

Henryk OTWINOWSKI

e-mail: otwinowski@imc.pcz.czest.pl

Instytut Maszyn Ciepłych, Wydział Inżynierii Mechanicznej i Informatyki, Politechnika Częstochowska, Częstochowa

## Entropijny model rozkładu prędkości ziaren w pionowym klasyfikatorze grawitacyjnym

### Wstęp

Celem pracy było teoretyczne wyznaczenie rozkładu prędkości ziaren w dwufazowym przepływie pionowym. Przedmiotem modelowania jest przepływowy klasyfikator grawitacyjny. Proces rozdziału ziaren realizowany jest we wznoszącym strumieniu powietrza w pionowym kanale klasyfikatora o stałym przekroju poprzecznym. Klasyfikowany materiał podawany jest od góry grawitacyjnie. Drobne ziarna unoszone są z gazem do góry, a następnie oddzielane od powietrza w cyklonie i filtrze tkaninowym. Grube ziarna opadają do zbiornika, znajdującego się w dolnej części kolumny. Ziarna w czasie ruchu oddziałują ze ściankami kanału, z cząsteczkami gazu oraz z innymi ziarnami. Analiza równań ruchu ziaren z uwzględnieniem wszystkich oddziaływań jest zagadnieniem bardzo złożonym. W związku z powyższym do wyznaczenia rozkładu prędkości ziaren zastosowano entropijny model klasyfikacji [Zhukov i in., 2000], w którym wykorzystano metodę maksymalizacji entropii informacyjnej [Gajek i Kaluszka, 2000; Jones i Watkins 2012; Sobczyk i Holobut 2012].

### Model rozkładu prędkości ziaren

Niech  $p_{ij}$  oznacza rozkład rozmiarów i prędkości ziaren, gdzie  $i = 1..m$  – numer klasy ziarnowej,  $j = 1..n$  – numer przedziału prędkości ziaren. Rozkład rozmiarów ziaren (skład ziarnowy) jest znany na podstawie analizy granulometrycznej. Szukany jest rozkład prędkości ziaren. Metodę maksymalizacji entropii dla dyskretnej postaci dwóch zmiennych można zapisać w postaci zagadnienia wariacyjnego z dwoma warunkami dodatkowymi:

$$H = - \sum_i \sum_j p_{ij} \ln p_{ij} \Rightarrow \max \quad (1)$$

Z rachunku prawdopodobieństwa wynika następujący warunek:

$$\sum_j p_{ij} = 1 \quad (2)$$

Warunek określony równaniem (2) oznacza, że prawdopodobieństwo poruszania się ziarna o dowolnym rozmiarze z dowolną prędkością jest równe jedności. Przy wzajemnym zderzeniu ziaren sumaryczna energia kinetyczna zbioru ziaren jest niezmienna, co stanowi drugi warunek:

$$\sum_i \sum_j p_{ij} f_i \frac{v_j^2}{2} = E_k \quad (3)$$

gdzie:

- $f_i$  – udział ziaren  $i$ -tej klasy w nadawie,
- $v_j$  – prędkość ziarna z  $j$ -tego przedziału prędkości [m/s],
- $E_k$  – całkowita energia kinetyczna zbioru ziaren [J].

Układ równań (1–3) można rozwiązać metodą mnożników Lagrange'a:

$$p_{ij} = \exp\left(\lambda_{Li} + \mu_{Lif} \frac{v_j^2}{2}\right) \quad (4)$$

gdzie:

$\lambda_{Li}, \mu_{Lif}$  – mnożniki Lagrange'a.

Mnożnik  $\lambda_{Li}$  można wyznaczyć wykorzystując pierwszy warunek (2):

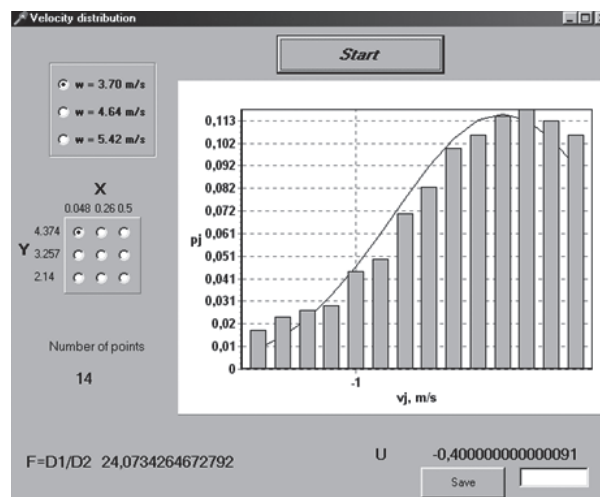
$$\exp \lambda_{Li} = \frac{1}{\sum_j \exp\left(\mu_{Lif} \frac{v_j^2}{2}\right)} \quad (5)$$

