

PRZEDZIAŁOWA POSTAĆ WYNIKU POMIARU JAKO PODSTAWA WYRAŻANIA NIEDOKŁADNOŚCI W SYSTEMACH POMIAROWO-STERUJĄCYCH

Jerzy JAKUBIEC¹, Marek WYMYSŁO²

1. Politechnika Śląska, Wydział Elektryczny
tel.: 32 237 12 41 e-mail: Jerzy.Jakubiec@polsl.pl
2. Politechnika Śląska, Wydział Elektryczny
tel.: 32 237 20 05 e-mail: Marek.Wymyslo@polsl.pl

Streszczenie: W artykule opisano koncepcję przedziałowego wyrażania wyniku pomiaru oraz jego niepewności w sposób specyficzny dla systemów pomiarowo-sterujących. Niepewność rozumiana jest tu jako parametr błędu wyniku pomiaru interpretowanego w kategoriach probabilistycznych. Wyrażanie wyniku w postaci przedziału przedstawiono na przykładach obliczanych symulacyjnie przy użyciu metody Monte Carlo.

Słowa kluczowe: system czasu rzeczywistego, błąd pomiaru, niepewność wyniku pomiaru, metoda Monte Carlo.

1. WSTĘP

Podstawową cechą procesu pomiaru jest występowanie różnicy między liczbą uzyskiwaną w efekcie realizacji pomiaru a prawdziwą wartością wielkości mierzonej. Współcześnie, jako liczbowe określenie tej cechy, stosowana jest niepewność [1], będąca miarą losowego rozrzutu wyników pomiaru możliwych do uzyskania dla tej samej wartości wielkości mierzonej w tych samych warunkach. Szybko rosnący obszar zastosowań systemów pomiarowo-sterujących powoduje, że stosowana definicja niepewności nie spełnia wszystkich wymagań tego rodzaju systemów. Lepszym rozwiązaniem dla celów opisu wyniku pomiaru jest wykorzystanie przedziału liczbowego zamiast jednej liczby reprezentującej niepewność.

Przedział niepewności jest określany na podstawie probabilistycznego opisu błędu. W duchu definicji niepewności podanej w przewodniku [5] można przyjąć, że granice tego przedziału, oznaczane symbolami \underline{u} i \bar{u} odpowiednio dla dolnej i górnej jego granicy, są definiowane przy użyciu wyrażenia:

$$P\{\underline{u} \leq e \leq \bar{u}\} = p, \quad (1)$$

które oznacza, że prawdopodobieństwo P takiego zdarzenia, że realizacja błędu e znajdzie się w przedziale niepewności $[\underline{u}, \bar{u}]$ wynosi p , przy czym na ogół przyjmuje się $p = 0,95$.

Z analizy procesu pomiaru wynika, że błąd pojedynczego wyniku pomiaru można zapisać jako [2]:

$$e = x - \bar{x} \quad (2)$$

dla surowego wyniku pomiaru lub, gdy została wyznaczona estymata wielkości mierzonej, jako:

$$e = x - \hat{x} \quad (3)$$

W obu wzorach (2) i (3) symbolem x oznaczono nieznaną prawdziwą wartość wielkości mierzonej. Symbol \bar{x} we wzorze (2) oznacza surowy wynik pomiaru uzyskany jako mianowane wskazanie narzędzia pomiarowego. Natomiast \hat{x} jest symbolem estymaty wielkości mierzonej, która jest liczbą najbliższą wartości prawdziwej, w sensie określonego kryterium probabilistycznego, z liczb możliwych do uzyskania w określonych warunkach pomiarowych. W praktyce oznacza to, że estymatę uzyskuje się przez usunięcie z wyniku surowego wszystkich składowych systematycznych w sposób opisany w dalszej części pracy.

