



Zastosowanie przesuwnego okna czasowego do adaptacji modelu prognozowania zapotrzebowania na ciepło dla miejskiej sieci ciepłowniczej

Maciej Bujalski^{1,2}, Paweł Madejski², Krzysztof Fuzowski³

¹PGE Energia Ciepła S.A.

²AGH Akademia Górniczo-Hutnicza im. St. Staszica w Krakowie,
Wydział Inżynierii Mechanicznej i Robotyki

³PGE Polska Grupa Energetyczna S.A

e-mail: bujalski@agh.edu.pl

Streszczenie

System ciepłowniczy oparty o elektrociepłownię zasilającą miejską sieć ciepłowniczą stanowi powszechną formę dystrybucji ciepła w dużych obszarach miejskich w Polsce. Głównym elementem optymalizacji pracy systemu jest krótkoterminowe planowanie produkcji energii w kogeneracji (do kilku dni naprzód), a podstawową daną wejściową do tego procesu jest godzinowa prognoza zapotrzebowania na ciepło. Dobowy profil obciążenia cieplnego zmienia się w zależności od zmiany parametrów pogodowych, charakteru poboru ciepła przez odbiorców, a także na skutek dynamiki sieci ciepłowniczej pod wpływem zmiennych warunków eksploatacyjnych.

W referacie przedstawiono wyniki obliczeń z opracowanego modelu zapotrzebowania na ciepło, z wykorzystaniem metody uogólnionego modelu addytywnego GAM. Opisano sposób budowy modelu predykcyjnego i procedurę jego adaptacji w oparciu o zastosowanie przesuwnego okna czasowego z danymi uczącymi model. Przedstawione wyniki uzyskano na podstawie danych pochodzących z rzeczywistego systemu ciepłowniczego, o szczytowym zapotrzebowaniu na poziomie około 200 MWt. Analizie poddano wpływ rozmiaru okna treningowego modelu (liczba dób w przedziale od kilku do kilkunastu) na błąd predykcji w horyzoncie doby następnej, podczas różnych okresów sezonu grzewczego. W rezultacie otrzymano mo-

del o średnio-sezonowym błędzie około 8%. Wykazano, że zastosowanie adaptacji z relatywnie krótkim oknem treningowym uczącym model może istotnie zwiększyć jego dokładność w okresach przejściowych (kwiecień-maj), gdzie kluczowe warunki wpływające na pracę sieci zmieniają się dynamicznie i w trudny do przewidzenia sposób.

Słowa kluczowe: predykcja zapotrzebowania na ciepło, uogólniony model addytywny GAM, przesuwne okno czasowe

1. Wprowadzenie

System ciepłowniczy oparty o elektrociepłownię zasilającą miejską sieć ciepłowniczą stanowi powszechną formę dystrybucji ciepła na obszarach miejskich w Polsce. Poziom produkcji energii elektrycznej w kogeneracyjnych źródłach ciepła zależny jest w pewnym zakresie od bieżącego obciążenia cieplnego sieci [1]. Jednocześnie obserwowane są dynamiczne zmiany cen energii elektrycznej na Rynku Dnia Następnego. Wymusza to aktywne podejście do kontroli i optymalizacji produkcji energii w skojarzeniu, zwłaszcza gdy elektrociepłownia wyposażona jest w kilka jednostek wytwórczych i akumulator ciepła. Głównym elementem optymalizacji jest krótkoterminowe planowanie produkcji (do kilku dni naprzód), a podstawową daną wejściową jest godzinowa prognoza zapotrzebowania na ciepło [2]. W oparciu o to planowany jest sposób pokrycia spodziewanego profilu zapotrzebowania, uwzględniający aspekty technologiczne i ekonomiczne. Dokładna znajomość godzinowego rozbioru ciepła w następnej dobie pozwala na sterowanie elektrociepłownią w celu optymalizacji zysku netto, poprzez maksymalizację produkcji energii elektrycznej [3]. Niedokładne przewidywanie profilu zapotrzebowania na ciepło może także skutkować koniecznością załączania układów rezerwowo-szczytowych, których efektywność energetyczna i środowiskowa jest niższa. Na godzinowe zapotrzebowanie na ciepło, poza danymi pogodowymi, wpływa charakter poboru ciepła przez użytkowników końcowych [4], a także dynamika sieci ciepłowniczej pod wpływem zmieniających warunków eksploatacyjnych, takich jak bezwładność cieplna budynków, straty ciepła i inercja sieci oraz częste zmiany strumieni i temperatur wody sieciowej.

