

# Analiza probabilistyczna wirtualnego modelu ruchu pojazdów drogowych

JEL: L91 DOI: 10.24136/atest.2018.496

Data zgłoszenia: 19.11.2018 Data akceptacji: 15.12.2018

Opierając się o model infrastruktury drogowej rozwiniętej w publikacjach [3, 5, 11], dysponując danymi uzyskanymi ze źródeł – punktów obserwacyjnych - zestawionych w [2, 6], a przekazanych dzięki technikom telekomunikacyjnym analizowanym w [4], możliwe było odzwierciedlenie komponentów ruchu drogowego i jego monitorowania na badanym obszarze w rzeczywistości wirtualnej. Metodą symulacyjną zagadnienie ruchu drogowego transformowane zostało w analogiczne zagadnienie monitorowania trajektorii w adekwatnym modelu komputerowym. W artykule rozpatrzono warstwę analityczną systemu.

**Słowa kluczowe:** ruch uliczny, monitorowanie, symulacja.

## Wstęp

W badaniach statystycznych istotnym problemem jest znalezienie adekwatnego modelu matematycznego, który pozwoli na obliczenie ważnych probabilistycznych parametrów rozważanej populacji generalnej.

Ogólnie wybiera się próbkę, dla której – według wstępnej analizy – stwierdzono, że jednostki statystycznie są niezależne. Znaczy to, że ciąg zmiennych losowych

$$X_1, X_2, X_3, X_4, X_5, \dots \quad (1)$$

stanowi próbkę losową prostą.

Istotne jest wyznaczenie statystyk, będących funkcjami wielu zmiennych, do których podstawia się zmienne losowe wielowymiarowe, czyli elementy ciągu (1). Każda realizacja zmiennej losowej wielowymiarowej, czyli każda próbka, daje losowy wynik wybranej statystyki [15].

Badania statystyczne na populacji próbnej dają w wyniku tak zwany rozkład empiryczny, który powinien dać wizję rozkładu wartości cechy w populacji generalnej.

Rozkład ten przyjęto za rozkład teoretyczny – na ogół nieznaną i niedostępną bezpośrednio.

## 1. Wybrany model

W przeprowadzanych przez autorów badaniach empirycznych za model przyjęto przemieszczanie się pojazdów o rzadkiej cesze dystynktywnej względem punktu obserwacyjnego usytuowanego w lokalizacji o intensywnym natężeniu ruchu.

Zatem niech  $F$  będzie dystrybuantą rozkładu badanej cechy w populacji generalnej (dalej rozkładu teoretycznego),  $G$  zaś będzie oznaczać dystrybuantę rozkładu empirycznego.

Rozpatruje się więc z jednej strony rozkład prawdopodobieństwa teoretyczny wybranej cechy w całej populacji, a z drugiej strony rozkład empiryczny próbki o liczebności  $n$ . Ważne jest ustalenie relacji pomiędzy tymi dwoma obiektami [7].

Próbki na ogół są małe, jednak zasadne jest oczekiwanie, że im większa liczebność próbki, tym lepsza będzie zgodność między rozkładem empirycznym a rozkładem w populacji generalnej – częstość albo bardzo dużej, czy wręcz nieskończonej, więc niedogodnej bądź niemożliwej do objęcia badaniem bezpośrednim. Odpowiedź na

to oczekiwanie daje twierdzenie Gliwienki o zbieżności jednostajnej dystrybuanty empirycznej do dystrybuanty teoretycznej z prawdopodobieństwem 1 (twierdzenia o zbieżności prawie na pewno):

$$P\left(\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\sup_x |G_n(x) - F(x)|\right) = 0\right) = 1. \quad (2)$$

Należy podkreślić, że we wzorze (2) dla każdego ustalonego  $x$ ,  $F(x)$  jest konkretną wartością liczbową, podczas gdy  $G_n(x)$  jest realizacją zmiennej losowej, zależną od losowego wyboru próbki.

Zatem prawdziwym jest stwierdzenie, że im próbka jest liczniejsza, tym lepiej odzwierciedla właściwości populacji generalnej.

