

Jakub LEWANDOWSKI
AGH University of Science and Technology (Akademia Górniczo-Hutnicza)

PREVENTIVE RENEWAL MODEL WITH DIVERSE MAINTENANCE ACTIVITIES

Model odnawiania profilaktycznego przy zdywersyfikowanych działaniach obsługowych

Abstract: *The paper presents a developed computational model based on decision- random models, which allows us to develop a strategy for preventive renewal of complex technical objects whose maintenance activities cover various actions. Depending on the renewal type, diversification of the cost and maintenance time may influence the interval at which preventive renewal should be performed. The developed algorithm takes into account the predicted time of proper operation based on the probability distribution of operating time to failure, as well as the cost of each preventive action and potential failure. The defined strategy is a set of activities that must be performed every specified time interval in a manner that is economically justified and minimizes the risk of failure. The technical object on which the model is discussed is the wheel tyre of a rail vehicle.*

Keywords: renewal, rail vehicles, decision-random models

Streszczenie: *W artykule przedstawiono opracowany model obliczeniowy oparty na modelach decyzyjno-losowych, pozwalający na opracowanie strategii odnowy profilaktycznej złożonych obiektów technicznych, których działania obsługowe składają się z różnych czynności. Dywersyfikacja kosztu i czasu obsługi, w zależności od rodzaju odnowy, może wpływać na interwał, co który powinno dokonywać się odnowy profilaktycznej. Opracowany algorytm uwzględnia przewidywany czas poprawnej pracy w oparciu o rozkład prawdopodobieństwa czasu pracy do uszkodzenia, a także koszty każdego z działań profilaktycznych oraz potencjalnej awarii. Określana strategia jest zestawem czynności koniecznych do wykonania co określony przedział czasowy w sposób uzasadniony ekonomicznie oraz minimalizujący ryzyko uszkodzenia. Obiektem technicznym, na którego przykładzie omówiono model, jest obręcz koła pojazdu szynowego.*

Słowa kluczowe: odnowa, pojazdy szynowe, modele decyzyjno-losowe

1. Introduction

The problem of planning maintenance processes for complex technical objects concerns all large companies. Maintaining the serviceability of equipment and machinery impacts the ability to provide service. In addition to the ability to perform service, the condition of the technical object has an influence on the environment, surroundings and safety of people. Thus, the right strategy for maintaining these facilities is crucial [6, 7].

An example of the technical objects described above are wheels used in rail vehicles [2, 4]. Maintaining the proper profile of the wheel tyre and the proper dimensions of the wheels in use ensures the safety of vehicle movement on the track [9]. Due to the reasons mentioned above, it is necessary to carry out meticulous and possibly frequent verification of the technical condition of rail vehicle wheels and proper planning of maintenance actions, taking into account the character of wear and tear and specification of maintenance activities. The number of wheels used simultaneously in one vehicle and the necessity of their group maintenance is also vital.

All these factors cause that determining the preventive renewal strategy for steel wheels is not an easy task - there are many solutions based on the renewal theory or individual experiences of particular companies [8, 1]. The current state of knowledge presents various solutions that make it possible to define schedules of preventive maintenance actions - among them, clearly noticeable are those specified for an infinite time horizon, taking into account the maintenance of a device based on one specific scenario [5, 11]. Therefore, it is desirable to develop a computationally simple algorithm that would be easy to apply in the industry, and consider the most important assumption - performing technologically and financially different maintenance activities to restore the object to the same serviceability in terms of reliability.

The paper aims to present a solution that enables the determination of the time to perform preventive maintenance (interval) of streetcar wheel tyres, assuming diversification of maintenance activities into two most important types, and also taking into account economic conditions. The described algorithm is a development of decision- random models (MDL) based on dynamic programming. The paper includes the formulation of the purpose and assumptions for the discussed model, the characteristics of the technical object based on which the model is presented, and the algorithm described with exemplary calculation results, their analysis and conclusions.

