

Anna MIESZAŁA¹, Edyta ZIELIŃSKA¹, Marian KORDAS², Rafał RAKOCZY²

e-mail: rrakoczy@zut.edu.pl

¹ Studenckie Koło Naukowe „Inżynier”, Wydział Technologii i Inżynierii Chemicznej, Zachodniopomorski Uniwersytet Technologiczny, Szczecin

² Wydział Technologii i Inżynierii Chemicznej, Zachodniopomorski Uniwersytet Technologiczny, Szczecin

Zastosowanie entropii informacji do oceny stanu mieszaniny materiałów ziarnistych

Wstęp

Mieszanie materiałów ziarnistych jest powszechnie stosowaną operacją mechaniczną w różnych gałęziach przemysłu chemicznego [Stręk, 1981; Boss, 1987]. Ocena stanu jednorodności mieszaniny powinna mieć charakter liczbowy [Austin, 1971]. W literaturze przedmiotu można znaleźć wiele przykładów zastosowań różnych narzędzi matematycznych używanych do formułowania opisu stanu jednorodności mieszaniny ziarnistej [Berthiaux i Mizonov, 2004; Heim i in., 2005; Marchismo i in., 2003].

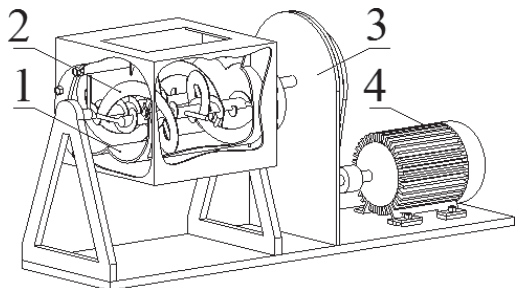
Uniwersalna, stosowana w praktyce przemysłowej, wartość liczbową charakteryzująca stan mieszanego układu ziarnistego powinna w sposób niezmienny i jednoznaczny opisywać stan końcowy mieszaniny; powinna być niezależna od sposobu mieszania i analizowania składu mieszaniny oraz być w łatwy sposób wyznaczona dla rozmaitych przypadków prowadzenia procesu mieszania. Interesującą alternatywą dla tradycyjnych wskaźników oceny stanu mieszaniny ziarnistej może być indeks zmieszania oparty na definicji entropii informacji [Shannon, 1948]. Zwyczajowo entropia wykorzystywana jest do zbadania i zilustrowania różnorodności i losowości oraz do konstrukcji miar koncentracji rozkładu prawdopodobieństwa zmiennej losowej, jak również do określania miar dywergencji, badających rozbieżności pomiędzy rozkładami prawdopodobieństwa [Wędrowska, 2012]. Miara niepewności, jaką jest entropia informacji, może z powodzeniem posłużyć do formułowania opisu procesu mieszania [Masiuk i Rakoczy, 2006] lub rozdrabniania [Masiuk i Rakoczy, 2008] materiału ziarnistego.

Głównym celem prezentowanej pracy jest przedstawienie opisu matematycznego stanu dynamicznego mieszaniny ziarnistej z zastosowaniem entropii informacji. Wartości informacyjnego wskaźnika oceny stanu mieszaniny ziarnistej wyznaczono dla wybranych momentów czasowych oraz punktów poboru próbek. Na podstawie wykonanych pomiarów opracowano diagramy oceniające w sposób jakościowy otrzymaną mieszaninę materiału ziarnistego.

Część doświadczalna

Opis aparatury badawczej

Prace eksperymentalne wykonano stosując mieszalnik wstęgowy zaprezentowany na rys.1. Dokładny opis stanowiska badawczego można znaleźć w pracy [Masiuk i Rakoczy, 2006].



