

Zastosowanie szeregów trygonometrycznych Fouriera w pomiarach parametrów struktury geometrycznej powierzchni walcowych

RYSZARD FILIPOWSKI, JÓZEF ZAWORA

Strukturę geometryczną powierzchni opisuje się za pomocą parametrów chropowatości oraz odchyłek kształtu. W artykule, do analizy stanu powierzchni, (rodzaju i wartości ich nierówności) wykorzystano szeregi trygonometryczne Fouriera przeprowadzając analizę ich widm: amplitudowego i fazowego. Zastosowano kroczący szereg Fouriera o trzech lub pięciu harmonicznymi. W każdym przykładowym cyklu obliczeń, do obliczania stałych w szeregach Fouriera pobierano siedem lub jedenastę wartości odchyłek. Program umożliwia obliczanie wartości parametrów chropowatości: Ra , Rq oraz Rt .

WSTĘP

Strukturę geometryczną powierzchni charakteryzują: chropowatość, falistość, odchyłki kształtu oraz wady powierzchni. W przypadku powierzchni płaskich cechy te odnoszone są do powierzchni odniesienia, natomiast w przypadku powierzchni o tworzących krzywoliniowych, np. obrotowych przy ich pomiarze należy uwzględnić ich krzywiznę.

Do analizy struktury geometrycznej powierzchni (chropowatość, falistość, odchyłki kształtu) zastosowano szeregi trygonometryczne Fouriera [3], które stanowią bazę programów *EQTRG3T* i *EQTRG5T* wykorzystanych w artykule. W programach, stałe w szeregach Fouriera oblicza się za pomocą odchyłek mierzonych na obwodzie cylindra. Liczba odchyłek rejestrowanych podczas pomiaru wynosi 256. Cykl obliczeniowy w programie *EQTRG3T* bazuje na siedmiu punktach, a w programie *EQTRG5T* – na jedenastu. Obwód okręgu pokrywa 36 lub 23 cykli. W obydwóch programach wykonywane są analogiczne obliczenia, ale różnią się długością odcinka pomiarowego, który odpowiada odcinkom opartym na siedmiu lub jedenastu punktach. Indeksom

punktów odpowiadają kąty mierzone w radianach. Miarą poprawności obliczenia współrzędnych punktów szeregami Fouriera jest równomierność rozkładu punktów odchyłek w przedziale kątów $\langle 0, 2\pi \rangle$. Z tego powodu kąty punktów (siedmiu lub jedenastu), zarejestrowane w radianach podczas pomiaru na profilometrze muszą być transponowane do przedziału $\langle 0, 2\pi \rangle$. W cyklach obliczeniowych za pomocą programu obliczane są wartości funkcji Fouriera odpowiadające mierzonym punktom oraz wektory widma amplitudowego F_n oraz widma fazowego φ_n . Wektory widm wykorzystuje się do śledzenia amplitudy oraz częstości składowych harmonicznymi w cyklu.

Na bazie odchyłek względem okręgu o założonym promieniu, program oblicza położenie i promień okręgu najmniejszych kwadratów (*LSCI*). Odchyłki kształtu: falistość, owalizacja, graniastość, wielotukowość, są określane względem obliczonego okręgu (*LSCI*). W celu ich ilościowego określenia program, definiuje dwa lub kilka współśrodkowych okręgów względem okręgu *LSCI*, za pomocą których określa się ilościowo graniczne wartości odchyłek.

Wartości nierówności występujących wzdłuż łuku pomiarowego, przedstawiane w programie za pomocą przybliżonych wartości parametrów: Ra – średniego arytmetycznego odchylenie profilu, Rt – średniego kwadratowego odchylenie profilu, Rt – maksymalnej wysokości profilu, mierzone są od okręgu *LSCI* na długości odcinka pomiarowego. Obliczone wartości parametrów Ra , Rq i Rt są przybliżeniem