Z wyrażenia (1) wynika, że granice przedziału niepewności są parametrami rozkładu błędu, przy czym można wskazać wiele sposobów obliczania tych granic [1,2,3]. Jednak najprostsza w praktyce i zarazem logicznie uzasadniona wydaje się koncepcja, zgodnie z którą prawdopodobieństwo wystąpienia błędu poza przedziałem niepewności $[\underline{u}, \bar{u}]$ jest jednakowe dla wartości błędu leżących z lewej i prawej strony tego przedziału i wynosi $p/2$. Zgodnie z tym, dla znanej funkcji gęstości prawdopodobieństwa $g(e)$ błędu pomiaru, dolna granica przedziału może być wyznaczona na podstawie zależności:

$$\int_{-\infty}^{\underline{u}} g(e) de = \frac{1-p}{2}, \quad (4)$$

a jego górna granica jako:

$$\int_{\bar{u}}^{\infty} g(e) de = \frac{1-p}{2}. \quad (5)$$

2. WYNIK POMIARU W POSTACI PRZEDZIAŁOWEJ

Przedział niepewności określa rozrzut wartości błędu losowego, a tym samym rozrzut wyniku pomiaru związany z tym błędem. Natomiast pełną informację o wyniku stanowi

jego zapis w postaci przedziałowej. Zgodnie z definicją (2) zachodzi:

$$x = \bar{x} + e_c, \quad (7)$$

gdzie \bar{x} oznacza surowy wynik pomiaru, który obejmuje także składowe o charakterze systematycznym. Takie same składowe występują w wartościach błędu, który dla wyróżnienia oznaczono literą c w indeksie. Zgodnie z (7), po wykonaniu pojedynczego pomiaru prawdziwa wartość wielkości mierzonej jest sumą wyniku surowego i realizacji błędu tego wyniku. Właściwości losowe błędu są reprezentowane przez przedział niepewności, zatem wynik pomiaru można zapisać w postaci przedziałowej jako:

$$x = \bar{x} + [\underline{u}_c, \bar{u}_c] = [\bar{x} + \underline{u}_c, \bar{x} + \bar{u}_c] \quad (8)$$

W przedziale tym, z prawdopodobieństwem p mieści się prawdziwa wartość wielkości mierzonej.

Podobne zależności uzyskuje się, gdy rozpatruje się przedział niepewności dla błędu estymaty wielkości mierzonej. Zgodnie z (3) zachodzi:

$$x = \hat{x} + e. \quad (9)$$

Estymatę \hat{x} uzyskuje się przez wyeliminowanie z surowego wyniku pomiaru składowej systematycznej błędu za pomocą poprawki, jak to opisano w kolejnym punkcie. Składową tą usuwa się również z rozkładu błędu, w związku z czym wynik pomiaru w takim przypadku można wyrazić w postaci przedziału jako:

$$x = \hat{x} + [\underline{u}, \bar{u}] = [\hat{x} + \underline{u}, \hat{x} + \bar{u}] \quad (10)$$

Wyrażenia (8) i (10) można również określić jako przedziałowe reprezentacje prawdziwej wartości wielkości mierzonej, a to oznacza, że przedział wyznaczany w obu przypadkach jest taki sam, niezależnie od tego, czy jest tworzony dla surowego wyniku lub estymaty. Właściwość tą ilustruje poniższy przykład.

Przykład 1. W niektórych rodzajach przetworników A/C błąd kwantowania opisywany jest rozkładem jednostajnym w granicach od 0 do q , gdzie q jest wartością kwantu [2]. Granice przedziału niepewności dla tego błędu obliczone zgodnie z wyrażeniami (4) i (5) wynoszą: $\underline{u}_c = 0,025q$ i $\bar{u}_c = 0,975q$. Przyjmijmy, że kwant ma wartość $q = 1$ mV, a po wykonaniu pomiaru uzyskano liczbę kwantów $n_q = 1891$, co daje wartość surowego wyniku pomiaru napięcia $\bar{U}_q = 1891q = 1,891$ V. W takim przypadku wynik pomiaru napięcia U_q można zapisać w postaci przedziału:

$$U_q = 1,891 + [0,025; 0,975] \cdot 10^{-3} = [1,891025; 1,891975] \text{ V.}$$

Opisany błąd kwantowania zawiera składową systematyczną równą wartości oczekiwanej wynoszącej $E[e_c(q)] = q/2$. Po wyeliminowaniu tej składowej z błędu, jego rozkład zmienia się w granicach od $-q/2$ do $+q/2$, w związku z czym granice przedziału niepewności wynoszą:

$$[\underline{u}, \bar{u}] = [-0,475q; 0,475q] = [-0,475; 0,475] \cdot 10^{-3} \text{ V.}$$