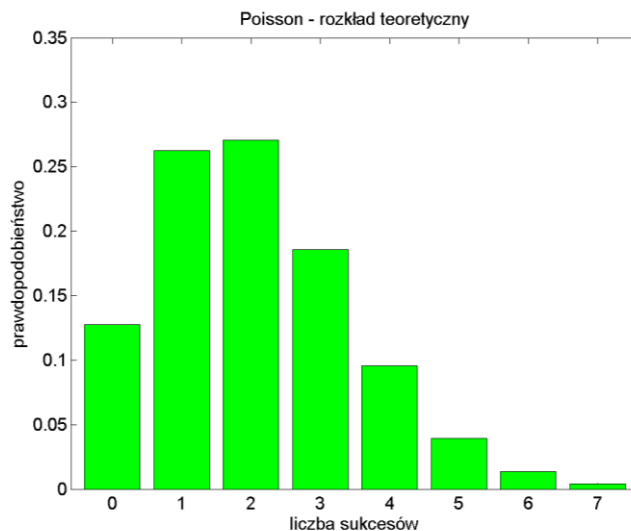
Najczęściej badania nad ruchem pojazdów dotyczą estymacji parametrów i weryfikacji hipotez parametrycznych oraz zgodności rozkładu empirycznego z rozkładem teoretycznym.

W przedstawionych badaniach weryfikowano hipotezę, że rozkład liczby pojazdów o zadanej cesze dystynktywnej pojawiających się w punkcie obserwacyjnym w kolejnych odcinkach czasu o ustalonej długości jest rozkładem Poissona [16]. Zgodnie z rozkładem Poissona zachodzi:

$$P(X = k) = P_k = \lambda^k \frac{e^{-\lambda}}{k!} \quad (3)$$

dla  $k = 0, 1, 2, \dots$

Rysunek 1. przedstawia graficznie rozkład Poissona – przebieg zmienności wartości prawdopodobieństwa zdarzenia w zależności od wartości cechy. Przebieg ten zależy od wartości parametru  $\lambda$  – wartości średniej rozkładu (wartości średniej zmiennej losowej o rozkładzie Poissona).



**Rys. 1:** Rozkład Poissona dla przykładowego parametru  $\lambda = 2.06$

Dla większej wartości  $\lambda$  „szczyt” przesuwają się w prawo, dla mniejszych odpowiednio w lewo.

Na Wydziale Transportu i Elektrotechniki UTH Rad. prowadzi się badania nad systemem poszukiwania pojazdów drogowych według zadanych cech dystynktywnych, który może posłużyć zwiększeniu bezpieczeństwa obywateli, również eliminacji błędów ludzkich, zob. [12],

np. dostarczając dużą liczbę danych odnośnie pojazdów przemieszczających się po drogach.

Projektowany system składa się z trzech głównych komponentów: Centrum Zarządzania, punktów obserwacyjnych (czujników) oraz sieci telekomunikacyjnej. Dodatkowymi składowymi są sieć dróg oraz zbiór poszukiwanych pojazdów. Temat monitorowania pojazdów został również poruszony przez innych autorów w [17].

Stworzono własny program symulacyjny, który pozwala śledzić równoległe trajektorie ruchu dużej liczby wirtualnych jednostek kierowca/pojazd. Do częściowej kalibracji modelu przeprowadzono własne badania empiryczne w Radomiu na Rondzie Narodowych Sił Zbrojnych – Rys.2, w cyklach 4-minutowych, celem wiarygodnego odzwierciedlenia w badaniach symulacyjnych rzadkich zdarzeń (takich jak wstępowanie w zdanym punkcie obserwacyjnym pojazdów o kolorze żółty). Ciekawe rozwiązania w zakresie symulacji przemieszczania się pojazdów – choć w transporcie kolejowym, a nie drogowym, jak w niniejszym artykule – przedstawiono w publikacjach [1] oraz [13].



**Rys. 2:** Lokalizacja badań empirycznych (czerwony punkt)

Przykładowe wyniki badań dla próbki 100-elementowej przedstawia tabela 1.

