

# Preventive Control of Electric Power System State Variables by the Methods of Probabilistic Load Flow

## Authors

Irina Golub  
Oleg Voitov  
Evgeny Boloev

## Keywords

singular analysis, sensor variables, probabilistic load flow

## Abstract

The paper considers a technique for selection of preventive control actions to provide feasibility of electric power system (EPS) state variables, taking into consideration random character of variation in loads. The authors suggest that sensor variables in EPS should be identified and potential ranges of change in their values be estimated from the analysis of their numerical and probabilistic characteristics that are obtained by the analytical methods of probabilistic load flow.

**DOI: 10.12736/issn.2300-3022.2013102**

## 1. Introduction

In the course of operation electric power systems experience large and small external disturbances and respond to them by changes in state variables. Such a response depends on the composition and magnitude of disturbances and on the factors that are invariant to operating conditions, for example topology and parameters of the network components. Disturbances localized in different places of power system cause as a rule a noticeable response of voltage magnitudes and phases, power flows and voltage losses at the same nodes and tie lines. The network components whose state variables change to a greater extent at random external disturbances are called sensors. Sensor variables often determine critical state of power systems and it is necessary to know about them to reinforce the network when designing and controlling it, determining the most responsible points of control, when accelerating the procedure for estimating their feasibility in real time, and synthesizing the laws of control. A large response of a state variable to a disturbance is not dangerous in itself, if the variable remains feasible after the disturbance. The probability that the variable goes beyond the feasible limits depends on its response to the disturbance, feasible range of change and closeness of the variable's mean to the limiting value. Estimation of probability makes it possible to develop control actions to be taken to prevent emergency situations. First of all the controls should include decisions on the network reinforcement related to the installation of additional equipment to mitigate the response of sensor variables to the disturbances. Secondly, there should be decisions related to the controls developed in the course of EPS operation and aimed at maintaining variables within feasible range determined by the reliability and quality requirements.

The technology of singular analysis for the identification of

sensor variables and weak places causing these sensor variables in EPS was developed in [1]. However, this technology does not allow us to simultaneously identify sensor variables, estimate possible ranges of their changes and probability of their feasibility, and choose control actions to provide the required values of the probabilities. Joint solution to all the enumerated problems can be obtained using the methods of probabilistic load flow. In these methods external disturbances are represented by random changes in loads, and power system response to the disturbances is determined by numerical characteristics that make it possible to estimate potential ranges of changes in the values of variables and probability of their feasibility.

This paper shows how the methods of probabilistic load flow can be used to identify sensor variables in EPS, determine their probabilistic characteristics, estimate the probability of their feasibility, and determine control actions that can increase this probability.

Fig. 1 presents a classification of the methods of probabilistic load flow that include numerical methods, functional transformation methods, and methods for linear and nonlinear approximation.

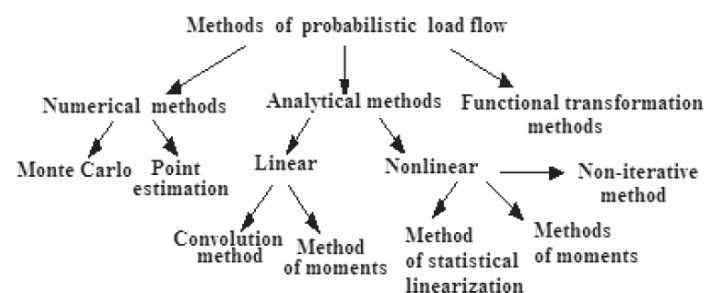


Fig. 1. Classification of probabilistic load flow methods

Theoretical principles of the methods for linear and nonlinear approximation [2–4] were effectively applied to solve the problems of probabilistic load flow in the electric power systems in the numerous studies conducted by V.Z. Manusov [5], the first work [6] was published in 1973. These studies considered the method of statistical linearization, linear and nonlinear methods of moments.

The functional transformation method [3] is an accurate analytical method based on a general principle of comparing probabilities. However, its application is limited due to multidimensional joint probability density function of sought variables.

The use of the convolution method [7] to calculate the probabilistic load flow was first suggested by B. Borkowska in 1974. The point estimation method by C.L. Su [8] is an analogue to the numerical method. The non-iterative nonlinear analytical method was suggested by X. Li et al in [9].

The Monte Carlo method [10] was recognized to be the most accurate numerical method of probabilistic load flow and is used as a test method in the analysis of simplified approaches. Its main flaw, however, is the need to carry out a great amount of repeated calculations. The first studies in which the authors solved the problem of considering constraints in the calculation of probabilistic load flow are [11, 12].

## 2. Linear Method of Probabilistic Load Flow

Standard deviations of magnitudes and phases of nodal voltages in the methods to be called **linear**, can be obtained by specified values of standard deviations of nodal powers, using the expression

$$\begin{pmatrix} \Delta\delta \\ \Delta U \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{\partial P}{\partial \delta} & \frac{\partial P}{\partial U} \\ \frac{\partial Q}{\partial \delta} & \frac{\partial Q}{\partial U} \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} \Delta P \\ \Delta Q \end{pmatrix} = J^{-1} \begin{pmatrix} \Delta P \\ \Delta Q \end{pmatrix} \quad (1)$$

that relates in the system of linearized equations the changes in phases  $\Delta\delta$  and magnitudes  $\Delta U$  of nodal voltages to the changes in active  $\Delta P$  and reactive  $\Delta Q$  powers,  $J^{-1}$  – an inverse Jacobian matrix.

On the assumption that load changes do not depend on one another, the means  $\mu_{\Delta\delta, \Delta U}$  and covariances  $\mu_{2\Delta\delta, \Delta U}$  of changes in the voltage magnitudes and phases will be determined through the means  $\mu_{\Delta P, \Delta Q}$  and variances  $\mu_{2\Delta P, \Delta Q}$  of loads that are found at the point of solution to the nonlinear system of equations for steady state of power system

$$\mu_{\Delta\delta, \Delta U} = J^{-1} \mu_{\Delta P, \Delta Q} \quad (2)$$

$$\mu_{2\Delta\delta, \Delta U} = J^{-1} \mu_{2\Delta P, \Delta Q} (J^{-1})^T \quad (3)$$

Numerical characteristics of loads under the assumption about their normal distribution can be determined by the Laplace function, which is called error function. For a specified probability  $P$  of the deviation of normally distributed random value  $X$  from its mean  $m$  by the value which is no more than the specified accuracy  $\Delta\varepsilon$ ,

$$P(|X - m| < \Delta\varepsilon) = \Phi(\Delta\varepsilon / \zeta) \quad (4)$$

we can determine standard deviations  $\zeta$ , and use them to calculate load variances. Here the value  $\Delta\varepsilon$  is determined by an error in forecast or load estimates.

A simpler expression for the means and covariances (2), (3) can be obtained by singular value decomposition of asymmetrical Jacobian matrix

$$J = W \Sigma V^T = \sum_{j=1}^n w_j \sigma_j v_j^T, \quad (5)$$

where:

$W = (w_1, w_2, \dots, w_n)$  and  $V = (v_1, v_2, \dots, v_n)$  – orthogonal matrices in which columns are left and right singular vectors and  $\Sigma$  – diagonal matrix of singular values arranged in ascending order  $\sigma_1 < \sigma_2 < \sigma_3 < \dots < \sigma_n$ .

Taking into account decomposition (5) expression (1) can be represented by

$$\begin{pmatrix} \Delta\delta \\ \Delta U \end{pmatrix} = J^{-1} \begin{pmatrix} \Delta P \\ \Delta Q \end{pmatrix} = \sum_{i=1}^n v_i (w_i^T / \sigma_i) \begin{pmatrix} \Delta P \\ \Delta Q \end{pmatrix} = \sum_{i=1}^n v_i \Delta S^{(i)} \quad (6)$$

If the first singular value  $\sigma_1 = \sigma_{min}$  is considerably lower than the rest of the singular values then the largest contribution to the change in phases and magnitudes of nodal voltages is made by the first term of the sum (6)

$$\begin{pmatrix} \Delta\delta \\ \Delta U \end{pmatrix}^{(i)} = v_i (w_i^T / \sigma_i) \begin{pmatrix} \Delta P \\ \Delta Q \end{pmatrix} = v_i \Delta S^{(i)} \quad (7)$$

in which the components of the first right singular vector distribute scalar value  $\Delta S^{(i)}$  of the first generalized disturbance among the network nodes.

The expression for covariances of changes in the voltage magnitudes and phases, taking into account the first generalized disturbance, can be represented by the scalar value of variance

of this disturbance  $\mu_{2\Delta S_1}$

$$\mu_{2\Delta\delta, \Delta U}^{(1)} = \frac{v_1 w_1^T}{\sigma_1} \mu_{2\Delta P, \Delta Q} \left( \frac{v_1 w_1^T}{\sigma_1} \right)^T = v_1 \mu_{2\Delta S_1} v_1^T \quad (8)$$

The number of disturbance variants is infinite. They may differ in composition and in value. This linear method of **generalized disturbance** does not require that the scenario of change in the nodal powers be specified, but it makes it possible to estimate a set of disturbance scenarios by one criterion, using the specified variance value of generalized disturbance. To his end it is only necessary to determine the range of change in the variance of generalized disturbance. The most significant disturbances are generalized disturbances that correspond to one minimum singular value or several minimum singular values close to each other.

The error related to linearization of load flow equations can be reduced by the methods of nonlinear probabilistic load flow.

### 3. Analytical Nonlinear Method of Probabilistic Load Flow

The quadratic Taylor approximation of the steady state equations in the general form can be represented by

$$\begin{pmatrix} \Delta P \\ \Delta Q \end{pmatrix} = J \begin{pmatrix} \Delta \delta \\ \Delta U \end{pmatrix} + \frac{1}{2} \begin{pmatrix} \Delta \delta \\ \Delta U \end{pmatrix}^T H \begin{pmatrix} \Delta \delta \\ \Delta U \end{pmatrix} \quad (9)$$

where: cubic matrix  $H$ , of size  $k^3$ , called the Hessian matrix consists of  $k$  layers.

The arrangement of layers in the Hessian matrix in the form of a rectangular matrix with  $k$  rows and  $k^2$  columns

$$H = \begin{pmatrix} \frac{\partial^2 P}{\partial \delta \delta \delta} & \frac{\partial^2 P}{\partial \delta \delta U} & \frac{\partial^2 P}{\partial U \delta \delta} & \frac{\partial^2 P}{\partial U \delta U} \\ \frac{\partial^2 Q}{\partial \delta \delta \delta} & \frac{\partial^2 Q}{\partial \delta \delta U} & \frac{\partial^2 Q}{\partial U \delta \delta} & \frac{\partial^2 Q}{\partial U \delta U} \end{pmatrix} \quad (10)$$

makes it possible to write (9) as

$$\Delta Y = J \Delta X + \frac{1}{2} H \Delta X \otimes \Delta X \quad (11)$$

where:

$$\Delta Y = \begin{pmatrix} \Delta P \\ \Delta Q \end{pmatrix}, \Delta X = \begin{pmatrix} \Delta \delta \\ \Delta U \end{pmatrix}.$$

Relation between means and variances of nodal powers, and means and covariances of state parameters on the basis of (11) can be represented as

$$\mu_{\Delta Y} = J \mu_{\Delta X} + \frac{1}{2} H (b_{\mu_{2\Delta X}} + \mu_{\Delta X} \otimes \mu_{\Delta X}) \quad (12)$$

where:

$b_{\mu_{2\Delta X}}$  – vector, made up of  $k$  columns of matrix  $\mu_{2\Delta X}$ .

$$\begin{aligned} \mu_{2\Delta Y} = & J \mu_{2\Delta X} J^T + \frac{1}{2} J \mu_{3\Delta X} H^T + \frac{1}{2} H \mu_{3\Delta X}^T J^T + \\ & + \frac{1}{4} H \left( \mu_{4\Delta X} - b_{\mu_{2\Delta X}} b_{\mu_{2\Delta X}}^T \right) H^T \end{aligned} \quad (13)$$

where:

$\mu_{3\Delta X}$  and  $\mu_{4\Delta X}$  – matrices of joint central moments of third and fourth order, of sizes  $(k^2 \times k)$  and  $(k^2 \times k^2)$  respectively.