W celu uzyskania estymaty mierzonego napięcia, do surowego wyniku pomiaru należy dodać poprawkę równą składowej systematycznej błędu. Otrzymuje się:

$$\hat{U}_q = 1,891q + \frac{q}{2} = 1,891 + 0,0005 = 1,8915 \text{ V.}$$

Przedział niepewności ma wówczas postać:

$$[\underline{u}, \bar{u}] = [-0,475; 0,475] \cdot 10^{-3} \text{ V,}$$

a przedział wyniku pomiaru:

$$U_q = 1,8915 + [-0,47; 0,475] \cdot 10^{-3} = [1,89102; 1,891975] \text{ V.}$$

Wynika stąd wniosek, że granice przedziału reprezentującego wynik pomiaru są takie same zarówno dla wyniku surowego, jak i dla estymaty wielkości mierzonej. Jest to istotne w sytuacji, gdy wykorzystywane są granice przedziału, a nie sama estymata. Wówczas obliczanie przedziału wyniku jest prostsze dla surowego wyniku pomiaru.

3. PRZEDZIAŁ NIEPEWNOŚCI CAŁKOWITEGO BŁĘDU POMIARU

Przedstawione powyżej rozważania dotyczą każdego błędu pomiaru o charakterze losowym. W przypadku, gdy rozpatruje się surowy wynik lub estymatę, należy wziąć pod uwagę wszystkie błędy występujące w określonych warunkach pomiaru. Z reguły analiza procesu pomiaru prowadzi do wyodrębnienia błędów cząstkowych, które muszą zostać złożone w błąd całkowity będący podstawą wyznaczenia przedziału niepewności w postaci końcowej.

Wyznaczenie rozkładu błędu całkowitego wymaga identyfikacji błędów cząstkowych występujących w zadanych warunkach pomiarowych, czyli określenia rozkładów tych błędów. Następnie należy złożyć błędy cząstkowe. Powszechnie przyjmuje się, że błędy te są addytywne w stosunku do siebie [2], co oznacza, że błąd całkowity jest sumą błędów cząstkowych:

$$e = e_1 + e_2 + \dots + e_J, \quad (11)$$

gdzie J jest liczbą błędów.

Najbardziej przydatny do celów składania rozkładów błędów losowych jest opis ich właściwości w postaci funkcji gęstości prawdopodobieństwa [2, 4]. W przypadku, gdy błędy cząstkowe są nieskorelowane można wyznaczyć funkcję gęstości prawdopodobieństwa ich sumy (12) jako:

$$g(e) = g_1(e_1) * g_2(e_2) * \dots * g_J(e_J), \quad (12)$$

gdzie $g_1(e_1), g_2(e_2), \dots, g_J(e_J)$, są funkcjami gęstości prawdopodobieństwa odpowiednich błędów cząstkowych, a $*$ oznacza operację splotu.

W przypadku, gdy błędy cząstkowe są skorelowane wyznaczanie błędu całkowitego musi uwzględniać współczynniki korelacji. Działanie to na ogół jest dość złożone, przy czym dla pewnych rodzajów błędu daje się ono uprościć [5]. W dalszych rozważaniach przyjmuje się brak korelacji między błędami.

Z punktu widzenia prowadzonych rozważań można przyjąć, że surowy wynik pojedynczego pomiaru może być obciążony dwójakiego rodzaju błędami:

- systematycznymi, o wartościach dających się obliczyć, dzięki czemu mogą być usunięte z surowego wyniku pomiaru,
- losowymi, których wartości opisywane są w kategoriach probabilistycznych, w związku z czym możliwe jest jedynie uwzględnienie ich wpływu na końcowy wynik pomiaru.