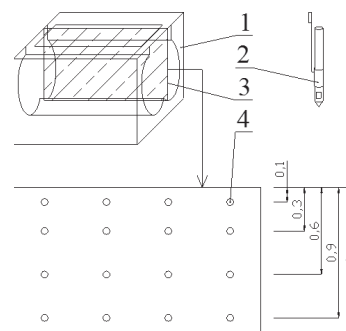
Rys. 1. Mieszalnik wstęgowy: 1 – zbiornik, 2 – mieszadło, 3 – przekładnia, 4 – silnik

Materiały i metody

W pracach badawczych stosowano materiał ziarnisty w postaci kulek z polistyrenu. Średnica ziaren zawierała się w przedziale od 0,0035 do 0,004 mm. Gęstość nasypowa materiału ziarnistego wynosiła 715 kg·m⁻³. Masa całkowita mieszanego materiału wynosiła 6 kg. Zastosowano ma-

teriał ziarnisty w trzech kolorach (czerwony, niebieski i żółty) w porcjach po 2 kg. Następnie materiał ziarnisty umieszczono warstwowo w zbiorniku mieszalnika wstęgowego.

Czas mieszania układu trójskładnikowego wynosił 3600 s. W wybranych momentach czasowych zatrzymywano mieszalnik oraz pobierano próbki. Następnie zliczano elementy tego samego koloru, a uzyskane wyniki tabelaryzowano (tabela nie została przedstawiona w niniejszej pracy). Rozmieszczenie punktów pomiarowych zostało przedstawione na rys. 2.



Rys. 2. Rozmieszczenie punktów poboru próbek z ładunku mieszalnika wstęgowego: 1 – zbiornik, 2 – sonda próbująca, 3 – płaszczyzna poboru próbek, 4 – punkt poboru próbek

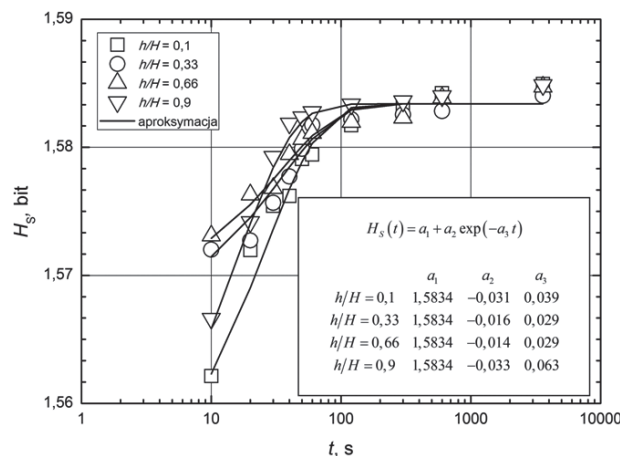
Analiza i dyskusja wyników

Entropia informacji dla analizowanego układu ziarnistego jest zdefiniowana zależnością

$$H_S(p_i) = - \sum_{i=1}^n p_i \log_2(p_i) \Rightarrow \quad (1)$$

$$H_S(p_i) = - p_{cz} \log_2(p_{cz}) - p_n \log_2(p_n) - p_z \log_2(p_z)$$

Na podstawie przeprowadzonych badań doświadczalnych oraz stosując proponowaną zależność (1) wykreślono zmiany wartości entropii informacji od czasu trwania procesu mieszania dla różnych wysokości pobierania próbek (Rys. 3). Na rys. 3 przedstawiono również aproksymację uzyskanych danych eksperymentalnych.



Rys. 3. Graficzne przedstawienie zależności wartości entropii informacji od czasu trwania procesu mieszania materiału ziarnistego