The system (12), (13) is underdefined because its two equations include four unknown matrices of moments. To get a unique solution we can use different forms of equation (13). In the method of **statistical linearization** [4] (13) has only its linear part, whereas in the method of moments of Manusov [5] it includes both linear part and central moments of fourth order that are determined by the variance established by the voltage distribution law.

To obtain the unique solution to the system (12), (13) we can assume that the law of distribution of state variables is close to the normal law, and express the moments of the third and fourth orders through the cumulants equal to zero.

Such a method is called the method of **two moments**, equation (13) for this method can be written as

$$\mu_{2\Delta Y} = J \mu_{2\Delta X} J^T + \frac{1}{4} H \left( \mu_{4\Delta X} - b_{\mu_{2\Delta X}} b_{\mu_{2\Delta X}}^T \right) H^T \quad (14)$$

The iteration process of solving (12), (14) in a general form can be represented as follows.

We specify the load means and variances as well as initial approximations of parameters of state  $X$ , and form the Jacobian matrix. Based on the expressions for linear model we calculate vector  $\mu_{\Delta X}$  and matrix  $\mu_{2\Delta X}$ , and use the latter to find vector  $b_{\mu_{2\Delta X}}$  and matrix  $\mu_{4\Delta X}$ . At the next step of the algorithm the Jacobian and Hessian matrices are constructed at the point  $X + \mu_{\Delta X}$ . Then from (12) and (14) we determine  $\mu_{\Delta X}$  and  $\mu_{2\Delta X}$ , after which the iteration process is repeated until unbalance in (12) grows less than a specified value.

In order to improve the accuracy of solution to the problem of nonlinear probabilistic load flow, obtained by the method of two moments, we suggest using the method of three moments in which the equation for central moments of the third order should be added to the system of equations (12) and (13)

$$\begin{aligned} \mu_{3\Delta Y} = & J \otimes J \mu_{3\Delta X} J^T + \frac{1}{2} H \otimes J \left( \mu'_{4\Delta X} - b_{\mu_{2\Delta X}} \otimes b_{\mu_{2\Delta X}} \right) J^T + \frac{1}{2} J \otimes H \left( \mu'_{4\Delta X} - \mu_{2\Delta X} \otimes b_{\mu_{2\Delta X}} \right) J^T + \\ & + \frac{1}{2} J \otimes J \left( \mu_{4\Delta X} - b_{\mu_{2\Delta X}} b_{\mu_{2\Delta X}}^T \right) H^T + \frac{1}{4} H \otimes H \left( \mu'_{5\Delta X} - b_{\mu_{2\Delta X}} \otimes \mu_{3\Delta X} - \mu_{3\Delta X} \otimes b_{\mu_{2\Delta X}} \right) J^T + \\ & + \frac{1}{4} H \otimes J \left( \mu_{5\Delta X} - b_{\mu_{2\Delta X}} \otimes \mu_{3\Delta X}^T - b_{\mu_{3\Delta X}} b_{\mu_{2\Delta X}}^T \right) H^T + \frac{1}{4} J \otimes H \left( \mu_{5\Delta X} - \mu_{3\Delta X}^T \otimes b_{\mu_{2\Delta X}} - b_{\mu_{3\Delta X}} b_{\mu_{2\Delta X}}^T \right) H^T + \\ & + \frac{1}{8} H \otimes H \left( \mu'_{6\Delta X} - b_{\mu_{2\Delta X}} \otimes \mu_{4\Delta X} - \mu_{4\Delta X} \otimes b_{\mu_{2\Delta X}} - b_{\mu_{4\Delta X}} b_{\mu_{2\Delta X}}^T + b_{\mu_{2\Delta X}} \otimes b_{\mu_{2\Delta X}} b_{\mu_{2\Delta X}}^T \right) H^T \end{aligned} \quad (15)$$

where:

$\mu'_{4\Delta X}$ ,  $\mu'_{5\Delta X}$ ,  $\mu'_{6\Delta X}$  – matrices of joint central moments of the fourth, fifth and sixth orders of sizes  $(k^3 \times k)$ ,  $(k^3 \times k^2)$ ,  $(k^4 \times k)$ ,  $(k^4 \times k^2)$ , respectively;  $b_{\mu_{3\Delta X}}$ ,  $b_{\mu_{4\Delta X}}$  – vectors made up of the elements of columns of the matrices of central moments  $\mu_{3\Delta X}$  and  $\mu_{4\Delta X}$ . Elements of the matrices  $\mu'_{4\Delta X}$ ,  $\mu'_{5\Delta X}$ ,  $\mu'_{6\Delta X}$  and  $\mu_{4\Delta X}$ ,  $\mu_{5\Delta X}$ ,  $\mu_{6\Delta X}$  are identical but differently placed.

The system of three equations (12), (13), (15) is underdefined. To receive unique solution the central moments of the fourth, fifth and sixth orders are represented through the cumulants equal to zero. Here the algorithm for iteratively solving the problem of probabilistic load flow by the method of three moments is similar to the algorithm for the method of two moments.

Additionally we analyzed the possibility of using the modification of the least labor-intensive **non-iterative** method for calculation of probabilistic nonlinear load flow [9] that does not suppose an iterative specification of solution but only makes it possible to adjust the means and moments of the second order that are obtained on the basis of linear approximation, taking into account the Hessian matrix.

The proposed improvement of the non-iterative method lies [13] in the fact that it includes the procedure for iteratively specifying the solution. In this method, which is called **modified** and employs the representation of the Hessian matrix in the form of (10), expression (11) can be written as

$$\Delta X = J^{-1} \Delta Y - \frac{1}{2} J^{-1} H (J^{-1} \otimes J^{-1}) (\Delta Y \otimes \Delta Y) \quad (16)$$

Based on (16) the mathematical formulation of the modified method of probabilistic load flow will have the form

$$\mu_{\Delta X} = A \mu_{\Delta Y} + B (\mu_{2\Delta Y} + \mu_{\Delta Y} \otimes \mu_{\Delta Y})$$

$$\mu_{3\Delta X} = A \mu_{2\Delta Y} A^T + A \mu_{3\Delta Y} B^T + B (\mu_{3\Delta Y})^T A^T + B \mu_{4\Delta Y} B^T$$

$$\begin{aligned} \mu_{3\Delta X} = & A \otimes A \mu_{3\Delta Y} A^T + A \otimes A \mu_{4\Delta Y} A^T + A \otimes B \mu'_{4\Delta Y} A^T \\ & + B \otimes A \mu'_{4\Delta Y} A^T + A \otimes B \mu_{5\Delta Y} B^T + B \otimes A \mu_{5\Delta Y} B^T \\ & + B \otimes B \mu'_{5\Delta Y} A^T + B \otimes B \mu'_{6\Delta Y} B^T \quad (19) \end{aligned}$$

where:

$$A = J^{-1}, B = -\frac{1}{2} J^{-1} H (J^{-1} \otimes J^{-1}).$$

The accuracy of probabilistic estimates based on the linear and nonlinear methods can be assessed when they are compared with the estimates obtained by the Monte Carlo method.

#### 4. Comparison of Probabilistic Load Flow Methods

The methods of nonlinear probabilistic load flow are compared on the example of nodal voltage magnitudes.

The EPS network with 14 nodes and 15 tie lines in Fig. 2 was taken as a test network for comparison of the load flow methods.

The initial information about means, variances and moments of higher orders for the loads set at all the nodes of the calculation network was obtained on the basis of the Laplace function. The standard deviations of nodal powers were assumed equal to 12% of their means, which corresponds to a 20% error of load forecast for the 0.9 probability of random variable deviation from the mean.

Fig. 3 presents the standard deviations of changes in the voltage magnitudes at the test network nodes that are obtained by the corresponding covariance matrices, for two linear methods, five nonlinear methods, and the Monte Carlo method.

As a result of the analysis of Fig. 3 the following conclusions are drawn:

- For all the methods the maximum difference in standard deviations with respect to the Monte Carlo method is observed at node 8 with a sensor voltage magnitude. It is a sensor node on the basis of the singular analysis

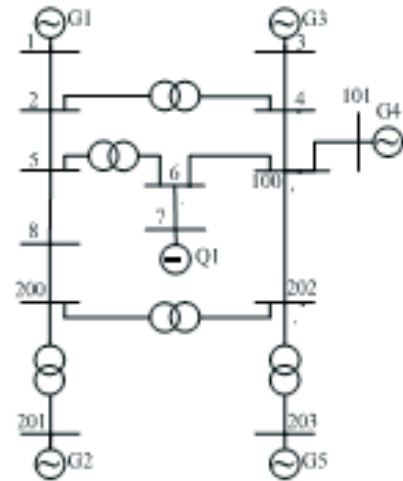


Fig. 2. 14 node test network

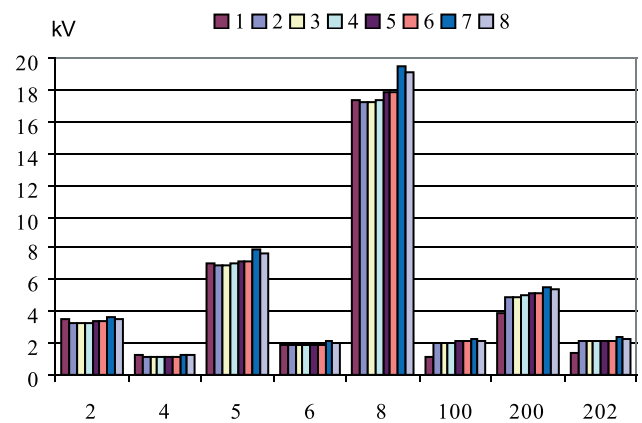


Fig. 3. Standard deviations of changes in the nodal voltage magnitudes calculated by the methods of: 1 – generalized disturbance, 2 – linear, 3 – non-iterative, 4 – two moments, 5 – statistical linearization, 6 – modified, 7 – three moments, 8 – Monte Carlo

- The standard deviations obtained by the linear, non-iterative methods and the method of generalized disturbance are closely allied
- The standard deviations for the method of three moments are maximally close to the standard deviations by the Monte Carlo method. However, as opposed to the other methods they exceed the latter
- The next methods after the method of three moments that have standard deviations close to the standard deviations by the Monte Carlo method are the method of statistical linearization, the modified method and the method of two moments

The advantage of the method of three moments is confirmed by comparison of the curves of probability density functions for voltage magnitude change at sensor node 8.

Fig. 4 presents the curves constructed for six analytical methods and the Monte Carlo method. Comparison has revealed that the probability density function curve for the method of three moments is closest to the density curve obtained by the Monte Carlo method as compared to the curves obtained by the other methods.

The probability density function  $f(x)$  of variable  $x$  approximated by the Gram-Charlier expansion can be represented in the form [14]

$$f(x) = \sum_{j=0}^{\infty} c_j H_j(x) \phi(x) \quad (20)$$

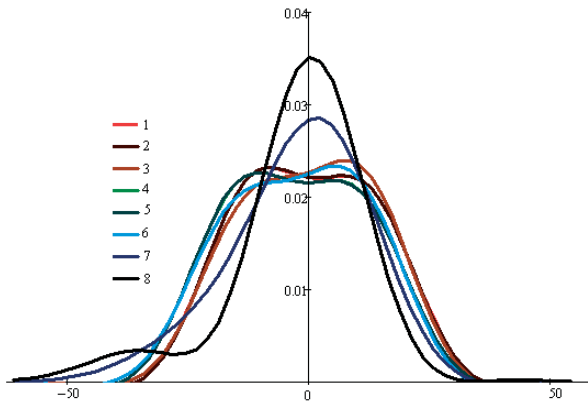


Fig. 4. Probability density function curves of change in the voltage magnitude at sensor node 8 that are constructed on the basis of the Gram-Charlier series expansion (the numbers of methods are the same as in Fig. 3)

where:  
the function  $\phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-x^2/2}$  – normal distribution

function,  $H_j(x)$  – orthogonal Hermite polynomials, and  $c_j$  – coefficients calculated on the basis of the moments.