W literaturze znaleźć można wiele metod rozwiązania problemu prognozowania zapotrzebowania na ciepło. Mosavi [5] podał przegląd w podziale na rodzaje zastosowania, wraz z aktualnym stanem wiedzy w zakresie wykorzystywanych metod. Do modelowania zapotrzebowania na ciepło wykorzystuje się głównie metody analizy danych klimatycznych. Dotzdauer [6]

opracował model wyznaczania prognozowania mocy cieplnej przy użyciu regresji liniowej temperatury otoczenia. Baltputnis i in. [7] zbudowali model wykorzystujący regresję wielokrotną, uzupełnioną o korektę błędów w zależności od godziny doby. Metody autoregresji szeregów czasowych ARIMA mocy cieplnej i temperatury otoczenia zostały zastosowane przez Grosswindhagera [8] oraz Fanga [9]. Wojdyga [10] wykorzystał sztuczne sieci neuronowe ANN do uczenia modelu na danych z kilku historycznych sezonów grzewczych. Jako dane wejściowe do modelu ANN została przyjęta temperatura otoczenia oraz moc cieplna w poprzedzających godzinach i dniach. W ostatnich latach odnotować można wyraźny wzrost zainteresowania metodami uczenia maszynowego, takimi jak Support Vector Machines SVM, Random Forest, Gradient Boosting [11]–[13]. Wynika to między innymi z intensywnego rozwoju narzędzi informatycznych stosowanych w dużych instalacjach przemysłowych, pojemności baz danych oraz dostępności systemów akwizycji danych. Techniki uczenia maszynowego pozwalają na efektywne znajdowanie niejednoznacznych zależności w danych, poprzez uwzględnienie wielu zmiennych poza danymi klimatycznymi, jak dane procesowe z sieci ciepłowniczej czy dane kalendarzowe (dzień tygodnia, okresy świąteczne) [14].

Z punktu widzenia optymalizacji pracy elektrociepłowni współpracującej z siecią ciepłowniczą, model powinien wykazywać wysoką dokładność w horyzoncie doby następnej. Należy mieć na uwadze, że modele, które dobrze dopasowują się do zbioru uczącego, mogą wykazywać niską dokładność na nowym zbiorze danych. Ponadto uczenie modelu na dużym zbiorze pozwala znaleźć skomplikowane zależności między danymi w relacji do zmiennej prognozowanej, jednakże profil zapotrzebowania może się szybko zmieniać, poprzez zmianę nawyków odbiorców ciepła, termomodernizację budynków, zmianę regulacji węzłów cieplnych, czy nowe przyłączenia do sieci ciepłowniczej. Z tego powodu dużą uwagę przywiązuje się do metod kalibracji, w celu bieżącego uczenia modelu do aktualnej specyfiki eksploatacji systemu [15].

W niniejszej pracy skupiono się na zastosowaniu metody GAM (*Generalized Additive Model*) do opracowania modelu zapotrzebowania na ciepło w miejskim systemie ciepłowniczym zasilanym z elektrociepłowni gazowej. Zapotrzebowanie na ciepło jest pokrywane m.in. przez dwie kogeneracyjne turbiny gazowe, wyposażone w instalację odzysku ciepła ze spalin w wodnym kotle odzysknicowym. Omówiono sposób budowy modelu oraz przyjętą metodę jego kalibracji, polegającą na zastosowaniu dynamicznie zmiennego okna czasowego z danymi uczącymi model, co pozwala na adaptacyjne dostosowywanie się do bieżącej specyfiki poboru ciepła przez sieć. Przeanalizowano dokładność modelu, biorąc pod uwagę różne rozmiary okna treningowego uczącego model.

2. Model prognozowania zapotrzebowania na ciepło przy użyciu metody GAM

W uogólnionym modelu addytywnym GAM (ang. *Generalized Additive Model*), związek między zmienną prognozowaną jest wyrażony funkcjami wygładzającymi (ang. *smoothing function*) zgodnie z zależnością (1) [16]. Model oparty jest na regresji nieparametrycznej i pozwala na znalezienie nieliniowych zależności między zmiennymi objaśniającymi. Jednocześnie możliwe jest uwzględnienie wielu predyktorów. W przypadku modelowania zapotrzebowania na ciepło, liniowa lub wielomianowa aproksymacja temperatury otoczenia okazuje się często niedostatecznie dokładna.

$$Y = \beta_0 + f_1(x_1) + \dots + f_p(x_p) + \varepsilon \quad (1)$$

gdzie:

- Y – zmienna prognozowana,
- β_0 – wyraz wolny,
- x_1, \dots, x_p – zmienne niezależne,
- f_1, \dots, f_p – funkcje wygładzające,
- ε_i – błąd losowy,
- p – liczba zmiennych niezależnych (predyktorów).