Po podstawieniu równ. (5) do równ. (4) zależność na rozkład prędkości ziaren przyjmie następującą postać:

$$p_{ij} = \frac{\exp\left(\mu_{Lif} \frac{v_j^2}{2}\right)}{\sum_j \exp\left(\mu_{Lif} \frac{v_j^2}{2}\right)} \quad (6)$$

Równanie (6) wyraża rozkład prędkości ziaren o różnych rozmiarach. Rozmiar ziaren uwzględniony jest za pomocą równania (3) na energię kinetyczną ziarna (większa energia – większy rozmiar ziarna). Prędkości ziaren względem nieruchomego kanału klasyfikatora grawitacyjnego określone są poprzez różnicę prędkości gazu i prędkości ziarna. Dodatni znak prędkości ziaren oznacza ruch do góry i przedostawanie się do produktu drobnego, a ujemny – ruch w dół i przejście do grubego produktu klasyfikacji.

W celu eksperymentalnej weryfikacji modelu rozkładu prędkości ziaren wykorzystano wyniki badań zawarte w pracy Leszczyńskiego [1998]. Pomiary prędkości ziaren elektrokorundu o średnicy Sautera 425  $\mu\text{m}$  i gęstości 4000  $\text{kg/m}^3$  przeprowadzono wykorzystując laboratoryjne stanowisko z cyrkulacyjną warstwą fluidalną wyposażone w dwukanałową, optyczną sondę światłowodową. Wartości współrzędnych położenia sondy odniesiono do szerokości kolumny fluidyzacyjnej (współrzędna  $X$ ) i wysokości kolumny (współrzędna  $Y$ ). Wyniki obliczeń statystycznych oraz porównanie danych eksperymentalnych i analitycznych w wybranych punktach przedstawiono na rys. 1–4.

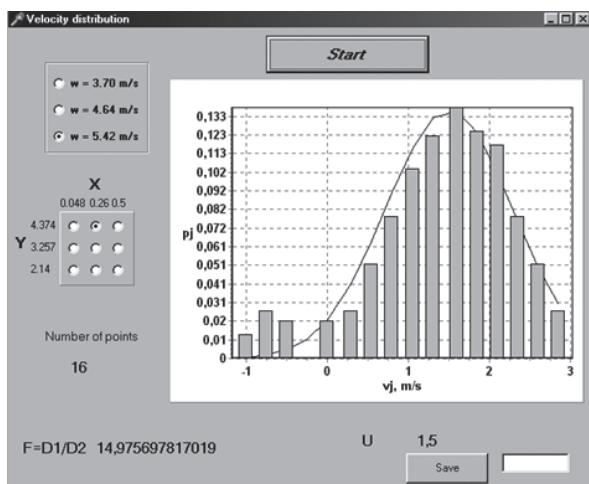


Rys. 1. Rozkład prędkości ziaren w pionowym przepływie dwufazowym dla prędkości gazu  $w = 3,70$  m/s oraz współrzędnych:  $X = 0,048$  i  $Y = 4,374$

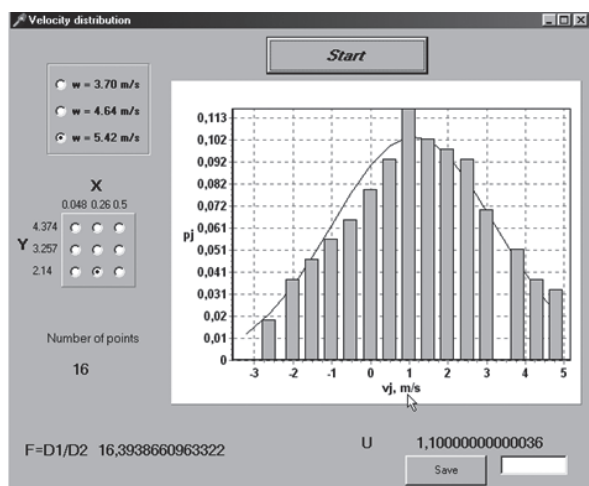
Na rysunkach linią ciągłą zaznaczono wyniki obliczeń, a histogram przedstawia wyniki pomiarów. Na osi rzędnych występuje  $p_j$  a nie  $p_{ij}$ , ponieważ wykresy dotyczą jednego rozmiaru ziaren.

### Wnioski

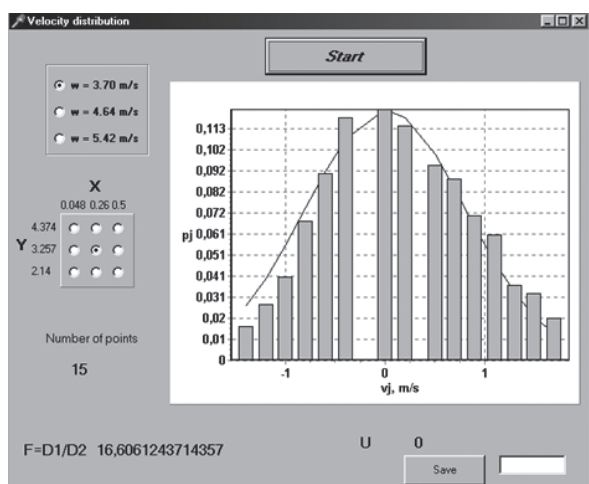
Do wyznaczenia rozkładu prędkości ziaren w pionowym przepływie dwufazowym zastosowano entropijny model klasyfikacji. W modelu wykorzystano metodę maksymalizacji entropii informacyjnej rozkładu prędkości w postaci dyskretnej z dwoma warunkami dodatkowymi.



