



RADOSŁAW OLESZEK

Politechnika Warszawska
r.oleszek@il.pw.edu.pl



WOJCIECH RADOMSKI

Politechnika Łódzka
w.radomski@il.pw.edu.pl

Wpływ sposobu modelowania przęseł wielodźwigarowych z belek prefabrykowanych na wartości reakcji

Łożyska stanowią istotny element konstrukcyjny obiektów mostowych, przekazujący obciążenia i uogólnione przemieszczenia z przęseł na podpory. Przyjęty układ łożyskowania, rodzaj i typ łożysk oraz ich charakterystyki podatnościowe i tłumiące wpływają na pracę statyczną i dynamiczną przęseł mostowych. W szczególności dotyczy to obiektów ciągłych, usytuowanych w skosie lub zakrzywionych w planie [1, 3, 6, 8, 11, 12, 15, 18÷20].

Dokładność szacowania sił przypadających na łożyska, jest istotna z punktu widzenia projektowania podpór mostowych, w których reakcje z przęseł są podstawowym obciążeniem. Jednym z elementów wpływających na otrzymywane wartości reakcji jest sposób dyskretyzacji ustrojów mostowych [15, 18÷20]. Modelowanie komputerowe przęseł o dużym udziale elementów prefabrykowanych nie jest tak jednoznaczne jak w ustrojach monolitycznych [4, 5, 7, 13, 14, 16]. Powinno uwzględnić specyfikę połączeń tych elementów pod kątem sposobu ukształtowania wszystkich styków (tzw. zamków), na przykład styków żelbetowych, łączących półki belek prefabrykowanych.

W ogólnym ujęciu, relacja sztywności podłużnej i poprzecznej przęseł belkowo-płytowych wpływa na dystrybucję obciążeń na poszczególne dźwigary, a tym samym na reakcje punktów podparć. Dodatkowymi czynnikami mającymi wpływ na otrzymywane wartości reakcji, w zależności od specyfiki zastosowanego układu konstrukcyjnego i przyjętego modelu numerycznego przęsła, mogą być:

- relacje sztywności giętnych i skrętnych dźwigarów głównych, płyt pomostowych i poprzecznic,
- klasa modelu obliczeniowego (rusztowy, powłokowy, powłokowo-belkowy),
- uwzględnienie sprężystości (podatności) łożysk,
- wierne odwzorowanie w modelu ukształtowania obiektu w planie (zakrzywienie, skos przęsła),
- zagęszczenie siatki podziału elementów skończonych,
- usytuowanie elementów przęsła względem siebie (mimośrod),
- funkcje interpolacyjne przemieszczeń elementów skończonych (funkcje kształtu),
- odwzorowanie rzeczywistego poziomu usytuowania łożysk (poniżej spodu płyty a nie w osi obojętnej),

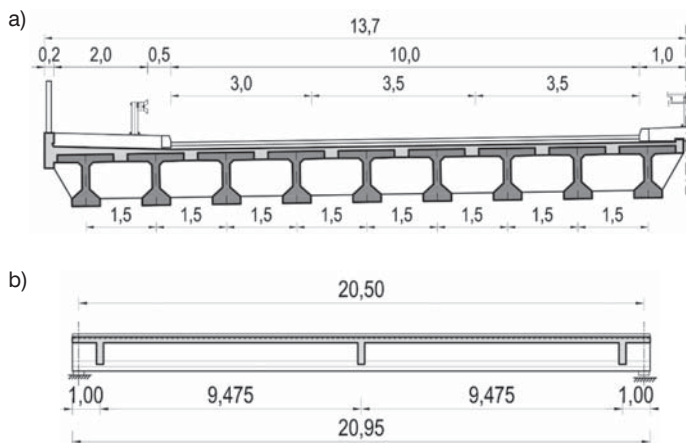
- układ siatki prętów modeli rusztowych (ortogonalny, ukośny, pręty diagonalne),
- zagęszczenie prętów poprzecznych zbiegających się w strefach podporowych czy zdegenerowany kształt elementów powłokowych,
- uwzględnienie lub pominięcie redystrybucji sił wewnętrznych związanej z zarysowaniem i pęzaniem betonu, których obliczeniowe oszacowanie nie zawsze odpowiada przebiegowi tych zjawisk w realnych konstrukcjach,
- zawiżenie klasy betonu w rzeczywistej konstrukcji, w stosunku do przyjętej w projekcie – moduł sprężystości betonu odbiegający od założeń projektowych,
- uwzględnienie lub pominięcie sztywności zabudowy chodnikowej, nawierzchni jezdni, barier i balustrad.

Zróżnicowanie reakcji przekazywanych na łożyska, w zależności od modelu obliczeniowego przęsła, jest szczególnie widoczne w przypadku obciążeń ruchomych działających powierzchniowo (tabor samochodowy) lub obciążeń o charakterze skoncentrowanym (np. ciężkie pojazdy) usytuowanych lokalnie na szerokości przęsła.