**Tab. 1:** Liczba aut koloru żółtego w 100 elementowej próbce

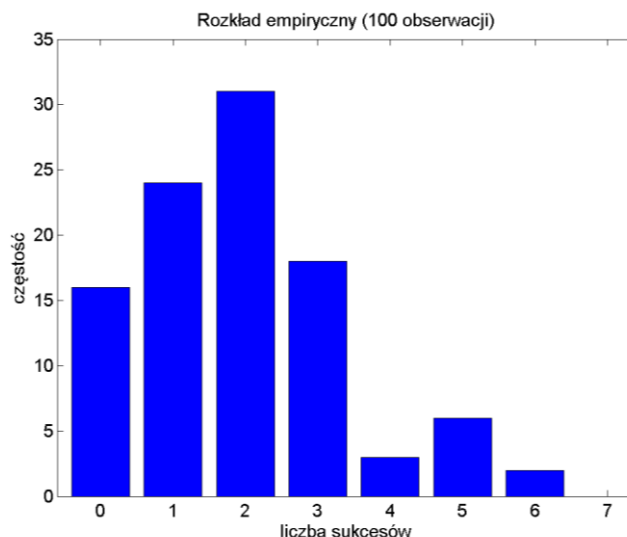
|                                   |        |        |        |        |        |        |        |        |
|-----------------------------------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|
| <i>x</i> – wartości zmiennej los. | 0      | 1      | 2      | 3      | 4      | 5      | 6      | 7      |
| <i>N</i> – częstości zdarzeń      | 16     | 24     | 31     | 18     | 3      | 6      | 2      | 0      |
| <i>P</i> – prawdopodob.           | 0,1275 | 0,2626 | 0,2704 | 0,1857 | 0,0956 | 0,0394 | 0,0135 | 0,0040 |

Dla innych próbek 100-elementowych wyniki mogą przedstawiać się inaczej. Częstości względne (prawdopodobieństwa empiryczne) zaś będą się stabilizować wraz ze wzrostem liczności próbki [8, 9, 15]. Należy jednak podkreślić, że koszty eksperymentu, lub długość czasu jego trwania, na ogół narzucają ograniczenia dotyczące liczby możliwych obserwacji.



**Rys. 3:** Auto o zadanej cesze dystyngtywnej

Na potrzeby eksperymentu autorzy jako cechę dystyngtywną przyjęli kolor pojazdu (w analizowanym przypadku żółty). W badaniach empirycznych zliczono ile aut w wybranym kolorze wjeżdżało na rondo w 100 elementowej próbce, Rys. 3. Zwiększenie próbki znacznie utrudnia przeprowadzenie badań – zwiększa koszty i czas trwania badań. Rysunek 4. przedstawia histogram częstości bezwzględnej:



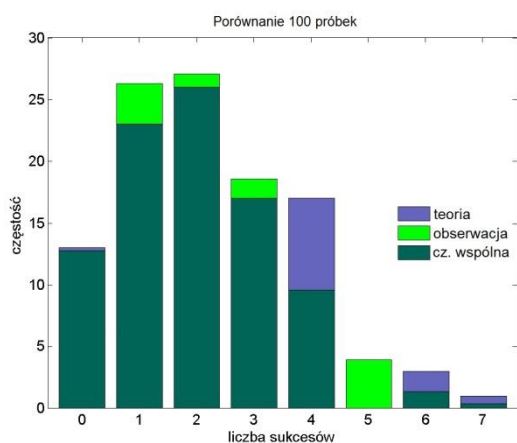
**Rys. 4:** Wyliczone częstości z badania eksperymentalnego

Wartość średnia dla badanej próbki została obliczona wg. zależności (4) i wyniosła w badanym przypadku 1,94:

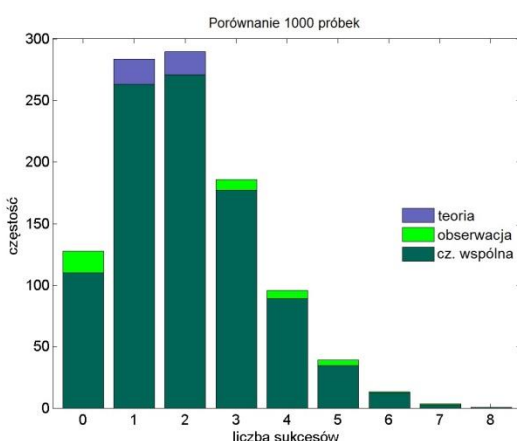
$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{k=0}^{r-1} x_k n_k = 1,94 \quad (4)$$

W badaniach empirycznych najczęściej obserwowana była wartość 2.