Rys. 3. Rozkład prędkości ziaren w pionowym przepływie dwufazowym dla prędkości gazu  $w = 5,42$  m/s oraz współrzędnych:  $X = 0,26$  i  $Y = 4,374$



Rys. 4. Rozkład prędkości ziaren w pionowym przepływie dwufazowym dla prędkości gazu  $w = 5,42$  m/s oraz współrzędnych:  $X = 0,26$  i  $Y = 2,14$



Rys. 2. Rozkład prędkości ziaren w pionowym przepływie dwufazowym dla prędkości gazu  $w = 3,70$  m/s oraz współrzędnych:  $X = 0,26$  i  $Y = 3,257$

Eksperymentalna weryfikacja modelu została przeprowadzona na podstawie pomiarów prędkości ziaren elektrokorundu w pionowej kolumnie układu z cyrkulacyjną warstwą fluidalną. Adekwatność modelu potwierdzają duże wartości testu *Fishera* – prawie we wszystkich przypadkach  $F$  jest większe od wartości krytycznej, która dla rozpatrywanego przypadku wynosi 5.

Porównanie teoretycznych i eksperymentalnych wyników badań prędkości ziaren w kolumnie pionowej potwierdza możliwość zastosowania przedstawionego modelu do opisu rzeczywistego procesu w klasyfikatorze grawitacyjnym.

Znajomość rozkładu prędkości ziaren będzie miała wpływ na optymalizację procesu spalania w kotłach z cyrkulacyjną warstwą fluidalną. Kotły fluidalne wykazują szereg zalet w porównaniu z kotłami pyłowymi, najważniejsze z nich to: możliwość spalania gorszych gatunków węgla, realizacja odsiarczania spalin w komorze paleniskowej przy użyciu kamienia wapiennego, znaczna redukcja emisji tlenków azotu ze względu na niższą temperaturę spalania. Z powyższych względów systematycznie rośnie znaczenie kotłów z cyrkulacyjną warstwą fluidalną w energetyce zawodowej.

Metoda maksymalizacji entropii informacyjnej stosowana jest także do modelowania pęcherzowej warstwy fluidalnej [Rüdisüli i in., 2012]. Kotły z pęcherzową warstwą fluidalną wytwarzane są zwykle jako kotły mniejszej mocy niż cyrkulacyjne, dlatego też stosowane są przede wszystkim w lokalnych ciepłowniach.

Wyniki otrzymane w prezentowanej pracy uzasadniają celowość prowadzenia dalszych badań, w których należy rozważyć możliwość wykorzystania elementów termodynamiki statystycznej w modelowaniu procesu klasyfikacji odśrodkowej. Analiza ruchu ziaren w tym przypadku będzie wymagała uwzględnienia dodatkowych oddziaływań, wynikających z ruchu wirowego ziaren. Klasyfikatory odśrodkowe są powszechnie stosowane w układach mielących z recyrkulacją.

#### LITERATURA

- Gajek L., Kałużka M., 2000. *Wnioskowanie statystyczne. Modele i metody*. WNT, Warszawa
- Jones D.P., Watkins A.P., 2012. Droplet size and velocity distributions for spray modelling. *J. Comput. Phys.* **231**, 676-692. DOI: 10.1016/j.jcp.2011.09.030
- Sobczyk K., Holobut P., 2012. Information-theoretic approach to dynamics of stochastic systems. *Probabilist. Eng. Mech.* **27**, 47-56. DOI: 10.1016/j.probenmech.2011.05.007
- Rüdisüli M., Schildhauer T.J., Biollaz S.M.A., van Ommen J.R., 2012. Monte Carlo simulation of the bubble size distribution in a fluidized bed with intrusive probes. *Int. J. Multiphas. Flow* **44**, 1-14. DOI: 10.1016/j.ijmultiphaseflow.2012.03.009
- Zhukov V.P., Shorin R.A., Mizonov V.E., Otvinovski Kh., 2000. Entropy model of gravity classification. *Theoretical Foundations of Chemical Engineering*. **34**, 4, 370-372. DOI: 10.1007/BF02758687 [tłumaczenie:] Жуков В.П., Мизонов В.Е., Отвиновски Х., Шорин Р.А., 2000. Энтропийная модель гравитационной классификации. *Теоретические Основы Химической Технологии*, **34**, 4, 413-415