W artykule przeanalizowano wpływ sposobu modelowania sztywności poprzecznej na reakcje pojedynczego przęsła prefabrykowanego z belek typu „Płońsk”, wyodrębnionego z konstrukcji dziesięcioprzęsłowego wiaduktu, zlokalizowanego przy ul. Żołnierskiej w Warszawie [2, 17, 24, 25]. Przeprowadzono jakościową i ilościową ocenę sposobu modelowania styków (zamków) żelbetowych pomiędzy półkami belek „Płońsk” na zróżnicowanie reakcji od wybranych typów obciążeń. Styki te stanowią quasi-przeguby, tj. przeguby niepełne, sprężyste, o ograniczonej swobodzie obrotu (inaczej – przeguby techniczne, nieidealne, podatne). Szerokie przęsła wielobelkowe o konstrukcji podobnej do rozpatrywanego obiektu, w warunkach znacznego zróżnicowania sztywności poprzecznej (y) i podłużnej (x), tj. przy $EJ_y \ll EJ_x$, pracują bardziej jak płyty ortotropowe niż układy rusztowe silnie stężone poprzecznie. W związku z tym, sposób odwzorowania proporcji tych sztywności wpływa na wartości reakcji przekazywanych z ustroju na poszczególne punkty podparć.

Opis konstrukcji obiektu

Do obliczeń porównawczych przyjęto pojedyncze przęsło swobodnie podparte o rozpiętości teoretycznej 20,50 m (rys. 1). Wiadukt zaprojektowano w 1981 roku zgodnie z [21], a wybudowano w roku 1984 [15, 24, 25].



Rys. 1. Geometria analizowanej konstrukcji: a) przekrój poprzeczny, b) przekrój podłużny

Rzut przęsła jest prostokątny w planie. Szerokość ustroju wynosi 13,70 m. W przekroju poprzecznym zastosowano 9 strunobetonowych belek prefabrykowanych typu „Płońsk” wysokości 1,10 m z betonu marki $R_w = 450 \text{ kG/cm}^2$ (~B40/B45). Półki belek połączone są monolitycznymi zamkami żelbetowymi szerokości 30 cm z betonu marki $R_w = 300 \text{ kG/cm}^2$ (~B25). Belki „Płońsk” zbrojone są prętami ze stali gładkiej A-I St3SX ($R_a = 250 \text{ MPa}$) i sprężone za pomocą 28 splotów $7\phi 5$ ze stali sprężającej o $R_{vk} = 1370 \text{ MPa}$.

Na półkach belek znajduje się warstwa wyrównawczo-spadkowa z betonu zbrojonego grubości $1 \div 12 \text{ cm}$ z betonu marki „300” (~B25). Stężenie poprzeczne belek stanowią dwie poprzecznicie podporowe i jedna przęsłowa (w jednym przęśle) wylewane na budowie z betonu marki $R_w = 300 \text{ kG/cm}^2$ (~B25), o wymiarach $0,25 \text{ m} \times 0,78 \text{ m}$. Połączenie poprzecznic z prefabrykatami „Płońsk” zapewniały pręty zbrojeniowe przeplecione przez specjalnie ukształtowane otwory $6 \times 20 \text{ cm}$ w górnych i dolnych strefach środników belek prefabrykowanych, w liczbie 5 szt. $\phi 28$ w jednym otworze. Poprzecznicie podporowe są odsunięte od osi łożysk o $77,5 \text{ cm}$.

Modele obliczeniowe

Obliczenia przeprowadzono w środowisku MES SOFiSTiK, wykorzystując zasady przedstawione między innymi w pracach [4, 5, 7, 9, 10, 23]. Wykonano siedem odwzorowań numerycznych o zróżnicowanym sposobie dyskretyzacji sztywności poprzecznej przęsła, które w różnym stopniu uwzględniają sztywność poprzecznic i wpływ quasi-przegubów żelbetowych (rys. 2). Wszystkie modele to ruszty belkowe, charakteryzujące się odmiennym sposobem modelowania styków żelbetowych między półkami belek „Płońsk”.

Na podstawie normy [21] przyjęto następujące moduły sprężystości betonu: prefabrykaty „Płońsk” – $E_b = 37,5 \text{ GPa}$, pasma poprzeczne rusztu (płyta pomostu) i poprzecznic – $E_b = 30,0 \text{ GPa}$.

Model 1 stanowi ruszt belkowy o węzłach sztywnych – odwzorowanie to jest klasy e^1 , p^3 (rys. 2a). Z uwagi na

uwzględnienie mimośrodowo usytuowania łożysk w stosunku do środków ciężkości dźwigarów (dodatkowe węzły modelu MES symulujące łożyska poniżej dolnej półki belek), model można określić jako ramę przestrzenną. Jednak samo przęsło (pomost) zamodelowano za pomocą rusztu, tj. w postaci ortogonalnego układu belek wzdłużnych (belka typu Płońsk wraz z nadbetonem) i poprzecznych (pasma płyty pomostu $b \times h = 1,0 \times 0,16 \text{ m}$ i poprzecznic $b \times h = 0,25 \times 0,78 \text{ m}$). Uwzględniono rzeczywiste usytuowanie względem siebie belek prefabrykowanych, płyty pomostu i poprzecznic (mimośrodo). W modelu tym sztywności EJ wszystkich prętów wyznaczono na podstawie geometrii przekrojów betonowych brutto pracujących w fazie I (przekroje niezarysowane, bez redukcji sztywności).