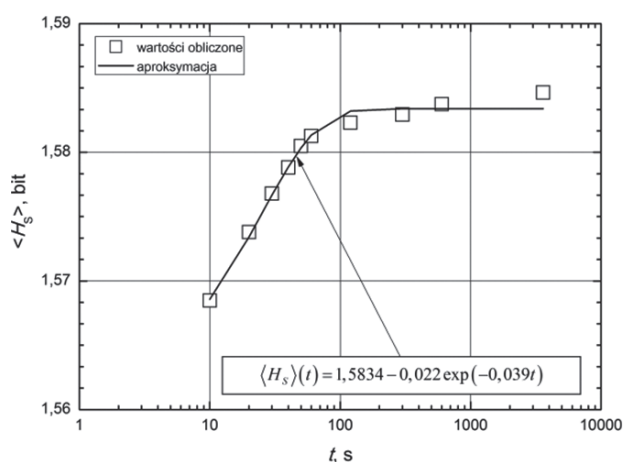
W przypadku zrealizowanych prac eksperymentalnych stan idealnego mieszania (tzw. *stan randomowy*) jest osiągnięty, gdy w pobranych próbkach prawdopodobieństwo występowania ziaren w kolorze czerwonym, niebieskim i żółtym jest równe 0,33. Uwzględniając prawdopodobieństwa $p_{cz} = p_n = p_z = 0,33$ wyznaczono z zależności (1) wartość maksymalnej entropii informacji $\{H_S\}_{\max} = 1,585$. Wyznaczone wartości entropii informacji zmieniają się wraz z czasem mieszania oraz dążą do wartości maksymalnej, oznaczającej osiągnięcie *stanu randomowego* dla analizowanego przypadku mieszania układu ziarnistego.

Zdecydowano się dalszą analizę przeprowadzić na podstawie średnich wartości entropii informacji obliczonych z następującego równania:

$$\langle H_S \rangle = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m [H_S(p_i)]_{h|H=var; t=const} \quad (2)$$

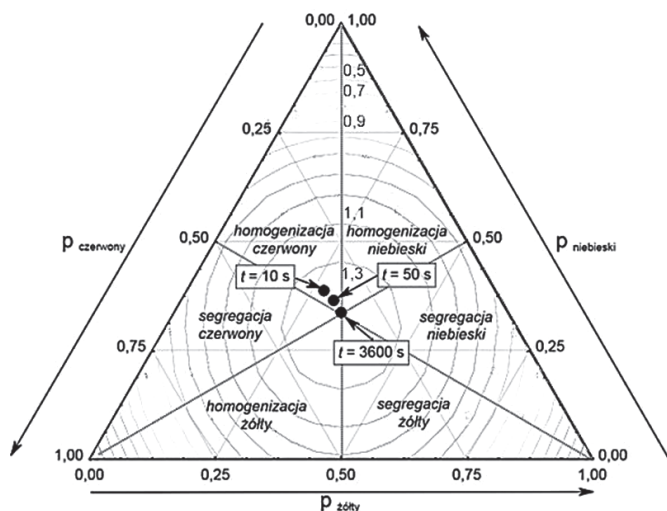
gdzie $m = 4$ (oznacza ilość wartości entropii dla których wyznaczono wartość średnią).

Wartości uzyskane z obliczeń wraz z linią ciągłą obrazującą proponowaną aproksymację wyników przedstawiono na rys. 4.



Rys. 4. Graficzne przedstawienie zależności wartości średniej entropii informacji od czasu trwania procesu mieszania materiału ziarnistego

Na rys. 5 przedstawiono wybrane wartości średniej entropii informacji uzyskane dla analizowanego przypadku mieszania materiału ziarnistego. Uzyskany diagram przedstawia zmiany mieszanego układu w funkcji czasu. Jak można zauważyć po 10 sekundach pracy mieszalnika osiągamy punkt zbliżony do stanu idealnego. Lokalizacja tego punktu wskazuje, że w mieszanym materiale ziarnistym mamy dominującą homogenizację cząstek w kolorze czerwonym. Wraz z postępem procesu mieszania punkt ten ulega przesunięciu ($t = 50 \text{ s}$), aby finalnie uzyskać wartość entropii informacji zbliżoną do układu idealnego ($t = 3600 \text{ s}$).

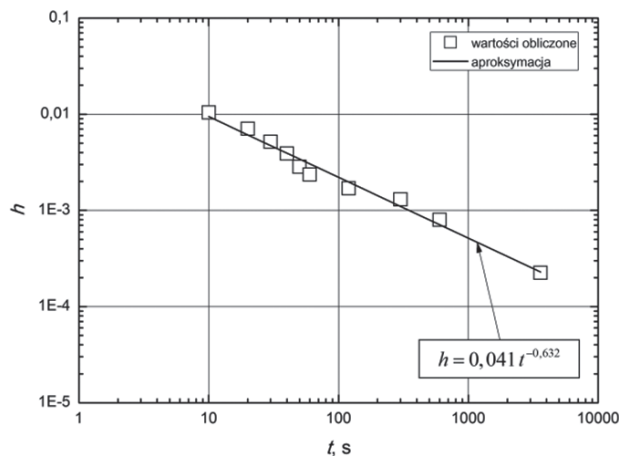


Rys. 5. Diagram przedstawiający zmiany średniej entropii informacji dla analizowanego przypadku mieszania materiału ziarnistego