Gdy wyznacza się błąd całkowity wyniku surowego, składane są ze sobą błędy systematyczne i losowe. Można do tego wykorzystać wyrażenie (12), o ile błędy systematyczne da się opisać w sposób jednolity z błędami losowymi, czyli przy użyciu funkcji gęstości prawdopodobieństwa. Jest to możliwe za pomocą delty Dirac'a $\delta(e)$ [6]. Spełnia ona podstawowe wymaganie normatywne dla funkcji gęstości prawdopodobieństwa, gdyż zachodzi:

$$\int_{-\infty}^{\infty} \delta(e) de = 1. \quad (13)$$

Wartość stała c może być zapisana jako $\delta(e - c)$, gdyż wartość oczekiwana $E[\delta(e - c)] = c$, ponieważ:

$$E[\delta(e - c)] = \int_{-\infty}^{\infty} \delta(e - c) e de = c, \quad (14)$$

a odchylenie standardowe funkcji $\delta(e - c)$ wynosi 0.

Ponadto można wykazać [4], że:

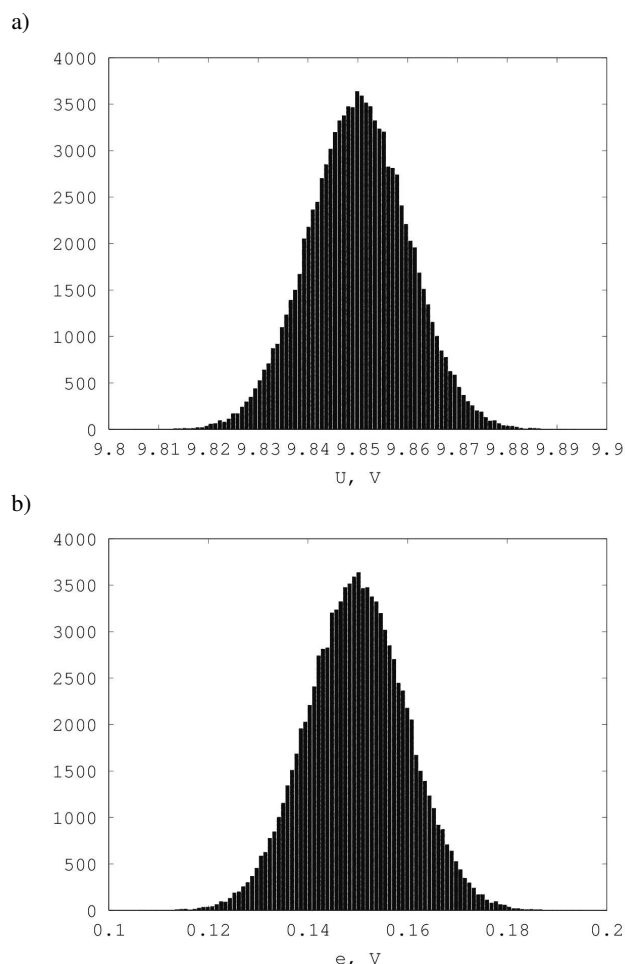
$$\delta(e - c) * g(e) = g(e - c), \quad (15)$$

co oznacza, że splot funkcji gęstości prawdopodobieństwa $g(e)$ i funkcji delta $\delta(e - c)$ reprezentującej błąd systematyczny powoduje przesunięcie funkcji $g(e)$ o wartość c na osi poziomej. Wynika stąd ogólny wniosek, że wartości oczekiwane rozkładów błędów cząstkowych i wartości błędów systematycznych, występujących we wzorze (11), sumują się arytmetycznie.