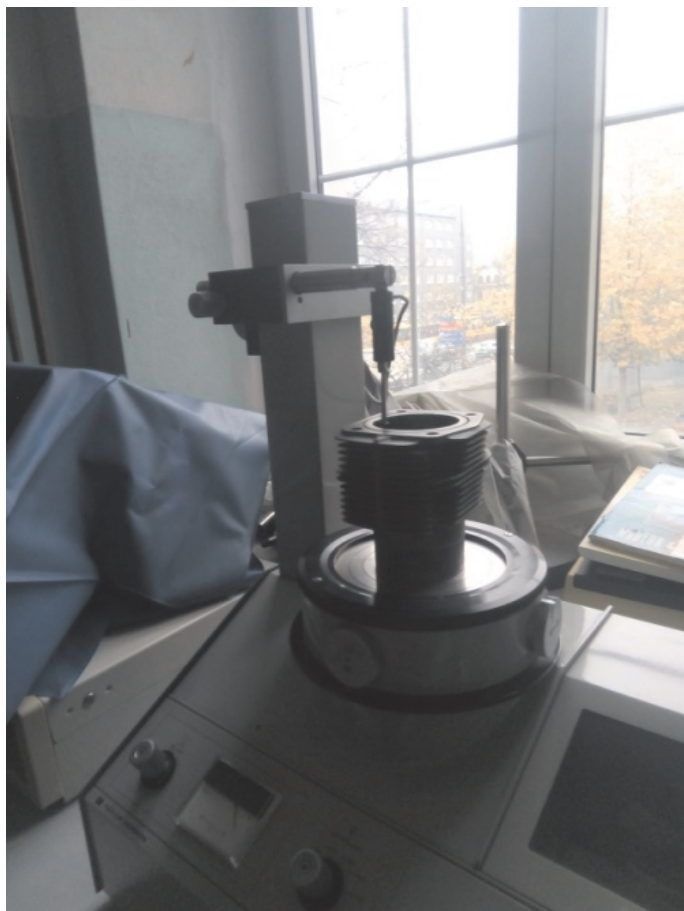
* Dr inż. Ryszard Filipowski, e-mail: rfilipowski@meil.pw.edu.pl, dr hab. inż. Józef Zawora, Politechnika Warszawska, Wydział Mechaniczny Technologiczny, Instytut Technik Wytwarzania, al. Niepodległości 222, 00-663 Warszawa

rzeczywistych wartości, gdyż pomiar wykonywano sztywną końcówką sferyczną o promieniu $r = \frac{1}{4}$ cala.

Do wizualizacji i interpretacji wyników pomiarów odchyłek oraz oceny poprawności ich cyklu obliczeniowego według szeregów trygonometrycznych Fouriera wykorzystano standardową aplikację *AutoCAD*.

POMIARY ODCHYLEK WALCA NA PROFILOMETRZE TALYROND 100

Odchyłki na powierzchni walcowej cylindra (rys. 1) mierzono na profilometrze *TALYROND 100*, czujnikiem indukcyjnym *TALYMIN4* z końcówką o promieniu $r = \frac{1}{4}$ cala, współpracującym z programem *100N.EXE* [7]. Pomiar jest realizo-



Rys. 1. Pomiar odchyłek otworu w cylindrze na profilometrze *TALYROND 100*

wany na stole obrotowym, na którym centruje się cylinder w jego osi. Prędkość obrotowa stołu 6 obr/min. Odchyłki powierzchni walcowej są rejestrowane w pliku tekstowym *.txt*, w komputerze sprzęgniętym z profilometrem.

W rezultacie pomiarów uzyskano 256 elementów zbioru zawierający odchyłki poszczególnych punktów pomiarowych, usytuowanych na średnicy otworu $D = 73,5$ mm. Zbiór ten będzie wielokrotnie przekształcany w programie *EQTRG5T* po to, aby można go wykorzystać do wprowadzenia do systemu *AutoCAD*, w celu wykreślenia odchyłek względem okręgu *LSC* obliczonego przez program.

ALGORYTM PRZETWARZANIA ODCHYLEK NA PUNKTY POMIAROWE

Plik z odchyłkami jest ciągiem liczb pięciocyfrowych. W kolejnych krokach wykonuje się następujące obliczenia:

- ciągi cyfr zmienia się na ciąg cyfr w mikrometrach (mnożnik W),
- znajduje się największą *MAX* i najmniejszą *MIN* wartości liczb w nowym ciągu,
- wykonuje się translację liczb ciągu o wartość średnią,
- wartość obliczonych odchyłek dodaje się do nominalnego promienia mierzonego cylindra ($R = 36,75$ mm) i oblicza bieżący promień R_i
- każdemu bieżącemu promieniowi R_i przypisuje się kąt α_i w radianach równy:

$$\alpha_i = \frac{2\pi}{256} \cdot i \quad (1)$$

gdzie: i – indeks porządkowy odchyłki,

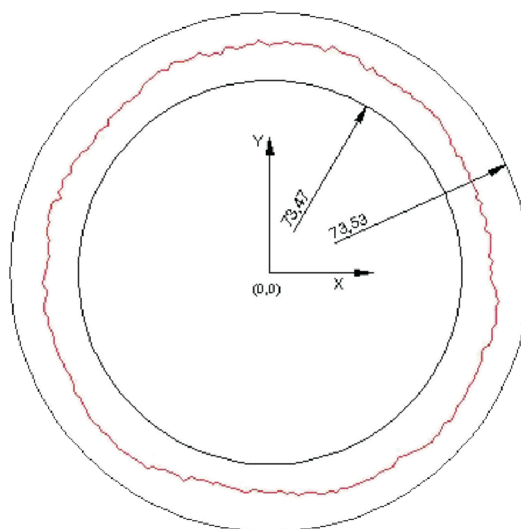
- dla współrzędnych biegunowych (R_i, α_i) oblicza się współrzędne punktów w układzie ortogonalnym (x_i, y_i).

Zbiór wartości punktów przed i po translacji (wartości skrajne zbiorów), a także wartości obliczonych współrzędnych przedstawiono w Tabeli 1.

Wartości w Tabeli 1 uzyskano przyjmując mnożnik skali $W = 0,0152625 \mu\text{m/dz}$, a wartość współrzędnej z_i była constans.

Obliczone wartości współrzędnych punktów (Tabela 1) są analogiczne do współrzędnych punktów pozyskanych na współrzędnościowych maszynach pomiarowych, mierzonych w zadeklarowanym układzie współrzędnych ortogonalnych, których graficzny obraz przedstawiono na rys. 2.

Kolorem czerwonym przedstawiono na rys. 2 położenie odchyłek zmierzonych czujnikiem indukcyjnym.



Rys. 2. Rozkład punktów (x_i, y_i) odchyłek względem okręgu nominalnego ($D = 73,5$ mm); $D = 73,53$ mm – średnica odchyłki górnej, $D = 73,47$ mm – średnica odchyłki dolnej

Tabela 1. Wartości odchyłek w poszczególnych punktach przed i po translacji

Nr punktu	Wartość odchyłek przed i po translacji		Wartości współrzędnych punktów	
	przed	po	x _i	y _i
1	15984	-676,00	36,728617	0,901637
2	16248	-412,00	36,699452	1,802928
3	16136	-524,00	36,642448	2,702909
4	16352	-308,00	36,568360	3,601669
5	16488	-172,00	36,471017	4,498271
6	16664	4,00	36,352297	5,392354
·	·	·	·	·
·	·	·	·	·
·	·	·	·	·
251	15248	-1412,00	36,45.2234	-5,388896
252	15488	-1172,00	36,555237	-3,600377
253	15632	-1028,00	36,634777	-2,702344
254	15624	-1036,00	36,689940	-1,802461
255	15800	-860,00	36,725810	-0,901568
256	15848	-812,00	36,737607	0,000000

ALGORYTM OBLICZENIA WIDM AMPLITUDOWYCH I FAZOWYCH W SZEREGACH FOURIERA PIĘCIU HARMONICZNYCH

Do obliczenia odchyłek względem okręgu najmniejszych kwadratów LSCI zastosowano interpolacyjny trygonometryczny szereg Fouriera o funkcjach okresowych:

$$RDLT(\omega) = \frac{A_0}{\sqrt{2}} + \sum_{n=1}^5 (A_{1n} \sin(n \cdot \omega) + A_{2n} \cos(n \cdot n\omega)) \quad (2)$$

gdzie:

ω – wartość kąta w radianach wzdłuż okręgu LSCI, $\omega \in (0; 2\pi)$

A_{11}, \dots, A_{15} – stałe przy funkcji sinus,

A_{21}, \dots, A_{25} – stałe przy funkcji cosinus.