2. Characteristics of a technical object

A rail vehicle wheel consists of many components, of which the tyre is responsible for direct contact with the rail. Regardless of the design of the wheel or the method of fixing the tyre, it is necessary to maintain the proper profile of the tyre, as well as to meet the requirements for the minimum diameter of the wheel, the proper differences between the diameters of the wheels on the vehicle and many other guidelines [10].

Two basic operations concerning wheel maintenance because of its tyre are its reprofiling, restoring the desired shape by removing material during turning on the lathe,

and replacing the worn tyre with a new one. Due to the acceptable reduction in wheel diameter, the possible number of reprofiling of one tyre is limited. When material runs out, the next maintenance activity has to be a tyre replacement.

Depending on the type of service, different costs are incurred. It should be noted that the costs for an operation on a tyre already in use are radically different from those for a new one. Moreover, the duration of the operation is also different, which has a direct impact on the length of the vehicle's withdrawal time - lack of the possibility to use the vehicle for transport is also a form of cost. Different scope of service also means different operations or the number of employees involved - all of this makes planning tram wheel maintenance requires performing a lot of different activities.

When planning preventive renewal schedules, it is important to determine the risk associated with failure of the wheel in use to meet geometric requirements. It should be noted that an excessively worn tyre can cause dangerous incidents with varying financial consequences. Uneven wheel wear can cause the vehicle to vibrate more, resulting in more rapid wear on many components. However, much severe accidents can occur, such as derailments. Their financial consequences are also not equal – often, there is no severe damage, although the losses incurred are huge in special cases. Regardless of its size, the probability of such events should be minimized due to the potential threat to human health and life [12].

Undoubtedly, determining the risk associated with an improperly conducted maintenance process of the streetcar wheel is problematic. Recommendations related to preventive renewal will also be completely different when only the cost of the action of reprofiling or only replacement is taken into account.

3. Decision-Random Models

There are many methods used to determine preventive maintenance schedules. Many of the analytical models are mathematically complex and apply to both special and general cases. They can be applied to individual technical objects and to planning group replacements. Importantly, most analytical solutions are proposed for an infinite operating time horizon, which cannot always be assumed in the modeling of the operation of a real device [5, 11].

The decision-random models are a tool based on dynamic programming for determining intervals between preventive maintenance activities with a very important assumption that distinguishes them from many models: the schedule of maintenance activities is determined for a finite time horizon. In order to conduct calculations, it is necessary to determine the time interval for which a decision is made as to whether the technical object will be already renewed or will be passed on for further exploitation without preventive renewal. The frequency of preventive renewal is determined by data on the failure of the object and the costs that are incurred in the case of failure or preventive renewal. Therefore, it is necessary to accurately determine the parameters of the probability

distribution of time-to-failure and the cost of individual actions. The accuracy of estimating these values directly determines the suggested schedule of preventive actions [3].

The decision to renew or leave the object in service occurs at the beginning of each period. It is made on the basis of the values of potentials defined for each period - calculated from the end of the time horizon to its beginning. The value of the potential for a given period takes into account the decision made in the following interval, according to relation (1).

$$P(i, j) = p(j) \cdot (k_a + D(i + 1, 1)) + (1 - p(j)) \cdot (D(i + 1, j + 1)) \quad (1)$$

where:

$P(i, j)$ is the potential in the i -th period of operation, in the j -th period after renewal,
 $p(j)$ is the probability of failure of the object, for the j -th period Δt to which no renewal has occurred,

k_a is the cost of failure,

$D(i, j)$ is the criterion function used to decide whether or not preventive renewal should occur at a given stage of the analysis.

$$D(i, j) = \min[O: P(i, 1) + k_o; N: P(i, j)] \quad (2)$$

where:

k_o is the renewal cost,

O is the renewal decision,

N is the no-renewal decision.

$$p(j) = \frac{R(j \cdot \Delta t - \Delta t) - R(j \cdot \Delta t)}{R(j \cdot \Delta t - \Delta t)} \quad (3)$$

The probability of failure is calculated for the specified interval, assuming that the failure did not occur in the earlier interval. The values of $R(j \cdot \Delta t)$ are the values of the reliability function after j intervals of length Δt , without renewal.