The advantage of the method of three moments is also confirmed by comparison of the distribution function curves of change in the voltage magnitude at node 8 for all the three analytical methods to the distribution function curve for the Monte Carlo method. Comparison has showed that the distribution functions for the method of three moments and the Monte Carlo method in Fig. 5 are the most closely allied.

To approximate the random variable distribution function  $F(X)$  by using the Gram-Charlier expansion the expression for probability density function (20) was integrated by parts  
To approximate the random variable distribution function  $F(X)$  by using the Gram-Charlier expansion the expression for probability density function (20) was integrated by parts

$$F(X) = \int_{-\infty}^x f_X(x) dx = \int_{-\infty}^x \sum_{j=0}^{\infty} c_j H_j(x) dx = \frac{1}{2} + \Phi(x) + \sum_{j=0}^{\infty} c_j H'_j(x) \quad (21)$$

where:  $\Phi(x)$  – the Laplace function;  $H'_j(x)$  – derivatives of the Hermite polynomials.

## 5. Probabilistic Load Flow in Terms of Constraints

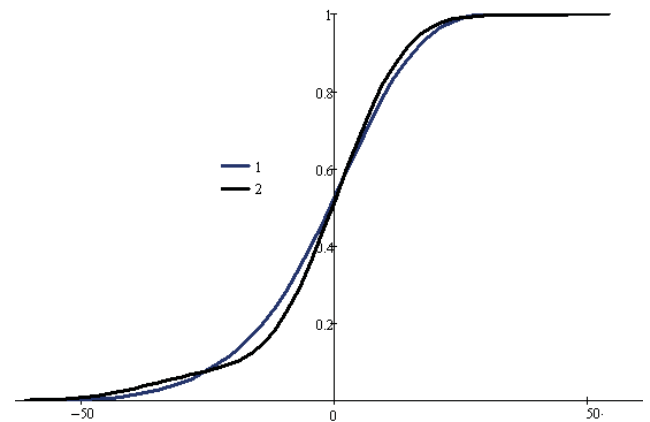


Fig. 5. Distribution function curves of voltage magnitude at node 8 that are constructed based on the Gram-Charlier expansion for the method of three moments – 1 and the Monte Carlo method – 2

If the calculation of probabilistic load flow results in the fact that the probability of feasible controlled sensor variables is lower than the required one, such a probability can be increased by two ways.

The first is to search for the approaches for decreasing the standard deviation by reinforcing the weak places, which is achieved by changing their parameters.

The second is to choose the controls to minimize the distance between median  $m_c$  and mean  $m$  of the curve of random variable probability distribution in the feasible region. This criterion is applied to the variable with distribution distinct from the normal distribution. The probability density function curve for this criterion can be obtained based on four moments or even more by using the Gram-Charlier expansion.

For the normal distribution the probability density function curve constructed for two moments is symmetric, which makes it possible to transform the criterion of choosing the controls to minimize the distance between the mean of variable  $z_i$  and the center of the feasible region of its change  $m_{ci} = (z_{i\min} + z_{i\max})/2$ . Since the constraints on the state variables such as voltage magnitudes are set to be symmetric with respect to the rated voltage that is the center of feasible region  $m_{ci} = U_{nom}$  the criterion is transformed to minimize the distance between the mean and its rated value.

When choosing the controls providing the required probability of feasible controlled variables it is suggested that the method similar to the method of deterministic equivalent be applied [11, 12].

The deterministic and probabilistic problems are solved by this method sequentially. However, when solving the deterministic problem by the suggested method the above criteria are minimized and the feasible region for each controlled variable is not narrowed, as is the case in the method of deterministic equivalent.

The main steps of algorithm work for choosing the controls are the following.

Iteration index  $k = 0$ . Calculation of the feasible steady state of EPS resulting in determination of the values of state variables that satisfy the set constraints

$$W(X, Y) = 0 \quad (22)$$

$$X_{\min} \leq X \leq X_{\max} \quad (23)$$

$$F_{\min} \leq F(X, Y) \leq F_{\max} \quad (24)$$

$$Y_{\min} \leq Y \leq Y_{\max} \quad (25)$$

where:

$W(X, Y)$ – system of equations for the balances of nodal powers;  $X - N_x$ – dimensional vector of dependent variables that includes nodal voltage magnitudes and phases;  $Y - N_y$ – dimensional vector of controls or independent variables that contains  $Y N_x$   $N_f$  transformation ratios, values of reactive powers of compensators, voltage magnitudes, generation capacities at *PU* nodes and other controlled parameters;  $F - N_f$ – dimensional vector of functional variables, each component  $f_i$  of the vector  $f_i(X, Y)$   $f_i(X, Y)$  is the function of  $X$  and  $Y$ , it includes active and reactive power flows in the tie lines and also values of reactive powers at *PU* nodes.

The number of balance equations of nodal powers (22) is  $N_x$ . The composition of vector  $X$  components is chosen so that the Jacobian matrix  $J = \partial W / \partial X$  (22) is nondegenerate. Description is simplified by using vectors  $Z, Z_{\min}, Z_{\max}$  of dimension  $N_z = N_x + N_f$  that are a union of vectors  $X$  and  $F, X_{\min}$  and  $F_{\min}, X_{\max}$  and  $F_{\max}$ .

Problem (22–25) is solved by the reduced gradient method [15], in which the problem of quadratic programming is formulated and solved and the values of components of vectors  $Z^k$  and  $Y^k$  are determined at each linearization step.

2. Calculation of probabilistic load flow and determination of numerical characteristics of the controlled variables, separation of the controlled sensor variables  $z_j, j \in I_c$  where  $I_c$  is a set of indices for the sensor variables. Determination of the probability of feasible sensor variables. The algorithm terminates its work, if the required probability for all the sensor variables is provided. Otherwise, the  $N_{\sigma}$ -dimensional vector  $Z_{\sigma}, Z_{\sigma}$  containing sensor variables  $z_j, j \in I_c$  is constructed. For these variables the specified probability that the inequality constraints  $(z_{j_{\min}}, z_{j_{\max}})$  are met is not provided. The value of  $m_{\sigma}^k$  to which the variable at the point of the deterministic problem solution should be equal, is determined for each sensor variable  $Z_{\sigma}, i = 1, N_{\sigma}$ .

3. Solving of the deterministic problem of load flow calculation subject to inequality constraints (22)-(25) to provide the required probability of feasible controlled variables. The problem determines the vector of control actions  $Y_{\sigma}$  minimizing the objective function

$$\min_Y \sum_{i=1}^{N_{\sigma}} (z_{\sigma}^i(Y_{\sigma}) - m_{\sigma}^k)^2 \quad (26)$$

where:

$Y_{\sigma}$  – components of vector  $Y$ , to whose change the controlled variables  $Z_{\sigma}$  are most sensitive.

The response of variables  $Z_{\sigma}$  to controls  $Y$  is determined through calculation of the sensitivity coefficients

$$n_{sumj}^k = \sum_{i=1}^{N_{\sigma}} (z_{\sigma}^i - m_{\sigma}^k) n_{ij}^k, j = 1, N_y \quad (27)$$

where:

$n_{ij}^k$  – component  $j$  of vector  $n_i^k$  that is determined by using the expression.

$$n_i^k = \frac{\partial z_{vi}}{\partial Y} = \frac{\partial z_{vi}}{\partial Y} \bigg|_0 - \frac{\partial z_{vi}}{\partial X} \bigg|_0 \left( \frac{\partial W}{\partial X} \right)^{-1} \frac{\partial W}{\partial Y}, i = 1, N_{cv} \quad (28)$$

where:

$\frac{\partial z_{vi}}{\partial Y} \bigg|_0, \frac{\partial z_{vi}}{\partial X} \bigg|_0$  – names of derivatives of  $z_{vi}$  considering their explicit dependence on the components of vectors  $Y$  and  $X$ .

Problem (22–26) can be solved by the reduced gradient method, in which the problem of quadratic programming is formulated and solved by the interior point method at each linearization step.

4. Verification of the criterion of algorithm work completion. If variation of criterion (26) in two adjacent iterations does not exceed the given accuracy, the algorithm stops working. Otherwise, the index of iterations increases,  $k = k + 1$ , and the second step of the algorithm, where the probabilistic problem is solved, is performed.

## 6. Illustration of the Algorithm for Choosing Controls

Tab. 1 for the test scheme in Fig. 2 presents the standard deviations of voltage magnitudes at the test network nodes that are not generation ones, the values of differences in means and rated voltages, probabilities of feasible voltage magnitudes, all being obtained by the linear method of probabilistic load flow. The voltage magnitudes are equal to  $\pm 30$  kV at 500 kV nodes and to  $\pm 25$  kV at 220 kV nodes.

Despite the fact that the voltage magnitude of node 8 responds to external disturbances to a greater extent than that of node 200, which is seen from comparison of their standard deviations, the difference between the mean and the rated voltage for node 200 is much greater than for node 8. The latter property is determining, since the probability of feasible voltage magnitude of node 200 (equal to 0.6484) is lower than the probability (equal to 0.8836) for sensor node 8. The identically low probabilities for node 200 are obtained by using method of generalized disturbance, the nonlinear methods and the Monte Carlo method in addition to the linear method Fig. 6.

In order to provide the probability of feasible voltage magnitudes at nodes 8 and 200 the weak ties were reinforced, which made it possible to decrease the standard deviations of variables and to choose the control actions allowing the shift of means of variables to the center of the feasible region.

Nodes	$\zeta U$ (kV)	$m_U - U_{nom}$ (kV)	$P$
2	3.657	22.340	0.9819
4	1.326	11.497	1.0000
5	6.887	12.056	0.9954
6	1.866	5.172	1.0000
8	17.122	8.447	0.8836
100	2.033	9.241	1.0000
200	4.831	28.159	0.6484
202	2.050	13.627	1.0000

Tab. 1. Probabilistic characteristics of voltage magnitudes at the test network nodes for the initial state

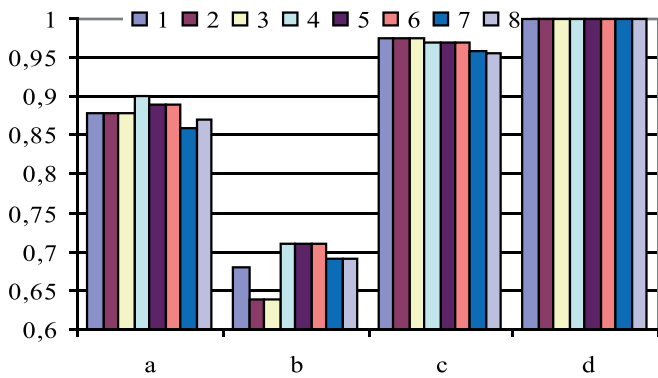


Fig. 6. Probabilistic of voltage magnitudes at the nodes of test scheme that are obtained by different methods for the initial operating conditions nodes 8–a, 200–b and at end point nodes 8–c, 200–d. (the numbers of methods are the same as in Fig. 3)

The criterion for separation of weak ties was the maximum values of standard deviations in change in the differences of voltage magnitudes. They separated the same ties 5–8 and 8–200 of the test network that were selected as weak in [1] based on the singular analysis. The ties were called weak due to the fact that the decrease in resistances of these ties influences to the greatest extent the minimum singular value of the Jacobian matrix. In other words, it improves its conditionality and leads to decrease in the response of sensor variables to disturbances.

The changes of the transformation ratios of transformers 200–201, 200–202, 202–203 were used as control actions to shift the voltage means of nodes 8 and 200.

Fig. 7 shows the probability density function curves of changes in the voltage magnitude of nodes 8 and 200 for the initial state (1 and 4), for the state obtained by decreasing inductive impedances of weak ties 5–8 and 8–200 by 11% (2 and 5), and the state obtained after changing the transformation ratios of three transformers (3 and 6).

