

CZY SYMULOWANIE SIĘ OPŁACA? – RZECZ O GEOSTATYSTYCZNYM SZACOWANIU ZASOBÓW NA PRZYKŁADZIE ZŁOŻA Cu -Ag RUDNA

ARE SIMULATION METHODS PROFITABLE? GEOSTATISTICAL ESTIMATION OF RESOURCES ON AN EXAMPLE OF THE RUDNA Cu-Ag DEPOSIT

Monika Wasilewska-Błaszczyk, Katarzyna Golda, Mariusz Dudek, Jacek Mucha - AGH Akademia Górniczo-Hutnicza, WGGiOŚ, Katedra Geologii Złóżowej i Górniczej
Wojciech Kaczmarek - KGHM Polska Miedź S.A.

W artykule przedstawiono wyniki oceny dokładności szacowania zasobności Cu w ujęciu punktowym i obszarowym w planowanych do eksploatacji fragmentach złoża Cu-Ag Rudna. Szacowanie wykonano w oparciu o dane z rozpoznania górniczego złoża dwiema metodami geostatystycznymi: metodą kriginu zwyczajnego i metodą symulacji Turning Bands. Podstawę weryfikacji dokładności oszacowań stanowiły dane z prób kontrolnych.

Stwierdzono, że oszacowania punktowe zasobności Cu w rocznych obszarach przewidzianych do eksploatacji cechują się drastycznie różną wiarygodnością ze średnimi błędami interpolacji od 40 do blisko 120%. Wiarygodność szacowania zasobności Cu w obszarach rocznej eksploatacji cechuje się błędami rzędu 20-40%. W granicach odpowiadających obszarom kwartalnej eksploatacji zauważalny jest wzrost wielkości błędów oszacowań zasobności Cu w miarę oddalania się od granicy frontu eksploatacji.

Wielkości prognozowanych błędów kriginu i odchyłeń symulacji Turning Bands dla zasobności Cu w punktach można traktować jako bezpieczną, górną granicę błędu, z uwagi na zazwyczaj ich wyższe wartości w porównaniu ze stwierdzonymi w punktach kontrolnych błędami interpolacji. Oszacowania zasobności miedzi metodami kriginu zwyczajnego cechują się nieznacznie wyższą wiarygodnością w porównaniu z wynikami symulacji geostatystycznej Turning Bands, jednak różnica w oszacowaniach obu metod w porównaniu do wielkości błędów interpolacji jest nieznaczna.

Słowa kluczowe: złożo Cu-Ag, krigin zwyczajny, symulacja Turning Bands, błędy interpolacji

The paper presents the results of the accuracy assessment of Cu accumulation estimation, using point and area-based estimations, in parts of the Rudna Cu-Ag deposit scheduled for future exploitation. The estimation was carried out based on data from the mining exploration using two geostatistical methods: ordinary kriging method and the Turning Bands Simulation. The data from the control samples were used as a basis for verification of the accuracy of estimates.

It has been found that point estimates of the accumulation index of Cu for areas with the minimum one-year exploitation period are characterized by drastically different reliability, with interpolation errors ranging from 40 to nearly 120%. The credibility of the estimation of accumulation index of Cu for one-year operating areas is characterized by errors of the order of 20-40%. In the case of areas corresponding to a three month exploitation period, it is clearly visible that the magnitude of errors in the estimation of the accumulation index of Cu increases along with the increasing distance from the exploitation front.

The magnitude of estimated kriging errors and standard deviations of Turning Bands Simulation for the accumulation index of Cu (point estimation) can be regarded as a safe upper limit of error because of their generally higher values when compared to interpolation errors at control points. While the estimations of the accumulation index of copper using ordinary kriging methods are more reliable than the results of geostatistical Turning Bands Simulation, the difference between the estimation results of both methods is insignificant when compared to the magnitudes of interpolation errors.

Keywords: Cu-Ag deposit, ordinary kriging, Turning Bands simulation, interpolation errors

Wstęp

Kluczową kwestią przy projektowaniu eksploatacji i późniejszym rozliczaniu produkcji jest właściwe oszacowanie wielkości zasobów i jakości kopaliny przewidzianej do wydobycia. Dokładność tych oszacowań zależy m.in. od zmienności złoża i gęstości sieci rozpoznania, ale również od zastoso-

wanych do tego celu metod szacowania zasobów. Ogromny wpływ na dokładność oszacowania zasobów złoża odgrywa nie tylko ilość punktów opróbowania, ale także ich konfiguracja względem obszarów objętych szacowaniem. Z uwagi na specyfikę rozpoznania, udostępnienia pól eksploatacyjnych i eksploatacji złoża w KGHM PM S.A. problem z dokładnością szacowania zasobów pojawia się w szczególności w obszarach

objętych robotami udostępniająco-przygotowawczymi, gdzie opróbowanie złoża wykonywane jest jedynie w wyrobiskach rozmieszczonych peryferyjnie względem obszarów objętych szacowaniem, w skrajnych przypadkach tylko z jednej jego strony, lub nawet w dość dużej odległości, rzędu 400 m, od obszaru szacowania zasobów.

Celem badań była ocena dokładności szacowania zasobności jednostkowej miedzi (q_{Cu}) w aktualnie eksploatowanych fragmentach złoża Cu-Ag ZG Rudna. Do szacowania wartości parametru w obszarach badań zastosowano dwie metody geostatystyczne – kriging zwyczajny i symulację Turning Bands. Podjęto próbę określenia zależności wielkości błędów punktowego i obszarowego szacowania zasobności Cu od odległości opróbowanych wyrobisk względem frontu eksploatacji a tym samym od położenia punktów opróbowania. Obliczenia wykonano w programie ISATIS Software for Geostatistics (firmy Geovariances).

Material podstawowy badań

Podstawę szacowania stanowiły określone na etapie eksploatacyjnym informacje o zasobności Cu w północno-wschodniej części złoża Rudna (oddział G-23) (rys. 1A). Obszar badań podzielono z uwagi na stan rozpoznania i eksploatacji złoża na 3 podobszary (rys. 1B):

- obszar podstawowy, ze stanem opróbowania charakterystycznym dla etapu robót udostępniająco-przygotowawczych z rozcięciem eksploatacyjną we wschodniej części obszaru podstawowego,
- obszary testowe A i B, są obszarami planowanymi do eksploatacji a ich granice wyznacza położenie frontu eksploatacji i wyrobisk konturujących w obszarze podstawowym; próby pobrane w tych obszarach potraktowano jako kontrolne dla sprawdzenia dokładności szacowania zasobności Cu w tych obszarach.