Należy zwrócić uwagę, że przy realnych badaniach zdarzają się dość nieoczekiwane wyniki, tutaj przykładowo częściej obserwowano przypadek  $x = 5$  niż  $x = 4$ . Tego typu efekty zmniejszają się przy większych próbkach, tak jak pokazano w poniższym symulacyjnym przykładzie obejmującym 1000-elementowe próbki:



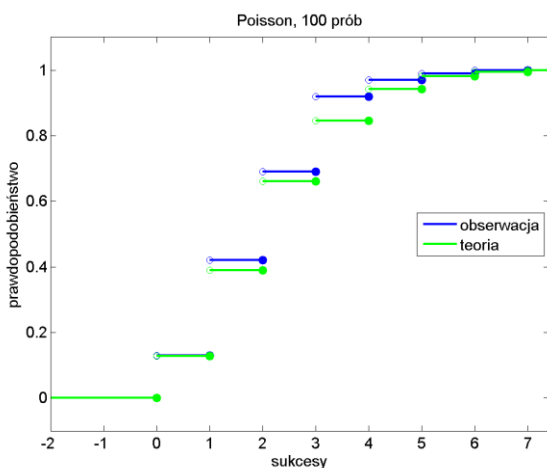
a)



b)

**Rys. 5:** Porównania wyników badań dla a)  $n = 100$  oraz b) dla  $n = 1000$

Rysunki: 5a) oraz 5b) ilustrują powyższą konstatację, zaś rysunek 6 ukazuje dystrybuanty – empiryczną oraz teoretyczną – obliczone na podstawie tabeli 1.



**Rys. 6:** Porównanie dystrybuant rozkładu teoretycznego (linia zielona) i empirycznego (niebieska) dla próbki 100-elementowej

## 2. Testowanie hipotez

Test statystyczny to sposób weryfikacji hipotezy statystycznej. Hipoteza dotycząca nieznannej postaci funkcyjnej dystrybuanty  $F$  zmiennej losowej  $X$  jest hipotezą nieparametryczną [14, 18]. Przyjmuje się pewną hipotezę  $H_0$  określającą postać dystrybuanty  $F$ .

Celem jest weryfikacja hipotezy  $H_0$ , a w przypadku jej odrzucenia – przyjęcie alternatywnej hipotezy  $H_1$ .

W zagadnieniach ruchu drogowego przyjmuje się często rozkład Poissona.

Pobieramy z populacji generalnej próbkę  $n$ -elementową i wyznaczamy rozkład zmiennej  $X$  w próbce. Rozkład empiryczny różni się z reguły od rozkładu wg. hipotezy  $H_0$ .

Wprowadza się więc statystykę, mającą sens miary rozbieżności między rozkładem empirycznym a teoretycznym. W przypadku weryfikacji hipotezy o rozkładzie Poissona wykorzystuje się między innymi test zgodności  $\chi^2$ .

Oznaczając przez  $n_k$  częstość występowania zdarzenia  $x_k$  w próbce i uwzględniając, że wartość oczekiwana tejże częstości wynosi  $nP_k$ , następująca ważona suma kwadratów stanowi podstawę oceny, czy założony rozkład jest zgodny z próbką:

$$\chi^2 = \sum_{k=0}^{r-1} \frac{(n_k - nP_k)^2}{nP_k}, \quad (5)$$

gdzie:

- $\chi^2$  – miara rozbieżności;
- $r$  – liczba klas;
- $k$  – wskaźnik zdarzenia;
- $n_k$  – częstość występowania zdarzenia  $x_k$ ;
- $nP_k$  – wartość oczekiwana częstości  $n_k$ .