Ocenę dynamicznego stanu mieszaniny ziarnistej można również oprzeć na mierniku będącym funkcją standaryzowanej postaci entropii:

$$h = 1 - \frac{\langle H_S \rangle}{\{H_S\}_{\max}} \quad (3)$$

Obliczone wartości miernika h wraz z propozycją opisu analitycznego zostały przedstawione na rys. 6.



Rys. 6. Graficzne przedstawienie zależności wyznaczonych wartości miernika h od czasu dla analizowanego procesu mieszania materiału ziarnistego

Bazując na rys. 6 można sądzić, że stan idealnego zmieszania zostanie osiągnięty w momencie, kiedy wskaźnik h osiągnie wartość równą 0. Można przyjąć, że zadowalający stan mieszanego układu ziarnistego zostanie osiągnięty dla wartości $h = 10^{-3}$.

Wnioski

Wyniki badań eksperymentalnych procesu mieszania materiału ziarnistego prowadzą do następujących stwierdzeń:

- Przedstawiona koncepcja umożliwia opis procesu mieszania materiału ziarnistego za pomocą charakterystyk opartych na definicji entropii informacji.
- Zaproponowany diagram pozwala na ocenę jakości mieszaniny uzyskanej w procesie mieszania trójskładnikowego układu ziarnistego.
- Wprowadzony w pracy miernik h stanowi alternatywę dla znanych i stosowanych wskaźników ilościowych i może być zastosowany do innych przypadków prowadzenia procesu mieszania.

LITERATURA

- Austin, L.G., 1971. Introduction to the mathematical description of grinding as a rate process. *Pow. Tech.*, **5**, 1-17. DOI: 10.1016/0032-5910(71)80064-5
- Berthiaux, H., Mizonov, V., 2004. Applications of Markov chains in particulate process engineering: A review. *Can. J. Chem. Eng.*, **82**, 1143-1168. DOI: 10.1002/cjce.5450820602
- Boss J., 1987. *Mieszanie materiałów ziarnistych*, PWN, Warszawa. (ISBN 83-01-07058-7)
- Heim, A., Olejnik, T.P., & Pawlak, A., 2005. Using statistical moments to describe grinding in a ball mill for industrial scale process. *Chem. Eng. Proc.*, **44**, 263-266. DOI: 10.1016/j.cep.2004.02.020
- Marchiso, D.L., Vigil, R.D., Fox R.O., 2003. Implementation of the quadrature method of moments in CFD codes for aggregation-breakage problems. *Chem. Eng. Sci.*, **58**, 3337-3351. DOI: 10.1016/S0009-2509(03)00211-2 S0009-2509(03)00211-2
- Masiuk, S., Rakoczy, R., 2006. The entropy criterion for the homogenisation process in a multi-ribbon blender. *Chem.Eng. Proc.: Process Intensification*, **45**, 500-506. DOI: 10.1016/j.cep.2005.11.008
- Masiuk, S., Rakoczy, R., 2008. Kinetic equation of grinding process in mixing of granular material using probability density functions, transient operators and informational entropy. *Chem. Eng. Proc.*, **47**, 200-208. DOI: 10.1016/j.cep.2007.03.001
- Shannon, C.E., 1948. A mathematical theory of communication. *Bell. Syst. Tech. J.*, **27**, 379-423 i 623-656. DOI: 10.1145/584091.584093
- Stręk F., 1981. *Mieszanie i mieszalniki*. WNT, Warszawa (ISBN 83-204-0289-1)
- Wędrowska, E., 2012. *Miary entropii i dywergencji w analizie struktur*. Wyd. UW-M, Olsztyn (ISBN 978-83-7299-761-6)