Model 2 to ruszt belkowy wykonany podobnie jak model 1. W obliczeniach uwzględniono w sposób przybliżony wpływ zarysowania ($w_{k,lim} = 0,2 \text{ mm}$) zamków żelbetowych między półkami belek „Płońsk” i zarysowania poprzecznic na sztywność poprzeczną modelu obliczeniowego za pomocą redukcji sztywności prętów poprzecznych rusztu. Spadek sztywności oszacowano na podstawie ilości zbrojenia w poszczególnym elemencie (stal gładka A-I St3SX). Uwzględniono efekt *tension stiffening*, ujmujący współpracę betonu rozciąganego ze zbrojeniem na odcinkach pomiędzy rysami [23]. Sztywność pośrednią B_{I-II} elementów pracujących między fazą I (przekrój niezarysowany) i II (pełne zarysowanie) określono na podstawie wzoru [23]:

$$B_{I-II} = \frac{B_{II}}{1 - \beta_1 \beta_2 \left(\frac{M_{cr}}{M_{char}} \right)^2 \left(1 - \frac{B_{II}}{B_I} \right)} \quad (1)$$

w którym:

- B_I – sztywności przekrojów niezarysowanych (faza I),
- B_{II} – sztywności przekrojów w pełni zarysowanych (faza II),
- β_1 – współczynnik wpływu przyczepności prętów,
- β_2 – współczynnik wpływu czasu trwania obciążenia lub wpływu obciążeń powtarzalnych na średnie odkształcenie,
- M_{cr} – moment rysujący,
- M_{char} – moment charakterystyczny przy naprężeniach w zbrojeniu rozciągającym $\sigma_s = \sigma_s(w_{k,lim})$, odpowiadającym wystąpieniu rysy o szerokości $w_{k,lim} = 0,2 \text{ mm}$, określony ze wzoru:

$$M_{char} = \frac{\sigma_s(w_{k,lim}) J_{csII}}{\alpha_e (d - x_{II})} \quad (2)$$

w którym:

- J_{csII} – sprowadzony moment bezwładności przekroju w fazie II,
- α_e – stosunek modułów sprężystości stali i betonu,
- d – ramię sił wewnętrznych w przekroju,
- x_{II} – zasięg strefy ściskanej betonu w fazie II,
- $\sigma_s = \sigma_s(w_{k,lim})$ – naprężenie w prętach zbrojeniowych odpowiadające wystąpieniu rysy o szerokości $w_{k,lim}$.

Zestawienie sztywności elementów niezarysowanych (B_I – faza I), zarysowanych (B_{II} – „czysta” faza II) i nie w pełni zarysowanych (B_{I-II} – efekt *tension stiffening*, faza pośrednia) oraz współczynników redukcji η_{red} zawiera tabela 1. Przy momencie charakterystycznym dążącym do momentu dopuszczalnego ze względu na maksymalną szerokość rysy $w_{k,lim}=0,2$ mm współczynniki redukcji szybko zbiegają do stałych wartości. W zamkach (stykach) żelbetowych przyjęto $M_{char}=0,80 \cdot M_{max}(w_{k,lim})$, a w poprzecznicach monolitycznych $M_{char}=0,50 \cdot M_{max}(w_{k,lim})$.

Tabela 1. Współczynniki redukcji sztywności elementów (model 2)

Element modelu numerycznego	B_I [MN·m ²]	B_{II} [MN·m ²]	B_{I-II} [MN·m ²]	$\eta_{red} = \frac{B_{I-II}}{B_I}$
Zamki (styki) żelbetowe belek prefabrykowanych	11,33	2,27	2,33	0,205
Poprzecznice podporowe i przęsłowe	410,76	177,04	178,64	0,435

Model 3 wykonano jako ruszt belkowy z przegubami pełnymi (idealnymi, klasycznymi), zlokalizowanymi w poprzecznych pasmach (belkach) płytowych w miejscu występowania zamków żelbetowych. Przeguby zamodelowano za pomocą dostępnej w programie opcji połączeń (więzów) kinematycznych umożliwiających blokadę wybranych stopni swobody pomiędzy węzłami modelu MES. W analizowanym przypadku powiązano tylko translacyjne stopnie swobody (u_x, u_y, u_z) sąsiednich węzłów (połączenie przegubowe). W modelu uwzględniono wyłącznie redukcję sztywności poprzecznic wywołanych ich zarysowaniem ($\eta_{red} = 0,435$).