Funkcja wygładzająca f składa się z funkcji bazowych b i odpowiadającym im współczynników regresji β , zgodnie ze wzorem (2). Funkcja bazowa b , może przyjmować m.in. postać splinu liniowego, kubicznego, P-splinu [16]. Dopasowanie modelu polega na znalezieniu wszystkich współczynników, tak aby zminimalizować sumę wyrażoną wzorem (3) [17]. Pierwszy składnik sumy mierzy dokładność dopasowania do danych. Drugi składnik kryterium, mierzący krzywiznę funkcji, jest nazywany karą za niegładkość estymatora (ang. *smoothing penalty parameter*). Parametr ten pozwala na uniknięcie nadmiernego dopasowania do danych uczących model i zmniejszenie stopnia swobody funkcji wygładzających.

Opracowany model predykcyjny zasilany jest dwoma zmiennymi wejściowymi ($p = 2$): x_1 – temperatura zewnętrzna dla miasta oraz x_2 – zmienna reprezentująca godzinę doby, która przyjmuje wartości od 0 do 23. Pierwsza zmienna odzwierciedla poziom zmian mocy cieplnej pod wpływem warunków atmosferycznych, a druga specyfikę poboru ciepła w badanym systemie ciepłowniczym w skali doby (np. zachowanie odbiorców ciepła i zapotrzebowanie na ciepłą wodę użytkową).

$$f(x) = \sum_{i=1}^I \beta_i b_i(x) \quad (2)$$

$$RSS(f, \lambda) = \sum_{i=1}^N \{y_i - f(x_i)\}^2 + \lambda \int_a^b f''(t)^2 dt \quad (3)$$

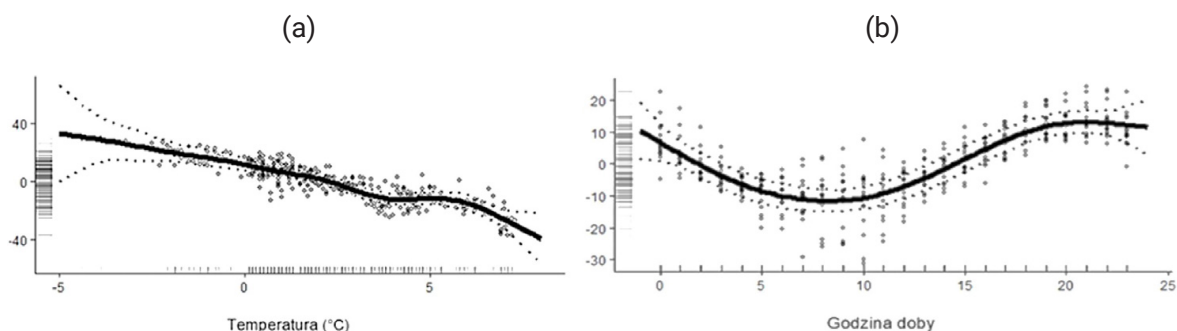
gdzie:

RSS – resztkowa suma kwadratów odchyłeń,

a, b – przedział, na którym są określone węzły x_i ($i = 0, 1, \dots, N$),

λ – współczynnik wygładzenia.

Na rysunku 1 przedstawiono przykład dopasowania mocy cieplnej metodą GAM w wybranym czasie, do temperatury otoczenia i zmiennej określającej godzinę doby. Rysunek zawiera dwa wykresy, które obejmują kształt funkcji wygładzających zaznaczonych liniami ciągłymi: $f(x_1)$ – addytywny udział temperatury zewnętrznej oraz $f(x_2)$ – addytywny udział godziny doby w mocy cieplnej. Zauważyć można nieliniowy charakter dopasowanych krzywych. Należy mieć na uwadze, że przybliżanie punktów krzywymi typu splin może prowadzić do błędnych prognoz, gdy zmienna objaśniająca model wykroczy poza zakres z etapu kalibracji (np. gwałtowne obniżenie temperatury otoczenia w dobie następczej, podczas gdy w oknie treningowym temperatura utrzymywała się na relatywnie wysokim poziomie). Z tego powodu krańcowe wartości są dopasowywane funkcją liniową, aby nie nastąpiły punkty przegięcia. Widoczne jest to na rys. 1, gdzie punkty odpowiadające najwyższym i najniższym wartościom temperatury są przybliżone funkcjami liniowymi.



