216,8$  MPa)



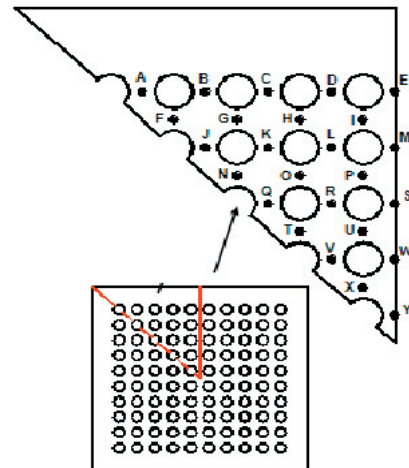
Rys. 2. Rozkład przemieszczeń normalnych  $u$  mm (ugięć) w płycie perforowanej o brzegach swobodnie podpartych obciążonej siłą skupioną  $P = 600$  daN, (maksymalne ugięcie  $u_{max} = 0,568$  mm)



Rys. 3. Rozkład przemieszczeń normalnych  $u$  mm (ugięć) w płycie perforowanej o brzegach utwierdzonych obciążonej siłą skupioną  $P = 600$  daN, (maksymalne ugięcie  $u_{max} = 0,374$  mm)

#### Badania doświadczalne

Badania doświadczalne stanu odkształcenia i ugięcia prowadzono na płycie perforowanej wykonanej ze stali S355J2G1W o grubości  $h = 0,0093$  m, długości  $L_1 = 0,3$  m i szerokości  $L_2 = 0,3$  m. Płyta posiadała 100 otworów o średnicy  $d = 15$  mm. Podziałka otworów wynosiła:  $l_1 = 0,025$  m,  $l_2 = 0,025$  m. Przyjęto warunki brzegowe w postaci swobodnego podparcia wszystkich



Rys. 6. Schemat rozkładu punktów pomiaru odkształcenia płyty perforowanej, gdzie literami A, B, C, ..., Y oznaczono miejsca klejenia rozet tensometrycznych

krawędzi płyty perforowanej [4]. Do pomiaru odkształceń użyto rozet tensometrycznych typu FRA-1-11L firmy TML Straick Games. Ze względu na symetrię obciążenia i warunków brzegowych przebadano 1/8 część płyty. Miejsca, w których mierzono odkształcenia oznaczono dużymi literami A,B,C,...,Y (rys. 6). Ugięcie płyty mierzono czujnikiem zegarowym o dokładności pomiaru 0,001mm.

Płytę perforowaną z naklejonymi tensometrami umieszczono na odpowiednio zaprojektowanej podporze, zapewniającej warunki brzegowe swobodnego podparcia. Obciążenie realizowano bezpośrednio przy użyciu trzpienia maszyny wytrzymałościowej, uzyskując siły skupione  $P_1=400$  daN,  $P_2=600$  daN i  $P_3=800$  daN przyłożone w środku geometrycznym powierzchni płyty [4].

### Porównanie wyników uzyskanych numerycznie i doświadczalnie

Porównanie wartości ugięć i naprężeń redukowanych według hipotezy Hubera-Misesa uzyskanych doświadczalnie i obliczeniowo metodą elementów skończonych w płytach perforowanych o brzegach swobodnie podpartych dano w tabeli 1. Z tabeli 1 wynika, że różnica w wartościach ugięcia, uzyskanych doświadczalnie  $u^d$  i obliczeniowo metodą elementów skończonych  $u^o$ , dla trzech wartości obciążeń wynosi poniżej 5%. Natomiast błąd względny w wartościach naprężeń redukowanych uzyskanych na podstawie badań doświadczalnych  $\sigma_{red}^d$  i obliczeniowo metodą elementów skończonych  $\sigma_{red}^o$  wynosi poniżej 20%. Z powyższego wynika, że rezultaty numeryczne otrzymane metodą elementów skończonych dla przypadku

płyt perforowanych można uznać za dostatecznie dokładne do obliczeń inżynierskich.

### Analiza wpływu warunków brzegowych

W tabeli 2 zamieszczono wyniki obliczeń metodą elementów skończonych maksymalnych przemieszczeń i maksymalnych naprężeń redukowanych występujących w centralnej strefie płyty perforowanej w przypadku brzegów swobodnie podpartych i utwierdzonych dla obciążeń  $P$  odpowiednio 400 daN, 600 daN i 800 daN.