Reinforcement of the network results in decrease in the standard deviation of nodes 8 and 200 and increase in the difference between their means and rated voltages, decrease in the

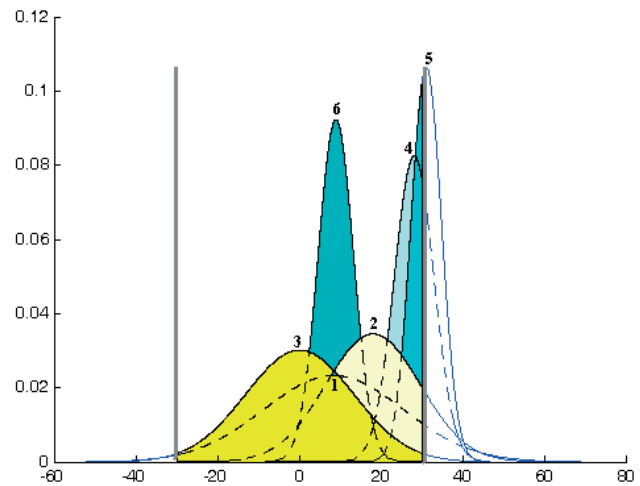


Fig. 7. Curves for the probability density functions of change in voltage magnitudes at nodes 8 and 200 for the initial state (1 and 4), the state obtained after reinforcement of weak ties (2 and 5), and the state obtained after change in the transformation ratios of three transformers (3 and 6)

probability of feasible variables. Change in the transformation ratios leads to a slight decrease in the standard deviations of changes in the voltage magnitudes of nodes 8 and 200 shift of their means and increase in the probability of feasible voltage magnitudes up to 0.9764 and 1.0.

In Fig. 6 the results on increasing the probability of feasible voltage magnitudes that are obtained for the linear method are extended to all the analyzed methods of probabilistic load flow. Analysis of the results shows that the chosen controls allow the increase in probability values for all the methods.

## 7. Conclusions

1. The methods of probabilistic load flow reveal the same sensor variables in EPS which can be separated on the basis of singular analysis.
2. It is suggested that a combination of the analytical probabilistic method and the scalar value of the first generalized disturbance be applied to calculate the probabilistic indices of variables in the nonuniform network.
3. The authors suggest the modifications of the methods of probabilistic nonlinear load flow that include the methods of two and three moments with the use of cumulants and the modification of the non-iterative method that consists in correction of the Jacobian and Hessian matrices during iterations.
4. Experimental comparison of the analytical methods of probabilistic load flow has revealed the absolute advantage of the method of three moments with respect to accuracy of the obtained solution in comparison with the other methods.
5. The authors suggest the approach for solving the problem of choice of the control actions ensuring the required probability of feasible sensor controlled parameters.

## REFERENCES

1. Voitov O.N. et al., Analysis of inhomogeneities in electric power systems, Novosibirsk: Sib. Pub. Comp., RAN, 1999, p. 256 p. (in Russian).
2. Ventsel E.S., Theory of probabilities, M.: Nauka 1969, p. 576 (in Russian).
3. Pugachev V.S., Theory of probabilities and mathematical statistics, M.: Nauka 1979, p. 496 (in Russian).
4. Kazakov I.E., Dostupov B.G., Statistical dynamics of nonlinear automatic systems, M.: Fizmatgiz 1962, p. 332 (in Russian).
5. Bibliographical index of publications by V.Z. Manusov, [online] <http://rudocs.exdat.com/docs/index163024.html>.
6. Manusov V.Z., Lykin A.V., Calculation of steady states of electric power systems considering the probabilistic nature of loads, Izv. Sib. Otdelenie Akad. Nauk SSSR, *Tekhn. nauki* 1973, Vyp. 1, No. 3, pp. 88–91 (in Russian).
7. Borkowska B., Probabilistic Load Flow, *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, Vol. PAS-93, No. 3, May–June 1974, pp. 752–755.
8. Su C.L., Probabilistic load-flow computation using point estimate method, *IEEE Trans. Power Systems*, Vol. 20, No. 4, Nov. 2005, pp. 1843–1851.
9. Li X. et al., The Algorithm of Probabilistic Load Flow Retaining Nonlinearity, Proceedings of 2002 Power Con, Int. Conf. on Power System Technology, Kunming, Vol. 4, 2002, pp. 2111–2115.
10. Chen P., Chen Z., Bak-Jensen B., Probabilistic Load Flow: A Review, [online] [http://vbn.aau.dk/ws/fbspretrieve-/16272096/Probabilistic\\_load\\_flow\\_a\\_review.pdf](http://vbn.aau.dk/ws/fbspretrieve-/16272096/Probabilistic_load_flow_a_review.pdf).
11. Valdma M.K., Krumm L.A., Okhorzin Y.A., Methods of solving the stochastic problems of complex optimization of bulk power system operation, Irkutsk, 1974, pp. 96–111 (in Russian).
12. Murashko N.A., Okhorzin Y.A., Krumm L.A. et al., Analysis and control of steady states of electric power systems, Novosibirsk: Nauka, 1987, p. 240 (in Russian).
13. Golub I.I., Boloev E.V., Estimation of probability of sensor variables location in admissible borders, Proceedings of Int. Conf. Liberalization and Modernization of Power System, Irkutsk, 2011, pp. 178–186.
14. Fedorchenko V.A., Theory of multidimensional distributions, M.: Rus 2003, p. 576 (in Russian).
15. Krumm L.A., Methods for optimization in control of electric power systems, Novosibirsk: Nauka, Sib. Otd., 1981, p. 317 (in Russian).

---

The study has been supported by grant 1507.2012.8 of Leading Scientific School

### Irina I. Golub

Melentiev Energy Systems Institute of Russian Academy of Sciences

e-mail: [golub@isem.sei.irk.ru](mailto:golub@isem.sei.irk.ru)

Graduated from Moscow Power Institute as electrical engineer. She has been working at ISEM SB RAS, Irkutsk since 1972. Her scientific are connected with power system state analysis. She is a leading researcher, Univ.-Prof., Doctor of Technical Sciences.

### Oleg N. Voitov

Melentiev Energy Systems Institute of Russian Academy of Sciences

Graduated from Moscow Power Institute as electrical engineer. He has been working at ISEM SB RAS, Irkutsk since 1971. His scientific interests are connected with power system state analysis. He is a leading researcher, Univ.-Doctor of Technical Sciences.

### Evgeny V. Boloev

Angarsk State Technical Academy

Is Assistant Professor of Angarsk State Technical Academy. He received the diploma of electrical engineer from Angarsk Technological University in 1998. He finished postgraduate course at ESI SB RAS.



This is a supporting translation of the original text published in this issue of "Acta Energetica" on pages 18–25. When referring to the article please refer to the original text.

PL

# Kontrola zmiennych stanu systemu elektroenergetycznego z wykorzystaniem metod probabilistycznych do wyznaczania rozptyłu mocy

**Autorzy**  
Irina Golub  
Oleg Voitov  
Evgeny Boloiev

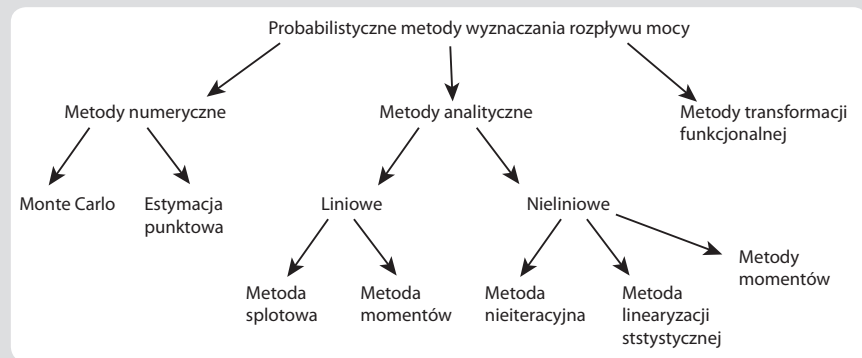
**Słowa kluczowe**  
analiza singularna, zmienne wrażliwe, probabilistyczne rozptyły mocy

## Streszczenie

W artykule przedstawiono metody określenia wrażliwych zmiennych stanu systemu elektroenergetycznego przy uwzględnieniu stochastycznego charakteru zmian obciążeń w systemie. Autorzy sugerują, że wrażliwe zmienne w systemie elektroenergetycznym powinny zostać zidentyfikowane wraz z oszacowaniem potencjalnego zakresu ich zmienności przy użyciu metod analitycznych oraz probabilistycznych.

## 1. Wprowadzenie

W trakcie pracy systemy elektroenergetyczne są wystawiane na duże oraz małe zakłócenia wywoływane przez czynniki zewnętrzne. W ramach reakcji na te zakłócenia dochodzi do zmian wartości zmiennych stanu. Reakcja uzależniona jest od charakteru zakłóceń, ich wielkości, jak również czynników, które nie powodują zmiany warunków pracy tych systemów, na przykład topologii i parametrów elementów sieciowych. Zakłócenia występujące w różnych miejscach systemu elektroenergetycznego wywołują z reguły zauważalne zmiany napięcia oraz rozptyłów mocy w tych samych węzłach i liniach elektroenergetycznych. Elementy systemu, w przypadku których zmienne stanu przy różnych zakłóceniach zmieniają się w większym zakresie, określa się mianem zmiennych wrażliwych. Zmienne te często decydują o stanach krytycznych systemów elektroenergetycznych, stąd konieczna jest wiedza na ich temat. Dzięki niej możliwe jest wzmocnienie sieci na etapie jej projektowania oraz sterowania, wyznaczania odpowiedniejszych punktów regulacji, gdzie przyspieszenie procedury estymacji umożliwi wyznaczanie tych zmiennych w czasie rzeczywistym, a jednocześnie pozwala na syntezę zasad regulacji. Duża zmiana wartości zmiennej stanu, w odpowiedzi na zakłócenie, nie stanowi zagrożenia, jeżeli zmienna pozostaje możliwa do wyznaczenia po wystąpieniu zakłócenia. Prawdopodobieństwo, że zmienna przekroczy wartość graniczną (uniemożliwiającą jej wyznaczenie), zależy od jej odpowiedzi na zakłócenie, możliwego zakresu jej zmian, a także od dokładności średniej wartości zmiennej do jej wartości granicznej. Estymacja prawdopodobieństwa umożliwia zdefiniowanie działań regulacyjnych, jakie należy podjąć w celu uniknięcia sytuacji awaryjnych. Po pierwsze należy w ramach tych działań uwzględnić decyzje dotyczące wzmocnienia sieci, związane z instalacją dodatkowych urządzeń zmniejszających reakcję wrażliwych zmiennych na zakłócenia. Po



Rys. 1. Klasyfikacja probabilistycznych metod wyznaczania rozptyłu mocy

drugie, należy także uwzględnić działania związane z regulacją systemu elektroenergetycznego, gdzie celem jest utrzymanie zmiennych stanu w zakresie pozwalającym na ich określenie, wyznaczonym na podstawie wymagań dotyczących niezawodności i jakości. Analizy singularne, umożliwiające identyfikację wrażliwych zmiennych stanu oraz słabych punktów systemu elektroenergetycznego, które powodują występowanie tych zmiennych w systemie, zostały przedstawione w [1]. Analizy te nie umożliwiają jednak równoczesnej identyfikacji zmiennych wrażliwych, estymacji możliwych zakresów ich zmienności i prawdopodobieństwa ich określenia oraz wybrania działań regulacyjnych prowadzących do osiągnięcia wymaganego prawdopodobieństwa. Dzięki wykorzystaniu metod probabilistycznych do wyznaczania rozptyłu mocy możliwe jest wypracowanie jednego rozwiązania dla wszystkich wyszczególnionych problemów. W ramach tych metod zewnętrzne zakłócenia odpowiadają stochastycznym zmianom obciążenia, natomiast odpowiedź systemu elektroenergetycznego na zakłócenia określa się na podstawie właściwości numerycznych, które umożliwiają przybliżone określenie potencjalnych zakresów zmienności

wartości zmiennych stanu oraz prawdopodobieństwa ich określenia. W artykule przedstawiono, jak można wykorzystać probabilistyczne metody wyznaczania rozptyłu mocy do zidentyfikowania wrażliwych zmiennych stanu, określenia prawdopodobnych właściwości tych zmiennych, wyznaczenia przybliżonego prawdopodobieństwa ich określenia oraz wskazania działań regulacyjnych, umożliwiających zwiększenie tego prawdopodobieństwa. Na rys. 1 przedstawiono klasyfikację probabilistycznych metod wyznaczania rozptyłu mocy, które obejmują metody numeryczne, metody transformacji funkcjonalnej oraz metody liniowej i nieliniowej aproksymacji. Teoretyczne zasady metod liniowej i nieliniowej aproksymacji [2–4] są skutecznie wykorzystane do rozwiązania problemów związanych z prawdopodobnym rozptyłem mocy w systemach elektroenergetycznych w wielu badaniach przeprowadzonych przez V.Z. Manusova [5], którego pierwsza praca [6] została wydana w 1973 roku. W badaniach tych rozpatrzono metody linearyzacji statystycznej, a także liniowe i nieliniowe metody momentów. Metoda transformacji funkcjonalnej [3] jest dokładną metodą analityczną, która jest oparta na ogólnej zasadzie porównywania

prawdopodobieństw. Jednak możliwość wykorzystania tej metody jest ograniczona z powodu wielowymiarowej funkcji gęstości połączonego prawdopodobieństwa poszukiwanych zmiennych.