Rys. 1. Wykresy przedstawiające addytywny wpływ zmiennych: x_1 – temperatura otoczenia (a) oraz x_2 – godzina doby (b), na moc cieplną

2.1. Budowa i testowanie modelu

Model prognozowania zapotrzebowania na ciepło został zbudowany i przetestowany na danych historycznych, pochodzących z eksploatacji rzeczywistego systemu ciepłowniczego. Model wykonano z wykorzystaniem pakietu *mgcv* [18], który zawiera biblioteki z implementacją metody GAM w środowisku programistycznym *R*. Estymacja zmiennej prognozowanej opiera się w tym pakiecie na wykorzystaniu iteracyjnych metod z użyciem algorytmu opartego na wygładzonych funkcjach sklepanych typu kubicznego, z jednoczesnym automatycznym wyborem parametrów wygładzenia, jak we wzorach (2) i (3). Uwzględniono dane pogodowe w postaci temperatury zewnętrznej, pochodzące od dostawcy prognozy pogody oraz moc cieplną

całego systemu ciepłowniczego. Analizowano dane z okresu eksploatacji systemu w okresie grzewczym oraz przejściowym (od początku grudnia do końca maja).

Parametryzację modelu w celu minimalizacji błędów oraz ocenę dokładności modelu w horyzoncie prognozowania przeprowadzono w oparciu o statystyczną analizę porównawczą wartości prognozowanych z rzeczywistymi, z wykorzystaniem pierwiastka średniokwadratowego błędu RMSE oraz średniego błędu względnego MAPE, wyrażonych odpowiednio wzorami (4) i (5).

$$RMSE = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_t (\dot{Q}_{pred,t} - \dot{Q}_{real,t})^2} \quad (4)$$

$$MAPE = \frac{1}{N} \sum_t \left| \frac{\dot{Q}_{pred,t} - \dot{Q}_{real,t}}{\dot{Q}_{real,t}} \right| \quad (5)$$

gdzie:

- \dot{Q}_{pred} – prognozowana wartość mocy cieplnej, MW,
- \dot{Q}_{real} – faktyczna wartość mocy cieplnej, MW,
- t – indeks odpowiadający chwilowej, godzinowej wartości,
- N – sumaryczna liczba godzin w analizowanym okresie.

2.2. Adaptacja modelu z użyciem przesuwne go okna czasowego

Opracowany model predykcyjny generuje prognozy profilu obciążenia ciepłego w podziale na godziny doby następnej, liczonej od północy włącznie. Przyjęty horyzont czasowy wynika z uwarunkowań związanych z udziałem w Rynku Dnia Następnego energii elektrycznej. Wytwórca energii musi bowiem zakontraktować spodziewany wolumen produkcji energii do godziny 12.00. Schemat działania modelu na osi czasu zilustrowano na rys. 2. Adaptacja modelu składa się z następujących po sobie kroków:

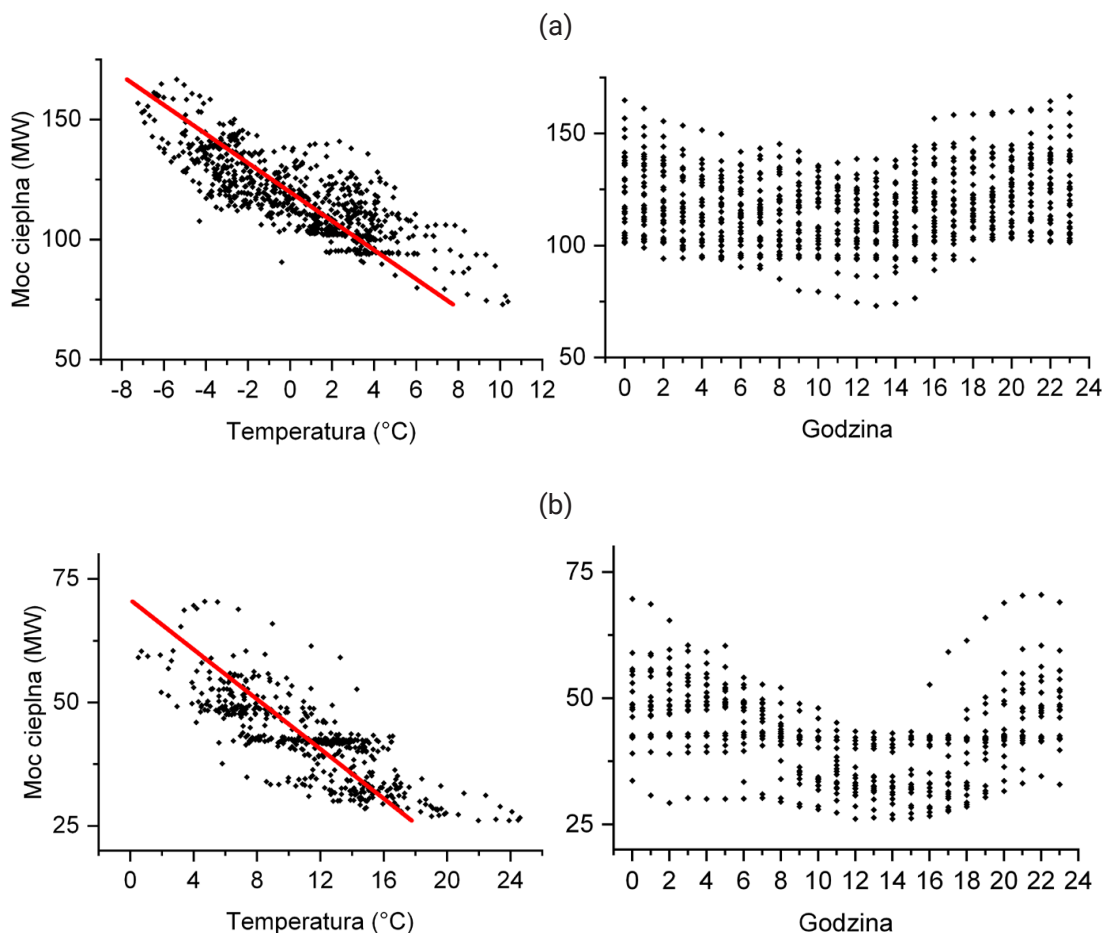
- każdorazowo przed przeliczeniem prognoz mocy cieplnej model jest automatycznie kalibrowany w zakresie faktycznej produkcji ciepła, przy rzeczywistej temperaturze otoczenia, w oknie czasowym obejmującym okres poprzednich dób. Na tym etapie moc cieplna jest estymowana zgodnie z równaniem (1), uwzględniając zmienne objaśniające model GAM w postaci temperatury otoczenia i godziny doby,
- wraz z nadejściem pliku z prognozą pogody o godz. 6.00, skalibrowany uprzednio model generuje godzinowe prognozy mocy cieplnej dla założonego horyzontu czasowego obejmującego dobę następną.