Szacowanie zasobności Cu w obszarach testowych (A i B), wykonano wyłącznie na podstawie 1650 stanowisk opróbowania znajdujących się w obszarze podstawowym. Oceny dokładności oszacowań zasobności Cu w obszarach testowych dokonano w zlokalizowanych w ich wnętrzu próbach kontrolnych (rys. 1B). Średnia odległość pomiędzy pozycjami opróbowania w obszarze podstawowym badań wynosi ok. 35 m i jest zależna od geometrii rozcięcia eksploatacyjnego systemu filarowo-komorowego. Z punktu widzenia dokładności prognozy zasobności Cu, lokalizacja obszarów testowych względem obszaru podstawowego jest niekorzystna, z uwagi na rozmieszczenie prób jedynie wokół obszarów testowych na tym etapie eksploatacji złoża.

Już na etapie analizy statystycznej zasobności Cu stwierdzono znaczną różnicę w wartościach parametrów statystycznych w podstawowym i testowych zbiorach danych. W zbiorze podstawowym zasobność Cu wahała się w szerokich granicach od 0 do 440 kg/m², ze średnią arytmetyczną na poziomie 88 kg/m² (tab. 1). W zbiorze testowym A (pole eksploatacyjne G-XXI/1 oddział G-23) stwierdzono nieznacznie wyższą wartość średniej arytmetycznej zasobności jednostkowej (91 kg/m²), natomiast w zbiorze testowym B (pole eksploatacyjne G-4/8 oddział G-23) jest ona blisko 3-krotnie mniejsza (28 kg/m²). Różnice pomiędzy zbiorami podstawowym a zbiorami testowymi potwierdzają statystyczne testy badania zgodności median (test Mann'a – Whitney'a) i rozkładów (test Komogorow'a – Smirnov'a). Stwierdzono

statystycznie istotne różnice w wartościach median zasobności Cu oraz rozkładów prawdopodobieństwa dla poziomu istotności 5% (rys. 2). W oparciu o klasyfikację Baryszewa, zmienność zasobności jednostkowej Cu ze współczynnikami zmienności z przedziału 50-114% można określić jako dużą (zbiór podstawowy i zbiór testowy A) lub bardzo dużą (zbiór testowy B). Po wyeliminowaniu ze zbiorów negatywnych punktów opróbowania lub nie spełniających kryteriów złoża bilansowego z uwagi na wielkość zasobności Cu (poniżej 50 kg/m²), średnie arytmetyczne wzrosły, w szczególności w obszarze B blisko 2-krotnie.

Bezpośrednie obserwacje prowadzone w wyrobiskach górniczych, wraz z postępowaniem rozcięcia eksploatacyjnego złoża w polu G-4/8 oddziału G-23 (zbiór testowy B), w latach 2008-2013 wskazywały lokalnie na skrajnie dużą zmienność mineralizacji nawet w skali pojedynczego wyrobiska. W większości pasów i komór (system eksploatacji komorowo-filarowy z ugięciem stropu) badanego pola, kluczowym warunkiem doboru optymalnej furty eksploatacyjnej były codziennie wykonywane



Rys. 1. Lokalizacja obszaru badań na tle granic złoża Cu-Ag Rudna (A) oraz lokalizacja stanowisk opróbowania na tle granic obszaru będącego podstawą szacowania (zbiór podstawowy) i granic obszarów testowych (B)

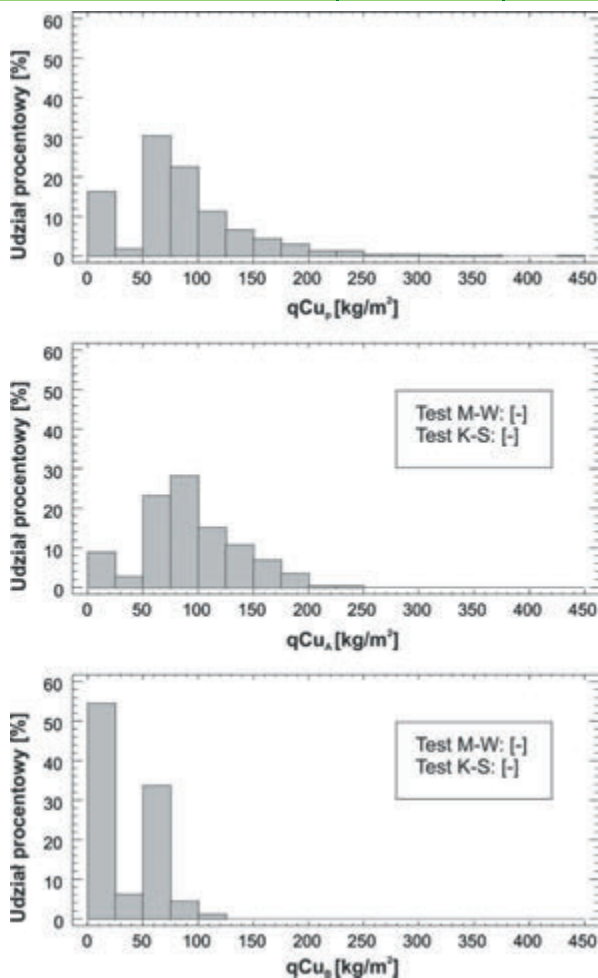
Objaśnienia: 1 – granica obszaru górniczego, 2 – obszar podstawowy badań 3 – obszar testowy A, 4 – obszar testowy B, 5 – stanowisko opróbowania w obszarze testowym (próba pozytywna), 6 – stanowisko opróbowania w obszarze testowym (próba negatywna), 7 – stanowisko opróbowania w obszarze podstawowym (próba pozytywna), 8 – stanowisko opróbowania w obszarze podstawowym (próba negatywna)

Fig. 1. The location of the research area against the Rudna Cu-Ag deposit boundary (A) and the location of sampling sites against the boundary of the base area of estimation (the primary data set) and the boundaries of the examined area (B)

Explanations: 1 – boundary of the mining area, 2 – basic research area 3 – the examined area A, 4 – the examined area B, 5 – sampling site at the examined area (positive sample), 6 – sampling site at the examined area (negative sample), 7 – sampling site at the primary area (positive sample), 8 – sampling site at the primary area (negative sample)

Tab. 1. Podstawowe parametry statystyczne zasobności jednostkowej Cu dla zbiorów danych: podstawowego oraz testowych
 Tab. 1. Basic statistical parameters of accumulation index of Cu for primary and test datasets

Parametr	Podstawowy zbiór danych		Zbiór testowy A		Zbiór testowy B	
	Wszystkie dane	Złoże bilansowe	Wszystkie dane	Złoże bilansowe	Wszystkie dane	Złoże bilansowe
Ilość stanowisk opróbowania	1650	1413	259	229	178	70
Minimum [kg/m ²]	0	50,02	0	50,49	0	50,21
Maksimum [kg/m ²]	440,32	440,32	236,11	236,11	111,35	111,35
Średnia arytmetyczna [kg/m ²]	87,74	101,89	91,09	101,65	27,67	63,16
Mediana [kg/m ²]	78,51	85,43	87,18	69,62	0	60,76
Współczynnik zmienności [%]	66	49	50	36	114	21
Współczynnik skośności [-]	1,08	1,95	0,07	0,82	0,47	1,64
Współczynnik spłaszczenia [-]	5,78	8,0	3,12	3,13	1,72	5,73