Wykorzystanie metody splotowej [7] do wyznaczania prawdopodobnych rozplywów mocy zostało po raz pierwszy zaproponowane w 1974 roku przez B. Borkowską. Metoda estymacji punktowej, proponowana przez C.L. Su [8], jest analogiczna do metody punktowej. Nieiteracyjna, nieliniowa metoda analityczna została zaproponowana przez X. Li oraz innych w [9].

Metoda Monte Carlo [10] została uznana za najdokładniejszą numeryczną, probabilistyczną metodę wyznaczania rozplywów mocy i jest wykorzystywana jako metoda testowa w analizach uproszczonych przypadków. Wadą tej metody jest konieczność wielokrotnego powtarzania tych samych obliczeń. Z kolei prace [11, 12] to pierwsze opracowania, w których autorzy rozwiązali problem uwzględniania ograniczeń podczas obliczania probabilistycznego rozplywu mocy.

## 2. Liniowa, probabilistyczna metoda wyznaczania rozplywu mocy

W przypadku zastosowania metod, które określa się mianem liniowych, standardowe odchylenia modułów i faz napięć w węzłach systemu można uzyskać na podstawie określonych wartości standardowych odchylenia mocy w tych węzłach, po zastosowaniu następującego wzoru:

$$\begin{pmatrix} \Delta\delta \\ \Delta U \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{\partial P}{\partial \delta} & \frac{\partial P}{\partial U} \\ \frac{\partial Q}{\partial \delta} & \frac{\partial Q}{\partial U} \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} \Delta P \\ \Delta Q \end{pmatrix} = J^{-1} \begin{pmatrix} \Delta P \\ \Delta Q \end{pmatrix} \quad (1)$$

W układzie równań zlinearyzowanych wzór ten odnosi zmiany faz  $\Delta\delta$  i modułów  $\Delta U$  napięć węzłowych, do zmiany mocy czynnej  $\Delta P$  i biernej  $\Delta Q$ ,  $J^{-1}$  – odwrotność macierzy Jacobiego.

Zakładając, że zmiany obciążeń nie są od siebie zależne, wartości średnie  $\mu_{\Delta\delta, \Delta U}$  i kowariancje  $\mu_{2\Delta\delta, \Delta U}$  zmian w zakresie modułów i faz napięcia są obliczane na podstawie wartości średnich  $\mu_{\Delta P, \Delta Q}$  i wariancji  $\mu_{2\Delta P, \Delta Q}$  mocy, jakie są wyznaczane dla rozwiązania nieliniowego układu równań określonego stanu ustalonego systemu elektroenergetycznego:

$$\mu_{\Delta\delta, \Delta U} = J^{-1} \mu_{\Delta P, \Delta Q} \quad (2)$$

$$\mu_{2\Delta\delta, \Delta U} = J^{-1} \mu_{2\Delta P, \Delta Q} (J^{-1})^T \quad (3)$$

Własności numeryczne obciążeń można określić na podstawie funkcji Laplace'a (funkcji błędu), przy założeniu ich normalnego rozkładu. W przypadku określonego prawdopodobieństwa  $P$  odchylenia wartości stochastycznej  $X$ , właściwej dla obciążeń o normalnym rozkładzie, od wartości średniej  $m$ , równego wartości nieprzekraczającej określoną dokładność  $\Delta\epsilon$ :

$$P(|X - m| < \Delta\epsilon) = \Phi(\Delta\epsilon / \varsigma) \quad (4)$$

możliwe jest określenie odchylenia standardowego  $\varsigma$  i wykorzystanie ich do obliczenia wariancji obciążeń. W tym przypadku

wartość  $\Delta\epsilon$  określa się na podstawie błędu prognozy lub estymacji obciążeń.

Uproszczone wyrażenie na wartość średnią oraz kowariancję (2) i (3) można uzyskać przez rozkład na wartości osobliwe niesymetrycznej macierzy Jacobiego:

$$J = W \Sigma V^T = \sum_{j=1}^n w_j \sigma_j v_j^T, \quad (5)$$

gdzie:

$W = (w_1, w_2, \dots, w_n)$  i  $V = (v_1, v_2, \dots, v_n)$  – macierze ortogonalne, w których funkcję kolumn spełniają lewy i prawy wektor osobliwy,  $\Sigma$  – macierz diagonalna wartości osobliwych ułożonych w kolejności rosnącej  $\sigma_1 < \sigma_2 < \sigma_3 < \dots < \sigma_n$ .

Po uwzględnieniu rozkładu (5) wyrażenie (1) można przedstawić w następującej postaci:

$$\begin{pmatrix} \Delta\delta \\ \Delta U \end{pmatrix} = J^{-1} \begin{pmatrix} \Delta P \\ \Delta Q \end{pmatrix} = \sum_{i=1}^n v_i (w_i^T / \sigma_i) \begin{pmatrix} \Delta P \\ \Delta Q \end{pmatrix} = \sum_{i=1}^n v_i \Delta S^{(i)} \quad (6)$$

Jeżeli pierwsza wartość osobliwa  $\sigma_1 = \sigma_{min}$  jest znacznie mniejsza od pozostałych wartości osobliwych, wówczas największy wpływ na zmianę faz i modułów napięć występujących w węzłach ma pierwszy składnik sumy (6):

$$\begin{pmatrix} \Delta\delta \\ \Delta U \end{pmatrix}^{(1)} = v_1 (w_1^T / \sigma_1) \begin{pmatrix} \Delta P \\ \Delta Q \end{pmatrix} = v_1 \Delta S^{(1)} \quad (7)$$

w którym składowe pierwszego prawego wektora osobliwego rozdzielają skalar  $\Delta S^{(1)}$  dla pierwszego uogólnionego zakłócenia występującego w sieci.

Wyrażenie na kowariancję zmian modułów i faz napięć, po uwzględnieniu pierwszego uogólnionego zakłócenia, można przedstawić jako wartość skalarną wariancji tych zakłóceń  $\mu_{2\Delta S^{(1)}}$ :

$$\mu_{2\Delta\delta, \Delta U}^{(1)} = \frac{v_1 w_1^T}{\sigma_1} \mu_{2\Delta P, \Delta Q} \left( \frac{v_1 w_1^T}{\sigma_1} \right)^T = v_1 \mu_{2\Delta S^{(1)}} v_1^T \quad (8)$$

Liczba wariantów zakłóceń jest nieskończona. Mogą się one różnić zarówno zakresem, jak i wartością. W przypadku tej liniowej metody zakłóceń uogólnionych nie wymaga się określania scenariusza zmian mocy węzłów, natomiast możliwe jest określenie kompletu przybliżonych scenariuszy zakłóceń na podstawie jednego kryterium, przy wykorzystaniu określonej wartości wariancji zakłóceń uogólnionych. W tym celu należy jedynie określić zakres zmienności wariancji zakłóceń uogólnionych. Najważniejsze zakłócenia to zakłócenia uogólnione, które odpowiadają jednej minimalnej wartości osobliwej lub kilku minimalnym wartościom osobliwym, do siebie zbliżonym.

Błąd związany z linearyzacją równań rozplywu mocy można ograniczyć, korzystając z nieliniowych, probabilistycznych metod wyznaczania rozplywu mocy.

## 3. Nieliniowa, analityczna, probabilistyczna metoda wyznaczania rozplywu mocy

Aproksymację równań stanu ustalonego z wykorzystaniem wielomianu Taylora drugiego stopnia w formie ogólnej można przedstawić w następujący sposób:

$$\begin{pmatrix} \Delta P \\ \Delta Q \end{pmatrix} = J \begin{pmatrix} \Delta\delta \\ \Delta U \end{pmatrix} + \frac{1}{2} \begin{pmatrix} \Delta\delta \\ \Delta U \end{pmatrix}^T H \begin{pmatrix} \Delta\delta \\ \Delta U \end{pmatrix} \quad (9)$$

gdzie macierz trzeciego stopnia  $H$  o wielkości  $k^3$  nazywana „macierzą hesjanu” i składa się z  $k$  warstw.

Układ warstw macierzy hesjanu w postaci macierzy prostokątnej z  $k$  wierszami i  $k^2$  kolumnami:

$$H = \begin{pmatrix} \frac{\partial^2 P}{\partial \delta \partial \delta} & \frac{\partial^2 P}{\partial \delta \partial U} & \frac{\partial^2 P}{\partial U \partial \delta} & \frac{\partial^2 P}{\partial U \partial U} \\ \frac{\partial^2 Q}{\partial \delta \partial \delta} & \frac{\partial^2 Q}{\partial \delta \partial U} & \frac{\partial^2 Q}{\partial U \partial \delta} & \frac{\partial^2 Q}{\partial U \partial U} \end{pmatrix} \quad (10)$$

umożliwia zapis wyrażenia (9) w postaci:

$$\Delta Y = J \Delta X + \frac{1}{2} H \Delta X \otimes \Delta X \quad (11)$$

gdzie:

$$\Delta Y = \begin{pmatrix} \Delta P \\ \Delta Q \end{pmatrix}, \Delta X = \begin{pmatrix} \Delta\delta \\ \Delta U \end{pmatrix}$$

Zależność pomiędzy wartościami średnimi i wariancjami mocy węzłów a wartościami średnimi i kowariancjami parametrów stanu, opartymi na wyrażeniu (11), można przedstawić w następujący sposób:

$$\mu_{\Delta Y} = J \mu_{\Delta X} + \frac{1}{2} H (b_{\mu_{2\Delta X}} + \mu_{\Delta X} \otimes \mu_{\Delta X}) \quad (12)$$

gdzie:  $b_{\mu_{2\Delta X}}$  – wektor złożony z  $k$  kolumn macierzy  $\mu_{2\Delta X}$

$$\mu_{2\Delta Y} = J \mu_{2\Delta X} J^T + \frac{1}{2} J \mu_{3\Delta X} H^T + \frac{1}{2} H \mu_{3\Delta X}^T J^T + \frac{1}{4} H (\mu_{4\Delta X} - b_{\mu_{2\Delta X}} b_{\mu_{2\Delta X}}^T) H^T \quad (13)$$

gdzie:  $\mu_{3\Delta X}$  i  $\mu_{4\Delta X}$  – macierze łącznych momentów centralnych trzeciego i czwartego rzędu o wielkości odpowiednio  $(k2 \cdot k)$  i  $(k2 \cdot k2)$ .

Definicja układu (12) i (13) jest niewystarczająca, ponieważ dwa równania, które zostały dla niego określone, obejmują cztery nieznanne macierze momentów. Aby uzyskać jednoznaczne rozwiązanie, możemy wykorzystać różne formy równania (13). W metodzie linearyzacji statystycznej [4] wyrażenie (13) zachowuje jedynie część liniową, natomiast w metodzie momentów, zaproponowanej przez Manusova [5], wyrażenie to obejmuje zarówno część liniową, jak i momenty centralne czwartego rzędu, które są określone na podstawie wariancji wyznaczonej przy wykorzystaniu zasady rozkładu napięcia.