mi wartościami temperatury otoczenia. Dzięki temu możliwe jest zwymiarowanie dokładności modelu dla danych nie obciążonych błędem prognozy temperatury. W analizie uwzględniono dwa modele wykorzystujące metodę GAM, zależnie od rodzaju zmiennych wejściowych. Pierwszy model zasilany jest wyłącznie temperaturą otoczenia, natomiast drugi uzupełniono dodatkowo o zmienną reprezentującą godzinę doby. W celu porównania odniesienia modelu GAM do innej metody, uwzględniono również wariant dopasowania mocy cieplnej do temperatury wielomianem drugiego stopnia w oknie treningowym. Analiza tabeli wskazuje, że modele GAM charakteryzują się wyższą dokładnością.

Wartość błędu RMSE maleje od 7,52 MW do 4,79 MW dla 15-dniowego zbioru treningowego. Dla zbiorów testowych wartości te są większe. Błąd RMSE osiąga wartość 8,83 MW, a błąd MAPE wzrasta do wartości 10,36% w przypadku stosowania wielomianu drugiego stopnia (przy użyciu prognozowanej temperatury w horyzoncie predykcji). Wyraźny spadek wartości błędu MAPE jest widoczny, gdy zastosowano metody bazujące na GAM. Uwzględnienie zmiennej temperatury pozwala na obniżenie wartości MAPE do 10,32%, a dla kombinacji dwóch zmiennych temperatury i godziny doby, do wartości 8,14%. Uwzględnienie zmiennej z godziną doby umożliwia uchwycenie dodatkowego czynnika, który wpływa na chwilową moc cieplną. Przykładowo w maju podczas godzin wieczornych temperatura otoczenia spada, zaś w ciągu dnia dynamicznie rośnie, wpływając na znaczne zmniejszenie zapotrzebowania na ciepło. Istotnym aspektem jest również fakt, że pobór ciepła przez użytkowników końcowych na potrzeby ciepłej wody użytkowej zależy w głównej mierze od godziny doby (piki wieczorne i poranne). Na rysunku 4 przedstawiono wykres rozrzutu mocy cieplnej od godziny i temperatury otoczenia w dwóch wybranych przedziałach czasu. Analiza wykresu z rys. 4 wskazuje, że w miesiącach przejściowych wzrasta nieliniowy wpływ temperatury otoczenia na moc, a także zwiększa się różnica generowanej mocy między godzinami południowymi a nocnymi.