Rys. 2. Histogramy zasobności miedzi w pozycjach opróbowania zbiorów podstawowego (qCu_p) oraz testowych A (qCu_A) i B (qCu_B) wraz z wynikami testów zgodności median (test M-W) oraz rozkładów (test K-S) zasobności Cu w obu zbiorach

Objaśnienia: [+] – brak podstaw do odrzucenia hipotezy o identyczności rozkładów (Test K-S Kołmogorowa – Smirnowa) lub median (Test M-W Manna - Whitney'a) dla poziomu prawdopodobieństwa $P=0,95$, [-] – odrzucenie hipotezy o identyczności rozkładów lub median z ryzykiem błędu nie większym niż 5%

Fig. 2. Histograms of copper accumulation index at the sampling sites of the primary (qCu_p) and test data sets A (qCu_A) and B (qCu_B) and the results of Mann-Whitney test for median comparison (M-W test) and the Kolmogorov-Smirnov test (K-S test) of the distribution of Cu accumulation index in both data sets

Explanation: [+] – there is not a statistically significant difference between the two distributions (Kolmogorov-Smirnov test) or the medians (Mann-Whitney test) at the 95% confidence level, [-] there is a statistically significant difference between the two distribution or the medians at the 95% confidence level

obserwacje makroskopowe potwierdzone opróbowaniem geologicznym złoże. W skrajnych przypadkach próby pobrane na przeciwległych ociosach wyrobisk rozczinkowych pierwszej fazy eksploatacji, wykazywały obecność złoże bilansowego na jednym ociosie, a strefę bezzłożową na sąsiednim. Oczywiście tak nieregularne wykształcenie złoże, przy jednoczesnym braku zmienności litologicznej, skutkuje dużym i trudnym do kontrolowania zubożeniem eksploatacyjnym. W polu eksploatacyjnym G-XXI/1 (zbiór testowy A) w trakcie prowadzenia pierwszej fazy rozczinki trwającej od 2014 roku obserwowany jest lokalnie znaczny wzrost miąższości złoże bilansowego w serii piaskowcowej. Jednak największym utrudnieniem planowania eksploatacji w opisywanym obszarze złoże jest obecność płonnych przerostów w profilu rudy piaskowcowej. Taka nieregularność w wykształceniu złoże jest skutkiem obecności w południowo-zachodniej części pola eksploatacyjnego skłonu elewacji stropu białego spągowca. Sytuacja geologiczna wymaga więc od geologa stałego monitorowania przebiegu granic mineralizacji bilansowej, a w przypadkach wątpliwych wykonania dodatkowego opróbowania.

Metodyka badań

Do szacowania zasobności Cu wykorzystano dwie metody geostatystyczne: metodę kriginu zwyczajnego w odmianie punktowej (OK) oraz warunkową symulację geostatystyczną Turning Bands (TB).

Podstawą metod geostatystycznych jest informacja o strukturze zmienności parametru, do opisu której wykorzystuje się funkcję zwaną semiwariogramem empirycznym. Wartości semiwariogramu określa się z klasycznej formuły Georges'a F. Matherona:

$$\gamma(\vec{h}) = \frac{1}{N_{\vec{h}}} \sum_{i=1}^{N_{\vec{h}}} (z_{i+\vec{h}} - z_i)^2$$

gdzie: $N_{\vec{h}}$ – liczba par punktów opróbowania odległych o wektor \vec{h} , $z_{i+\vec{h}}$, z_i – wartość parametru w punktach odległych o wektor \vec{h} .

W metodzie kriginu oszacowanie wartości parametru odbywa się za pomocą prostego algorytmu średniej ważonej. Specyfika metody polega na doborze wartości współczynników wagowych, które określa się z tzw. układu równań kriginu. Ich odpowiedni dobór uwzględniający wzajemną konfigurację punktów opróbowania i ich usytuowanie względem punktu interpolacji poprzez ustalony wcześniej przebieg semiwario-

gramu (przybliżony matematycznym modelem teoretycznym) ma zapewnić minimalizację wariancji błędów oszacowań.

Istotną wadą metody kriginu zwyczajnego jest towarzyszący jej oszacowaniom tzw. efekt wygładzenia, skutkujący utratą informacji o skrajnych wartościach parametru (przeszacowaniem wartości niskich, niedoszacowaniem wartości wysokich) [9, 7]. Na poziom wygładzenia w metodzie kriginu wpływają cechy struktury zmienności parametru i zależy on od wielkości udziału nielosowego składnika w zmienności parametru [7].

Wspomniane niedoskonałości procedury kriginu przyczyniły się do powstania i rozwoju metod symulacji geostatystycznej w pierwszej połowie lat siedemdziesiątych ubiegłego wieku, również w zastosowaniach geologicznych. Najważniejszym celem symulacji jest ocena lokalnej zmienności parametrów złożowych i ocena niepewności szacowania wartości parametru złożowego. Chronologicznie pierwszą metodą symulacji była zaimplementowana przez Journela w 1974 roku metoda określana w literaturze anglojęzycznej jako Turning Bands simulation (TB) [6]. Metoda TB w pełnej wersji należy do symulacji warunkowych, tzn. takich które honorują zarówno empiryczny rozkład prawdopodobieństwa i model semiwariogramu wartości badanego parametru, jak również jego wartości pomierzone w punktach opróbowania. Obecnie wobec wprowadzenia bardziej efektywnych metod symulacji takich jak: sequential gaussian simulation, truncated gaussian simulation, plurigaussian simulation jest ona wypierana z praktycznych zastosowań. Podobnie jak wymienione metody, TB wymaga przetransformowania rozkładu empirycznego zbudowanego na podstawie danych pomiarowych, do standardowego rozkładu normalnego o zerowej wartości średniej i jednostkowej wariancji np. przy zastosowaniu techniki określonej jako anamorfoza Gaussa. Dla tak przetransformowanych danych określa się wariogram (lub autokowariancję) w przestrzeni 2D, a następnie wyprowadza się z niej postać tej funkcji dla przestrzeni 1D.