Żeby uzyskać jednoznaczne rozwiązanie dla układu (12) i (13), możemy przyjąć, że zasada rozkładu zmiennych stanu jest zbliżona do zasady normalnej i momenty trzeciego oraz czwartego rzędu możemy wyrazić za pomocą kumulant równych zeru. Metodę tę określa się mianem metody

dwóch momentów, a równanie (13) określone dla tej metody można zapisać w następującej postaci:

$$\mu_{2\Delta Y} = J\mu_{2\Delta X}J^T + \frac{1}{4}H(\mu_{4\Delta X} - b_{\mu_{2\Delta X}}b_{\mu_{2\Delta X}}^T)H^T \quad (14)$$

Proces iteracji, wykorzystywany podczas rozwiązywania równań (12) i (14), można przedstawić w następujący ogólny sposób: Określone są wartości średnie i wariancje obciążeń, na tyle dokładnie, na ile pozwala wstępna aproksymacja parametrów stanu  $X$ , a następnie tworzona jest macierz Jacobiego. Na podstawie wyrażań określonych dla modelu liniowego obliczane są wektor  $\mu_{\Delta X}$  i macierz  $\mu_{2\Delta X}$ , a za pomocą drugiej wartości znajdujany jest wektor  $b$  oraz macierz  $\mu_{4\Delta X}$ . Kolejny punkt algorytmu polega na utworzeniu macierzy Jacobiego i hesjanu w punkcie  $X + \mu_{\Delta X}$ . Następnie, za pomocą wyrażań (12) i (14), określone są wartości  $\mu_{\Delta X}$  i  $\mu_{2\Delta X}$ , po czym proces iteracji jest powtarzany do momentu, aż wartość uzyskiwana z równania (12) będzie mniejsza od ustalonej wartości.

Aby zwiększyć dokładność rozwiązania, określonego dla problemu nieliniowego probabilistycznego rozptyłu mocy, uzyskanego poprzez zastosowanie metody dwóch momentów, zalecamy zastosowanie metody trzech momentów, w której do równań (12) i (13) dodaje się równanie określone dla momentów centralnych trzeciego rzędu:

$$\begin{aligned} \mu_{3\Delta Y} = & J \otimes J \mu_{3\Delta X} J^T + \frac{1}{2} H \otimes J (\mu'_{4\Delta X} - b_{\mu_{2\Delta X}} \otimes b_{\mu_{2\Delta X}}) J^T + \\ & + \frac{1}{2} J \otimes H (\mu'_{4\Delta X} - \mu_{2\Delta X} \otimes b_{\mu_{2\Delta X}}) J^T + \\ & + \frac{1}{2} J \otimes J (\mu_{4\Delta X} - b_{\mu_{2\Delta X}} b_{\mu_{2\Delta X}}^T) H^T + \\ & + \frac{1}{4} H \otimes H (\mu'_{5\Delta X} - b_{\mu_{2\Delta X}} \otimes \mu_{3\Delta X} - \mu_{3\Delta X} \otimes b_{\mu_{2\Delta X}}) J^T + \\ & + \frac{1}{4} H \otimes J (\mu_{5\Delta X} - b_{\mu_{2\Delta X}} \otimes \mu_{3\Delta X} - b_{\mu_{3\Delta X}} b_{\mu_{2\Delta X}}^T) H^T + \\ & + \frac{1}{4} J \otimes H (\mu_{5\Delta X} - \mu_{3\Delta X}^T \otimes b_{\mu_{2\Delta X}} - b_{\mu_{3\Delta X}} b_{\mu_{2\Delta X}}^T) H^T + \\ & + \frac{1}{8} H \otimes H (\mu'_{6\Delta X} - b_{\mu_{2\Delta X}} \otimes \mu_{4\Delta X} - \mu_{4\Delta X} \otimes b_{\mu_{2\Delta X}} - \\ & - b_{\mu_{4\Delta X}} b_{\mu_{2\Delta X}}^T + b_{\mu_{2\Delta X}} \otimes b_{\mu_{2\Delta X}} b_{\mu_{2\Delta X}}^T) H^T \end{aligned} \quad (15)$$

gdzie:  $\mu'_{4\Delta X}$ ,  $\mu'_{5\Delta X}$ ,  $\mu'_{6\Delta X}$  – macierze łącznych momentów centralnych czwartego, piątego i szóstego rzędu o wielkości odpowiednio  $(k3 \cdot k)$ ,  $(k3 \cdot k2)$ ,  $(k4 \cdot k)$ ,  $(k4 \cdot k2)$ ;  $b$ ,  $b$  – wektory złożone z elementów kolumn macierzy momentów centralnych  $\mu'_{3\Delta X}$  i  $\mu_{4\Delta X}$ . Elementy macierzy  $\mu'_{4\Delta X}$ ,  $\mu'_{5\Delta X}$ ,  $\mu'_{6\Delta X}$  i  $\mu_{4\Delta X}$ ,  $\mu_{5\Delta X}$ ,  $\mu_{6\Delta X}$  są identyczne, ale różnie rozmieszczone.

Układ trzech równań (12), (13), (15) jest niewystarczający. Żeby uzyskać jednoznaczne rozwiązanie, momenty centralne czwartego, piątego i szóstego rzędu są przedstawiane za pomocą kumulantów równych zeru. W tym przypadku algorytm określony dla iteracyjnego sposobu rozwiązania problemu probabilistycznego rozptyłu mocy za pomocą metody trzech momentów jest podobny do algorytmu określonego dla metody dwóch momentów.

Ponadto została przeanalizowana możliwość wykorzystania zmodyfikowanej nieiteracyjnej metody do wyznaczenia probabilistycznego, nieliniowego rozptyłu mocy

[9], w przypadku której nie oczekuje się uzyskania rozwiązania o charakterze iteracyjnym, ale pozwala na skorygowanie wartości średnich i momentów drugiego rzędu, uzyskanych na podstawie aproksymacji liniowej przy uwzględnieniu macierzy hesjanu.

Proponowane ulepszenie metody nieiteracyjnej obejmuje [13] procedurę umożliwiającą określenie rozwiązania w sposób iteracyjny. W przypadku tej metody, określonej jako zmodyfikowana, w ramach której przedstawiona jest również macierz hesjanu w postaci wyrażenia (10), wyrażenie (11) może mieć następującą postać:

$$\Delta X = J^{-1} \Delta Y - \frac{1}{2} J^{-1} H (J^{-1} \otimes J^{-1}) (\Delta Y \otimes \Delta Y) \quad (16)$$

Uwzględniając wyrażenie (16) określone dla zmodyfikowanej probabilistycznej metody wyznaczania rozptyłu mocy, będzie miało następującą postać:

$$\mu_{\Delta X} = A \mu_{\Delta Y} + B (\mu_{2\Delta Y} + \mu_{\Delta Y} \otimes \mu_{\Delta Y}) \quad (17)$$

$$\mu_{2\Delta X} = A \mu_{2\Delta Y} A^T + A \mu_{3\Delta Y} B^T + B (\mu_{3\Delta Y})^T A^T + B \mu_{4\Delta Y} B^T \quad (18)$$

$$\begin{aligned} \mu_{3\Delta X} = & A \otimes A \mu_{3\Delta Y} A^T + A \otimes A \mu_{4\Delta Y} A^T + \\ & + A \otimes B \mu'_{4\Delta Y} A^T + \\ & + B \otimes A \mu'_{4\Delta Y} A^T + A \otimes B \mu_{5\Delta Y} B^T + \\ & + B \otimes A \mu_{5\Delta Y} B^T + \\ & + B \otimes B \mu'_{5\Delta Y} A^T + B \otimes B \mu'_{6\Delta Y} B^T \end{aligned} \quad (19)$$

gdzie:

$$A = J^{-1}, B = -\frac{1}{2} J^{-1} H (J^{-1} \otimes J^{-1})$$

Dokładność probabilistycznej estymacji, opartej na metodach liniowych i nieliniowych, można ocenić, porównując je z wynikami estymacji uzyskanymi w wykorzystaniu metody Monte Carlo.

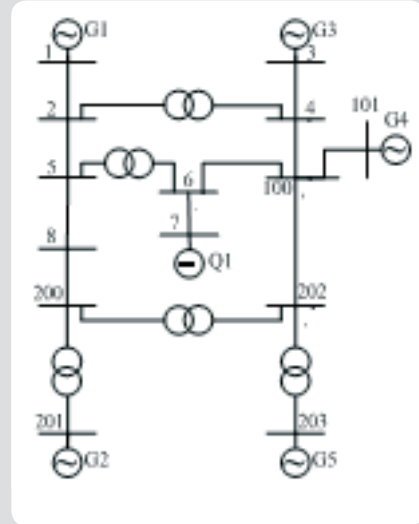
#### 4. Porównanie probabilistycznych metod wyznaczania rozptyłu mocy

Porównanie nieliniowych, probabilistycznych metod wyznaczania rozptyłu mocy przeprowadzono na przykładzie modułów napięć węzłowych.

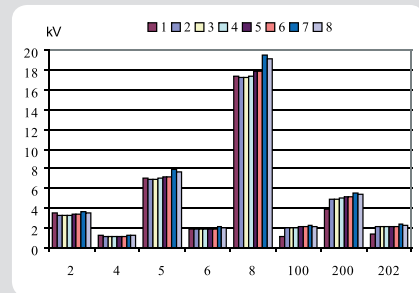
Jako sieć testową do porównania metod wykorzystano sieć systemu elektroenergetycznego przedstawioną na rys. 2, która obejmuje 14 węzłów i 15 linii elektroenergetycznych.

Wartości początkowe dotyczące wartości średnich, wariancji oraz momentów wyższych rzędów dla przyjętych obciążeń w węzłach testowej sieci, uzyskano na podstawie funkcji Laplace'a. Przyjęto standardowe odchylenia mocy w węzłach równe 12% ich wartości średnich, co odpowiada 20-proc. błędowi prognozy obciążeń w przypadku prawdopodobieństwa odchylenia zmiennej stochastycznej od wartości średniej, gdzie to prawdopodobieństwo kształtuje się na poziomie 0,9.

Na rys. 3 przedstawiono standardowe odchylenia zmian modułów napięć węzłowych sieci testowej, które uzyskuje się przy wykorzystaniu odpowiednich macierzy



Rys. 2. 14-węzłowa sieć testowa



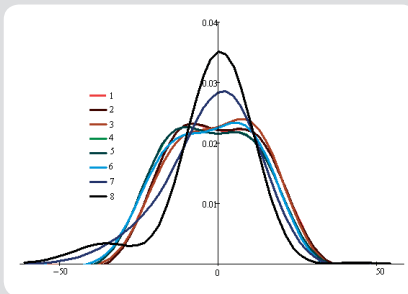
Rys. 3. Standardowe odchylenia zmian modułów napięć węzłowych obliczone z wykorzystaniem następujących metod: 1 – zakłócenia uogólnione, 2 – liniowa, 3 – nieiteracyjna, 4 – dwóch momentów, 5 – linearyzacji statystycznej, 6 – zmodyfikowana, 7 – trzech momentów, 8 – Monte Carlo

kowariancji w przypadku dwóch metod liniowych, pięciu metod nieliniowych oraz metody Monte Carlo.

W wyniku analizy rys. 3 wyciągnięte zostały następujące wnioski:

- W przypadku wszystkich metod maksymalną różnicę odchylenia standardowego, w odniesieniu do metody Monte Carlo, obserwuje się dla modułu napięcia w węzle 8. Na podstawie analizy singularnej węzeł ten uznano za wrażliwy.
- Odchylenia standardowe, uzyskane za pomocą metody liniowej, nieiteracyjnej oraz metody zakłóceń uogólnionych, są bardzo zbliżone.
- Odchylenia standardowe, uzyskane metodą trzech momentów, są najbardziej zbliżone do odchylenia standardowego, jakie uzyskano po zastosowaniu metody Monte Carlo. Jednak, w przeciwieństwie do innych metod, są one większe od wartości z metody Monte Carlo.
- Kolejne metody, po metodzie trzech momentów, które umożliwiły uzyskanie odchylenia standardowego i były zbliżone do odchylenia standardowego uzyskanych za pomocą metody Monte Carlo, to metoda linearyzacji standardowej, zmodyfikowana, oraz metoda dwóch momentów.