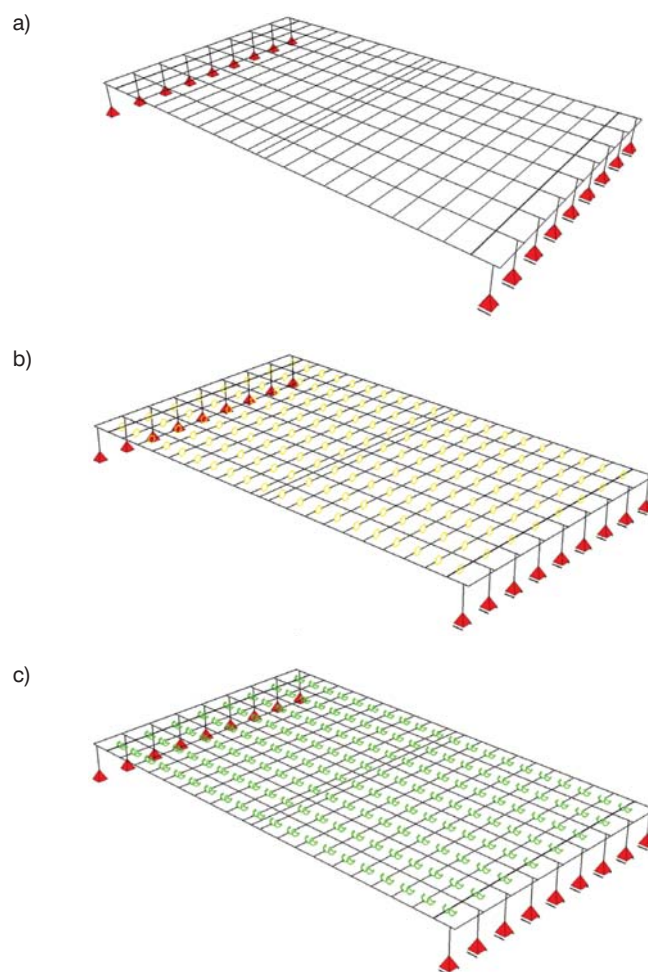
Model 4 to ruszt belkowy z przegubami sprężystymi (podatnymi, nieidealnymi) wykonany podobnie jak pozostałe odwzorowania. W miejscu przegubów żelbetowych wprowadzono połączenia (więzy) sprężyste ze zdefiniowaną sztywnością rotacyjną (obrotową) i poprzeczną styku. Do oszacowania tych parametrów zaadaptowano zależności stosowane w metodzie modelowania belek żelbetowych za pomocą sztywnych elementów skończonych [8, 9]. Wykonany model uwzględnia spadek sztywności zamków żelbetowych wywołanych ich zarysowaniem w sposób dyskretny. Efekt zarysowania styku między półkami belek „Płońsk” odzwierciedlono w modelu przez wprowadzenie więzu obrotowego (przegubu sprężystego) ze zredukowaną z uwagi na zarysowanie ($w_{k,lim}=0,2$ mm) sztywnością rotacyjną $k_\phi = 13879$ kNm/rad oraz sztywnością przemieszczeniową (translacyjną) $k_\Delta = 34133$ kN/m w miejscu występowania zamka żelbetowego.

Model 5 stanowi ruszt belkowy o węzłach sztywnych, w którym styki żelbetowe zamodelowano za pomocą wiotkich belkowych elementów skończonych o długości równej szerokości zamków (30 cm). Prętom tym przypisano zredukowany przekrój poprzeczny z uwagi na spadek sztywności wywołany zarysowaniem. Elementy te są rozpięte pomiędzy węzłami jednostkowych pasm poprzecznych rusztu symulujących sztywność poprzeczną płyty przęsła belkowo-płytowego. W pasmach poprzecznych (półki belek „Płońsk”) nie występuje redukcja sztywności. Założono, że są to elementy niezarysowane. W modelu wprowadzono tylko redukcję sztywności poprzecznic związaną z ich zarysowaniem ($\eta_{red} = 0,435$).

Model 6 wykonano w postaci rusztu belkowego o węzłach sztywnych. W odwzorowaniu tym nie modelowano przegubów w miejscu zamków żelbetowych. Wpływ zarysowanych styków uwzględniono za pomocą przyjęcia ekwiwalentnej sztywności poprzecznych elementów belkowych modelujących płytę pomostu na podstawie propozycji zawartej w opracowaniu [4].

Oszacowana według [4] ekwiwalentna sztywność prętów poprzecznych rusztu stanowi 61% sztywności przekroju niezarysowanego (faza I) wynikającej z geometrii przekroju poprzecznego pasma ($b \times h = 1,0 \text{ m} \times 0,16 \text{ m}$). W modelu uwzględniono redukcję sztywności poprzecznic ($\eta_{red} = 0,435$).

Model 7 stanowi ruszt belkowy o węzłach sztywnych, uwzględniający sztywność skrętną belek „Płońsk”, w którym zastosowano poprzecznicę o dużej sztywności ($EJ_y \rightarrow \infty$). Odwzorowanie wykonano w celu wykazania znacznych rozbieżności w dystrybucji obciążeń na łóżyisku przy $EJ_y \ll EJ_x$ (modele 1÷6) oraz $EJ_y \gg EJ_x$ (model 7). Uwidacznia ono wpływ znacznego zróżnicowania sztywności przęsła w kierunku poprzecznym (y) i podłużnym (x) na otrzymywane reakcje belek przęsła.

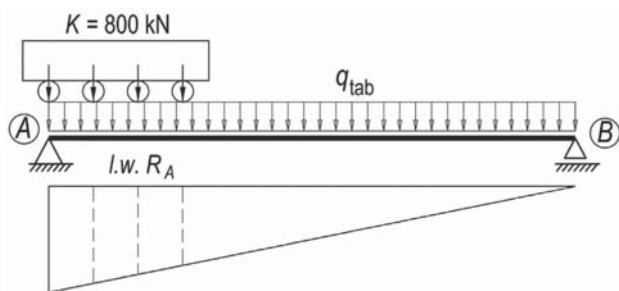


Rys. 2. Wizualizacje wybranych odwzorowań numerycznych: a) Model 1 – ruszt belkowy bez redukcji sztywności, b) Model 3 – ruszt belkowy z przegubami pełnymi (klasycznymi), c) Model 4 – ruszt belkowy z przegubami sprężystymi

We wszystkich modelach numerycznych przyjęto łożyska niepodatne. Na podporze P-1 zdefiniowano łożyska nieprzesuwne (stałe), natomiast na podporze P-2 łożyska jednokierunkowo przesuwne (dopuszczono przemieszczenia przęsła w kierunku długości obiektu). Uwzględniono mimośród punktów podparć w stosunku do środków ciężkości belek rusztu, odwzorowując rzeczywiste usytuowanie łożysk, tj. poniżej dolnej półki prefabrykatów.