W uproszczeniu metoda polega na generowaniu dyskretnych, niezależnych realizacji jednowymiarowego procesu losowego wzdłuż co najmniej kilkunastu linii regularnie rozmieszczonych i rozchodzących się promieniście w modelowanej powierzchni złoża. Realizacje jednowymiarowe są następnie rzutowane na osie układu dwuwymiarowego i uśredniane. Otrzymany wynik stanowi bezwarunkową wartość symulowaną parametru złożowego przypisywaną odpowiedniemu punktowi powierzchni. W identyczny sposób określa się wartości we wszystkich założonych punktach obszaru złoża (węzłach sieci interpolacyjnej) oraz punktach opróbowania. Dla zapewnienia honorowania danych pomiarowych w punktach opróbowania przeprowadza się przy zastosowaniu procedury kriginu zwyczajnego dwukrotne oszacowanie wartości parametru złożowego w węzłach sieci interpolacyjnej, na podstawie danych pomiarowych w punktach opróbowania oraz na podstawie określonych w tych punktach wartości zasymulowanych. Ostatecznie wartości symulowane w danym punkcie interpolacji (x) określone są z formuły:

$$z_{CS}(x) = z_K^*(x) + z_{NS}(x) - z_{NSK}^*(x)$$

gdzie: $z_{CS}(x)$ – wynik symulacji warunkowej wartości parametru złożowego w punkcie interpolacji x , $z_K^*(x)$ – wartość parametru złożowego w punkcie x oszacowana metodą kriginu dla znormalizowanych danych z punktów opróbowania, $z_{NSK}^*(x)$ – wartość parametru złożowego w punkcie x oszacowa-

na metodą kriginu dla danych zasymulowanych w punktach opróbowania, $z_{NS}(x)$ – realizacja symulacji w punkcie x .

Procedurę symulacji wartości parametru złożowego w węzłach sieci interpolacyjnej sprowadzonych do rozkładu normalnego kończy „odzyskanie” wartości rzeczywistych (w oryginalnych jednostkach) parametru przez dokonania transformacji odwrotnej do anamorfozy Gaussa.

Dokładny opis symulacji Turning Bands przedstawili między innymi: Deutsch i Journel [1], Olea [5], Namysłowska-Wilczyńska B [4], Webster i Oliver [8].

Dla oceny dokładności szacowania zasobności Cu w obszarach testowych, szacowanie przy wykorzystaniu obu metod (kriginu i symulacji) wykonano w dwóch wariantach: wykorzystując tylko dane z ich otoczenia (dane podstawowe – stan rozpoznania złoża przed eksploatacją obszarów testowych), oraz wykorzystując wszystkie próby (łącznie dane podstawowe i testowe uzyskane na etapie eksploatacji).

Weryfikację dokładności oszacowań zasobności Cu w obszarach testowych wykonano w ujęciu punktowym i obszarowym.

Obie oceny punktową i obszarową wykonano w całych obszarach testowych oraz dzieląc je na podobszary, zbliżone kształtem i rozmiarem do realnych kwartalnych jednostek wydobywczych, wyznaczonych poprzez równoległe odsunięcie linii frontu eksploatacji o około 50 m do wewnątrz obszarów testowych (rys. 5).

Dokładność szacowania zasobności Cu w ocenie punktowej wykonano porównując wartość parametru stwierdzoną w punkcie testowym (qCu_t) z oszacowaną w tym punkcie wartością parametru (qCu_t^*) na podstawie zbioru podstawowego z wykorzystaniem obu metod. W każdym punkcie kontrolnym jako miarę błędów interpolacji obliczono absolutną różnicę ze wzoru:

$$\varepsilon = |qCu_t^* - qCu_t|$$

a następnie wartości tego błędów w punktach kontrolnych w obszarze testowym lub jego podobszaryze uśredniono obliczając średni błąd względny oszacowania punktowego w obszarze testowym (ε_p) ze wzoru:

$$\varepsilon_p = \frac{\bar{\varepsilon}}{qCu} \cdot 100\%$$

gdzie: $\bar{\varepsilon}$ – średni arytmetyczny absolutny błąd bezwzględny oszacowania w punktach testowych, qCu – średnia arytmetyczna zasobność Cu w punktach testowych.

W metodyce oceny dokładności obszarowego szacowania zasobności Cu podstawą były oszacowania wartości parametru w węzłach sieci interpolacji w granicach obszarów testowych wykonane dwukrotnie - na podstawie wyłącznie danych podstawowych i wszystkich danych (podstawowych i testowych).

Wartości średniego względnego błędów oszacowania obszarowego (ε_{ob}) obliczono dla całych obszarów testowych, jak i dla wydzielonych podobszarów (rys. 5) ze wzoru:

$$\varepsilon_{ob} = \frac{\overline{qCu_w^*} - \overline{qCu_w}}{qCu_w} \cdot 100\%$$

gdzie: $\overline{qCu_w}$ – średnia z zasobności Cu oszacowanych w węzłach sieci interpolacji wewnątrz obszaru (lub podobszaryze) testowego na podstawie danych podstawowych i kontrolnych – traktowana

jako wartość bliska rzeczywistej średniej wartości parametru \bar{qCu}_w – średnia z zasobności Cu oszacowanych w węzłach sieci interpolacji wewnątrz obszaru (lub podobszaru) testowego na podstawie danych podstawowych – traktowana jako wartość oszacowana przed etapem eksploatacji złoża

Podczas szacowania wartości parametru metodą krigingu dodatkową uzupełniającą informacją jest wielkość prognozowanego błędu krigingu [2]. Miarą niepewności estymacji parametru złożowego metodami symulacyjnymi jest odchylenie standardowe pomiędzy wykonanymi realizacjami.

