

**PRECYZJA I NIEZAWODNOŚĆ POMIARU ŚRODKÓW RZUTÓW  
W RZECZYWISTYCH AEROTRIANGULACJACH**

**PRECISION AND RELIABILITY OF GPS-COORDINATES OF PROJECTION  
CENTERS IN REAL AERIAL TRIANGULATIONS**

**Jan Ziobro**

Instytut Geodezji i Kartografii, Zakład Fotogrametrii

**SŁOWA KLUCZOWE:** wyrównanie, analiza, blok, GPS/INS, precyzja, niezawodność

**STRESZCZENIE:** Celem badań było określenie precyzji pomiaru środków rzutów uzyskiwanej w rzeczywistych blokach. Drugim celem badań było określenie niezawodności tej grupy pomiarów w aerotriangulacjach dla trzech skal zdjęć lotniczych. Badania oparto na ponownym opracowaniu danych z bloków produkcyjnych przy rygorystycznym przestrzeganiu warunków poprawności wyrównania. Wyrównania poprzedziło przedwyrównawcze wykrywanie błędów grubych i złęgo podziału pomiarów na profile GPS metodą opracowaną przez autora artykułu. Wyniki produkcyjne pochodziły z różnych systemów pomiarowych oraz programów wyrównania i były obciążone szeregiem niedoskonałości dotyczących modelu funkcjonalnego i statystycznego, których ogólną przyczyną były stosowane technologie. Do testowania wybrano 25 bloków w trzech, często stosowanych w Polsce skalach zdjęć lotniczych: 1:13 000, 1:19 000 oraz 1:26 000. Drugą istotną cechą tych bloków było występowanie pomiaru środków rzutów, przeciętnie dla 90% zdjęć w bloku. Liczba zdjęć w blokach wynosiła od 136 do 3402, a łączna liczba zdjęć we wszystkich blokach wyniosła około 30 tys. . Przeciętny błąd średni *a priori* współrzędnej środka rzutów otrzymany z 25 wyrównań wyniósł 10.7 cm. Wartość ta może być stosowana w symulacjach dla optymalizacji aerotriangulacji. Analiza globalnej niezawodności wewnętrznej pomiaru środków rzutów dla poszczególnych skal pokazała, że w blokach o skali zdjęć 1:13 000 pomiary te miały przeciętnie lokalną nadliczbowość: 0.50 dla X, 0.48 dla Y i 0.75 dla Z. Można więc powiedzieć, że niezawodność pomiaru środków rzutów w tych aerotriangulacjach była dobra. Dla tych bloków przeciętne, średnie kwadratowe poprawki wyrównawcze, do wszystkich trzech współrzędnych środka rzutów, stanowiły około 76% przeciętnego błędu średniego *a priori*. Dla skal 1:19 000 i 1:26 000, w 9 na 15 bloków, przeciętna lokalna nadliczbowość współrzędnych poziomych środków rzutów była mniejsza od 0.25. Dobry poziom niezawodności uzyskano tylko dla jednego z bloków. Przeciętna wartość średniej kwadratowej poprawki do współrzędnych poziomych stanowiła tylko około 56% przeciętnego błędu średniego *a priori*.

## **1. WSTĘP**

Poprawność wyrównania sieci zależy od wyboru właściwego modelu funkcjonalnego, od prawidłowego wagowania pomiarów oraz od wyeliminowania omyłek i obserwacji odstających. Spełnienie tych warunków dla aerotriangulacji może być kłopotliwe, gdyż występują tu nawet 4 grupy obserwacji o różnym charakterze i pochodzeniu, a mianowicie:

współrzędne fotopunktów, współrzędne tłowe, współrzędne środków rzutów i kąty nachylenia zdjęć. Grupy te mają często tylko z gruba określone precyzje pomiaru. Utrudnia to prawidłowe wagowanie obserwacji i eliminację obserwacji odstających. Opisany problem szczególnie silnie dotyczy pomiaru środków rzutów, gdyż wykonawcy pomiaru często podają błąd średni pomiaru ze zbyt słabym przybliżeniem lub nie podają go wcale.