Rozpatrywane schematy obciążeń

Model obciążenia przyjęto zgodnie z normą PN-S-10030:1985 [22] w postaci ciągnika K-800 oraz pasma obciążenia powierzchniowego taborem samochodowym $q_{tab} = 4,0 \text{ kN/m}^2$ o szerokości 5,0 m. Uwzględniono charakterystyczne wartości obciążeń bez współczynników dynamicznych. Rozpatrywano dwa warianty ustawienia obciążenia na szerokości pomostu: schemat I – ustawienie niesymetryczne (jednostronne przeciążenie przęsła) oraz schemat II – ustawienie symetryczne (na środku szerokości przęsła). Przeanalizowano również wpływ obciążenia wyposażeniem (zabudowa chodnikowa, bariery, nawierzchnia) na reakcje przekazywane na łożyska z poszczególnych belek przęsła.



Rys. 3. Ustawienie obciążenia ruchomego $K+q$ na długości przęsła

Do oceny wpływu sposobu dyskretyzacji styków żelbetowych na reakcje zastosowano ustawienie obciążenia ruchomego przy podporze na długości belki (rys. 3), inne niż w przypadku określania maksymalnych momentów zginających (w połowie rozpiętości przęsła) według [14]. Maksymalne reakcje podporowe uzyskuje się przy ustawieniu ciągnika K-800 w pobliżu podpory, stosownie do przebiegu linii wpływu reakcji (l.w. R_A).

Wybrane wyniki obliczeń wraz z komentarzem

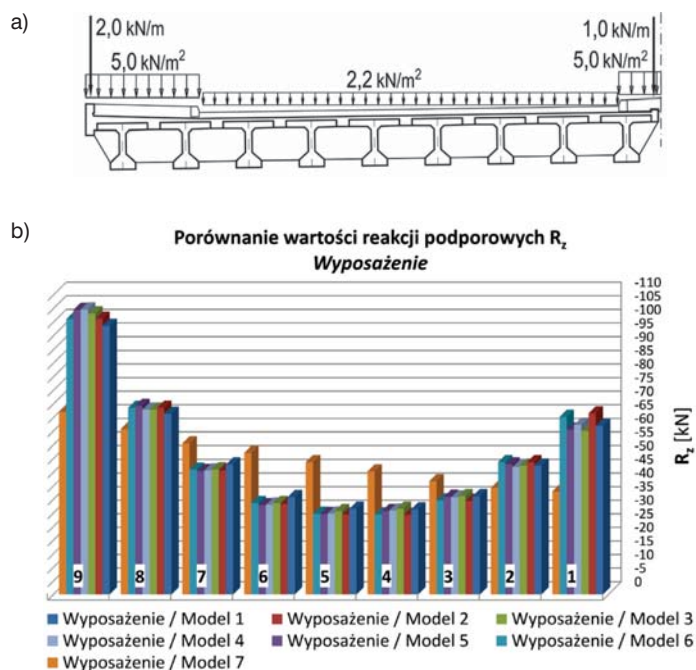
Wykresy na rysunkach 4, 5, 6 przedstawiają porównanie reakcji belek przęsła w analizowanych modelach obliczeniowych wiaduktu.

Na wszystkich wykresach kolorem pomarańczowym zaznaczono reakcje uzyskane w dodatkowym modelu nr 7 w postaci rusztu ze sztywną poprzecznicą. Jak widać, wyniki otrzymane w modelu 7 znacznie odbiegają od reakcji R_z uzyskanych w modelach 1÷6. Jest to związane

z faktem, że w tym odwzorowaniu założono nieskończoną sztywność poprzeczną przęsła ($EJ_y \rightarrow \infty$). Pod względem mechaniki przęseł mostowych przypadek ten odpowiada elementarnej metodzie rozdziału obciążeń według sztywnej poprzeczniczy w wersji z uwzględnieniem sztywności skrętnej dźwigarów. Oznacza to, że w przęsłach wielobelkowych z dużym udziałem elementów prefabrykowanych, cienką płytą pomostu, stykami (quasi-przegubami) żelbetowymi i niewielką liczbą poprzecznic, uproszczone, elementarne metody rozdziału obciążeń mogą w znacznym stopniu zafałszowywać dystrybucję reakcji na łożyska. Może to spowodować przyjęcie nierealistycznych obciążeń przy projektowaniu podpor.

Rozbieżności w ocenie sił przekazywanych na punkty podparć belek przęsła w modelach rusztowych 1÷6 są akceptowane w obliczeniach inżynierskich.