W przedstawionej poniżej analizie szeregów Fouriera postużono się wygodniejszą jego formą [1]:

$$RDLT(\omega) = \frac{A_0}{\sqrt{2}} + \sum_{n=1}^5 (F_n \cdot \sin(n \cdot \omega t + \varphi_n)) \quad (3)$$

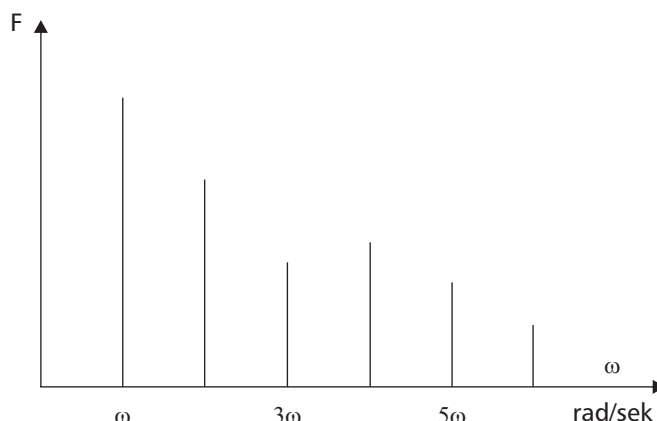
gdzie:

$F_n = \sqrt{A_{1n}^2 + A_{2n}^2}$ – amplituda n -tej harmonicznej (widmo amplitudowe),

$\varphi_n = \arctg(A_{2n}/A_{1n})$ – faza n -tej harmonicznej (widmo fazowe).

Przyjęto szereg trygonometryczny Fouriera o 5-ciu harmonicznych ($\omega, 2\omega, 3\omega, 4\omega, 5\omega$). Według danych literaturowych [2] kolejne składowe harmoniczne cechuje malejąca wartość widma amplitudowego – rys. 3.

Tę własność widma amplitudowego wykorzystuje się do oceny elementów struktury geometrycznej na powierzchni, tj. falistości i chropowatości. Mianowicie, pierwsze składowe



Rys. 3. Widmo amplitudowe sygnału F_n : ω – składowe harmoniczne w szeregu Fouriera

harmoniczne 1ω charakteryzują falistość powierzchni (duża amplituda), dalsze składowe harmoniczne 3ω oraz 5ω (mała amplituda), charakteryzują chropowatość powierzchni.

Przypadek, kiedy nie ma wyraźnej różnicy między amplitudami widma kolejnych harmonicznych oznacza, że na powierzchni występuje chropowatość łącznie z odchyłkami kształtu (owalizacja, graniastość lub wielofukowość).

ELEMENTY KROCZĄCEGO PROGRAMU PIĘCIU HARMONICZNYCH

Program o nazwie EQTRG5 realizuje kolejno niżej podany cykl obliczeń:

- obliczanie odchyłek w mikrometrach,
- obliczanie granicznych wartości zbioru,
- translacja zbioru odchyłek o wartość średnią odchyłek,

- obliczanie promieni R_i , tj. sumowanie odchyłek z promieniem walca $D = 73,5$ mm,
- przypisanie każdemu promieniowi R_i kąta φ_i [rad],
- obliczanie współrzędnych ortogonalnych punktów (x_i, y_i) .

Podprogram o nawie *OKRL(NN)* służy do obliczania okręgu *LSCI*, tj. współrzędnych środka okręgu (x_i, y_i) oraz promienia okręgu (R_i). Ponadto, za pomocą tego podprogramu oblicza się odchyłki *RDLT(i)* punktów od okręgu *LSCI*.

Obliczenia parametrów profilu chropowatości

W ramach działań w tym zakresie obliczane są następujące wielkości charakteryzujące powierzchnie, a także pozwalające je ocenić:

➤ Wysokościowe parametry profilu chropowatości

Obliczanymi wysokościowymi (amplitudowymi) parametrami profilu chropowatości powierzchni cylindra są [4, 5, 6]:

Ra – średnie arytmetyczne odchylenie profilu względem okręgu *LSCI*,

Rq – średnie kwadratowe odchylenie profilu chropowatości od okręgu *LSCI*,

Rt – maksymalna wysokość chropowatości.

Parametry te są liczone na łuku okręgu *DL(i)* odpowiadającemu 11 punktom względem okręgu *LSCI*.

