

Jacek SKOWRON

Politechnika Krakowska, Instytut Pojazdów Szynowych
al. Jana Pawła II 37, 31-864 Kraków
E-mail: jskowron@mech.pk.edu.pl

Modele analityczne kolejowego liniowego hamulca wiroprowadowego

1 Wstęp

Już kilkanaście lat mija od wprowadzenia do eksploatacji w taborze kolejowym liniowego hamulca wiroprowadowego przez koleje niemieckie w pociągu ICE-3 [1, 2]. Dotychczasowe doświadczenia są bardzo obiecujące i firma Knorr Bremse, która jest producentem tego hamulca, stale go udoskonala. Hamulec ten składa się z płozy umieszczonej nad główką szyny, między zestawami kołowymi wózka pojazdu, zawierającej poprzecznie (względem szyny) umieszczone bieguny o przemiennej biegunowości, które wytwarzają stałe pole magnetyczne, wzbudzając w przemieszczającej się szynie prądy wirowe. Z uwagi na konieczność zapewnienia stałej odległości między płozą hamulca a szyną, belka (o bardzo sztywnej konstrukcji ramowej, na której mocowana jest płoza hamulca) zawieszona jest bezpośrednio na osiach zestawów kołowych wózka. Stąd masa układu płoza – belka jest masą nieusprężynowaną, która niekorzystnie wpływa na zawieszenie pojazdu. Hamulec ten wytwarza praktycznie stałą siłę hamującą (składowa pozioma siły ponderomotorycznej) w zakresie od początkowej prędkości hamowania do końcowej, wynoszącej około 60 km/h, przy której jest wyłączany. Wyłączenie jest konieczne ze względu na niebezpieczny dla konstrukcji wózka i hamulca wzrost pionowej siły działającej na płozę hamulca i szynę. Hamulec ten posiada szereg korzystnych cech, takich jak: niezależność od przyczepności kół, brak zużywania się płozy, oddawanie energii w czasie hamowania do szyn, cicha praca i możliwość wykorzystywania go do hamowania służbowego. Zasadniczą wadą tego hamulca jest konieczność stosowania dużych mocy do jego zasilania i łączące się z tym nagrzewanie uzwojeń wzbudnika, a ponadto niebezpieczne nagrzewanie się szyn kolejowych oraz zakłócenia w działaniu urządzeń sygnalizacji ruchu kolejowego. Problem nadmiernego nagrzewania szyn rozwiązano przez wprowadzenie zasady polegającej na rozmieszczeniu hamulców wiroprowadowych tylko na wózkach napędnych, natomiast wózki toczne wyposażono w hamulce tarczowe. Taka metoda pozwala na dwukrotne zwiększenie odległości między hamulcami wiroprowadowymi, co wystarcza do bezpiecznego zmniejszenia temperatury szyn.

Mimo wyżej wymienionych wad hamulec ten jest praktycznie jedynym dodatkowym hamulcem, który może zapewnić skuteczne hamowanie przy bardzo dużych prędkościach jazdy. Ponadto zwiększa on skuteczność hamulców przyczepnościowych przez zwiększenie nacisków kół na szynę w wyniku działania siły uciążu magnetycznego (składowej pionowej siły ponderomotorycznej).

2 Modele analityczne hamulca wiroprowadowego

Zasadniczym problemem w rozpatrywanych modelach hamulca wiroprowadowego jest zagadnienie wyznaczenia rozkładu pola elektromagnetycznego w szczelinie powietrznej hamulca oraz szynie kolejowej i płozie. Analizę prowadzono przy użyciu dwóch modeli matematycznych hamulca, tzw. modelu grubopłytkowego i modelu cienkopłytkowego [3]. W modelu cienkopłytkowym założono, że warstwa wierzchnia szyny, w której płynie prąd wirowy, jest nieskończenie cienka. Natomiast w modelu grubopłytkowym przyjęto, że grubość tej warstwy jest skończona i równa głębokości wnikania prądu wirowego w szynę. Rozpatrywanie obu modeli do analizy daje możliwość sprawdzenia ich przydatności do obliczeń konstrukcyjnych hamulca.