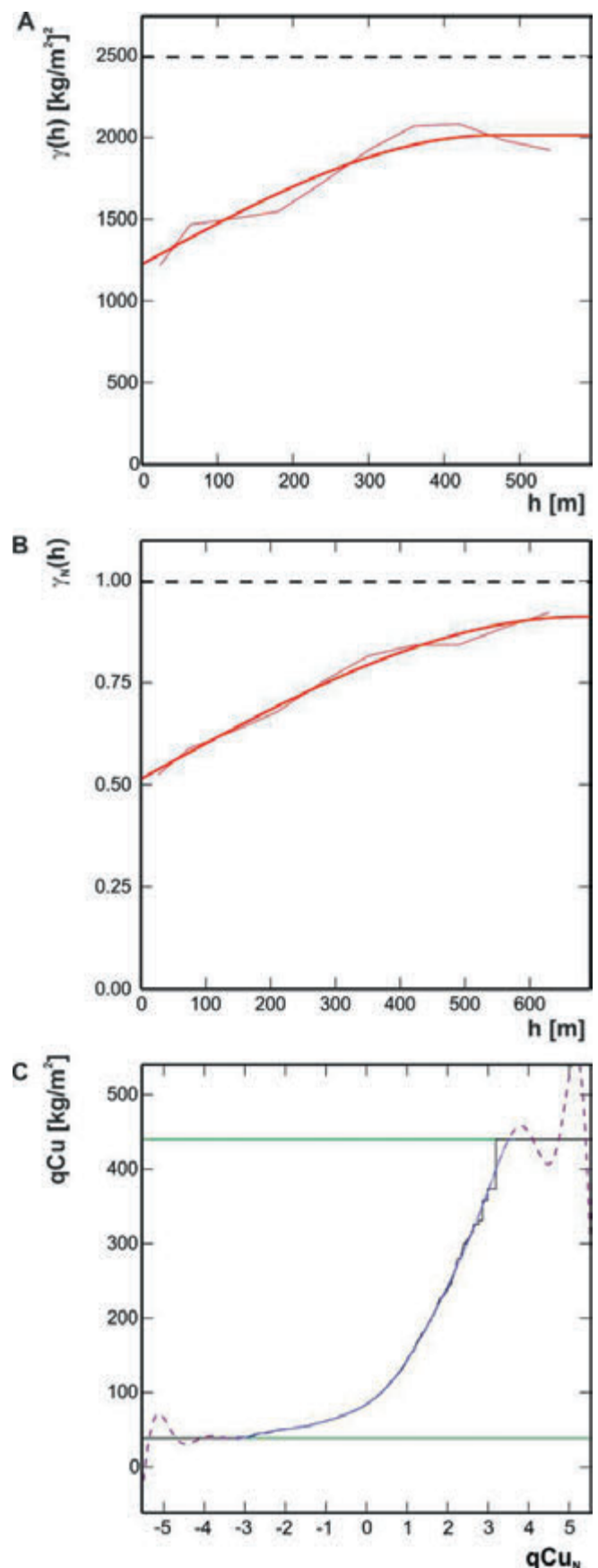
Dyskusja wyników

Szacowanie zasobności jednostkowej miedzi w obszarach testowych metodami krigingu zwyczajnego punktowego oraz symulacji geostatystycznej Turning Bands wykonano odpowiednio w oparciu o modele teoretyczne dopasowane do semiwariogramów dla danych zbioru podstawowego przed (rys. 3A) i po znormalizowaniu zasobności Cu (rys. 3C). W obu przypadkach stwierdzono umiarkowany udział składnika nielosowego w strukturze zmienności parametru (ok. 50%), co może przełożyć się na zmniejszenie efektywności oszacowań metodą krigingu. Zasięgi semiwariogramów (autokorelacji) zasobności Cu są zbliżone i wynoszą 450 i 600 m odpowiednio dla zasobności Cu i zasobności Cu znormalizowanych. Chociaż zasięgi można określić jako bardzo duże w porównaniu ze średnią odległością między punktami opróbowań (35 m), to przy umiarkowanym udziale nielosowego składnika w zmienności parametru, efektywność geostatystycznego szacowania wartości parametru metodą krigingu zwyczajnego będzie mała [3].

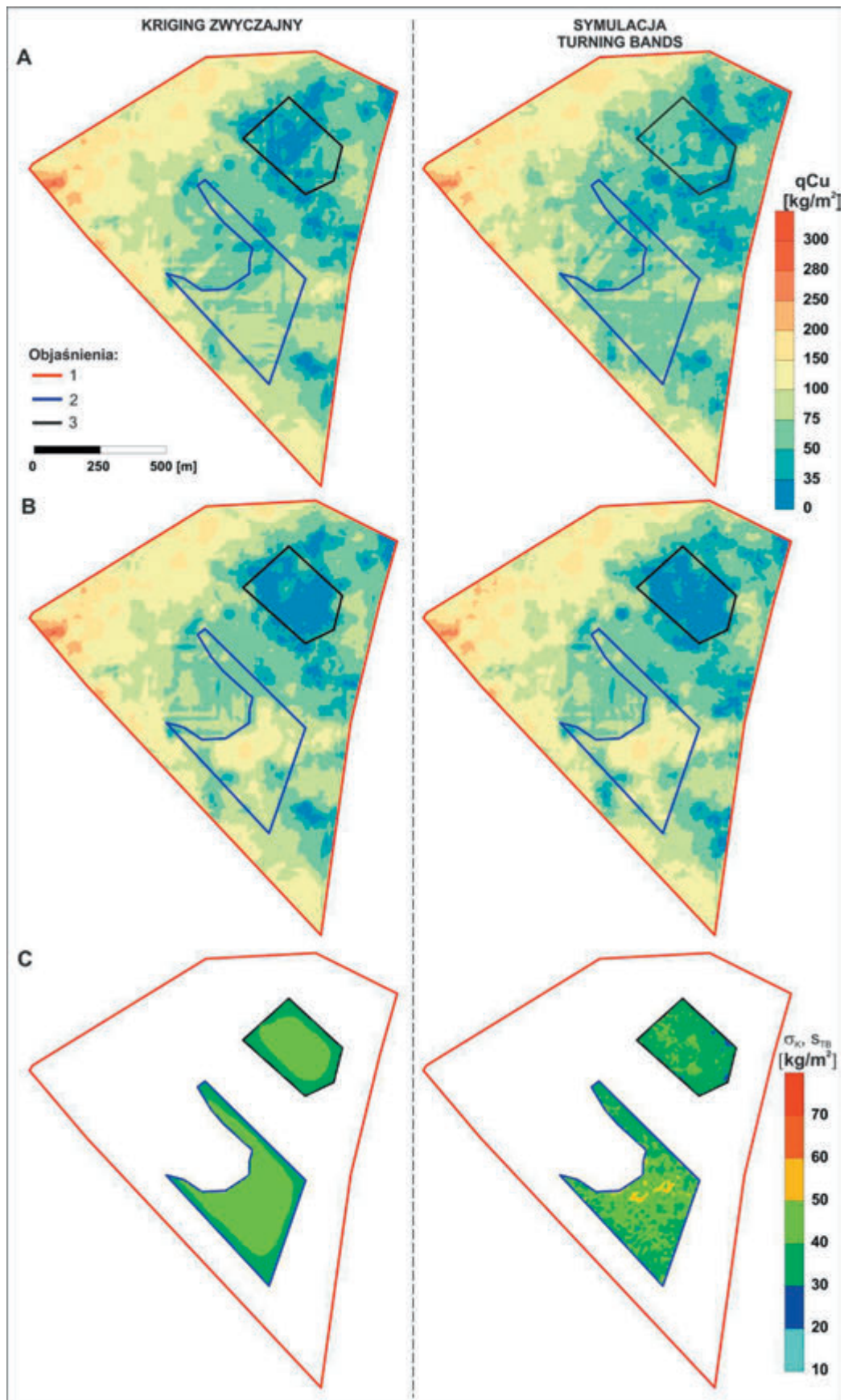
Proces szacowania zasobności Cu w obszarach testowych wykonano w węzłach sieci interpolacyjnej o rozmiarach 10x10 m, na podstawie stanowisk opróbowań zbioru podstawowego zawartych w kole zliczania danych o promieniu 400 m, podzielonym na 4 sektory, przy ograniczeniu ilości prób z każdego sektora do 2. Symulację metodą Turning Bands wykonano w 100 równoważnych realizacjach w oparciu o znormalizowane dane zbioru podstawowego, a następnie po zastosowaniu transformacji powrotnej do wartości zasobności Cu przed normalizacją, realizacje uśredniono. Procedury transformacji zasobności Cu do postaci znormalizowanej i transformacji powrotnej dokonano w oparciu o diagram anamorfozy Gaussa (rys. 3C).