Tabela 1. Dokładność wyników modeli dla rozmiaru okna treningowego wynoszącego 15 dni: wielomian 2. stopnia i GAM z jedną zmienną wejściową (temperatura otoczenia), GAM z dwoma zmiennymi wejściowymi (temperatura otoczenia oraz godzina doby)

Rodzaj zbioru	Wielomian 2. stopnia (<i>Tempertura</i>)		GAM (<i>Temperatura</i>)		GAM (<i>Temperatura + Godzina doby</i>)	
	RMSE [MW]	MAPE [%]	RMSE [MW]	MAPE [%]	RMSE [MW]	MAPE [%]
Zbiór treningowy – 15 dni	7,52	8,24	7,29	7,98	4,79	5,52
Zbiór testowy (faktyczna pogoda) – doba następną	8,34	9,83	8,26	7,68	6,10	7,42
Zbiór testowy (prognozowana pogoda) – doba następną	8,83	10,36	8,75	10,32	6,75	8,14



Rys. 4. Zależność mocy cieplnej w funkcji temperatury otoczenia i godziny doby w grudniu (a) oraz w maju (b)

3. Analiza wpływu rozmiaru okna treningowego na dokładność modelu

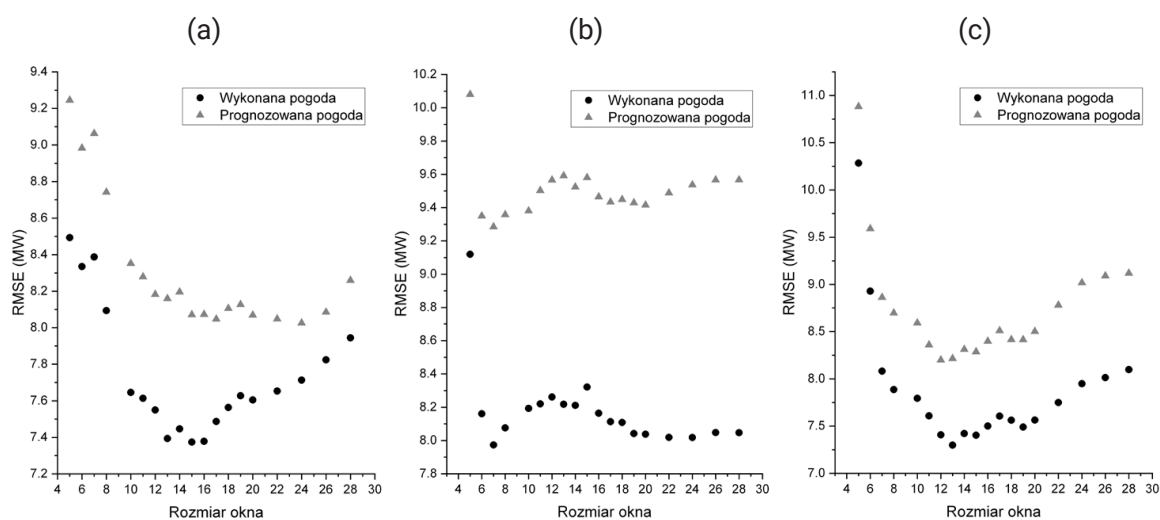
W niniejszym rozdziale przedstawiono analizę wpływu rozmiaru przesuwnego okna czasowego z danymi uczącymi model na jego dokładność w horyzoncie doby następczej. Symulacje działania modelu przeprowadzono przy wykorzystaniu faktycznej i prognozowanej temperatury otoczenia. Analizę przeprowadzono dla każdego miesiąca z analizowanego okresu, obliczając średniomiesięczny błąd RMSE dla różnych rozmiarów okien treningowych (od 5 do 28 dób).

Wyniki analizy przedstawiono na poniższych wykresach, na których zaprezentowano rezultaty dla miesięcy z okresu grzewczego (grudzień, styczeń, luty, marzec) – rys. 5, a także przejściowego (kwiecień, maj) – rys. 6. Widoczne jest, że wartości RMSE przyjmują większe wartości dla prognozowanych danych pogodowych z uwagi na występowanie dodatkowego źródła błędu w modelu w postaci błędu prognoz temperatury otoczenia. Warto zauważyć, że w miesiącach takich jak kwiecień i maj zastosowanie relatywnie krótkiego okna czasowego (6–8 dni) prowadzi do najwyższej