Symbole użyte w artykule: A - magnetyczny potencjał wektorowy, A^* - wektor sprzężony, \mathcal{O} - prąd liniowy, t - czas, v - prędkość, γ - przewodność elektryczna, Δ - grubość warstwy, w której płynie prąd, δ - wysokość szczeliny powietrznej, μ - przenikalność magnetyczna, τ - podziałka biegunowa.

2.1 Model grubopłytkowy

Równania elektrodynamiczne Maxwella opisujące wolno poruszający się ferromagnetyk w polu magnetycznym mogą być połączone, dając na wynik jedno równanie różniczkowe cząstkowe na magnetyczny potencjał wektorowy:

$$\nabla^2 A = \mu\gamma \left(\frac{\partial A}{\partial t} - v \times \nabla A \right). \quad (1)$$

Rozwiązanie równania (1) opisujące model przestrzenny liniowego hamulca wiroprowadowego jest skomplikowane i nie będzie rozpatrywane. Geometryczny kształt hamulca uzasadnia wprowadzenie uproszczeń, które umożliwiają zastąpienie modelu trójwymiarowego quasi-jednowymiarowym modelem pokazanym na rysunku 1.

Model ten został rozpatrzony przy następujących założeniach:

- plyta (szyna kolejowa) i konstrukcja bieguna są rozważane jako nieskończenie szerokie w kierunku osi z , tak że wszystkie zmienne stają się niezależne od z ,
- wszystkie prądy płyną zgodnie z kierunkiem osi z ,
- uzwojenia wzbudzenia i bieguny wydane są zastąpione przez nieskończenie cienką warstwę prądu liniowego, który jest dobrany w ten sposób, że wzbudza tak samo pole jak oryginalne uzwojenie wzbudzenia hamulca,
- materiał biegunów i płyty (szyny kolejowej) wykazuje skończoną przenikalność magnetyczną i skończoną przewodność elektryczną,
- hamulec w kierunku osi x przyjęto jako nieskończenie długi, stąd wzdłużne efekty są pominięte,
- w rozważanym modelu płoża hamulca porusza się ze stałą prędkością v zgodnie z kierunkiem osi x .

Zgodnie z powyżej przyjętymi założeniami, magnetyczny potencjał wektorowy ma tylko jedną składową $A = A_z$. Stąd dla quasi-jednowymiarowego modelu, przedstawionego na rysunku 1, magnetyczny potencjał wektorowy w szczelinie

powietrznej i wierzchniej warstwie szyny kolejowej (o grubości Δ) wyrazi się odpowiednio wzorami:

$$A_{II}(x, y, t) = -i \frac{2\mu_0\mu_1}{(\mu_0 + \mu_1)\alpha} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\Theta_{2n-1}}{S_{2n-1}} \{ \cosh[(2n-1)q\Delta] \cosh[(2n-1)(y-\delta)\alpha] - u \sinh[(2n-1)(y-\delta)\alpha] \sinh[(2n-1)q\Delta] \} e^{i\alpha(2n-1)(x+vt)}, \quad (2)$$