W badaniach przyjęto hipotezę złożoną, że liczba pojazdów o kolorze żółtym pojawiających się w punkcie obserwacyjnym w okresach 4-minutowych ma rozkład Poissona. Parametr rozkładu szacujemy estymatorem określonym równaniem (3). W teorii stosowania testu  $\chi^2$  przyjmuje się, że licznosc  $n_k$  nie powinna być mniejsza niż 10 (inni autorzy przyjmują licznosc 5 lub 8), a licznosc próbki nie mniejsza niż 100. Obliczona z próbki wartość parametru  $\lambda$  wynosi 1,94. Ponieważ w pobranej próbce (tabela 1) licznosci zdarzeń 4, 5, 6 są mniejsze niż 8 połączono je w jedną klasę. Dla zmodyfikowanych danych obliczono wartość statystyki  $\chi^2$ . Obliczenia zawarto w tabeli 2.

**Tab. 2:** Wyniki obliczeń dla częstości zdarzeń z tabeli 1 – badania empiryczne

| $k$ | $n_k$ | $nP_k$ | $\frac{(n_k - nP_k)^2}{nP_k}$ |
|-----|-------|--------|-------------------------------|
| 0   | 16    | 12,75  | 0,828                         |
| 1   | 24    | 26,26  | 0,195                         |
| 2   | 31    | 27,04  | 0,580                         |
| 3   | 18    | 18,57  | 0,017                         |
| 4   | 11    | 14,85  | 0,998                         |
|     |       |        | $\chi^2=2,618$                |

W przypadku, gdy próbka rzeczywiście pochodzi z założonego rozkładu, zmienna losowa  $\chi^2$  zdefiniowana wzorem (5), podlega rozkładowi Pearsona  $\chi^2$  o 3 stopniach swobody.

W zależności od liczby klas  $r$  i poziomu istotności  $\alpha$ , dobiera się wartość progową  $\chi^2_0$  tak, by ryzyko odrzucenia hipotezy zerowej, choć jest ona słuszna, było mniejsze od  $\alpha$ .

W tym celu skorzysta się z kwantyli rozkładu  $\chi^2$ , co zobrazowano w tabeli 3.

Wyznaczono wartość progową  $\chi^2_0$  taką, że

$$P(\chi^2 \leq \chi^2_0) \leq 1 - \alpha, \quad (6)$$

gdzie  $\alpha$  jest poziomem istotności.

Często zakłada się istotności na poziomie 0,05 czy 0,01 [10, 12]. Im większe akceptuje się ryzyko błędu (dokładnie: *błędu pierwszego rodzaju*), tym częściej odrzuca się hipotezę podstawową  $H_0$ .

W pracy ustalono prawdopodobieństwo błędu pierwszego rodzaju  $\alpha = 0,05$ .


Hipotezę podstawową  $H_0$  odrzucamy, gdy  $\chi^2 \geq \chi_0^2$ . W przypadku przeciwnym nie ma podstaw, aby  $H_0$  odrzucić oraz przyjąć hipotezę alternatywną  $H_1$ , orzekającą, że próbka nie pochodzi z założonego rozkładu.

Wartość progową można odczytać z tablic  $\chi$ -kwadrat [16], przedstawionych w tabeli 3.

Tab. 3: Odczytywanie wartości progowej

Tablica wartości krytycznych rozkładu  $\chi^2$  dla zadanej liczby stopni swobody i poziomu istotności