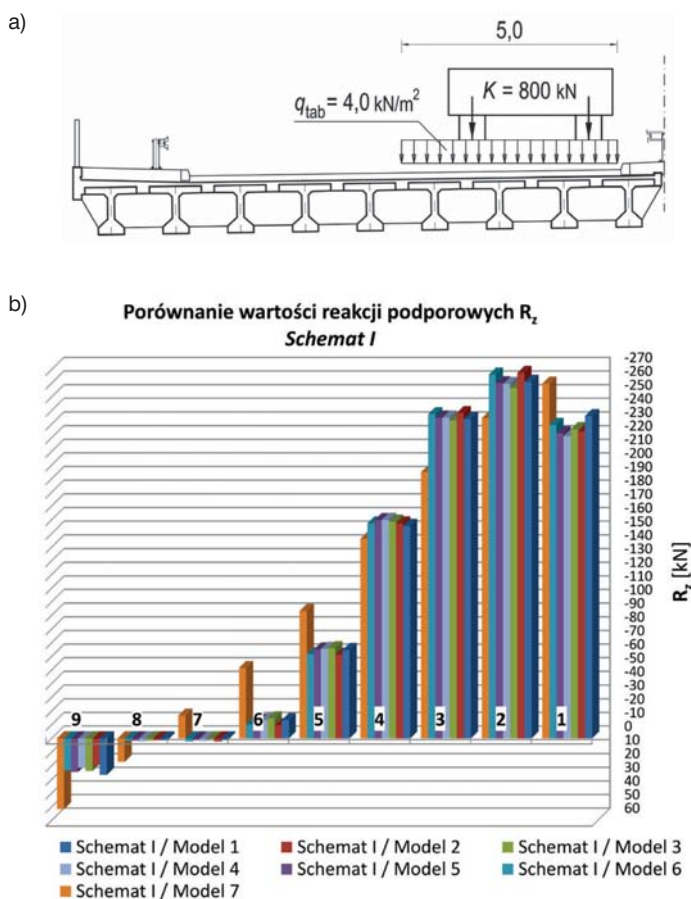
Przy obciążeniu wyposażeniem (rys. 4), w przypadku belek skrajnych nr 1, 8, 9, zlokalizowanych bezpośrednio pod obciążeniem zabudową chodnikową, balustradami i barierami, różnice wartości reakcji są na poziomie 4,4÷10,8%. Natomiast w belkach wewnętrznych nr 2÷7, obciążonych bezpośrednio ciężarem nawierzchni jezdni, rozbieżności wynoszą 3,8÷9,1%. Oznacza to, że wpływ sposobu modelowania przęsła, w szczególności styków żelbetowych między półkami belek „Płońsk”, przy obciążeniu wyposażeniem nie przekracza 11%.



Rys. 4. Porównanie reakcji przekazywanych z przęsła na łożyska przy obciążeniu ciężarem wyposażenia: a) schemat obciążenia, b) wykres wartości reakcji

Porównując wykresy na rysunku 5, należy stwierdzić, że przy jednostronnym przeciążeniu przęsła (schemat I), w belkach najbardziej obciążonych nr 1÷4 (usytuowanych bezpośrednio pod pojazdem K-800 i pasmem taboru samochodowego), różnice reakcji przekazywanych na punkty podparć zawierają się w zakresie 2,4÷6,6%. W belkach we-

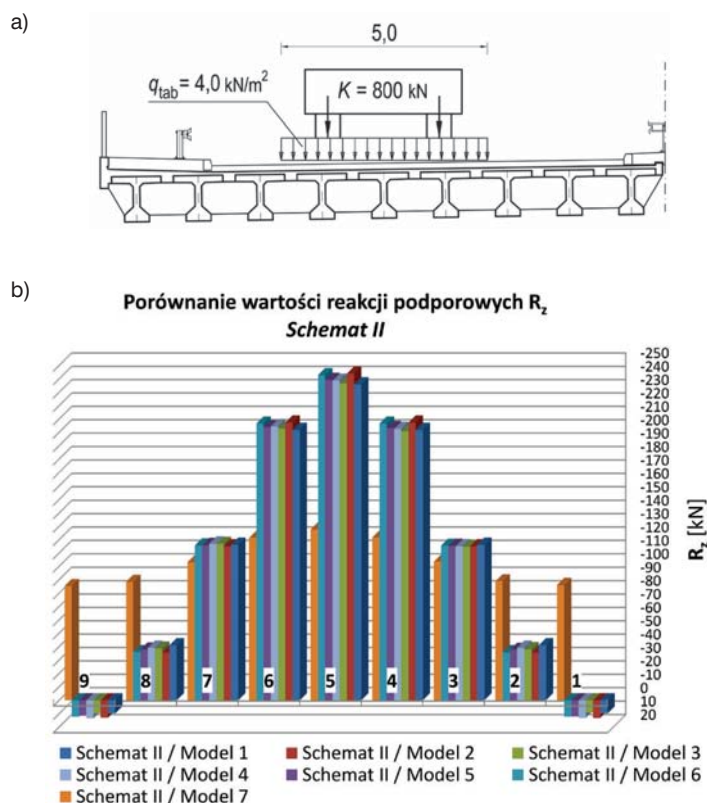
wewnętrznych nr 5, 6, 7, 8 i 9 bezpośrednio nieobciążonych, różnice te wynoszą odpowiednio 7,7%, 51,5%, 1000%, 50%, 37,8%. Znaczne rozbieżności wartości reakcji, rzędu 38÷1000% uzyskano w przypadkach incydentalnych, niemiarodajnych przy doborze łożysk i projektowaniu podpór. Dotyczą one relatywnie niewielkich względnych wartości reakcji ($R_{zmin} \approx 0,2 \div 26,6$ kN) w belkach praktycznie nieobciążonych, przy których zwiększa się rozrzut wyników. Nie ma to jednak żadnego znaczenia praktycznego. Dobór łożysk przeprowadza się biorąc pod uwagę obwiednię sił przekazywanych z dźwigarów najbardziej obciążonych.