Pierwszym celem badań było określenie precyzji pomiaru środków rzutów w rzeczywistych aerotriangulacjach opracowanych w Polsce w ciągu ostatnich kilku lat. Pozwoli to na stosowanie faktycznej precyzji pomiaru środków rzutów w symulacyjnym projektowaniu aerotriangulacji oraz na wprowadzanie do wyrównań bardziej realnego błędu średniego *a priori*, tam gdzie nie został on określony przez wykonawcę pomiaru. Istotne znaczenie dla praktyki ma fakt, że nie wszystkie programy wyrównania używane w kraju obliczają błąd średni *aposteriori* dla poszczególnych grup obserwacji, co uniemożliwia weryfikację wagowania obserwacji.

Drugim celem badań było określenie niezawodności tej grupy pomiarów w aerotriangulacjach dla często wykonywanych w kraju trzech skal zdjęć lotniczych. Niezawodność pomiaru jest drugim, po precyzji, składnikiem dokładności i zbyt niski jej poziom powoduje gorszą wykrywalność i lokalizację błędów grubych. Porównanie przeciętnego poziomu niezawodności pomiaru uzyskanego w rzeczywistych blokach o tej samej skali zdjęć z kryteriami niezawodności, może stanowić przesłankę do wprowadzenia zmian w technologii projektowania aerotriangulacji.

## 2. METODYKA

Określenie precyzji pomiaru współrzędnej środka rzutów oparto na ponownym opracowaniu danych z bloków produkcyjnych przy rygorystycznym przestrzeganiu warunków poprawności wyrównania. Wyniki produkcyjne pochodziły z różnych systemów pomiarowych i programów wyrównania i były obciążone szeregiem niedoskonałości, które głównie wynikały ze stosowanych technologii. Do wad produkcyjnych opracowań można zaliczyć następujące przypadki:

- część z nich wyrównano bez dodatkowych parametrów, co jest niezgodne ze standardami
- stosowano głównie 12-parametrowy model Ebnera; nie było to wadą, ale dla opracowań o większych wymaganiach jest tendencja do stosowania modeli dodatkowych parametrów o większej liczbie
- krótkie profile GPS wyrównywano również z parametrem *drift*, co niepotrzebnie osłabiało sieć
- używana w produkcji przedwyrównawcza weryfikacja pomiarów GPS dla wykrywania omyłek i błędów grubych była oparta na porównaniu różnic przyrostów współrzędnych i nie dawała możliwości wykrycia złego podziału wyników pomiaru na profile GPS
- w części opracowań były użyte programy, które nie miały szacowania błędów średnich *aposteriori* dla poszczególnych grup obserwacji, co nie pozwalało na korygowanie prowadzonych do wyrównania błędów średnich *a priori*

- wykrywanie błędów grubych w dużej części opracowań wykonano tylko na podstawie poprawek do obserwacji, co przy niskim poziomie niezawodności pomiaru środków rzutu było niewystarczające.

Powyższe względy skłoniły autora do ponownego opracowania pomiarów produkcyjnych, które wykonano według następujących zasad:

- do wyrównań użyto programu BINGO z 24-parametrowym modelem dodatkowych parametrów, opartym na pracach H. Bauera, J. Muellera, K. Jacobsena i E. Krucka, który jest autorem programu wyrównania
- przedwyrównawcze sprawdzenie poprawności podziału obserwacji na profile GPS oraz wykrywanie omyłek i błędów grubych, wykonano metodą opracowaną przez autora tego artykułu (Ziobro, 2006). Metoda oparta jest na analizie różnic dwóch niezależnych wyznaczeń: pierwszy to wynik aerotriangulacji bez uwzględnienia pomiaru środków rzutów, a drugi to wynik pomiaru środków rzutu uzyskany podczas nalotu fotogrametrycznego. W metodzie analizowane są różnice odległości między sąsiednimi punktami profilu GPS. Różnice większe niż ich trzykrotny błąd średni są traktowane jako błąd gruby lub jako zmiana wartości *shift* profilu GPS
- krótkie profile GPS wyrównano jedynie z parametrem *shift*
- analizę występowania błędów grubych w sieci przeprowadzono metodą *data snooping* W. Baarda
- w trakcie wyrównań weryfikowano wielkość błędów średnich *a priori* dla poszczególnych grup obserwacji. W wyrównaniach w sposób iteracyjny weryfikowano założone błędy średnie aż do uzyskania 5% zgodności w teście *aposteriori/apriori*, dla wszystkich grup pomiaru
- na podstawie wyników wyrównania bloku określono globalną nadliczbowość X/Y/Z współrzędnej środka rzutów, obliczoną jako przeciętną z wartości lokalnych nadliczbowości.

### 3. OPIS BLOKÓW TESTOWYCH

Do testowania wybrano 25 bloków w trzech skalach zdjęć lotniczych: 1:13 000, 1:19 000 oraz 1:26 000, które były często stosowane w kraju w ciągu ostatnich kilku lat. Drugą istotną cechą bloków było występowanie pomiaru środków rzutów przeciętnie dla 90% zdjęć w bloku. Liczba zdjęć w blokach wynosiła od 136 do 3402, a łączna liczba zdjęć we wszystkich blokach wyniosła około 30 tys.. Fotopunktami w tych blokach były szczegóły terenowe. Bloki o skalach zdjęć 1:13 000 i 1 :26 000 to bardzo duże bloki o prostokątnym kształcie. Bloki o skali zdjęć 1:19 000 cechował nieregularny kształt, o znacznej liczbie załamania granic. Dalsze cechy bloków, przeciętne dla danej skali, zamieszczono w Tab 1.

**Tab 1.** Niektóre cechy bloków przeciętne dla danej skali zdjęć

Skala zdjęć	Liczba bloków	Przeciętna liczba zdjęć przypadająca na jeden fotopunkt	Przeciętny błąd średni <i>a priori</i> współrzędnej fotopunktu [cm]		Przeciętna liczba punktów wiążących na zdjęciu	Przeciętny błąd średni <i>a priori</i> współrzędnej tłowej [μm]
			poziomej	rzędnej		
1	2	3	4	5	6	7
1:13 000	10	12	18	31	37	4.4
1:19 000	4	9	27	32	23	6.5
1:26 000	11	11	46	27	38	5.1

#### 4. WYNIKI

Wyniki wyrównań dotyczące pomiaru środków rzutów zgrupowano w trzech tabelach o numerach 2, 3, 4, dla każdej z wymienionych wcześniej skal zdjęć lotniczych. W kolumnie 4 tych tabel podano zweryfikowany błąd średni *a priori* współrzędnej pomiaru środka rzutów (jednakowy dla trzech współrzędnych), który można utożsamiać z jego precyzją. Wartości te tworzą 25-elementową próbę, dla której określono charakteryzujące ją podstawowe wielkości, (Ney, 1976): średnia z próby – 10.7 cm; odchylenie standardowe – 4.1 cm; rozstęp – 15.1 cm. Ta średnia precyzja może być stosowana jako błąd średni *a priori* pomiaru w badaniach symulacyjnych dla potrzeb projektowania aerotriangulacji, jak również w wyrównaniach, gdy błąd ten nie został określony przez wykonawcę pomiaru.