|    | 0,990  | 0,950  | 0,900  | 0,850  | 0,800  | 0,750  | 0,700  | 0,650  | 0,600  | 0,550  | 0,500  | 0,450  | 0,400  | 0,350  | 0,300  | 0,250  | 0,200  | 0,150  | 0,100  | 0,050  | 0,025  | 0,010  | 0,005  | 0,001  |        |
|----|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|
| 1  | 0,0001 | 0,0004 | 0,0009 | 0,0016 | 0,0025 | 0,0035 | 0,0046 | 0,0059 | 0,0073 | 0,0089 | 0,0106 | 0,0125 | 0,0145 | 0,0166 | 0,0188 | 0,0214 | 0,0241 | 0,0270 | 0,0301 | 0,0335 | 0,0371 | 0,0409 | 0,0449 | 0,0491 |        |
| 2  | 0,0002 | 0,0007 | 0,0014 | 0,0022 | 0,0031 | 0,0041 | 0,0052 | 0,0064 | 0,0077 | 0,0091 | 0,0106 | 0,0122 | 0,0139 | 0,0156 | 0,0173 | 0,0191 | 0,0209 | 0,0228 | 0,0247 | 0,0267 | 0,0287 | 0,0308 | 0,0330 | 0,0353 | 0,0377 |
| 3  | 0,0003 | 0,0010 | 0,0018 | 0,0027 | 0,0036 | 0,0046 | 0,0057 | 0,0068 | 0,0080 | 0,0093 | 0,0107 | 0,0121 | 0,0136 | 0,0151 | 0,0166 | 0,0181 | 0,0196 | 0,0212 | 0,0228 | 0,0244 | 0,0261 | 0,0278 | 0,0295 | 0,0313 | 0,0332 |
| 4  | 0,0004 | 0,0012 | 0,0021 | 0,0030 | 0,0040 | 0,0050 | 0,0061 | 0,0072 | 0,0083 | 0,0095 | 0,0108 | 0,0121 | 0,0134 | 0,0148 | 0,0162 | 0,0176 | 0,0190 | 0,0204 | 0,0219 | 0,0233 | 0,0248 | 0,0263 | 0,0278 | 0,0293 | 0,0309 |
| 5  | 0,0005 | 0,0013 | 0,0023 | 0,0032 | 0,0042 | 0,0052 | 0,0063 | 0,0074 | 0,0085 | 0,0097 | 0,0110 | 0,0123 | 0,0136 | 0,0149 | 0,0163 | 0,0176 | 0,0190 | 0,0204 | 0,0218 | 0,0232 | 0,0246 | 0,0260 | 0,0274 | 0,0288 | 0,0303 |
| 6  | 0,0006 | 0,0014 | 0,0024 | 0,0034 | 0,0044 | 0,0054 | 0,0065 | 0,0076 | 0,0087 | 0,0099 | 0,0112 | 0,0125 | 0,0138 | 0,0151 | 0,0164 | 0,0177 | 0,0190 | 0,0203 | 0,0216 | 0,0229 | 0,0242 | 0,0255 | 0,0268 | 0,0281 | 0,0294 |
| 7  | 0,0007 | 0,0015 | 0,0025 | 0,0035 | 0,0045 | 0,0055 | 0,0066 | 0,0077 | 0,0088 | 0,0100 | 0,0113 | 0,0126 | 0,0139 | 0,0152 | 0,0165 | 0,0177 | 0,0190 | 0,0202 | 0,0214 | 0,0226 | 0,0238 | 0,0250 | 0,0262 | 0,0274 | 0,0286 |
| 8  | 0,0008 | 0,0016 | 0,0026 | 0,0036 | 0,0046 | 0,0056 | 0,0067 | 0,0078 | 0,0089 | 0,0101 | 0,0114 | 0,0127 | 0,0140 | 0,0153 | 0,0165 | 0,0177 | 0,0189 | 0,0201 | 0,0212 | 0,0223 | 0,0234 | 0,0245 | 0,0256 | 0,0267 | 0,0278 |
| 9  | 0,0009 | 0,0017 | 0,0027 | 0,0037 | 0,0047 | 0,0057 | 0,0068 | 0,0079 | 0,0090 | 0,0102 | 0,0115 | 0,0128 | 0,0141 | 0,0153 | 0,0165 | 0,0176 | 0,0187 | 0,0198 | 0,0208 | 0,0218 | 0,0228 | 0,0238 | 0,0248 | 0,0258 | 0,0268 |
| 10 | 0,0010 | 0,0018 | 0,0028 | 0,0038 | 0,0048 | 0,0058 | 0,0069 | 0,0080 | 0,0091 | 0,0103 | 0,0116 | 0,0129 | 0,0142 | 0,0154 | 0,0165 | 0,0176 | 0,0186 | 0,0196 | 0,0205 | 0,0214 | 0,0223 | 0,0232 | 0,0241 | 0,0250 | 0,0259 |
| 11 | 0,0011 | 0,0019 | 0,0029 | 0,0039 | 0,0049 | 0,0059 | 0,0070 | 0,0081 | 0,0092 | 0,0104 | 0,0117 | 0,0130 | 0,0143 | 0,0155 | 0,0166 | 0,0176 | 0,0186 | 0,0195 | 0,0204 | 0,0213 | 0,0222 | 0,0231 | 0,0240 | 0,0249 | 0,0258 |