Efektom szacowania zasobności Cu metodą krigingu i symulacji TB są mapy izoliniowe zasobności Cu w obszarze badań (rys. 4). Już wstępne wizualne porównanie przestrzennego rozmieszczenia zasobności Cu w obszarach testowych wykonane na podstawie danych ze zbioru podstawowego (rys. 4A) oraz ze zbioru podstawowego rozszerzonego o dane kontrolne (rys. 4B) wskazuje, że obie wykorzystane do szacowania metody wyraźnie zaniżają zasobność jednostkową miedzi w obszarze testowym A, z kolei w obszarze testowym B zasobność Cu jest istotnie przeszacowana.

W oparciu o wzory przedstawione w rozdziale „Metodyka badań” obliczono średnie błędy względne oceny punktowej i obszarowej zasobności Cu w całych obszarach testowych i ich częściach o wielkościach zbliżonych do obszarów kwartalnej eksploatacji (rys. 5). Wysokie i skrajnie różne wielkości średnich względnych błędów oszacowania punktowego w obszarach testowych A i B odpowiednio rzędu 40 i 120%, są spowodowane ogromną lokalną zmiennością zasobności Cu w tych obszarach



Rys. 3. Semiwariogramy z dopasowanymi sferycznymi modelami teoretycznymi dla zasobności jednostkowej miedzi (qCu) w punktach opróbowania zbioru podstawowego przed (A) i po znormalizowaniu (B) oraz diagram anamorfozy Gaussa (C)
Fig. 3. Semivariograms with matching spherical theoretical models for the accumulation index of copper (qCu) at the sampling sites of the primary data set before (A) and after normalization (B) and the Gaussian anamorphosis (C)

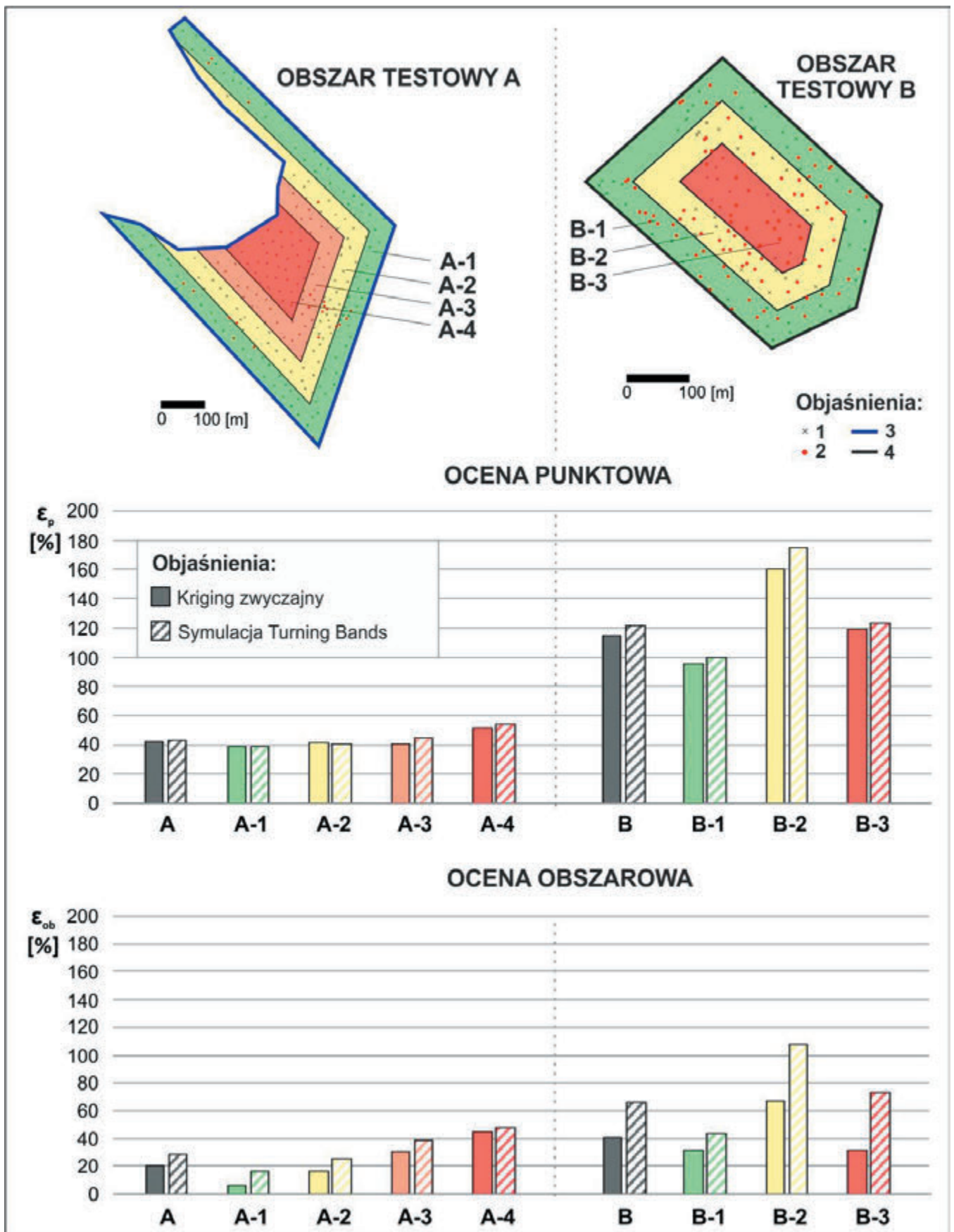


Rys. 4. Mapy oszacowanych zasobności Cu (q_{Cu}) metodami kriginu zwyczajnego oraz symulacji Turning Bands na podstawie danych podstawowych (A) oraz wszystkich danych (podstawowych i kontrolnych) (B); mapy błędów kriginu oraz odchyłeń standardowych symulacji Turning Bands (C)

Objaśnienia: 1 – granica obszaru podstawowego, 2 – granica obszaru testowego A, 3 – granica obszaru testowego B; σ_k – błąd standardowy kriginu, s_{TB} – odchylenie symulacji Turning Bands

Fig. 4. Maps of the copper accumulation index (q_{Cu}), estimated with use of ordinary kriging and Turning Bands Simulation based on basic data (A) and the combined (primary and test) data (B); maps of kriging errors and standard deviations of the Turning Bands Simulation (C).