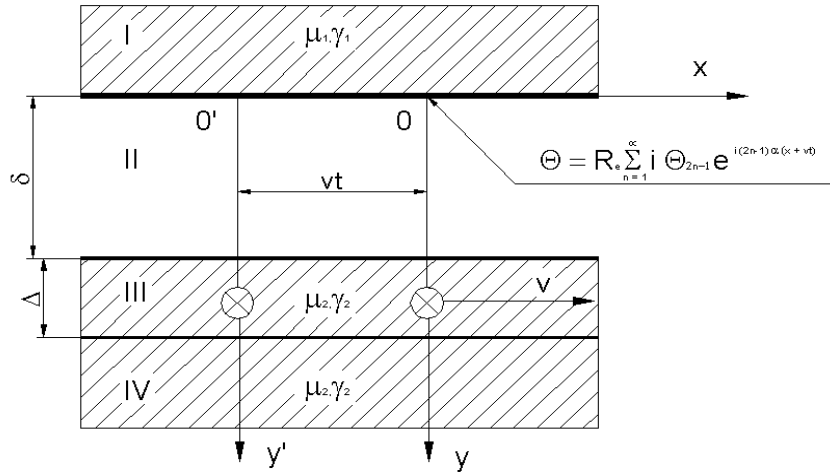
$$A_{III}(x, y, t) = -i \frac{2\mu_0\mu_1}{(\mu_0 + \mu_1)\alpha} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\Theta_{2n-1}}{S_{2n-1}} \{ \cosh[(2n-1)(y-\delta-\Delta)q] \} e^{i\alpha(2n-1)(x+vt)} \quad (3)$$

gdzie:

$$S_{2n-1} = \{ \cosh[(2n-1)q\Delta] + uq \sinh[(2n-1)q\Delta] \} \{ \sinh[(2n-1)\alpha\delta] + m \{ \cosh[(2n-1)\alpha\delta] + \cosh[(2n-1)q\Delta] - uq \sinh[(2n-1)q\Delta] \} \{ \cosh[(2n-1)\alpha\delta] - \sinh[(2n-1)\alpha\delta] \},$$

$$u = \frac{\mu_0}{\mu_2\alpha}, \quad m = \frac{\mu_0 - \mu_1}{\mu_0 + \mu_1}, \quad q^2 = \alpha^2 + i\mu_2\gamma_2v,$$

$$\alpha = \frac{\pi}{\tau}.$$



Rys. 1. Model fizyczny hamulca wiropłytkowego – grubopłytkowy
Fig. 1. The physical model of eddy current brake – thick plate model

Otrzymany rozkład pola magnetycznego w szynie kolejowej w czasie pracy hamulca wiroprowadowego pozwala na wyznaczenie siły hamującej działającej na płożę hamulca. W tym celu przekształcono wzór Ampera do postaci:

$$F_x = -\frac{\gamma_2}{2} \int_{-\tau}^{\tau} \int_{\delta}^{\delta+\Delta} \operatorname{Re} \left(\frac{\partial A_{III}}{\partial t} \frac{\partial A_{III}^*}{\partial x} \right) dy dx, \quad (4)$$

stąd:

$$F_x = -\frac{\mu_0^2 \mu_1 \gamma_2 \tau v}{(\mu_0 + \mu_1) ab} \sum_{n=1}^{\infty} \Theta_{2n-1}^2 \frac{b \sinh[(2n-1)2\alpha\Delta] + a \sinh[(2n-1)2\alpha\Delta]}{S_{a_{2n-1}} + S_{b_{2n-1}} + S_{c_{2n-1}}}, \quad (5)$$

gdzie:

$$S_{a_{2n-1}} = u^2 (a^2 + b^2) \left\{ \cosh[2(2n-1)a\Delta] - \cos[2(2n-1)b\Delta] \right\} / 2 + \\ + \left\{ \cos[2(2n-1)b\Delta] + \cosh[2(2n-1)a\Delta] \right\} / 2 + u \left\{ a \sinh[2(2n-1)a\Delta] - b \sin[2(2n-1)b\Delta] \right\} \times \\ \times \left\{ \cosh[2(2n-1)\alpha\delta] + \sinh[2(2n-1)\alpha\delta] \right\},$$

$$S_{b_{2n-1}} = m \left\{ \cos[2(2n-1)b\Delta] + u^2 (a^2 + b^2) \left\{ \cos[2(2n-1)b\Delta] - \cosh[2(2n-1)a\Delta] \right\} + \right. \\ \left. + \cosh[2(2n-1)a\Delta] \right\},$$