The specified choice is related to the minimization of the financial consequences of the action - hence the consideration of the costs that certain decisions involve, and the probability of incurring their consequences. The result of the calculations is a set of decisions that specifies every interval whether the object should be renewed preventively or left for further use. The sequence of decisions represents the optimal strategy for the assumed time horizon of the calculations, from which the optimal period of preventive renewal (t_{od}) for the analyzed object results.

4. Algorithm for different renewal scenarios

Random decision models provide a simple way to determine the schedule of maintenance actions. What is important is that they are mathematically simple algorithms, which require only proper determination of probability distribution of working time to failure of the object and costs of its failure and maintenance. The problem in using this algorithm for some objects is the need to differentiate maintenance activities. Decision-random models in the current state of knowledge only specify whether to renew or not. The renewal cost assumed for calculations is unchangeable. In practice, however, it happens very often that one technical object is renewed in different activities, using different technologies and tools. This means that the costs of individual activities differ, which directly impacts their profitability.

On the example of the discussed tramway wheels, it can be noticed that the reprofiling of the existing tyre - restoring the proper profile of the tyre with the use of a lathe - is cheaper than fitting a new one, which, apart from the maintenance, requires supplying a new part. For this reason, with an equal probability of failure, the decision about reprofiling pays off earlier than in the case of replacement. The analysis assumes that both the reprofiling and the replacement restores the same reliability of the streetcar wheel. Therefore, it seems rational to undertake maintenance activities of both types at equal intervals, i.e. after equal periods of use. The wheel tyre may be reprofiled a finite number of times due to material limitations. For the purpose of the algorithm, it is assumed that after two reprofiling operations, a replacement is necessary. Although replacement is a more expensive maintenance operation, it allows for low-cost reprofiling of the new tyre in the future, which is not possible if the wheel is left without maintenance. Therefore, decision about replacement should not be made only when the consequences of failure exceed those of replacement. The possibility of further cheap reprofiling should be taken into account, that is, ensuring the possibility of carrying out further cheaper maintenance actions in the considered time horizon thanks to earlier more expensive maintenance activities - the influence of one maintenance action on the other (both financial and strictly technological) will allow us to devise the strategy that will fully reflect the process of maintenance.

The algorithm developed consists of two main stages. In the first stage, decisions and potential values are calculated, based on which, further decisions are made. These calculations are conducted from the end of the time horizon to its beginning, assuming zero values for the decisions from the first calculation step in formula 1.

When determining the decision, the renewal cost should be adopted as the arithmetical mean of the costs of two reprofiling and one replacement - this is the average cost resulting from the above presented method of wheel tyre maintenance. Such an assumption is necessary due to the fact that, when calculating potential values from the end of the time horizon, there is no information yet as to whether reprofiling or replacement will be performed in a given interval. Therefore, the renewal cost as an average cost is therefore the best representation of the potential renewal costs, and it also properly represents the impact of cheap reprofiling on the profitability of more expensive replacement.

All the transitions between periods, as well as the possible decisions and potentials whose values are calculated in this step, are illustrated in the exemplary decision-random graph shown in Fig. 1. In area D, a decision is made regarding the next time interval (whether to send for preventive renewal or leave in operation). L is the period of operation during which the object may fail, or operate without failure. The symbols P_{ij} , D_{ij} specify the potential and decision values for the i -th interval of the time horizon, in the j -th period after renewal. Additionally, with the letters R and W, renewal using reprofiling (R) and replacement (W) are distinguished on the graph. Importantly, this graph represents all ideologically possible combinations of actions. However, due to technical assumptions and physical constraints, it is not possible to reprofile one tyre more than twice. This means that after two reprofiling actions, choosing the third one as a renewal action cannot take place - at the stage of determining a final strategy, such a decision cannot be taken. The choice of the path must therefore be made considering the minimum cost incurred, and technological possibilities. This restriction in strategy determination is an important difference between the presented algorithm and the original MDLs.