| 0,15    | 0,1     | 0,05    | 0,025   | 0,02    | 0,01    | 0,005   | 0,001   | $\beta$ |
|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|
| 2,07225 | 2,70554 | 3,84146 | 5,02389 | 5,41189 | 6,63490 | 7,87944 | 10,8276 | 1       |
| 3,79424 | 4,60517 | 5,99146 | 7,37776 | 7,82405 | 9,21034 | 10,5966 | 13,6155 | 2       |
| 5,31705 | 6,25139 | 7,8473  | 9,34840 | 9,83741 | 11,3449 | 12,8382 | 16,2663 | 3       |
| 6,74488 | 7,77944 | 9,4773  | 11,1433 | 11,6678 | 13,2767 | 14,8603 | 18,4668 | 4       |
| 8,11520 | 9,23636 | 11,0705 | 12,9005 | 13,4688 | 15,1054 | 16,7466 | 20,5456 | 5       |
| 9,44610 | 10,6446 | 12,5916 | 14,4494 | 15,0332 | 16,8119 | 18,5476 | 22,4578 | 6       |
| 10,7479 | 12,0170 | 14,0671 | 16,0128 | 16,6224 | 18,4753 | 20,2777 | 24,3219 | 7       |
| 12,0271 | 13,3616 | 15,5073 | 17,5345 | 18,1682 | 20,0902 | 21,9550 | 26,1245 | 8       |

Odczytano z tablicy  $\chi_0^2$  dla  $\alpha = 0,05$  oraz  $d = r - m - 1 = 5 - 1 - 1 = 3$  stopni swobody, gdzie  $r$  jest liczbą przypadków,  $m$  liczbą parametrów szacowanych: w powyższym przykładzie  $m = 1$ , bo szacowany jest tylko jeden parametr, mianowicie  $\lambda$ .

Zatem w omawianym przykładzie miara rozbieżności wynosi  $\chi^2 = 2,618$  (tabela 2), a wartość progowa  $\chi_0^2 = 7,814$ . Ponieważ  $\chi^2$  jest mniejsze od  $\chi_0^2$ , zatem brak jest podstaw do odrzucenia hipotezy  $H_0$ . Zauważmy, że maksymalny poziom istotności, przy którym nie ma podstaw do odrzucenia hipotezy ( $p$ -value) wynosi 0,454.

**Podsumowanie**

W omawianym systemie koniecznym do zdefiniowania jest model ruchu pojazdów drogowych. W artykule przedstawiono wybrane elementy analizy probabilistycznej badanego zagadnienia. Wykazano, że na poziomie istotności  $\alpha = 0,05$  test zgodności chi-kwadrat ( $\chi^2$ ) przemawia ZA hipotezą  $H_0$ , czyli że populacja ma rozkład prawdopodobieństwa Poissona o funkcji prawdopodobieństwa według wzoru (3).