**Tab 2.** Wyniki wyrównań bloków o skali zdjęć 1:13 000

Lp.	Nazwa bloku	Liczba pomiarów środków rzutów	Błąd średni <i>a priori</i> pomiaru współrzędnej środka rzutów [cm]	Globalna nadliczbowość współrzędnej środka rzutów			Średnia kwadratowa poprawka do współrzędnej środka rzutów [cm]		
				dla X	dla Y	dla Z	dla X	dla Y	dla Z
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	1-68	1924	13.3	0.53	0.54	0.85	11.5	11.3	9.8
2	3-68	1623	15.6	0.76	0.75	0.85	15.5	13.7	12.5
3	4-68	1549	8.1	0.42	0.41	0.76	5.1	7.1	5.1
4	5A-68	846	5.2	0.51	0.49	0.80	3.6	3.7	3.6
5	5B-68	1011	9.2	0.53	0.50	0.83	7.7	7.9	5.8
6	7-68	2006	5.8	0.40	0.38	0.76	3.9	3.8	4.0
7	8-68	1923	8.1	0.42	0.41	0.77	5.8	5.9	5.0
8	9-68	2249	6.4	0.42	0.39	0.72	4.6	4.4	4.0
9	10-30	1392	20.2	0.49	0.44	0.70	15.4	17.6	11.8
10	13-30	1033	10.4	0.47	0.45	0.77	7.1	7.9	7.9
<b>Przeciętnie</b>		-	<b>10.2</b>	<b>0.50</b>	<b>0.48</b>	<b>0.78</b>	<b>8.0</b>	<b>8.3</b>	<b>7.0</b>

**Tab 3.** Wyniki wyrównań bloków o skali zdjęć 1:19 000

Lp.	Nazwa bloku	Liczba pomiarów środków rzutów	Błąd średni <i>a priori</i> pomiaru współrzędnej środka rzutów [cm]	Globalna nadliczbowość współrzędnej środka rzutów			Średnia kwadratowa poprawka do współrzędnej środka rzutów [cm]		
				dla X	dla Y	dla Z	dla X	dla Y	dla Z
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	C-16	268	20.3	0.27	0.27	0.64	10.6	11.9	14.4
2	G-1	303	11.5	0.44	0.43	0.75	8.7	8.0	8.8
3	G-2	136	7.8	0.26	0.29	0.66	4.2	4.5	6.3
4	J-20	359	7.9	0.13	0.12	0.50	3.3	3.3	5.0
<b>Przeciętnie</b>		-	<b>11.9</b>	<b>0.28</b>	<b>0.28</b>	<b>0.64</b>	<b>6.7</b>	<b>6.9</b>	<b>8.6</b>

**Tab 4.** Wyniki wyrównań bloków o skali zdjęć 1:26 000

Lp.	Nazwa bloku	Liczba pomiarów środków rzutów	Błąd średni <i>a priori</i> pomiaru współrzędnej środka rzutów [cm]	Globalna nadliczbowość współrzędnej środka rzutów			Średnia kwadratowa poprawka do współrzędnej środka rzutów [cm]		
				dla X	dla Y	dla Z	dla X	dla Y	dla Z
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	2-1	331	8.1	0.16	0.14	0.56	3.4	3.4	5.3
2	2-2	314	6.9	0.15	0.13	0.54	2.8	2.8	4.7
3	2-a	769	10.4	0.23	0.21	0.64	5.3	5.4	6.9
4	2-b	1510	10.4	0.22	0.20	0.63	5.4	5.5	7.1
5	2-c	1211	8.7	0.18	0.16	0.57	4.1	4.2	5.9
6	3-3	2996	13.3	0.51	0.50	0.78	10.5	10.1	9.7
7	4-7	270	7.5	0.17	0.18	0.60	3.0	3.3	5.9
8	4-a	1261	16.7	0.37	0.34	0.71	10.8	12.6	10.1
9	4-b	2088	10.4	0.22	0.20	0.61	5.4	5.6	6.7
10	4-c2	313	11.5	0.22	0.20	0.60	6.5	5.7	7.5
11	4-d	932	12.7	0.26	0.25	0.66	7.2	7.9	7.8
<b>Przeciętnie</b>		-	<b>10.6</b>	<b>0.24</b>	<b>0.23</b>	<b>0.63</b>	<b>5.9</b>	<b>5.9</b>	<b>7.0</b>