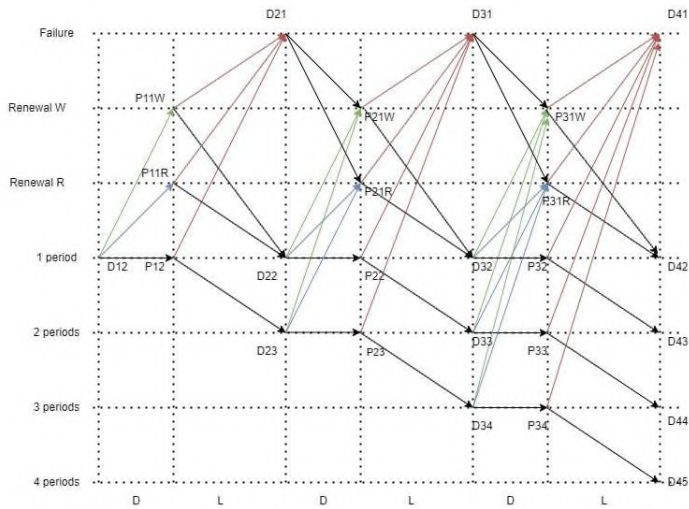


Fig. 1. The decision-random graph

Having the set of potentials for the whole horizon in mind, one can proceed to the second stage, which is defining the strategy to be implemented from the beginning to the end of the time horizon. This is done according to the block diagram below in fig. 2. The decision is made at the beginning of each time horizon: out of three possibilities, the one with the lowest risk is chosen. It should be noted that the value of the potential for the scenario of leaving the object without renewal and moving on to the next period of use is compared with each other, as well as the scenarios implying renewal – here, a distinction is already made between replacement and reprofiling, respectively, adding the cost of each of them. It is easy to observe that if the choice is determined by the minimum cost, reprofiling