➤ Parametr wzdłużny profilu chropowatości S

Wzdłużnym parametrem profilu chropowatości *S* [5] obliczonym przez program jest średni odstęp miejscowych wzniesień profilu S_r . Parametr ten jest liczony wzdłuż łuku okręgu *LSCI* odpowiadającym 11 punktom [4]:

$$S = \frac{1}{10} \sum_{i=1}^{10} \text{abs}(X_{i+1} - X_i) / 6. \text{ mm}, \quad (4)$$

Dzielnik 6 wynika z obrotów cylindra na stole profilometru *TALYROND 100*.

➤ Wyróżnik rodzaju chropowatości

Wyróżnikiem (*WR*) determinującym rodzaj nierówności na profilu: chropowatość lub falistość lub błędy kształtu jest iloraz wzdłużnego parametru profilu *S* i maksymalnej wysokości nierówności R_t :

$$WR = S / R_t \quad (5)$$

Zgodnie z obowiązującą normą [4] wartość wyróżnika determinuje rodzaj stwierdzonej odchyłki. Przyjmuje się, że gdy:

$WR < 40$, to odchyłki zalicza się do chropowatości,

$40 \leq WR \leq 1000$, to zalicza się je do falistości,

$WR > 1000$ – stwierdza się, że istnieje odchyłka kształtu.

W analizie powierzchni przydatne są także wielkości, których obliczanie umożliwia przedstawiona w artykule procedura obliczeniowa. Są to:

- współczynniki w szeregu trygonometrycznym Fouriera,
- punkty Fouriera oraz punkty odchyłek względem okręgu *RDEV*.

PODSUMOWANIE

W artykule przedstawiono przydatność analizy harmonicznego do oceny rodzaju nierówności na powierzchni, poprzez badanie widma amplitudowego i widma fazowego w szeregach Fouriera. Miernikiem występowania falistości jest duża amplituda pierwszych harmonicznych (mała częstotliwość), a chropowatości – mała amplituda (duża częstotliwość) dalszych harmonicznych. Za pomocą przedstawionego programu możliwe jest ponadto określenie przybliżonych wartości parametrów *Ra*, *Rq*, *Rt* oraz *WR*. Przybliżonych, gdyż w przyrządzie *TALYROND 100* stosowana jest końcówka pomiarowa o dużym promieniu $r = \frac{1}{4}$ cala. Wykres odchyłek względem okręgu *RDEV* (wymiar deklarowany) na tle okręgów współśrodkowych pozwala ponadto określić ilościowo wartość odchyłek kształtu lub nieregularnych występow i wgłębień, jeśli takie występują na mierzonej powierzchni.

Z analizy cykli widm amplitudowych i widm fazowych wynika, że pomiary na pełnym okręgu poprawniej określają strukturę geometryczną powierzchni walcowej, niż pomiary na małym odcinku pomiarowym, które mogą mieć charakter losowy.

Od Redakcji

Wykorzystane programy zostały w artykule przedstawione bardzo skrótowo. Pełną ich wersję dysponują Autorzy tego opracowania.

Literatura

- Filipowski R., Kossowski R.: Analiza położenia sfery i miary jej promienia mierzonej na WMP. Proceedings of Vth International Scientific Conference: Coordinate Measuring Technique. Bielsko-Biała 2002, pp. 63-73.
- Łukjaniuk A.: Podstawy diagnostyki technicznej. Ćw. Nr 1: Analiza widmowa sygnałów. Politechnika Białostocka, Katedra Zarządzania Produkcją, Białystok 2017,
- Majchrzak E., Mochnacki B.: Metody numeryczne. Podstawy teoretyczne, aspekty praktyczne i algorytmy, Wydawnictwo Politechniki Śląskiej, wyd. IV, Gliwice 2004.
- Norma PN-EN ISO 4287:1999 Specyfikacje geometrii wyrobów. Struktura geometryczna powierzchni: metoda profilowa. Terminy, definicje i parametry struktury geometrycznej powierzchni.
- Nowicki B., Zawora J.: Metrologia wielkości geometrycznych. Oficyna Wydawnicza PW, Warszawa 1998.
- Nowicki B.: Struktura geometryczna. Chropowatość i falistość powierzchni. WNT, Warszawa 1991.
- Rudziński R., Żebrowska-Łucyk S., Dąbrowski W.: Komputerowy system zbierania i przetwarzania danych pomiarowych z analogowych przyrządów do pomiaru odchyłek kształtu, Metrologia i systemy pomiarowe, t. II, z. 2, 1995. ■