Zaletę metody trzech momentów potwierdza porównanie krzywych funkcji gęstości prawdopodobieństwa określonych dla zmian modułu napięcia w węźle 8.



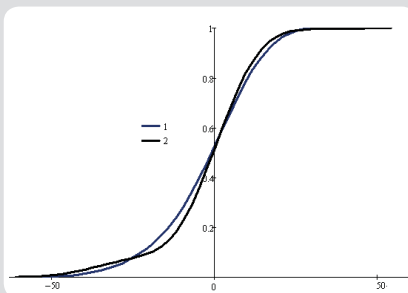
Rys. 4. Krzywe funkcji gęstości prawdopodobieństwa określające zmianę modułu napięcia w węźle 8, wykreślone na podstawie szeregu Grama-Charliera (numeracja metod jest taka sama jak na rys. 3)

Na rys. 4 przedstawiono krzywe wykreślone dla sześciu metod analitycznych i metody Monte Carlo. W wyniku porównania okazało się, że krzywa funkcji gęstości prawdopodobieństwa, wykreślona dla metody trzech momentów, jest najbardziej zbliżona do krzywej gęstości charakteryzującej metodę Monte Carlo. Zostało to stwierdzone na podstawie porównania z krzywymi wykreślonymi dla pozostałych metod. Funkcję gęstości prawdopodobieństwa  $f(x)$  zmiennej  $x$ , aproksymowaną na podstawie rozkładu Grama-Charliera, można przedstawić w następującej postaci [14]:

$$f(x) = \sum_{j=0}^{\infty} c_j H_j(x) \phi(x) \quad (20)$$

gdzie:

funkcja  $\phi$  – rozkład normalny,  
funkcja  $H_j(x)$  – ortogonalne wielomiany Hermite'a, a  $c_j$  – współczynniki obliczone na podstawie momentów.



Rys. 5. Krzywe funkcji rozkładu przedstawiające moduł napięcia w węźle 8, wykreślone na podstawie rozkładu Grama-Charliera, przyjęte dla metody trzech momentów – 1 i metody Monte Carlo – 2

Zaletę metody trzech momentów potwierdza również porównanie krzywych funkcji rozkładu modułu napięcia w węźle 8 wszystkich trzech metod analitycznych, z krzywą funkcji rozkładu wykreśloną dla metody Monte Carlo. Na podstawie tego porównania można stwierdzić, że funkcje rozkładu, określone dla metody trzech

momentów oraz metody Monte Carlo (rys. 5) są do siebie zbliżone.

W celu aproksymacji funkcji rozkładu zmiennej stochastycznej  $F(X)$  za pomocą rozkładu Grama-Charliera wyrażenie określone dla funkcji gęstości prawdopodobieństwa (20) poddano całkowaniu przez części:

$$F(X) = \int_{-\infty}^x f_x(x) dx = \int_{-\infty}^x \sum_{j=0}^{\infty} c_j H_j(x) dx = \quad (21)$$

$$= \frac{1}{2} + \Phi(x) + \sum_{j=0}^{\infty} c_j H'_j(x)$$

gdzie:

$\Phi(x)$  – funkcja Laplace'a;

$H'_j(x)$  – pochodne wielomianów Hermite'a.

### 5. Probabilistyczny rozptył mocy w przypadku występowania ograniczeń

Jeżeli w wyniku obliczenia probabilistycznego rozptyłu mocy okaże się, że prawdopodobieństwo określenia obserwowanych zmiennych wrażliwych jest mniejsze od wymaganego, można je zwiększyć na dwa sposoby.

Pierwszy sposób polega na wyszukaniu sposobów zmniejszenia odchylenia standardowego poprzez wzmocnienie słabych miejsc, czego można dokonać poprzez zmianę ich parametrów.

Drugi sposób polega na wybraniu opcji regulacji, które pozwalają zminimalizować odległość, jaka dzieli medianę  $m_c$  od wartości średniej  $m$  krzywej rozkładu prawdopodobieństwa zmiennej stochastycznej w obszarze, w jakim można ją określić. Kryterium to stosuje się w przypadku zmiennej, której rozkład różni się od rozkładu normalnego. Krzywą funkcji gęstości prawdopodobieństwa można uzyskać dla tego kryterium na podstawie czterech lub większej liczby momentów, wykorzystując rozkład Grama-Charliera.

W przypadku rozkładu normalnego krzywa funkcji gęstości prawdopodobieństwa, wykreślona dla dwóch momentów, jest symetryczna, dzięki czemu możliwe jest przekształcenie kryterium wyboru odpowiednich sterowań umożliwiających zminimalizowanie odległości, jaka dzieli wartość średnią zmiennej  $z_i$  oraz środek obszaru, w jakim można określić jej zmianę  $m_{ci} = (z_{imin} + z_{imax})/2$ . Z uwagi na to, że ograniczenia w zakresie zmiennych stanu, takich jak moduły napięć, mają charakter symetryczny w odniesieniu do napięcia znamionowego stanowiącego środek obszaru, w którym możliwe jest określenie zmiennej  $m_{ci} = U_{nom}$ , dokonuje się przekształcenia kryterium w celu zminimalizowania odległości, jaka dzieli wartość średnią i znamionową określoną dla napięcia.

Zaleca się, żeby podczas wyboru odpowiednich sterowań zapewniających wymagane prawdopodobieństwo obserwowanych i dających się określić zmiennych zastosować metodę równoważnika deterministycznego [11, 12].

Metoda ta pozwala wyeliminować po kolei problemy deterministyczne i probabilistyczne. Jednak w przypadku rozwiązywania problemu deterministycznego za pomocą zalecanej metody powyższe kryteria są zminimalizowane, a obszar, w jakim można określić każdą obserwowaną zmienną, nie zostaje zawężony tak, jak ma to miejsce w metodzie równoważnika deterministycznego.

Poniżej przedstawiono główne etapy algorytmu, którego celem jest wybranie odpowiednich regulacji.

1. Wskaźnik iteracji  $k = 0$ . Obliczenie możliwego stanu ustalonego systemu elektroenergetycznego, w wyniku którego wyznaczone zostają wartości zmiennych stanu, spełniające określone ograniczenia:

$$W(X, Y) = 0 \quad (22)$$

$$X_{min} \leq X \leq X_{max} \quad (23)$$

$$F_{min} \leq F(X, Y) \leq F_{max} \quad (24)$$

$$Y_{min} \leq Y \leq Y_{max} \quad (25)$$

gdzie:  $W(X, Y)$  – układ równań mocy węzłowych;  $X - N_x$  – wektor zmiennych zależnych, który obejmuje moduły i fazy napięć węzłowych;  $Y - N_y$  – wektor regulacji lub zmiennych niezależnych obejmujących przekładnie transformatorów  $YN_x N_y$  wartości mocy biernej kompensatorów, moduły napięć, możliwości generacyjne w węzłach typu PU oraz inne regulowane parametry;  $F - N_f$  – wektor zmiennych funkcjonalnych, gdzie każda składowa  $ii$  wektora  $f_i(X, Y)$  jest funkcją  $X$  i  $Y$ , zawiera rozptyły mocy czynnej i biernej w liniach, a także wartości mocy biernej w węzłach typu PU.

Liczba równań mocy węzłowych (22) wynosi  $N_x$ . Zakres składowych wektora  $X$  wybiera się tak, aby macierz Jacobiego  $J = \partial W / \partial X$  (22) była niezdegenerowana. Uproszczenie opisu jest możliwe dzięki zastosowaniu wektorów  $Z, Z_{min}, Z_{max}$  wymiaru  $N_z = N_x + N_y$ , które stanowią sumę wektorów  $X$  i  $F, X_{min}$  i  $F_{min}, X_{max}$  i  $F_{max}$ . Problem (22–25) rozwiązuje się za pomocą metody zredukowanego gradientu [15], w ramach której formuluje się i rozwiązuje problem programowania kwadratowego, a wartości składowych wektorów  $Z^k$  i  $Y^k$  określa się na każdym etapie linearyzacji.

2. Obliczenie probabilistycznego rozptyłu mocy oraz określenie liczbowych właściwości obserwowanych zmiennych, wydzielenie zmiennych wrażliwych  $z_j, j \in I_c$ , gdzie  $I_c$  to zestaw wskaźników zmiennych wrażliwych. Określenie prawdopodobieństw możliwych do wskazania zmiennych wrażliwych. Praca algorytmu kończy się po uzyskaniu wymaganego prawdopodobieństwa wszystkich zmiennych wrażliwych. W przeciwnym razie budowany jest  $N_{cv}$ -wymiarowy wektor  $Z_v, Z_v$ , obejmujący zmienne wrażliwe  $z_j, j \in I_c$ . Dla tych zmiennych nie określa się prawdopodobieństwa zawierającego ograniczenia nierównościowe ( $z_{imin}, z_{imax}$ ). Dla każdej zmiennej wrażliwej wektora  $z_v, i = 1, N_{cv}$  określa się wartość  $m_{a_{v,i}}^k$ , która powinna być taka sama jak zmienna w punkcie rozwiązania problemu deterministycznego.

3. Rozwiązywanie deterministycznego problemu związanego z obliczaniem rozptyłu mocy, uwzględniającego ograniczenia nierównościowe (22–25), dostarcza wymaganego prawdopodobieństwa określenia zmiennych obserwowanych. W ramach problemu określa się wektor działań regulacyjnych  $Y_s$ , minimalizujący funkcję celu:

$$\min_Y \sum_{i=1}^{N_v} (z_{vi}(Y_s) - m_{e_v}^k)^2 \quad (26)$$

gdzie:

$Y_s$  – składowe wektora  $Y$ , w przypadku których zmiany obserwowanych zmiennych  $Z_v$  charakteryzują się największą wrażliwością.

Reakcję zmiennych  $Z_v$  na sterowanie  $Y$  określa się poprzez obliczenie współczynników wrażliwości:

$$n_{sumj}^k = \sum_{i=1}^{N_v} (z_{vi} - m_{e_v}^k) n_j^k, j=1, N_y \quad (27)$$

gdzie:

$n_j^k$  – składowa  $j$  wektora  $n_i^k$ , którą określa się za pomocą następującego wyrażenia:

$$n_i^k = \frac{\partial z_{vi}}{\partial Y} = \frac{\partial z_{vi}}{\partial Y_0} - \frac{\partial z_{vi}}{\partial X} \left( \frac{\partial W}{\partial X} \right)^{-1} \frac{\partial W}{\partial Y}, i=1, N_{cv} \quad (28)$$

gdzie:

$\frac{\partial z_{vi}}{\partial Y_0}$ ,  $\frac{\partial z_{vi}}{\partial X}$  – pochodne wartości  $z_{vi}$  przy uwzględnieniu ich wyrażonej zależności od składowych wektorów  $Y$  i  $X$ . Problem (22–26) można rozwiązać za pomocą metody zredukowanego gradientu, w ramach której w każdym kroku linearyzacji, z wykorzystaniem metody punktu wewnętrznego formułuje się i rozwiązuje problem programowania kwadratowego.

4. Weryfikacja kryterium po zakończeniu pracy algorytmu. Jeżeli wariancja kryterium (26) w dwóch sąsiednich iteracjach nie przekracza danej dokładności, następuje zatrzymanie algorytmu. W przeciwnym razie zwiększony zostaje wskaźnik iteracji  $k = k + 1$  i dochodzi do realizacji drugiej części algorytmu, w ramach której rozwiązuje się problem probabilistyczny.