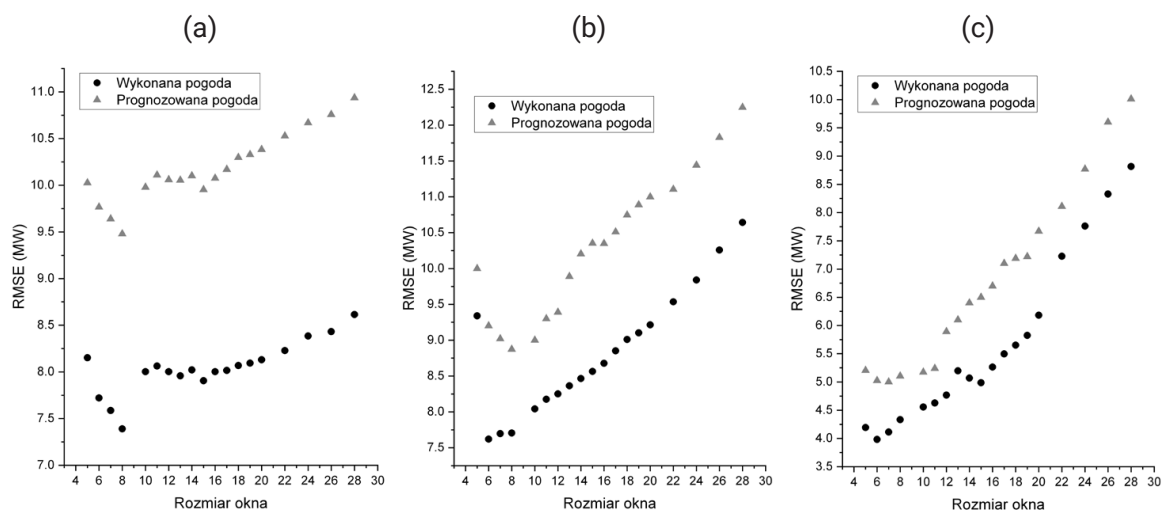
dokładności. W okresach typowo zimowych optymalny rozmiar okna wynosi 12–14 dni.

Tabela 2. Zestawienie miar statystycznych w podziale na miesiące

Miesiąc	Moc cieplna [MW]	Temperatura [°C]	MAPE [%]		Błąd RMSE prognozy temperatury [°C]
			Okno 7 dni	Okno 12 dni	
Grudzień	118,05 +/- 16,28	0,72 +/- 3,34	6,19	5,62	1,07
Styczeń	121,69 +/- 15,03	0,11 +/- 2,76	6,23	6,02	1,21
Luty	108,24 +/- 17,43	1,49 +/- 3,35	6,8	6,18	0,88
Marzec	96,69 +/- 21,64	2,31 +/- 5,21	8,59	8,84	1,57
Kwiecień	62,49 +/- 20,29	7,46 +/- 6,84	10,58	11,24	1,68
Maj	42,70 +/- 8,93	10,06 +/- 5,43	9,23	10,32	1,60



Rys. 5. Zależność błędu RMSE w zależności od rozmiaru okna treningowego w miesiącach (a) grudzień, (b) styczeń, (c) luty



Rys. 6. Zależność błędu RMSE w zależności od rozmiaru okna treningowego w miesiącach (a) marzec, (b) kwiecień, (c) maj

W tabeli 2 przedstawiono zbiorcze wyniki błędu MAPE, wyrażającego błąd procentowy w ujęciu miesięcznym, dla dwóch wybranych rozmiarów okien. Tabelę uzupełniono również o statystyczny rozkład mocy cieplnej i temperatury zewnętrznej (wartość średnia i odchylenie standardowe), a także błąd RMSE prognozy temperatury. Model osiąga niższą dokładność w marcu, kwietniu i maju, z uwagi na zwiększony błąd prognozy pogody, a także ze względu na większe oscylacje mocy cieplnej i temperatury otoczenia na przestrzeni doby, co powoduje dodatkowe trudności w predykcji.

4. Podsumowanie

W niniejszej pracy przedstawiono wyniki modelowania zapotrzebowania na ciepło w systemie ciepłowniczym zasilanym z elektrociepłowni z wykorzystaniem metody uogólnionego modelu addytywnego GAM. Dokładna predykcja umożliwi efektywne planowanie produkcji energii w kogeneracji, z uwzględnieniem współpracy źródła ciepła z siecią ciepłowniczą. Przedstawiono metodę adaptacji modelu w oparciu o dane uczące model w przesuwym oknie czasowym. Dzięki temu model na bieżąco dopasowuje się do aktualnego profilu poboru ciepła i specyfiki pracy sieci ciepłowniczej. Przeprowadzono symulację działania modelu, sprawdzając jego dokładność w zależności od rozmiaru okna treningowego. Wykazano, że w okresach przejściowych, gdzie występują znaczne wahania temperatur otoczenia i mocy cieplnej w skali doby, zmniejszenie rozmiaru okna treningowego do 7–8 dni umożliwia zminimalizowanie błędu predykcji w horyzoncie doby następnej. Uwzględnienie dodatkowej zmiennej charakteryzującej godzinę doby jako zmiennej wejściowej w modelu GAM pozwoliło na istotne zwiększenie jego dokładności. Średniosezonowy błąd obliczeń z wykorzystaniem opracowanego modelu nie przekroczył wartości 8%.