Podział bloków ze względu na skalę zdjęć lotniczych wynika między innymi ze spostrzeżenia, że jeżeli pierwszy składnik dokładności pomiaru środków rzutów – precyzja, jest niezależny od skali, to jej drugi składnik – niezawodność, już jest od niej zależny (Li, et al., 1989). W tabelach, w kolumnach od 5 do 7 podano wartości globalnej nadliczbowości współrzędnych środka rzutów, która jest miarą globalnej wewnętrznej niezawodności. W kolumnach od 8 do 10 zamieszczono średnią kwadratową poprawkę do współrzędnej środka rzutów.

Na podstawie publikacji dotyczących niezawodności sieci (Barrot, et al., 1994; Casaca, 1987; Gruen, 1980; Foerstner, 1985; Kruck, 2006; Prószyński et al., 2002) można w przybliżeniu przyjąć, że obserwacja jest wystarczająco kontrolowana przez inne, gdy wartość lokalnej nadliczbowości jest bliska 0.50 lub gdy jest większa od niej. Wartość

poniżej 0.25 świadczy o niewystarczającej niezawodności pomiaru, a więc o niewysokim poziomie wykrywalności błędów grubych.

Analiza globalnej niezawodności wewnętrznej pomiaru środków rzutów dla poszczególnych skal pokazała, że w blokach o skali zdjęć 1:13 000 pomiary te miały przeciętnie lokalną nadliczbowość: 0.50 dla X, 0.48 dla Y i 0.75 dla Z. Można więc powiedzieć, że niezawodność pomiaru środków rzutów w tych aerotriangulacjach była dobra. Dla tych bloków przeciętne, średnie kwadratowe poprawki wyrównawcze, do wszystkich trzech współrzędnych środka rzutów, stanowiły około 76% przeciętnego błędu średniego *a priori* (ostatni wiersz w Tab 2).

Inaczej ma się to w blokach o skalach zdjęć 1:19 000 i 1:26 000. Wyniki zamieszczone w Tab 3 i Tab 4 pokazały, że w 9 na 15 bloków przeciętna lokalna nadliczbowość współrzędnych poziomych środków rzutów była mniejsza od 0.25. Dobry poziom niezawodności uzyskano jedynie w bloku 3-3 (wiersz 6 w Tab 4). Przyczynami lepszej niezawodności pomiaru w tym bloku w stosunku do pozostałych, są: większa precyzja współrzędnych fotopunktów oraz liczniejsze i lepsze wiązania między szeregami zdjęć. Przeciętna wartość średniej kwadratowej poprawki do współrzędnych poziomych środków rzutów stanowiła tylko około 56% przeciętnego błędu średniego *a priori* (ostatnie wiersze w Tab 3 i Tab 4).

## 5. PODSUMOWANIE

Przeciętna precyzja pomiaru współrzędnych środków rzutów w aerotriangulacjach wykonanych w kraju w ciągu ostatnich kilku lat wynosi 10.7 cm. Ta średnia precyzja, uzyskana na podstawie dość licznej próby zbadanych bloków, może być stosowana jako błąd średni *a priori* pomiaru w badaniach symulacyjnych dla potrzeb projektowania aerotriangulacji, jak również w wyrównaniach, gdy błąd ten nie został określony przez wykonawcę pomiaru.

Badania pokazały również, że globalna niezawodność wewnętrzna pomiaru jest dobra w aerotriangulacjach bloków o skali zdjęć 1:13 000. W aerotriangulacjach bloków o skalach zdjęć 1:19 000 i 1:26 000 niezawodność współrzędnych poziomych środków rzutów była w wielu przypadkach niewystarczająca i należy zmodyfikować warunki dla projektowania aerotriangulacji w tych skalach zdjęć.