### 6. Przykład algorytmu umożliwiającego wybór odpowiednich sterowań

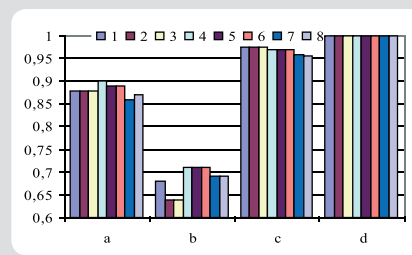
W tab. 1, określonej dla schematu sieci testowej przedstawionego na rys. 2, zaprezentowano standardowe odchylenia modułów napięć węzłowych sieci testowej, które nie są węzłami generacyjnymi, wartości różnic w zakresie wartości średnich i znamionowych oraz prawdopodobieństwa możliwych do określenia modułów napięć. Wszystkie wyniki uzyskano za pomocą liniowej, probabilistycznej metody wyznaczania rozptyłu mocy. Moduły napięć wynoszą  $\pm 30$  kV w węzłach 500 kV oraz  $\pm 25$  kV w węzłach 220 kV.

Należy zauważyć, że reakcja modułu napięcia węzła 8 na zakłócenia zewnętrzne jest większa niż w węzle 200, co można zaobserwować na podstawie porównania standardowych odchyleni występujących dla tych węzłów, oraz że różnica pomiędzy napięciem średnim a znamionowym jest znacznie większa w węzle 200 niż węzle 8. Druga właściwość ma znaczenie decydujące, ponieważ prawdopodobieństwo określenia modułu napięcia dla węzła 200 (równe 0,6484) jest mniejsze od prawdopodobieństwa (równego 0,8836) wyznaczonego dla węzła 8.

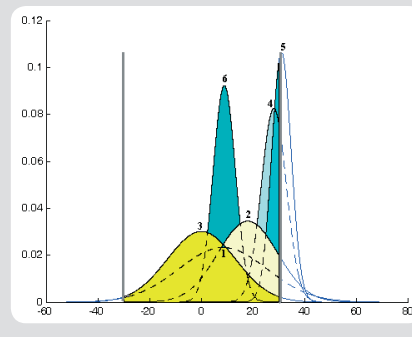
Identyczne niskie prawdopodobieństwa dla węzła 200 można uzyskać przy zastosowaniu, oprócz metody liniowej, metody

Węzły	$c_{U}$ (kV)	$m_U - U_{nom}$ (kV)	$P$
2	3,657	22,340	0,9819
4	1,326	11,497	1,0000
5	6,887	12,056	0,9954
6	1,866	5,172	1,0000
8	17,122	8,447	0,8836
100	2,033	9,241	1,0000
200	4,831	28,159	0,6484
202	2,050	13,627	1,0000

Tab. 1. Probabilistyczne właściwości modułów napięć, jakie występują w węzłach sieci testowej dla stanu początkowego



Rys. 6. Probabilistyczne moduły napięć węzłowych w sieci testowej, uzyskane za pomocą różnych metod: dla warunków początkowych (8-a i 200-b) oraz punktu końcowego (8-c i 200-d). Numeracja metod jest taka sama jak na rys. 3



Rys. 7. Krzywe funkcji gęstości prawdopodobieństwa wykreślone dla zmian modułów napięć występujących w węzłach 8 i 200 dla stanu początkowego (1 i 4), stanu uzyskanego po wzmocnieniu słabych linii (2 i 5) oraz stanu uzyskanego po zmianie przekładni trzech transformatorów (3 i 6)

zakłóceń uogólnionych, metod nieliniowych oraz metody Monte Carlo (rys. 6).

Żeby zapewnić prawdopodobieństwo określenia modułów napięć w węzłach 8 i 200, wzmocniono słabe powiązania, dzięki czemu możliwe było zmniejszenie standardowych odchyleni zmiennych oraz wybranie działań regulacyjnych umożliwiających przesunięcia średnich wartości zmiennych na środek obszaru, w jakim zmiennie te można określić.

Jako kryterium do określenia słabych powiązań posłużono się maksymalnymi wartościami odchyleni standardowych w zakresie zmiany różnic modułów napięć. Wyznaczone zostały te same linie (5–8) i (8–200) sieci testowej, jakie zostały

uznane za słabe w [1] na podstawie analizy singularnej. Linie te uznano za słabe, ponieważ zmniejszenie rezystancji tych linii ma największy wpływ na minimalną wartość osobliwą macierzy Jacobiego. Innymi słowy, poprawia się tu warunkowo i prowadzi do osłabienia reakcji zmiennych wrażliwych na zakłócenia. Zmiany w zakresie przekładni transformatorów 200–201, 200–202, 202–203 posłużyły jako działania regulacyjne do przesunięcia średnich wartości napięć występujących w węzłach 8 i 200.

Na rys. 7 przedstawiono krzywe funkcji gęstości prawdopodobieństwa wykreślone dla zmian modułów napięć występujących w węzłach 8 i 200 dla stanu początkowego (1 i 4), stanu uzyskanego poprzez obniżenie o 11% impedancji indukcyjnej słabych linii elektroenergetycznych 5–8 i 8–200 (2 i 5) oraz stanu uzyskanego po zmianie przekładni trzech transformatorów (3 i 6).

Wzmocnienie sieci powoduje zmniejszenie odchylenia standardowego występującego dla węzłów 8 i 200, zwiększenie różnicy pomiędzy napięciami średnimi a znamionowymi, jakie występują w tych węzłach, oraz zmniejszenie prawdopodobieństwa określenia zmiennych. Zmiana przekładni transformatorów prowadzi do nieznacznego zmniejszenia standardowych odchyleni w zakresie zmian modułów napięć występujących w węzłach 8 i 200, przesunięcia średnich wartości tych napięć oraz zwiększenia prawdopodobieństwa określenia modułów napięć do poziomu równego 0,9764 i 1,0.

Na rys. 6 zostały przedstawione wyniki zwiększenia prawdopodobieństwa określenia modułów napięć, które uzyskano w metodzie liniowej. Zostały one rozszerzone w celu uwzględnienia wszystkich przeanalizowanych probabilistycznych metod wyznaczania rozptyłu mocy. W efekcie analizy tych wyników okazuje się, że wybrane sterowania umożliwiają zwiększenie wartości prawdopodobieństw we wszystkich metodach.

### 7. Informacje i ustalenia końcowe

1. Za pomocą probabilistycznych metod wyznaczania rozptyłu mocy uzyskuje się te same zmienne wrażliwe systemu elektroenergetycznego, jakie można określić na podstawie analiz singularnych.
2. W celu obliczenia probabilistycznych wskaźników zmiennych sieci niejednorodnej zaleca się wykorzystanie kombinacji analitycznej metody probabilistycznej oraz wartości skalarnej pierwszego zakłócenia uogólnionego.
3. Autorzy zalecają modyfikację nieliniowych, probabilistycznych metod wyznaczania rozptyłu mocy, która obejmuje metody drugiego i trzeciego momentu z możliwością zastosowania kumulantów, a także modyfikację metody nieiteracyjnej, polegającą na skorygowaniu macierzy Jacobiego i hesjanu podczas iteracji.
4. W wyniku eksperymentalnego porównania analitycznych, probabilistycznych metod wyznaczania rozptyłu mocy ujawniona została bezdyskusyjna zaleta metody trzech momentów, którą można zauważyć, porównując dokładność

uzyskanego rozwiązania z dokładnością uzyskiwaną w pozostałych metodach.

5. Autorzy wskazują sposób rozwiązania problemu wyboru działań regulacyjnych, których celem jest zapewnienie wymaganego prawdopodobieństwa określenia regulowanych parametrów zmiennych wrażliwych.

#### Bibliografia

1. Voitov O.N. i in., Analiza niejednorodności występujących w systemach elektroenergetycznych, *Sib. Pub. Comp.*, RAN 1999, s. 256 (w języku rosyjskim).
2. Ventsel E.S., Teoria prawdopodobieństw, *Nauka* 1969, s. 576 (w języku rosyjskim).
3. Pugachev V.S., Teoria prawdopodobieństw i statystyki matematyczne, *Nauka* 1979, s. 496 (w języku rosyjskim).
4. Kazakov I.E., Dostupov B.G., Dynamika statystyczna nieliniowych układów sterowania automatycznego, *Fizmatgiz* 1962, s. 332 (w języku rosyjskim).
5. Bibliograficzny indeks publikacji autorstwa V.Z. Manusova [online], <http://rudocs.exdat.com/docs/index163024.html>.
6. Manusov V.Z., Lykin A.V., Obliczenia dla stanów ustalonych systemów elektroenergetycznych z uwzględnieniem probabilistycznego charakteru obciążeń, *Izv. Sib. Otdelenie Akad. Nauk SSSR, Tekhn. Nauki* 1973, Vyp. 1, nr 3, s. 88–91 (w języku rosyjskim).
7. Borkowska B., Probabilistyczny rozptył mocy, *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, maj–czerwiec 1974, nr 3, t. PAS-93, s. 752–755.
8. Su C.L., Obliczenia probabilistycznego rozptyłu mocy z wykorzystaniem metody estymacji punktowej, *IEEE Trans. Power Systems*, listopad 2005, nr 4, t. 20, s. 1843–1851.
9. Li X. i in., Algorytm probabilistycznego rozptyłu mocy zachowującego nieliniowość, Międzynarodowa konferencja na temat technologii systemów elektroenergetycznych, Kunming 2002, t. 4, s. 2111–2115.
10. Chen P., Chen Z., Bak-Jensen B., Probabilistyczny rozptył mocy: omówienie [online], [http://vbn.aau.dk/ws/bspretrieve/-/16272096/Probabilistic\\_load\\_fow\\_a\\_review.pdf](http://vbn.aau.dk/ws/bspretrieve/-/16272096/Probabilistic_load_fow_a_review.pdf).
11. Valdma M.K., Krumm L.A., Okhorzin Y.A., Metody rozwiązywania stochastycznych problemów związanych ze skomplikowaną optymalizacją pracy głównych systemów elektroenergetycznych, *Irkuck* 1974, s. 96–111 (w języku rosyjskim).
12. Murashko N.A., Okhorzin Y.A., Krumm L.A. i in., Analizowanie i kontrolowanie stanów ustalonych systemów elektroenergetycznych, *Nauka* 1987, s. 240 (w języku rosyjskim).
13. Golub I.I., Boloev E.V., Szacunkowe prawdopodobieństwo umieszczenia zmiennych wrażliwych w dopuszczalnych granicach, Międzynarodowa konferencja na temat liberalizacji i modernizacji systemu elektroenergetycznego, *Irkuck* 2011, s. 178–186.
14. Fedorchenko V.A., Teoria rozkładów wielowymiarowych, *Rus* 2003, s. 576 (w języku rosyjskim).
15. Krumm L.A., Metody optymalizacji w zakresie kontroli systemów elektroenergetycznych, *Nauka, Sib. Otd.* 1981, s. 317 (w języku rosyjskim).

Opracowanie zostało wsparte grantem 1507.2012.8 udzielonym przez Leading Scientific School

#### Irina I. Golub

prof.

Instytut Automatyki Systemów Energetycznych Melentiewa Rosyjskiej Akademii Nauk

e-mail: [golub@isem.sei.irk.ru](mailto:golub@isem.sei.irk.ru)

Ukończyła Moskiewski Instytut Energetyczny, uzyskując tytuł inżyniera elektryka. Od 1972 roku zatrudniona w ISEM SB RAS w Irkucku. Prowadzi badania związane z analizą stanów systemów elektroenergetycznych. Piastuje funkcję badacza czołowego i posiada uniwersytecki tytuł profesora doktora nauk technicznych.

#### Oleg N. Voitov

dr nauk technicznych

Instytut Automatyki Systemów Energetycznych Melentiewa Rosyjskiej Akademii Nauk

Ukończył Moskiewski Instytut Energetyczny, uzyskując tytuł inżyniera elektryka. Od 1971 roku zatrudniony w ISEM SB RAS w Irkucku. Jego zainteresowania naukowe są związane z analizą stanów systemów elektroenergetycznych. Piastuje funkcję badacza czołowego i posiada uniwersytecki tytuł doktora nauk technicznych.

#### Evgeny V. Boloev

mgr inż

Państwowa Akademia Techniczna w Angarsku

Pełni funkcję adiunkta w Państwowej Akademii Technicznej w Angarsku. W 1998 roku uzyskał dyplom inżyniera elektryka na Uniwersytecie Technologicznym w Angarsku. Ukończył także kurs podyplomowy przeprowadzony w ESI SB RAS.