$$S_{c_{2n-1}} = m^2 \left\{ \cos[2(2n-1)b\Delta] - \cosh[2(2n-1)a\Delta] + u^2 (a^2 + b^2) \left\{ \cosh[2(2n-1)a\Delta] - \right. \right. \\ \left. \left. - \cos[2(2n-1)b\Delta] \right\} + 2u \left\{ b \sin[2(2n-1)b\Delta] - a \sinh[2(2n-1)a\Delta] \right\} \right\} \times \\ \times \left\{ \cosh[2(2n-1)\alpha\delta] - \sinh[2(2n-1)\alpha\delta] \right\} / 2,$$

$$a_1 = -\alpha^2, \quad b_1 = \sqrt{\alpha^4 + (\mu_2^2 \gamma_2^2 \alpha^2 v^2)}, \quad a = \frac{(a_1 + b_1) \sqrt{(a_1 - b_1)}}{\mu_2 \gamma_2 \alpha v \sqrt{2}}, \quad b = \frac{a_1 - b_1}{\sqrt{2}}.$$

Równanie (5) stanowi analityczne wyrażenie na siłę hamującą działającą na parę biegunów hamulca o jednostkowej szerokości. Zależność ta pozwala na wyznaczenie siły hamującej w funkcji prędkości generowanej przez hamulec liniowy w procesie hamowania.

Na jednorodny element ferromagnetyczny (jakim jest szyna kolejowa) poruszający się w stacjonarnym polu magnetycznym działa siła ponderomotoryczna. Składowe tej siły to podana wyżej siła Ampera (4) oraz siła uciągu magnetycznego opisana wzorem Maxwella, która w rozpatrywanym przypadku ma postać:

$$F_y = -\frac{1}{2\mu_0} \int_{-\tau}^{\tau} (\operatorname{Rot} A_{II})^2 dx, \quad (6)$$

stąd:

$$F_y = -\frac{2\mu_0\mu_1^2\tau}{(\mu_0 + \mu_1)^2} \sum_{n=1}^{\infty} \Theta_{2n-1}^2 \frac{S_{d_{2n-1}}^2 + S_{e_{2n-1}}^2}{(S_{a_{2n-1}} + S_{b_{2n-1}} + S_{c_{2n-1}})^2}, \quad (7)$$

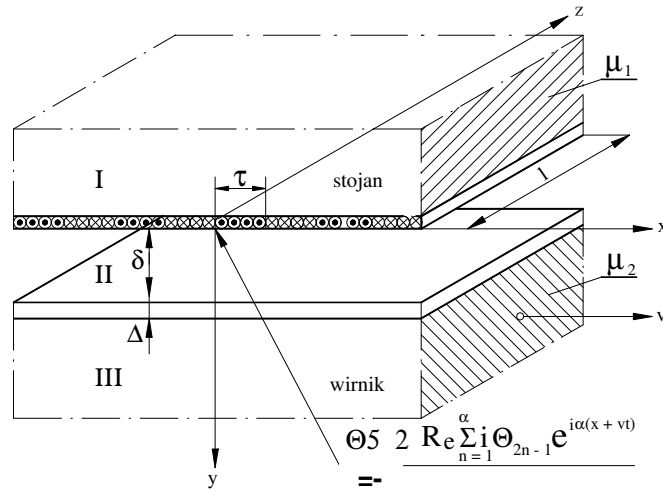
gdzie:

$$S_{d_{2n-1}} = m\{ua \sinh[2(2n-1)a\Delta] - ub \sin[2(2n-1)b\Delta] - \cos[2(2n-1)b\Delta] - \cosh[2(2n-1)a\Delta]\} \\ \times \{\cosh[(2n-1)\alpha\delta] - \sinh[(2n-1)\alpha\delta]\} / 2 + \{ub \sin[2(2n-1)b\Delta] - ua \sinh[2(2n-1)a\Delta] \\ - \cos[2(2n-1)b\Delta] - \cosh[2(2n-1)a\Delta]\} \{\cosh[(2n-1)\alpha\delta] + \sinh[(2n-1)\alpha\delta]\} / 2, \\ S_{e_{2n-1}} = um\{b \sinh[2(2n-1)a\Delta] + a \sin[2(2n-1)b\Delta]\} \{\cosh[(2n-1)\alpha\delta] - \sinh[(2n-1)\alpha\delta]\} / 2 \\ - u \cos[(2n-1)b\Delta] \cosh[(2n-1)a\Delta] \{a \cosh[(2n-1)a\Delta] \sin[(2n-1)b\Delta] \\ + b \cos[(2n-1)b\Delta] \sinh[(2n-1)a\Delta]\} \{\cosh[(2n-1)\alpha\delta] + \sinh[(2n-1)\alpha\delta]\}.$$

Zależności (5) i (7) stanowią analityczne wyrażenia na składowe siły ponderomotorycznej oddziałujące na parę biegunów hamulca o jednostkowej szerokości. Zależności te pozwalają na wyznaczenie odpowiednio: siły hamującej i siły uciążu magnetycznego w funkcji prędkości, wywiązywanych przez hamulec liniowy w procesie hamowania.

2.2 Model cienkopłytkowy

W modelu cienkopłytkowym (rys. 2) przyjęto identyczne założenia upraszczające jak w modelu powyżej, ale warstwa wierzchnia szyny o grubości Δ , w której płynie prąd wirowy, jest nieskończenie cienka i posiada przewodność elektryczną nieskończenie wielką.



Rys. 2. Model fizyczny hamulca wiropiędowego – cienkopłytkowy

Fig. 2. The physical model of eddy current brake – thin plate model

Stąd, przy tych założeniach dla quasi - jednowymiarowego modelu, magnetyczny potencjał wektorowy A_z w szczelinie powietrznej wyrazi się odpowiednio wzorami:

$$A_{II} = A_{II}^p + A_{II}^w, \quad (8)$$

gdzie:

$$A_{II}^p = i \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\mu_0 \theta_{2n-1}}{\alpha} \left\{ \frac{\cosh[(2n-1)\alpha y]}{k_{2n-1}} - \left(1 - \frac{\mu_0}{\mu_1 k_{2n-1}}\right) \sinh[(2n-1)\alpha y] \right\} e^{i(2n-1)\alpha x}, \quad (9)$$

$$A_{II}^w = i \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\mu_0 \theta'_{2n-1}}{\alpha} \left\{ \frac{\cosh[(2n-1)\alpha(y-\delta)]}{k'_{2n-1}} + \left(1 - \frac{\mu_0}{\mu_2 k'_{2n-1}}\right) \sinh[(2n-1)\alpha(y-\delta)] \right\} e^{i(2n-1)\alpha x}, \quad (10)$$

gdzie:

$$\theta'_{2n-1} = - \sum_{n=1}^{\infty} \gamma \mu_0 \theta_{2n-1} \left\{ \frac{\cosh[(2n-1)\alpha\delta]}{k_{2n-1}} - \left(1 - \frac{\mu_0}{\mu_1 k_{2n-1}}\right) \sinh[(2n-1)\alpha\delta] \right\} \frac{k'_{2n-1}}{\mu_0 \nu - i k'_{2n-1} r},$$

gdzie:

$$k_{2n-1} = \frac{\mu_0}{\mu_1} + \frac{\mu_2 \sinh[(2n-1)\alpha\delta] + \mu_0 \cosh[(2n-1)\alpha\delta]}{\mu_2 \cosh[(2n-1)\alpha\delta] + \mu_0 \sinh[(2n-1)\alpha\delta]},$$

$$k'_{2n-1} = \frac{\mu_0}{\mu_2} + \frac{\mu_1 \sinh[(2n-1)\alpha\delta] + \mu_0 \cosh[(2n-1)\alpha\delta]}{\mu_1 \cosh[(2n-1)\alpha\delta] + \mu_0 \sinh[(2n-1)\alpha\delta]},$$

$$r = \lim_{\Delta \rightarrow 0} \lim_{\gamma \rightarrow \infty} (\gamma \Delta)^{-1}.$$