Opisane właściwości błędów zilustrowano przykładami, w których wykorzystano zbiory wyników pomiaru i wartości błędów uzyskiwane eksperymentalnie. Eksperymenty te mogą być wykonywane w sposób pomiarowy lub w sposób symulacyjny przy użyciu metody Monte Carlo. W obu przypadkach zbiory uzyskuje się przez wielokrotne powtarzanie eksperymentu w tych samych warunkach pomiarowych. Dla tak uzyskanych zbiorów wyznacza się parametry rozkładu, w tym granice przedziału niepewności, oraz przedstawia się je w postaci histogramów, które można, w zależności od potrzeb, aproksymować ciągłymi funkcjami gęstości prawdopodobieństwa. Należy zaznaczyć, że użycie metody Monte Carlo jest znacznie mniej pracochłonne i tańsze niż realizacja eksperymentów pomiarowych, stąd metoda ta staje się narzędziem powszechnie stosowanym w analizie błędów pomiaru [2, 4].

Przykład 2. Załóżmy, że wartość prawdziwa mierzonego napięcia wynosi $U_v = 10$ V. W procesie pomiaru tego napięcia występują dwa błędy: e_1 o stałej wartości równej 0,1 V i losowy e_2 o rozkładzie normalnym $N(0,05, 0,01)$ V, czyli o wartości oczekiwanej równej 0,05 V i odchyleniu

standardowym 0,01 V. Metodą Monte Carlo obliczane są dwa rozkłady: surowego wyniku pomiaru \tilde{U}_v oraz błędu całkowitego e . Eksperyment realizowany jest w 100 000 krokach, przy czym na każdym kroku losowana jest wartość błędu z populacji $N(0,05; 0,01)$. Wartość błędu całkowitego uzyskuje się przez dodanie do błędu losowego stałej wartości błędu systematycznego $e_1 = 0,1$ V, a wartość wyniku pomiaru po odjęciu od wartości prawdziwej tak uzyskanego błędu całkowitego (patrz zależność (9)). Wartości wyników pomiaru i błędu całkowitego umieszczane są w zbiorach, które postaci histogramów przedstawiono na rysunku 1.



Rys. 1. Histogramy wartości wyniku pomiaru (a) i błędu całkowitego (b) uzyskane w eksperymencie z przykładu 2

Histogramy z rysunku 1 mają taki sam kształt (błąd ma rozkład symetryczny) i różnią się wartością oczekiwaną. Wykonanie pojedynczego pomiaru daje się opisać jako pobranie liczby ze zbioru wyniku pomiaru. Skoro rozkład błędu jest taki sam, jeśli pominie się przesunięcie na osi poziomej, to na jego podstawie można wyznaczyć parametry określające rozrzut wyniku wokół wartości prawdziwej. Dla opisywanego aparatu matematycznego są to granice przedziału niepewności.

Przyjmijmy, że surowy wynik pomiaru wynosi $\tilde{U}_v = 9,83$ V. Wartość oczekiwana błędu całkowitego jest równa sumie błędu systematycznego e_1 oraz wartości oczekiwanej błędu losowego $E[e_2] = 0,05$ V, a zatem wynosi: $E[e] = e_1 + E[e_2] = 0,1 + 0,05 = 0,15$ V. W takim przypadku poprawka na składową systematyczną wprowadzana do surowego wyniku pomiaru ma wartość:

$p = E[e] = 0,15 \text{ V}$. Po skorygowaniu o tą wartość estymata wartości prawdziwej mierzonego napięcia wynosi: $\hat{U}_v = \check{U}_v + p = 9,83 \text{ V} + 0,15 \text{ V} = 9,98 \text{ V}$. Odległość tej estymaty od wartości prawdziwej określają granice przedziału niepewności wyznaczone na podstawie rozkładu błędu całkowitego o zerowej wartości oczekiwanej $N(0, 0,01) \text{ V}$. Granice te obliczone dla poziomu ufności $p = 0,95$ zgodnie z zależnościami (4) i (5), dla funkcji gęstości $N(0, 0,01) \text{ V}$ oraz na podstawie zbioru wartości błędu zawierającego 100 000 realizacji uzyskanych metodą Monte Carlo wynoszą: $\underline{U}_v \approx -0,02 \text{ V}$ oraz $\overline{U}_v \approx 0,02 \text{ V}$. Zatem wynik pomiaru w postaci przedziałowej można w tym przypadku zapisać jako:

$$U_v = \hat{U}_v + [\underline{U}_v, \overline{U}_v] = 9,98 \text{ V} + [-0,02; 0,02] \text{ V} = [9,96; 1,00] \text{ V}.$$