Z tabeli 2 wynika, że warunki brzegowe podparcia płyty perforowanej wywierają istotny wpływ na jej wartości przemieszczeń i naprężeń. Przyjęcie utwierdzenia wszystkich brzegów płyty perforowanej w porównaniu z brzegami swobodnie podpartymi powoduje zmniejszenie przemieszczeń w jej centralnej strefie. Dla przyjętych obciążeń  $P = 400$  daN, 600 daN i 800 daN spadki przemieszczeń maksymalnych wynosiły odpowiednio 49,8%, 51,9% i 55,4%.

Natomiast utwierdzenie brzegów płyty perforowanej powoduje wyraźnie zwiększone wartości naprężeń redukowanych w stosunku do płyt z brzegami swobodnie podpartymi. W przypadku obciążeń płyty siłami  $P=400$  daN, 600 daN i 800 daN wzrosty naprężeń redukowanych wynosiły odpowiednio 70,5%, 35,4% i 42,6%.

Obliczenie numeryczne płyt perforowanych metodą elementów skończonych pozwalają uzyskać dokładny rozkład naprężeń na całej badanej powierzchni, szczególnie w obszarach otworów, gdzie występują znaczne gradienty naprężeń. Dla przykładu na rysunkach 7 i 8 przedstawiono rozkłady naprężeń

Tab. 1. Porównanie wyników przemieszczeń i naprężeń redukowanych uzyskanych doświadczalnie i obliczeniowo metodą elementów skończonych dla płyty perforowanej swobodnie podpartej

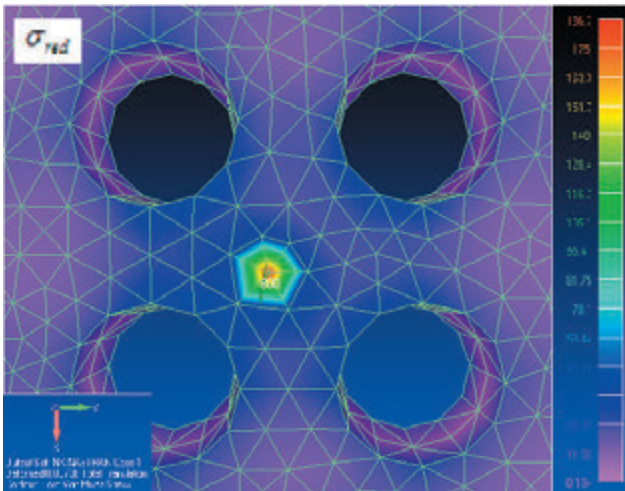
Obciążenie $P$ [daN]	Ugięcie w środku płyty uzyskane:		Błąd względny $\delta u^*$ [%]	Naprężenie redukowane w środku płyty uzyskane:		Błąd względny $\delta \sigma_{red}^{**}$ [%]
	Doświadczalnie $u^d$ [mm]	Obliczeniowo $u^o$ [mm]		Doświadczalnie $\sigma_{red}^d$ [MPa]	Obliczeniowo $\sigma_{red}^o$ [MPa]	
400	0,369	0,373	1,0	46,6	39,16	19,0
600	0,578	0,568	1,8	167,7	140,0	19,8
800	0,792	0,757	4,6	223,6	186,7	19,7

$$* \delta u = \frac{u^o - u^d}{u^o} \cdot 100\%; \quad ** \delta \sigma_{red} = \frac{\sigma_{red}^o - \sigma_{red}^d}{\sigma_{red}^o} \cdot 100\%$$

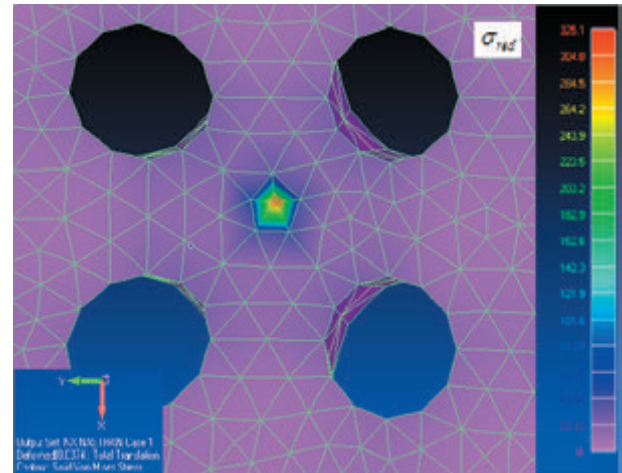
Tab. 2. Wyniki obliczeń maksymalnych przemieszczeń i maksymalnych naprężeń redukowanych (w centralnej strefie płyty perforowanej) w przypadku brzegów swobodnie podpartych i utwierdzonych