Stąd składowa pozioma siły ponderomotorycznej wynosi:

$$F_x = - \int_{-\tau}^{\tau} \operatorname{Re} \left(\theta \frac{\partial A_{II}^{w*}}{\partial x} \right) dx, \quad (11)$$

natomiast składową pionową siły ponderomotorycznej otrzymamy z zależności:

$$F_y = - \frac{1}{2\mu_0} \int_{-\tau}^{\tau} \left[\int_0^l (\operatorname{Re} \operatorname{Rot} A_{II})^2 dz \right] dx. \quad (12)$$

Zależności (11) i (12) stanowią analityczne wyrażenia na składowe siły ponderomotorycznej działające na parę biegunów hamulca o jednostkowej szerokości. Wzory te pozwalają na wyznaczenie odpowiednio: siły hamującej i siły uciążu magnetycznego w funkcji prędkości, generowanych przez hamulec liniowy w procesie hamowania. Model cienkopłytkowy stanowi uproszczoną formę modelu grubopłytkowego i został wyprowadzony w inny sposób niż model grubopłytkowy, natomiast uzyskiwane wyniki badań z obu modeli potwierdzają ich poprawność.

3 Badania porównawcze obu modeli

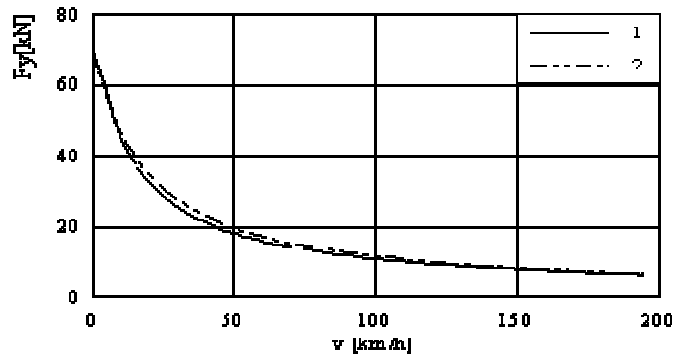
W celu przeprowadzenia badań porównawczych obu zaprezentowanych wyżej modeli przyjęto do obliczeń następujące dane:

$$\mu_1 = 100, \mu_2 = 50, \theta = 2,3 \cdot 10^5 \text{ A/m}, l = 0,07 \text{ m}, \tau = 0,18 \text{ m}, \delta = 0,006 \text{ m},$$

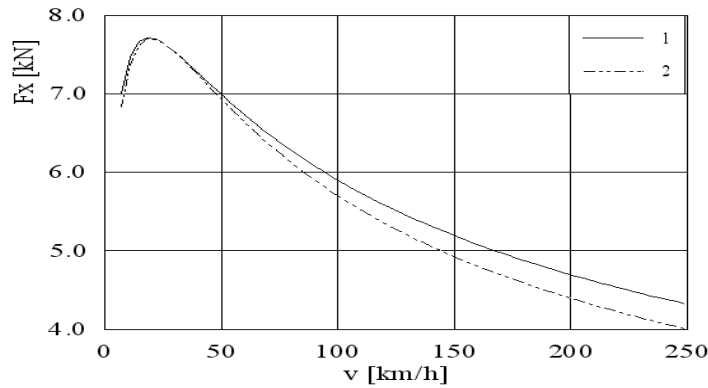
$$\gamma = 2,3 \cdot 10^6 \text{ 1/\Omega m}, p = 3 \text{ (liczba par biegunów)}.$$

Na rysunku 3 przedstawiono siłę uciągu magnetycznego w funkcji prędkości wyznaczoną według wzoru (6) krzywa numer 1 oraz wzoru (12) krzywa numer 2.