4. WYKORZYSTANIE PRZEDZIAŁU NIEPEWNOŚCI W CELACH PORÓWNAWCZYCH

Można wskazać dwie podstawowe sytuacje, w których przedział niepewności może być wykorzystywany dla celów porównawczych. Dotyczy one:

- Porównania dwóch lub więcej wyników pomiaru pod względem ich dokładności.
- Porównania wyniku pomiaru z wartościami uznawanymi za graniczne.

Porównanie dokładności wyników pomiaru stosowane do oceny wzorców lub jakości laboratoriów, może być także wykorzystane do porównywania dokładności przyrządów mierzących określone wielkości w tych samych warunkach. W celu przeprowadzenia tego rodzaju porównania, dogodnie jest określić parametry przedziału w nieco inny sposób niż to dotychczas przedstawiano. Wyznacza się dwa parametry. Środek przedziału jako:

$$\text{mid}(x) = \frac{\bar{x} + \underline{x}}{2} = \frac{\hat{x} + \underline{u} + \hat{x} + \overline{u}}{2} = \hat{x} + \frac{\underline{u} + \overline{u}}{2} \quad (16)$$

oraz promień przedziału:

$$\text{rad}(x) = \frac{\bar{x} - \underline{x}}{2} = \frac{\hat{x} + \overline{u} - (\hat{x} - \underline{u})}{2} = \frac{\overline{u} - \underline{u}}{2}. \quad (17)$$

Jak wynika to ze wzoru (17), promień przedziału wyniku nie zależy od wartości estymaty i jest równy promieniowi przedziału niepewności. Zatem w celu określenia, który z dwóch wyników pomiarów, realizowanych w określonych warunkach pomiarowych, jest bardziej dokładny wystarczy porównać promienie ich przedziałów niepewności. W przypadku, gdy przedział niepewności jest symetryczny, czyli zachodzi: $-\underline{u} = \overline{u} = U$, wyrażenie (17) przyjmuje prostą postać:

$$\text{rad}(x) = \frac{\overline{u} - \underline{u}}{2} = \frac{U - (-U)}{2} = U, \quad (18)$$

gdzie U nazywane jest niepewnością [5]. W tym ujęciu niepewność wyniku pomiaru jest promieniem symetrycznego przedziału niepewności.

Porównanie wartości niepewności U_1, U_2 tego samego wzorca dla pomiarów wykonanych dwoma przyrządami pomiarowymi pozwala na określenie, który przyrząd jest

dokładniejszy. Dla $U_1 < U_2$ można stwierdzić, że pierwszy przyrząd wykonuje pomiary dokładniej.

Jeżeli dokonuje się porównania przedziału wyniku pomiaru z wartościami uznawanymi za graniczne, możliwe są dwa przypadki. W pierwszym zachodzi:

$$x_{\text{lim}} \leq \underline{x}, \quad (19)$$

a w drugim:

$$x_{\text{lim}} \geq \overline{x}. \quad (20)$$

W obu przypadkach określone kryterium jest spełnione, jeżeli wartości graniczne leżą poza przedziałem wyniku pomiaru.

Rozpatrzmy postępowanie w pierwszym przypadku, przy założeniu, że procedura wyznaczania przedziału odbywa się dla wyniku surowego \check{x} . Przedział niepewności $[\underline{u}, \overline{u}]$ dla takiego wyniku uzyskuje się na podstawie rozkładu nieskorygowanego błędu całkowitego. Biorąc pod uwagę, że $\underline{x} = \check{x} + \underline{u}$, nierówność (19) można zapisać jako:

$$x_{\text{lim}} \leq \check{x} + \underline{u}. \quad (21)$$

Oznacza to, że każdy surowy wynik pomiaru musi być porównywany z wartością:

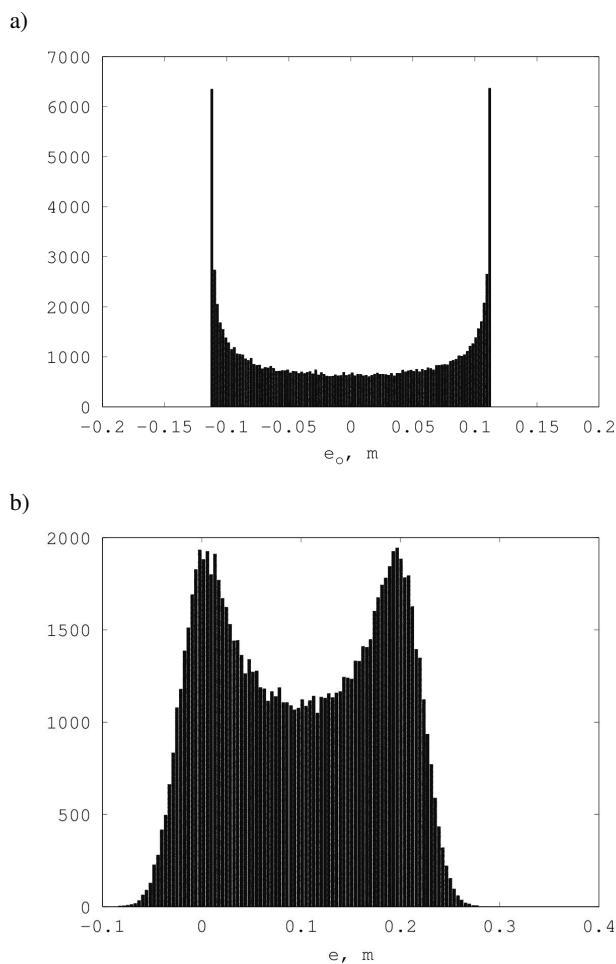
$$\check{x} \geq x_{\text{lim}} - \underline{u}. \quad (22)$$

Przykład 3. W pojazdach autonomicznych decyzje o przyspieszeniu bądź hamowaniu pojazdu zapadają po porównaniu jego odległości zmierzonej w odniesieniu do poprzedzającego pojazdu. Istotną rolę w takich przypadkach odgrywają błędy powodowane opóźnieniami [3], które w szczególnych przypadkach mogą determinować granice przedziału niepewności. Przyjmijmy dla przykładu, że odległość między pojazdami daje się opisywać przebiegiem sinusoidalnie zmiennym, a opóźnienie między momentami wykonania pomiaru odległości i jego wykorzystaniem do aktywizacji hamulca lub przyspieszenia pojazdu jest stałe i wynosi $\vartheta = 20 \text{ ms}$. Odległość może być opisana zależnością: $d = 10 + 9\sin(2\pi ft)$, gdzie $f = 0,1 \text{ Hz}$, a błąd pomiaru odległości ma rozkład normalny $N(0,1, 0,2) \text{ m}$. Błąd spowodowany opóźnieniem wyznaczony metodą Monte Carlo ma rozkład pokazany na rysunku 2a, a błąd całkowity przedstawiono na rysunku 2b.

Granice przedziału niepewności wyznaczone dla rozkładu błędu jak na rysunku 2b wynoszą: $\underline{u} = -0,030 \text{ m}$ i $\overline{u} = 0,232 \text{ m}$. Dla określonej szybkości pojazdu, wartość graniczna, dla której należy rozpocząć hamowanie stanowi zatem sumę drogi hamowania oraz górnej granicy przedziału niepewności $\overline{u} = 0,232 \text{ m}$.