Obciążenie $P$ [daN]	Płyta perforowana o brzegach:				Różnica względna	
	Swobodnie podpartych		Utwardzonych		W przemieszczeniach $\delta u^*$ [%]	W naprężeniach $\delta \sigma_{red}^{**}$ [%]
	Przemieszczenie $u^s$ [mm]	Naprężenie redukowane $\sigma_{red}^s$ [MPa]	Przemieszczenie $u^u$ [mm]	Naprężenie redukowane $\sigma_{red}^u$ [MPa]		
400	0,373	39,2	0,249	132,8	49,8	70,5
600	0,568	140,0	0,374	216,8	51,9	35,4
800	0,757	186,7	0,487	325,1	55,4	42,6

$$* \delta u = \frac{u^u - u^s}{u^s} \cdot 100\%; \quad ** \delta \sigma_{red} = \frac{\sigma_{red}^u - \sigma_{red}^s}{\sigma_{red}^u} \cdot 100\%$$



Rys. 7. Rozkład naprężeń redukowanych  $\sigma_{red}$  MPa w centralnej części płyty perforowanej o brzegach swobodnie podpartych i obciążonej siłą skupioną  $P = 800$  daN



Rys. 8. Rozkład naprężeń redukowanych  $\sigma_{red}$  MPa w centralnej części płyty perforowanej o brzegach utwierdzonych i obciążonej siłą skupioną  $P = 800$  daN

redukowanych w środkowej strefie płyty odpowiednio dla brzegów swobodnie podpartych i utwierdzonych obciążonej siłą  $P=800$  daN.

## Wnioski

Na podstawie uzyskanych wyników obliczeń numerycznych i ich analizy można sformułować następujące wnioski:

1. Maksymalne rozbieżności względne w wartościach ugięcia i naprężeń redukowanych uzyskanych metodą elementów skończonych i doświadczalnie, w przypadku obciążenia

pyty perforowanej siłą skupioną  $P$ , przy swobodnym podparciu brzegów, nie przekraczają odpowiednio 4,6% i 19,8%.

2. Wykazano, że sposób podparcia brzegów płyty perforowanej przy tym samym obciążeniu ma decydujący wpływ na rozkład stref koncentracji naprężeń.

3. Utwierdzenie brzegów płyty perforowanej poddanej obciążeniu w jej środku powierzchni siłą skupioną  $P$  powoduje zmniejszenie wartości ugięcia maksymalnego o około 55% i zwiększenie maksymalnego naprężenia redukowanego o około 43%.

## Literatura

- [1] Achtelik H., Gasiak G., Grzelak J., *Wytężenie i nośność płyt perforowanych obciążonych osiowoosymetrycznie. Studia i Monografie*. Z.171, Oficyna Wydawnicza PO, Opole 2005
- [2] Duncan J.P., *The structural efficiency of tube-plates for heat exchangers. Proceedings of Institute of Mechanical Engineers*, Vol.169, 1975, pp. 789-802
- [3] Achtelik H., Gasiak G., Sojka M., *Topografia trwałości zmęczeniowej kwadratowych płyt perforowanych przy obciążeniach cyklicznych. XXI Sympozjum Zmęczenie i Mechanika Pęknięcia, Bydgoszcz - Pieczyska 2006*, ss 13-21
- [4] Minguez J.M., Vogwell J., *Plater with holes under lateral load pressure. Engineering Failure Analysis*, Vol.4, 1998, pp. 299-315
- [5] Achtelik H., Gasiak G., Grzelak J., *Strength tests of axially – symmetric perforated plates in chemical reactors. Part.1. The simulation of stress state; Part 2 Experiments. Int. J. Pres. Ves and Piping*, 2008, Vol. 85, pp. 248-256, pp. 257-264
- [6] Bhattacharya A., Venkat R., *Peak stress multipliers for thin perforated plates with square arrays of circular holes. Int. J. Pres. Ves and Piping*, Vol. 80, 2003, pp. 379-388
- [7] Meijers P., *Refined theory for bending and torsion of perforated plates. Journal of Pressure Vessels Technology*, Vol. 108, 1986, pp. 425-429
- [8] Al-Hassani S.T.S., Karmi K., Webb D.C., *Use of FEM in performance assessment of perforated plates subject to general loading conditions. J. Pres. Ves and Piping*, Vol. 64, 1995, pp. 137-152
- [9] El-Sawy K.M., Nazwy A.A., Mautini M.J., *Elasto-plastic buckling of perforated plates uniaxial compression. Thin – Walled Structures*, Vol. 42, 2004, pp. 1083-1101
- [10] Gasiak G.; Sojka M., *Wytężenie płyt perforowanych. Studia i Monografie*, z.224, Oficyna Wydawnicza PO, Opole 2008