**Bibliografia:**

- Ciszewski T., Nowakowski W., Wojciechowski J.: Symulator pulpitu maszynisty, Czasopismo Logistyka 2015, nr 4 str. 2819--2824
- Górska M.: Application of dash-cams in road vehicle location systems. Czasopismo Autobusy – Technika, Eksploatacja, Systemy Transportowe 2017, nr 12, str. 122-126
- Górska M.: Podstawy modelowania sieci dróg w Systemie Poszukiwania Pojazdów Drogowych Według Zadanych Cech, Autobusy – Technika, Eksploatacja, Systemy Transportowe nr 3/2013, str. 2139-2147
- Górska M., Jackowski S.: Wybrane techniki sieciowej obserwacji ruchu pojazdu drogowego. Czasopismo TTS – Technika Transportu Szynowego 2012, nr 9, str. 2055-2062

- Górska M.: Metody matematyczne ekstrapolacji trajektorii ruchu pojazdów drogowych. Czasopismo TTS – Technika Transportu Szynowego 2012, nr 9, str. 4201-4211
- Górska M., Jackowski S.: Optymalizacja sieci inteligentnych obserwatorów. Czasopismo Logistyka 2011, nr 6, str. 1177-1186
- Górska M.: Course prediction for mobile object tracing network. Proceedings of the 4th International Interdisciplinary Technical Conference of Young Scientists, Poznań 2011, str. 148-152
- Hudert S., Niemann C., Eymann T.: On Computer Simulation as a Component in Information Systems Research. Lecture Notes in Computer Science, Nr 6105, Global Perspectives on Design Science Research, str. 167-179, 2010
- Łukasik Z.: Teoria informacji i sygnałów, Wydawnictwo Uniwersytetu Technologiczno-Humanistycznego w Radomiu, 2012
- Łukasik Z., Górska M.: Analysis Of Prediction Methods Applied To A Selected Road Vehicle Tracing System, Czasopismo Autobusy – Technika, Eksploatacja, Systemy Transportowe nr 6/2018, ISSN 1509-5878, str. 1915-918
- Łukasik Z., Górska M.: The use of open geo-information bases for defining road nets in a given programming environment, Archives of Transport System Telematics nr 11 iss.1, 2018, ISSN 1899-8208, str. 46-52
- Łukasik Z., Ciszewski T., Nowakowski W.: The human as the weakest link in ensuring technical safety, Conference Proceedings 17th International Scientific Conference Globalization and Its Socio-Economic Consequences, University of Zilina, 2017, Part IV, str. 1788-1795
- Łukasik Z., Ushakov A.: Modern container tracking systems on russian railroads: technologies and prospects, Autobusy: technika, eksploatacja, systemy nr 6/2017, str. 1613-1615
- Meng X., Chen J.: Moving objects management: models techniques and applications, Wydawnictwa Tsinghua University Press, Beijing oraz Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 2010
- Oliari S, Weigle M.C.: Vehicular networks – from theory to practice, Chapman & Hall/CRC, 2009
- Rogowski A.: Podstawy metod probabilistycznych w transporcie, Wydawnictwo Uniwersytetu Technologiczno-Humanistycznego w Radomiu, Raom, 2013
- Rogowski A., Lewiński A. i Skrok W.: Problem bezpiecznego monitoringu obiektów ruchomych w transporcie lądowym, Autobusy – Technika, Eksploatacja, Systemy Transportowe, 2013, nr 3, str. 1701 – 1707
- Sohn J.H., Baek W.K.: Vehicle dynamic simulation including an artificial neural network bushing model. Journal of Mechanical Science and Technology, Nr 19/1, str. 255-264, 2005

**Probabilistic analysis of a virtual road traffic model**

Based on the road infrastructure model developed in the publication [4], having data obtained from sources - observation points - in [6], and transferred thanks to telecommunications techniques analyzed in [8], it was possible to reflect traffic components and its monitoring on the examined virtual reality area. Using the simulation method, the problem of road traffic was transformed into the analogical problem of monitoring the trajectory in an computer model. This article considers the system's analytical layer.

**Keywords:** road traffic, monitoring, simulation.

**Autorzy:**

prof. dr hab. inż. **Zbigniew Łukasik** – Uniwersytet Technologiczno-Humanistyczny im. K. Pułaskiego w Radomiu, Wydział Transportu i Elektrotechniki z.lukasik@uthrad.pl  
 dr inż. **Małgorzata Górska** – Uniwersytet Technologiczno-Humanistyczny im. K. Pułaskiego w Radomiu, Wydział Transportu i Elektrotechniki, m.gorska@uthrad.pl