Rys. 5. Porównanie reakcji przekazywanych z przęsa na łożyska przy obciążeniu jednostronnym: a) schemat obciążenia, b) wykres wartości reakcji

Podobne tendencje zaobserwowano w przypadku symetrycznego ustawienia obciążenia ruchomego na pomoście (schemat II, według rys. 6). Różnice maksymalnych reakcji w belkach wewnętrznych, najbardziej obciążonych nr 4÷6 są na poziomie 2,7÷3,5%. W belkach przedskrajnych nr 2 i 8, które znajdują się poza bezpośrednim wpływem (rzutem) obciążenia pojazdem K-800 i pasmem taboru samochodowego, różnice reakcji (pomiędzy modelami 1÷6) wynoszą 15,1%. Natomiast w belkach skrajnych, bezpośrednio nieobciążonych, następuje zmiana znaku reakcji (pojawia się odrywanie łożysk), a rozbieżności osiągają około 48%. Podobnie jak w schemacie I wynika to głównie z ich małych wartości ($R_{zmin} = 9,8 \div 13,4$ kN), przy których

zwiększa się rozrzut wyników. Nie ma to praktycznego znaczenia w projektowaniu.



Rys. 6. Porównanie reakcji przekazywanych z przęsa na łożyska przy obciążeniu symetrycznym: a) schemat obciążenia, b) wykres wartości reakcji

W celach porównawczych, w tabeli 2 zestawiono zaobserwowane różnice w charakterystycznych wartościach reakcji przekazywanych z przęsa na łożyska, pomiędzy analizowanymi modelami obliczeniowymi nr 1÷6. W kontekście doboru łożysk i projektowania podpór mostowych miarodajne są wyniki rozbieżności uzyskanych w najbardziej obciążonych belkach przęsa (oznaczonych w tabeli 2 kolorem zielonym), gdzie występują relatywnie duże wartości reakcji ($\sim 100 \div 270$ kN).

Tabela 2. Zestawienie rozbieżności wartości reakcji łożysk pomiędzy modelami obliczeniowymi 1÷6

Nr belki	Rozpatrywane obciążenia przęsa		
	Wypośażenie	Schemat I (niesymetryczny)	Schemat II (symetryczny)
1	10,8%	6,6%	47,7% ¹⁾
2	3,8%	4,3%	15,1%
3	5,2%	2,4%	1,3%
4	7,5%	2,8%	3,2%
5	7,1%	7,7%	3,5%
6	9,1%	51,5% ¹⁾	2,7%
7	5,3%	1000,0% ¹⁾	1,6%

Tabela 2. Zestawienie rozbieżności wartości reakcji łożysk pomiędzy modelami obliczeniowymi 1÷6 (cd.)

Nr belki	Rozpatrywane obciążenia przęsła		
	Wyposażenie	Schemat I (niesymetryczny)	Schemat II (symetryczny)
8	4,4%	50,0% ¹⁾	15,1%
9	6,2%	37,8% ¹⁾	36,7% ¹⁾

Uwagi:

- 1) Różnice otrzymano w przypadku bardzo małych wartości reakcji, przy których zwiększa się rozrzut wyników i dotyczą one belek obciążonych w niewielkim stopniu, niemiarodajnych w doborze łożysk i projektowaniu podpór.
- 2) Kolorem zielonym zaznaczono procentowe różnice wartości największych reakcji łożysk, miarodajnych do projektowania, dotyczących najbardziej obciążonych belek przęsła.

Podsumowanie

Stopień dyskretyzacji sztywności poprzecznej przęsła w modelach rusztowych nr 1÷6, w aspekcie modelowania styków (quasi-przegubów) żelbetowych, decyduje o rozdziale obciążeń na dźwigary i wygenerowane w nich momenty zginające i siły poprzeczne, a tym samym na reakcje punktów podparć przęsła.

Wpływ klasy modelu obliczeniowego (modele nr 1÷6) analizowanego przęsła z belek prefabrykowanych typu „Płońsk” na otrzymane wartości reakcji przekazywanych na łożyska należy ocenić jako:

- średni (do 11%) w przypadku obciążenia stałego od ciężaru wyposażenia,
- niewielki (do 6,6%) w przypadku rozpatrywanych ustawień obciążenia taborem samochodowym i pojazdem K-800.

Znacznie większe rozbieżności występują przy obliczeniach przęseł analizowanego typu za pomocą elementarnej metody rozdziału poprzecznego według sztywnej poprzeczniczki z uwzględnieniem sztywności skrętnej dźwigarów (model nr 7). Potwierdza to znane ograniczenie stosowalności tej metody do proporcji $B/L \leq 0,5$ (w rozpatrywanym obiekcie $B/L = 0,65$). Z tej metody nie należy korzystać przy wyznaczaniu reakcji przęseł. Efektem jej stosowania może być przyjęcie nierealistycznych obciążeń podpór wiaduktów o podobnej do analizowanej konstrukcji.

Należy zaznaczyć, że wpływ sposobu modelowania styków żelbetowych na wartości reakcji R_z od obciążenia ruchomego $K+q$ nie przekracza 7% i jest mniejszy niż wpływ dyskretyzacji styków na wartości maksymalnych momentów zginających M_y i ugięć u_z , który w opracowaniu [14] oszacowano na 16%.