## 6. LITERATURA

- Barrot D., Colomina I., Termens A., 1994, Reliability of block triangulation with GPS aerial control, *ISPRS Commission III Symposium: Spatial Information from Digital Photogrammetry and Computer Vision*, pp.35-42.
- Casaca J., 1987, A reliability criterion for geodetic network design, *Zeszyty Naukowe, Akademia Górniczo-Hutnicza, Geodezja* 95, pp. 55-60.
- Foerstner W., 1985, The reliability of block triangulation, *Photogrammetric Engineering & Remote Sensing*, Vol. LI, 8, August 1985, pp. 1137-1149.
- Gruen A., 1980, Precision and reliability aspects in close-range photogrammetry. *Int. Arch. Photogrammetry*, 11(23B), pp. 378-391.
- Kruck E., 2006, *Bingo 5.3 User's Manual*, Geoinformatics & Photogrammetric Engineering.

- Li D., Shan, J., 1989, Quality analysis of bundle block adjustment with navigation data, *Photogrammetric engineering and remote sensing, December 1989*, pp. 1743-1746.
- Ney B., 1976, *Metody statystyczne w geodezji*, Akademia Górniczo-Hutnicza im. Stanisława Staszica, w Krakowie.
- Prószyński W., Kwaśniak M., 2002, *Niezawodność sieci geodezyjnych*, Oficyna Wydawnicza Politechniki Warszawskiej.
- Wiśniewski Z., 2005, *Rachunek wyrównawczy w geodezji (z przykładami)*, Wydawnictwo Uniwersytetu Warmińsko-Mazurskiego, w Olsztynie.
- Ziobro J., 2006, Przedwyrównawcze wykrywanie błędów grubych w pomiarze środków rzutów dla aerotriangulacji, *Archiwum Fotogrametrii, Kartografii i Teledetekcji*, Vol. 16, pp. 609-618.

### PRECISION AND RELIABILITY OF GPS-COORDINATES OF PROJECTION CENTERS IN REAL AERIAL TRIANGULATIONS

KEY WORDS: Adjustment, Analysis, Block, GPS/INS, Precision, Reliability

**SUMMARY:** The aim of this study was to determine the precision of GPS-coordinates of projection centres obtained in real blocks. Another goal of the work was to estimate the reliability of this group of measurements in aerial triangulations for three scales of aerial photographs. The study was based on renewed data preparation from production blocks, strictly obeying conditions of correctness of adjustment. The adjustment was preceded by the pre-adjustment detection of gross errors and bad assignment of measurements into GPS profiles, using a method developed by the author. Production results were derived from various measurement systems and adjustment software; they were characterized by numerous imperfections concerning functional and statistical model, generally resulting from the applied technologies. A set of 25 blocks was selected for testing, including three scales of aerial photographs: 1:13 000, 1:19 000 and 1:26 000, most frequently used in Poland. The presence of the projection centre measurements (on the average for 90% of photographs in the block) was the second important feature of selected blocks. The number of photographs in one block varied from 136 to 3402, and the total number of photographs in all blocks was about 30 000. A priori standard deviation of GPS-coordinates, obtained from 25 adjustments, reach 10.7 cm on the average. This value can be used in simulations for optimisation of aerial triangulation. Analysis of global internal reliability of GPS-coordinate for particular scales revealed that, in blocks of photographs at scale 1:13 000, the average redundancy component reached 0.50 for X, 0.48 for Y and 0.75 for Z coordinate. Therefore, it can be concluded that the reliability of GPS-coordinates of projection centres in these aerial triangulations was good. For these blocks, RMS residual of GPS-coordinates reached 76 % of the a priori standard deviation, on the average. For scales 1:19 000 and 1:26 000, in 9 out of 15 blocks the global redundancy component of horizontal GPS-coordinates was lower than 0.25. Good level of reliability was obtained only for one block. For these blocks RMS residual of horizontal GPS-coordinates reached 56 % of the a priori standard deviation, on the average.

Dr inż. Jan Ziobro  
e-mail: ziobro@igik.edu.pl