Należy mieć na uwadze, że opracowany model oprócz swojej dokładności wynikającej z metody prognostycznej, obciążony jest także błędem prognozy pogody, nieznaną poboru ciepła na potrzeby ciepłej wody użytkowej w sezonie grzewczym, niepewnością pomiaru mocy cieplnej oddawanej do sieci ciepłowniczej. Opracowany model prognozowania zapotrzebowania na ciepło może znaleźć zastosowanie podczas optymalizacji produkcji energii w kogeneracyjnych jednostkach wytwórczych.

Literatura

- [1] Madejski P., Żymełka P., Węzik R., Kubiczek H., *Gas fired plant modeling for monitoring and optimization of electricity and heat production*, Journal of Power Technologies 2017, 97(5), 455–462.

-
- [2] Żymełka P., Szega M., Madejski P., *Techno-economic optimization of electricity and heat production in gas-fired CHP plant with heat accumulator*, Journal of Energy Resources Technology 2019, 142, 1–64. DOI: 10.1115/1.4044886.
- [3] Lichota J., Kołodziejak P., *Elektrociepłownia na rynku energii*, Rynek Energii 2018, 1, 11–19.
- [4] Geysen D., De Somer O., Johansson Ch., Brage J., Vanhoudt D., *Operational thermal load forecasting in district heating networks using machine learning and expert advice*, Energy and Buildings 2018, 162, 144–153. DOI: 10.1016/j.enbuild.2017.12.042.
- [5] Mosavi A., Bahmani A., *Energy consumption prediction using machine learning; A review*. Preprints 2019030131, 2019.
- [6] Dotzauer E., *Simple model for prediction of loads in district-heating systems*, Applied Energy 2002, 73, 277–284. DOI: 10.1016/S0306-2619(02)00078-8.
- [7] Baltputnis K., Petrichenko R., Sobolevsky D., *Heating demand forecasting with multiple regression: Model setup and case study*, Conference: 2018 IEEE 6th Workshop on Advances in Information, Electronic and Electrical Engineering (AIEEE). DOI: 10.1109/AIEEE.2018.8592144.
- [8] Grosswindhager S., Voigt A., Kozek M., *Online short-term forecast of system heat load in district heating networks*, In Proceedings of the 31st International Symposium on Forecasting, Prague, Czech Republic, 2011.
- [9] Fang T., Lahdelma R., *Evaluation of a multiple linear regression model and SARIMA model in forecasting heat demand for district heating system*, Applied Energy 2016, 179, 544–552. DOI: 10.1016/j.apenergy.2016.06.133.
- [10] Wojdyga K., *Predicting heat demand for a district heating systems*, International Journal of Energy and Power Engineering 2014, 3(5), 237–244. DOI: 10.11648/j.ijepe.20140305.13.
- [11] Bandyopadhyay S., Hazra J., Kalyanaraman S., *A machine learning based heating and cooling load forecasting approach for DHC networks*, IEEE Power & Energy Society Innovative Smart Grid Technologies Conference (ISGT) 2018, 1–5. DOI: 10.1109/ISGT.2018.8403331.
- [12] Suryanarayana G., Lago J., Geysen D., Aleksiejuk P., Johansson C., *Thermal load forecasting in district heating networks using deep learning and advanced feature selection methods*, Energy 2018, 157, 141–149. DOI: 10.1016/j.energy.2018.05.111.
- [13] Le L., Nguyen H., Zhou J., Dou J., Moayedi H., *Estimating the heating load of buildings for smart city planning using a novel artificial intelligence technique PSO-XGBoost*, Applied Sciences 2009, 9(13), 2714. DOI: 10.3390/app9132714.
- [14] Dahl M., Brun A., Kirsebom O.S., Andresen G.B., *Improving short-term heat load forecasts with calendar and holiday data*, Energies 2018, 11(7), 1–16. DOI: 10.3390/en11071678.
- [15] Saloux E., Candanedo J.A., *Forecasting district heating demand using machine learning algorithms*, Energy Procedia 2018, 149, 59–68. DOI: 10.1016/j.egypro.2018.08.169.

-
- [16] Wood S.N., *Generalized Additive Models: An introduction with R*, Chapman & Hall, London 2006.
- [17] Lis A., *Uogólnione modele addytywne z parametrem położenia, skali i kształtu*, Praca magisterska, Uniwersytet Warszawski, Wydział Matematyki, Informatyki i Mechaniki, 2011.
- [18] Wood S.N., *mgcv: GAMs and generalized ridge regression for R*, R News 2001, 1(2), 20 –25.