Na podstawie przeprowadzonych symulacji stwierdzono, że dobór nośności łożysk w przęsłach belkowo-platek, słabo stężonych poprzecznie (cienka płyta pomostu, styki żelbetowe, mała liczba i wiotkie poprzeczniczki) o konstrukcji podobnej do analizowanego obiektu, powinien zawierać zapas rzędu 10%, ujmujący niepewność modelu obliczeniowego. Zdaniem autorów, łożyska mostowe i podpory obiektów inżynierskich w wiaduktach o zbliżonych rozwiązaniach konstrukcyjnych, warto projektować z zapasem bezpieczeństwa większym o około 10% niż ustroje nośne.

Bibliografia

- [1] J. Biliszczuk, Cz. Machelski, *Możliwość stosowania podwójnych łożysk neoprenowych w uciąganych przęsłach mostów prefabrykowanych*, Drogownictwo nr 6/1991
- [2] J. Cieśla, M. Biskup, A. Gałat, M. Skawiński, *Prefabrykowane belki mostowe z betonu sprężonego w Polsce – historia – stan obecny*, konferencja naukowo-techniczna „Konstrukcje sprężone”, Kraków 2012.
- [3] T. Block, H. Eggert, W. Kauschke, *Lager im Bauwesen. 3. Auflage*, Wilhelm Ernst & Sohn, 2013
- [4] E. C. Hambly, *Bridge deck behavior*, Chapman and hall, London, 1972
- [5] J. Kmita, J. Bień, Cz. Machelski, *Komputerowe wspomaganie projektowania mostów*, WKŁ, Warszawa, 1989
- [6] F. Leonhardt, *Podstawy budowy mostów betonowych*, WKŁ, Warszawa, 1982
- [7] Cz. Machelski, *Obliczanie mostów z betonowych belek prefabrykowanych*, DWE, Wrocław, 2006
- [8] Cz. Machelski, R. Toczkievicz, *Efekty podatności łożysk w mostach drogowych pod obciążeniem ruchomym*, Inżynieria i budownictwo nr 7–8/2006
- [9] M. Musiał, *Analiza statyczna belek żelbetowych metodą sztywnych elementów skończonych*, Polskie Towarzystwo Mechaniki Teoretycznej i Stosowanej, czasopismo „Modelowanie Inżynierskie” ISSN 1896–771X, nr 43/2012 (tom 12)
- [10] M. Musiał, *Wpływ rys prostopadłych na ugięcia belek żelbetowych według metody sztywnych elementów skończonych*, Polskie Towarzystwo Mechaniki Teoretycznej i Stosowanej, czasopismo „Modelowanie Inżynierskie” ISSN 1896–771X, nr 54/2015 (tom 23)
- [11] A. Niemierko, *Systemy łożyskowania obiektów mostowych. Seminarium „Łożyska i urządzenia dylatacyjne w mostach”*, Zakład Mostów Politechniki Warszawskiej, Centrum Kształcenia Ustawicznego w Inżynierii Komunikacyjnej „IKKU”, Warszawa, 17 marca 2008
- [12] A. Niemierko, *Zalecenia dotyczące łożyskowania obiektów mostowych oraz kontroli łożysk podczas eksploatacji*. GDDKiA, IB-DiM, Warszawa, 2005
- [13] E. J. O'Brien, L. D. Keogh, *Bridge deck analysis*, E and FN Spon, London, 1999.
- [14] R. Oleszek, W. Radomski, *Wpływ modelu przęsła z belek typu „Płońsk” na rozdział poprzeczny obciążenia normowego*, Inżynieria i Budownictwo nr 9/2016.
- [15] R. Oleszek, W. Radomski, *Wpływ modelu obliczeniowego przęsła betonowego wiaduktu drogowego na reakcje łożysk*, Drogownictwo nr 7/2015
- [16] G. A. Rombach, *Finite element design of concrete structures*. Thomas Telford Publishing, London 2004
- [17] M. Rybak, *Prefabrykowane wiadukty typu „Płońsk”*, Drogownictwo nr 9/1984
- [18] H. Zobel, M. Kruk, D. Sobala, *Łożyskowanie mostów w skosie*, Drogi i mosty nr 4/2004
- [19] H. Zobel, M. Kruk, D. Sobala, *Łożyskowanie mostów zakrzywionych w planie*, Drogi i mosty nr 4/2004
- [20] K. Żółtowski, T. Romaszkiwicz, *Wzbudzone siły wewnętrzne. Skutki uproszczonego modelowania zakrzywionej estakady sprężonej*, Materiały seminarium WDM, DWE, 2012
- [21] PN-B-03264:1976, Konstrukcje betonowe, żelbetowe i sprężone. Obliczenia statyczne i projektowanie.
- [22] PN-S-10030:1985. Obiekty mostowe. Obciążenia.
- [23] Sekcja Konstrukcji Betonowych KILiW PAN, *Podstawy projektowania konstrukcji żelbetowych i sprężonych według Eurokodu 2*, DWE, Wrocław, 2006
- [24] Dokumentacja archiwalna budowy wiaduktu drogowego w ciągu przebudowywanej ul. Żołnierskiej nad torami stacji Warszawa-Rembertów, PBPDiM Poznań, 1979
- [25] Katalog „Typowe mosty drogowe. Przęsła prefabrykowane z belek strunobetonowych typu Płońsk”, CBSiPSMiL Transprojekt, Warszawa, 1970