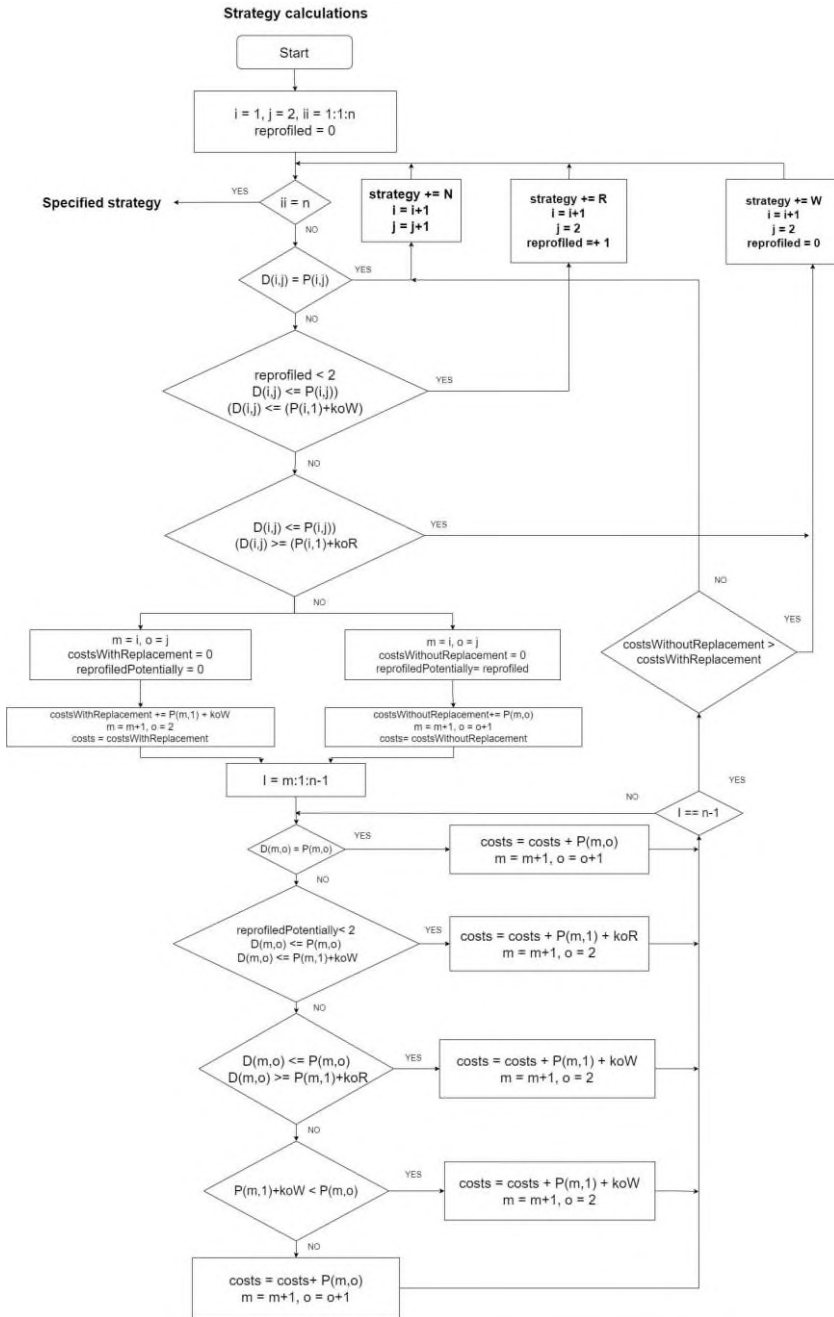


Fig. 2. Block diagram of the algorithm with multiple renewal methods

is always the right maintenance action - it is cheaper than replacement. However, according to technological assumptions, a third reprofiling is no longer possible.

Therefore, when the risk of failure is so high that the calculations show that reprofiling for the third time is reasonable, further possibilities of action should be checked. One option is to leave it in service, another - to replace it. One option is to delay replacement until the threat of failure becomes high enough to make replacement cost-effective. However, the resulting strategy will vary the intervals between replacement and reprofiling. This is understandable in view of the different costs, although undesirable in view of the fact that both operations restore the technical object to the same serviceability state in terms of reliability. Therefore, in the case where a third reprofiling would have to be performed, iterative calculations starting from a given interval until the end of the time horizon will be conducted, which will allow, at the location of third profiling, to take a decision as to whether replacement is cost-effective or not.

To make such a decision, one must compare the cumulative risk of two options for the potential future of the technical object. One option is to replace the wheel tyre in the analyzed interval. In this way, the values of failure risk potentials will be lower because the object will be fresh after the renewal, and the possibility of reprofiling will be restored. From this moment on, it will be possible to take into consideration potential reprofiling in the future. Further actions will be planned already based on replacement or no action will be organized if reprofiling actions are exhausted again - entering into a recursive consideration of future taking into account further potential replacements and potential reprofiling is problematic due to the time-consuming nature of the calculations.

The second option of future history, for which the cumulative risk should be determined, is to leave the wheel in the analyzed interval without renewal. In that case, there is no reprofiling ability; the risk of failure increases due to progressive wear. Replacement will be done only when it is more cost effective than the additional risk of failure. After replacement, potential reprofiling will be allowed, and the next analysis is similar to the case that begins with forced replacement. The cumulative values of the potentials and renewal costs representing the risk of the two options will be compared at the end - if the value of the sum for the option starting with replacement is found to be lower, then this justifies replacing the tyre at the point where a third reprofiling is suggested. If the risk value for the scenario of leaving the tyre in use is lower, then just one time interval later, the situation will repeat itself. Once reprofiling is chosen as the best solution, it will still be impossible. Therefore, the above analysis will be performed once again- this time for the horizon shorter by one interval, which was analyzed before.

In view of the above, the presented algorithm is a tool which, depending on the expected costs of particular incidents - failure, reprofiling or replacement - specifies intervals of maintenance activities, which are economically reasonable; they limit the probability of failure while maintaining the minimum of incurred costs and taking into account the requirements related to technological and material limitations.