5. WNIOSKI KOŃCOWE

Z uwagi na szybko rosnący obszar aplikacji systemów pomiarowych, klasyczna definicja niepewności pomiaru może nie spełniać wymagań opisu wyniku, co skutkuje koniecznością poszukiwania lepszych metod tego opisu. Jedną z nich stanowi przytoczona w artykule definicja niepewności w postaci interwałowej, która jest szczególnie przydatna, gdy w systemach występują błędy



Rys. 2. Histogramy wartości błędu spowodowanego opóźnieniem (a) i błędu całkowitego (b) uzyskane w eksperymencie z przykładu 3

o niesymetrycznych rozkładach. W takiej sytuacji klasyczna definicja niepewności nie może być zastosowana, z uwagi na różnice między bezwzględnymi wartościami dolnej i górnej granicy przedziału niepewności.

W systemach pomiarowo-sterujących, w których wykonywane są na bieżąco określone działania istotnymi

parametrami, w celu podjęcia decyzji, są granice przedziału niepewności dla błędu całkowitego uwzględniającego błędy spowodowane opóźnieniami. Na ogół tego rodzaju systemy rozpatrywane są w kategoriach czasu rzeczywistego. Tradycyjnie mówi się, że określony system spełnia kryteria czasu rzeczywistego, jeżeli opóźnienie między chwilami pomiaru i wykorzystania wyniku przez aktuator jest mniejsze od dopuszczalnego. Patrząc na tę definicję z punktu widzenia błędów pomiaru widać, że obejmuje ona tylko jeden rodzaj błędu, mianowicie błędy powodowane opóźnieniami pomijając wpływ innych błędów na dokładność wyniku pomiaru. W związku z tym definicję tę należałoby zmodyfikować. Systemem czasu rzeczywistego powinien być nazywany taki system, w którym dla wszystkich kluczowych wielkości promienie przedziału niepewności spełniają kryteria dopuszczalnych wartości zgodne z zależnościami (19) i (20).

6. BIBLIOGRAFIA

1. Guide to the Expression of Uncertainty in Measurement, ISO, 1992, 1995.
2. Jakubiec J.: Błędy i niepewności danych w systemie pomiarowo-sterującym, Wydawnictwo Politechniki Śląskiej, Gliwice 2010.
3. Skubis T.: Podstawy metrologicznej interpretacji wyniku pomiaru. Wydawnictwo Politechniki Śląskiej, Gliwice 2004.
4. Jakubiec J.: A New Conception of Measurement Uncertainty Calculation. Acta Physica Polonica A. Vol. 124 (2013), No. 3, s. 436-444.
5. Wymysł M.: Badanie związków między błędami opóźnień a innymi błędami w systemie pomiarowo-sterującym w oparciu o definicję współczynnika korelacji, Przegląd Elektrotechniczny 2016 R. 92 nr 12, s. 217-220.
6. Jakubiec J., Krupane B.: Application of delta function to probabilistic modeling of communication delays in wireless networks - introduction and mathematical basis, Measurement Automation Monitoring, 2015 vol. 61 nr 9, s. 426-429.

INTERVAL REPRESENTATION OF A MEASURING RESULT AS A BASIS OF INACCURACY EXPRESSION IN MEASURING AND CONTROL SYSTEMS

An approach to the interval representation of measurement result and its uncertainty in measuring and control system is presented in the paper. Nowadays, the measurement result is characterized by the measurement uncertainty [1], which is defined as the radius of the interval built around the measured value in which the true value lies with given probability. A rapid growth of measurement systems application area leads to introduce more usable definition of inaccuracy which basis on the interval representation of a measurement result. This definition is more useful, particularly in real-time systems and when errors with asymmetrical distribution occur in systems [2, 4].

According to classical definition, to classify a system as real-time one delays in it have to be less than it is allowable. In such systems propagation of the signals from the input to the output is connected with arising of delays because all the system elements need time to perform their activities. However, to classify a measuring and control system as a real time, it should be taken into account all factors influencing on properties the system output signals, i.e. not only delays but also errors of measurement data. Therefore, the delay errors should be described as components of the total error being the basis of determination of the interval representing the system output measuring results [5]. Comparing the interval with critical acceptable values enables classifying the system as a real-time one.

Theoretical consideration in the paper are illustrated by results of numerical experiments carried out by using Monte Carlo method.

Keywords: real-time system, measurement error, uncertainty of a measuring result, Monte Carlo method.