Explanations: 1 – boundary of the base area, 2 – boundary of the examined area A, 3 – boundary of the examined area B; σ_k – standard kriging error, s_{TB} – standard deviation of the Turning Bands simulation



Rys. 5. Graficzne zestawienie wielkości średnich błędów względnych oszacowania punktowego i obszarowego zasobności Cu w obszarach i podobszarach testowych A i B

Objaśnienia: 1 – kontrolne stanowisko opróbowania (próba pozytywna), 2 – kontrolne stanowisko opróbowania (próba negatywna) 3 – granica obszaru testowego A, 4 – granica obszaru testowego B

Fig. 5. The graphical summary of average relative estimation errors in the estimation of Cu accumulation index using point and area-based estimations (areas and sub-areas A and B).

Explanations: 1 – test (control) sampling site (positive sample), 2 – test (control) sampling site (negative sample) 3 – boundary of the examined area A, 4 – boundary of the examined area B

w porównaniu z obserwowaną zmiennością zasobności Cu w ich otoczeniu (w obszarze podstawowym badań). Średnie błędy dla oceny obszarowej zasobności Cu są 2-krotnie niższe w obszarze A i 3-krotnie niższe w obszarze B w porównaniu, z niezwykle trudną przy tak zmiennym złożu, oceną punktową. W obu przypadkach metoda kriginu zwyczajnego generuje zazwyczaj niższe wielkości średnich błędów interpolacji niż metoda symulacji TB. Jednak przy stwierdzonych ogromnych wielkościach błędów oszacowań, wynikających z lokalnej, dużej zmienności złoża (w szczególności w obszarze testowym B), różnica w wielkościach błędów dla obu metod wydaje się drugorzędna. W przypadku oceny punktowej nie stwierdzono oczekiwanego spadku dokładności szacowania zasobności Cu w kolejnych podobszarach obszarów testowych w miarę oddalania się od frontu eksploatacji (granic obszarów testowych). Istotne zróżnicowanie poziomu dokładności oszacowań w podobszarach, w szczególności w obszarze A, w mniejszym stopniu w obszarze B, stwierdzono dla oceny obszarowej zasobności Cu. Błędy oszacowania średniej zasobności Cu w obszarze A zmieniają się od około 5% do ponad 40% w miarę oddalania się od wyrobisk konturujących na froncie eksploatacji.

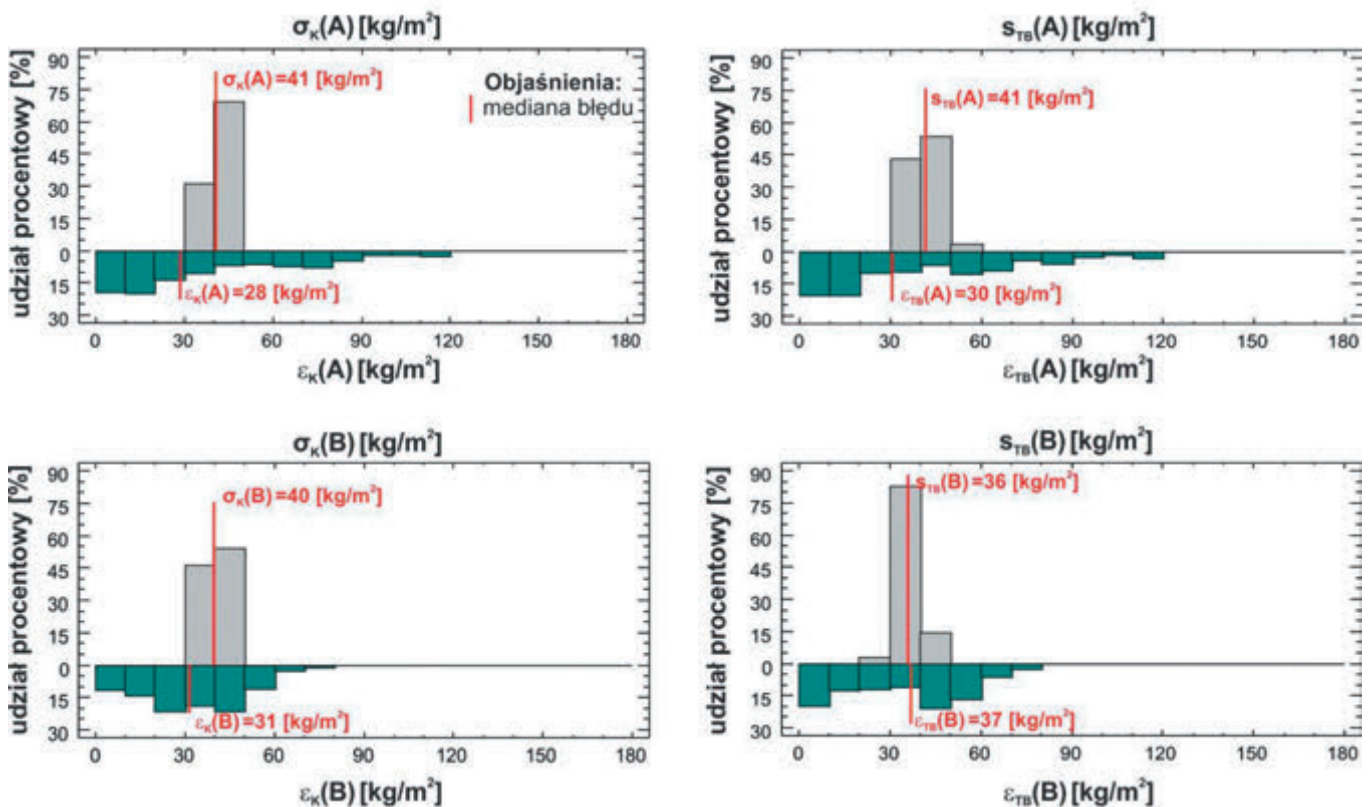
Z uwagi na niską wiarygodność szacowania zasobności Cu w obszarach testowych z wykorzystaniem obu metod, kwestią kluczową jest weryfikacja możliwości prognozowania z ich pomocą błędów oszacowania. Mapy błędów kriginu i odchyłeń standardowych symulacji znacznie różnią się zarówno zakresem wielkości błędu jak i rozmieszczeniem wielkości prognozowanych błędów oszacowania zasobności Cu w obszarach testowych (rys. 4C). Wynikają one z różnicy algorytmów służących do ich obliczenia. Wielkość prognozowanego błędu kriginu przyjmuje zbliżone wartości w całych obszarach testowych, tylko przy granicy tych obszarów w są-

siedztwie opróbowania wielkości błędu są nieznacznie niższe. W algorytmie obliczeniowym błędu kriginu nie są brane pod uwagę wartości parametru w punktach opróbowania, a jedynie informacja o konfiguracji punktów opróbowania przeliczona na zróżnicowanie wartości parametru (z modelu teoretycznego semiwariogramu). Odchylenie standardowe wykonanych realizacji metodą Turning Bands zależy od symulowanych zasobności Cu, co jest widoczne w rozmieszczeniu wartości tego parametru względem zasymulowanych zasobności (rys. 4).