Uzyskane wyniki są bardzo zbliżone i wskazują na dużą zbieżność obu modeli. Z kolei na rysunku numer 4 zaprezentowano wyniki obliczeń siły hamującej funkcji prędkości uzyskane z równania (5) krzywa numer 1 oraz wzoru (11) krzywa numer 2. Podobnie jak dla siły uciągu magnetycznego uzyskana siła hamująca z obu modeli jest bardzo zbliżona. Niewielkie różnice wynikają z założeń upraszczających.



Rys.3. Siła uciągu magnetycznego w funkcji prędkości
 Fig.3. The magnetic pulling force as function of velocity



Rys.4. Siła hamująca w funkcji prędkości
 Fig.4. The braking force as function of velocity

4 Wnioski

Uwzględnienie w przeprowadzonej analizie siły uciągu elektromagnetycznego umożliwia uzyskanie znacznie pełniejszego obrazu pracy hamulca wiroprądowego. Istotna jest też znajomość wzajemnej relacji siły hamującej i siły uciągu elektromagnetycznego w funkcji prędkości do prawidłowej oceny pracy hamulców, wykorzystujących przyczepność między kołem a szyną. Znajomość tych charakterystyk jest równocześnie podstawą analizy pracy całego układu hamulcowego. Konstruowanie hamulca bez uwzględnienia tej siły (z uwagi na jej znaczną wartość i zależność od prędkości) nie daje poprawnych wyników. Ponadto zaprezentowane modele hamulca wiroprądowego umożliwiają prowadzenie symulacji komputerowej pozwalającej analizować pracę całego układu hamulcowego pojazdu. Otrzymane wyniki badań z obu przedstawionych wyżej modeli nie są w pełni ze sobą zgodne. Wynika to z przyjętych założeń upraszczających.

Literatura

1. Graber J., Kinze M., Kinze L.: *Experiences with the operation of the linear eddy – current brake (LEB) in the ICE3 with respect to the interaction between LEB and infrastructure*. World Congress on Railway Research 2003
2. Meier Credner W., Graber J.: *The Linear Eddy-Current Brake on the ICE3*. *Eisenbahn Technische Rundschau* H 6, 2000
3. Skowron J.: *Wpływ ugięcia belki mocującej hamulec wiroprądowy na jego charakterystykę*. *XIV Konferencja Naukowa Pojazdy Szynowe*, Kraków–Arlamów 2000
4. Skowron J.: *Mathematical model of linear eddy current brake unstable motion of the vehicle*. *Czasopismo Techniczne*, 5/M, Kraków 1995
- a) 5. Bogacz R., Grzyb A., Skowron J.: *On dynamical phenomena during operation of linear eddy current brake in the rail vehicles*. *Journal of Technical Physics*, Vol. XXXV No. 1 -2, Warszawa 1994

Streszczenie

W artykule zaprezentowano dwa modele hamulca wiropądowego, tzw. model cienko – płytowy i model grubopłytowy. Model cienkopłytowy stanowi uproszczoną formę modelu grubopłytowego, ale został opracowany w inny sposób. Otrzymane obliczenia z badań obu modeli potwierdzają ich poprawność. Wyniki pozwalają stwierdzić, że przedstawiona metoda badań jest wiarygodna i może być stosowana przy projektowaniu hamulców wiropądowych.

Słowa kluczowe: hamulce kolejowe, hamulce wiropądowe, modelowanie

The Analytical Models of Linear Eddy Current Brake

Summary

In the paper two models of eddy current brake have been presented, the so called thin plate and thick plate model. The thin plate model forms simplified form of thick plate model but has been elaborated in different way. The obtain results from investigations of both models confirm their correctness. The results enable statement, that the presented method of investigations is reliable and can be applied in design of eddy current brakes.

Keywords: railway brakes, eddy current brakes, modeling