Na rysunku 6 przedstawiono histogramy błędów kriginu (σ) i odchylenia standardowego dla symulacji (s) na tle wielkości bezwzględnych błędów absolutnych oszacowania zasobności Cu (ϵ) w punktach testowych. Jednoznacznie widać, że wielkości błędów prognozowanych przez obie metody w ponad 50% punktów testowych znacznie przeszacowują wielkości stwierdzonych błędów interpolacji i tylko w około 30% punktów testowych przyjmują zbliżone wartości (przedziały błędów prognozowanych i stwierdzonych pokrywają się). Mediany wartości błędów kriginu w obszarach testowych A i B wynoszą 41 i 40 kg/m^2 , a mediany odchyłeń standardowych symulacji przyjmują wartości 41 i 36 kg/m^2 . Przyrównując je do wielkości median błędów absolutnych oszacowania punktowego, które dla metod kriginu i symulacji przyjmują zbliżone wartości z przedziału 28-37 kg/m^2 , można jedynie uznać, że mediany błędów prognozowanych przyjmują zbliżone wartości (rys. 6).

Podsumowanie i wnioski

Oszacowania zasobności miedzi metodami kriginu zwyczajnego cechują się nieznacznie wyższą dokładnością w porównaniu z wynikami symulacji geostatystycznej Turning Bands, jednak z uwagi na stosunkowo duże wartości błędów in-



Rys. 6. Histogramy błędów standardowych kriginu (σ_k), średnich odchyłeń (błędów) symulacji TB (s_{TB}) oraz bezwzględnych absolutnych błędów oszacowania (ϵ) zasobności miedzi w punktach kontrolnych obszarów testowych (A i B) dla metod kriginu (K) i symulacji (TB)

Fig. 6. Histograms of standard kriging errors (σ_k), average deviations (errors) of the simulation TB (s_{TB}) and absolute estimation errors (ϵ) in estimating the copper accumulation index in control points of the examined areas (A and B) for kriging (K) and simulation methods (TB)

terpolacji różnicę między oszacowaniami dla obu metod można uznać z praktycznego punktu widzenia za nieznaczącą.

Oszacowania punktowe zasobności Cu w rocznych obszarach przewidzianych do eksploatacji może cechować się drastycznie różną dokładnością z błędami interpolacji od 40 do blisko 120%. Dokładność szacowania zasobności Cu w jednostkach wydobywczych odpowiadających innym okresom czasu (np. eksploatacji półrocznej, 2-letniej) będzie zależała nie tylko od wielkości i kształtu obszaru, gęstości sieci opróbowania ale w szczególności od usytuowania sieci opróbowania względem obszaru objętego szacowaniem wartości parametru i zmienności złoża w tym obszarze. Przy tak dużej obserwowanej zmienności złoża nawet wykonywane sporadycznie otwory kierowane wiercone z wyrobisk przygotowawczych nie wpłyną na znaczące podwyższenie jakości oszacowania zasobności Cu.

Dokładność obszarowego szacowania zasobności Cu w obszarach rocznej eksploatacji cechuje się błędami rzędu 20-40%. W granicach odpowiadających obszarom kwartalnej eksploatacji zauważalny jest wzrost wielkości błędów oszacowań zasobności Cu w miarę oddalania się od granicy frontu

eksploatacji (od około 50% do nawet 3-krotnie większych błędów w sąsiednich obszarach kwartalnych). Wysokie błędy interpolacji wynikają między innymi z ekstrapolacyjnego charakteru predykcji zasobności Cu.

Wielkości błędów krigingu i odchyłeń symulacji Turning Bands dla zasobności Cu nieprecyzyjnie prognozują wielkości stwierdzonych w punktach testowych błędów interpolacji. Co najwyżej można je uznać za bezpieczne miary błędu oszacowania z uwagi na zazwyczaj ich wyższe wartości w porównaniu ze stwierdzonymi błędami interpolacji w punktach testowych. Stwierdzono jedynie, że mediany błędów prognozowanych dla obu metod są zbliżone do wielkości średnich absolutnych błędów oszacowań.

Zastosowanie bardziej zaawansowanej i skomplikowanej od krigingu zwyczajnego metody symulacji Turning Bands, nie skutkuje wzrostem dokładności szacowania zasobności Cu.

Praca zrealizowana częściowo w ramach badań statutowych Katedry Geologii Złóżowej i Górniczej AGH (nr 11.11.140.320) w 2017 roku.

Literatura

- [1] Deutsch C.V., Journel A.G. *GSLIB Geostatistical Software Library and User's Guide*. Oxford University Press, 1992, New York, 340 p. ISBN-13: 978-0195100150
- [2] Mucha J. *Metody geostatystyczne w dokumentowaniu złóż*. Skrypt AGH, Kraków, 1994, s. 155. ISBN 8390236516
- [3] Mucha J., Wasilewska-Błaszczak M. *Kategoryzacja zasobów złóż węgla kamiennego w świetle wytycznych do JORC Code i geostatystyki*. *Górnictwo odkrywkowe*, 2014, R. 55, nr 2-3, s. 67-73. ISSN 0043-2075
- [4] Namysłowska-Wilczyńska B. *Geostatystyka. Teoria i zastosowania*. Of. Wyd. Polit. Wroc., Wrocław, 2006, 356s. ISBN: 8370859283
- [5] Olea R., *Geostatistics for Engineers and Earth Scientists*. Kluwer Academic Publishers. Boston, Dodrecht, 1999, London, 303s. ISBN: 978-1-4613-7271-4
- [6] Vann J., Bertoli O., Jackson S. *An overview of Geostatistical Simulation for Quantifying Risk*. Geostatistical Association of Australia symposium "Quantifying Risk and Error", March 2002.
- [7] Wasilewska M., Mucha J. *Korekta efektu wygładzenia izolinii w procedurze interpolacyjnej krigingu zwyczajnego*. *Przegląd Górniczy*, 2006, 62(1), s. 31-36. ISSN 0033-216X
- [8] Webster R., Oliver M. *Geostatistics for Environmental Scientists*. John Willey&Sons, Ltd, 2007, 315 p. ISBN: 978-0-470-02858-2
- [9] Yamamoto J.K. *Correcting the Smoothing Effect of Ordinary Kriging Estimates*. *Mathematical Geology*, 2000, 37(1), s. 69-94. ISSN 1874-8961