5. Exemplary results

For a proper presentation of the implementation of the algorithm, it is necessary to analyze the set of strategies generated by it, along with the exemplary data on which they were generated. The table contains the costs of failure (k_a), replacement (k_w), reprofiling (k_r) and the parameters of the probability distribution (α , β) according to which the wheel tyres are damaged. The Weibull distribution was used for the calculations - it is suitable both for damage which causes are accidental and which result from wear. Moreover, it is designed for the analysis of data greater than or equal to zero, which is undoubtedly the case in the analysis of working time to failure. The distribution parameters come from the real wear process of an exemplary wheel tyre of the selected streetcar. All calculations were performed for the same time horizon (t_h) and the length of the interval (Δt), in which the decision is made. The notation of the strategy consists of the letters N, R and W, meaning no renewal, reprofiling and replacement, respectively.

Table 1

Preventive renewal strategies for different parameters

Time	$t_h = 3500$ [day]			$\Delta t = 70$ [day]	
Distribution and costs	$k_a = 500$ [u]	$k_w = 100$ [u]	$k_r = 70$ [u]	$\alpha = 1.668$	$\beta = 587$ [day]
Strategy	NNNNRNNRNNNNWNNRNNRNNRNNWNNRNNRNNRNNWNNRNNRNNRNNWNN $t_{od} = 210 - 280$ [day]				
Distribution and costs	$k_a = 500$ [u]	$k_w = 100$ [u]	$k_r = 10$ [u]	$\alpha = 1.668$	$\beta = 587$ [day]
Strategy	NNRNNRNNWNNRNNRNNWNNRNNRNNWNNRNNRNNWNNRNNRNNWNNRNN $t_{od} = 140 - 210$ [day]				
Distribution and costs	$k_a = 200$ [u]	$k_w = 100$ [u]	$k_r = 10$ [u]	$\alpha = 1.668$	$\beta = 587$ [day]
Strategy	NNNNRNNRNNRNNNNWNNRNNRNNRNNNNWNNRNNRNNRNNNNWNNRNN $t_{od} = 280 - 350$ [day]				
Distribution and costs	$k_a = 200$ [u]	$k_w = 190$ [u]	$k_r = 10$ [u]	$\alpha = 1.668$	$\beta = 587$ [day]
Strategy	NNNNNNRNNRNNNNNNRNNNNNNWNNNNNNRNNNNNNRNNNNNNRNNNN $t_{od} = 560 - 630$ [day]				
Distribution and costs	$k_a = 200$ [u]	$k_w = 190$ [u]	$k_r = 10$ [u]	$\alpha = 3.5$	$\beta = 587$ [day]
Strategy	NNNNNRNNNNRNNNNNNWNNNNRNNNNRNNNNWNNNNRNNNNRNNNN $t_{od} = 350 - 420$ [day]				

What is perfectly visible in the table above is the significant impact of each parameter on the renewal strategy. Changing the parameters of the Weibull distribution directly results in different recommendations as the probability of device failure varies. The cheaper the reprofiling relative to replacement, the more frequent the suggestion of reprofiling, and therefore, the more frequent forcing of replacement, thus allowing cheap reprofiling on the new tyre. When the cost of renewal remains unchanged and the cost of failure decreases, renewal is understandably suggested less frequently. Due to the fact that in the first step of the calculation, the renewal cost is considered as the average cost of replacement and reprofiling, a strong correlation between these two values is logical and directly reflected in the strategy. An increase or decrease in either of them makes the renewal recommended more often or less often. An important observation is that each of the cases presented justifies a replacement where a third time reprofiling would be appropriate. Although this is a more expensive solution, it is reasonable given the analysis of the potential future history of the object. The strategy recommends performing a preventive renewal every fixed interval regardless of the type of renewal, which is significant due to the fact that, according to the assumption, any maintenance action restores the technical object to the same state of serviceability in terms of reliability.

6. Conclusions

The presented algorithm is an extension of the MDL idea for planning the preventive renewal of complex technical objects whose maintenance activities are diverse and involve different costs. The analyzed example shows the advantages of the analysis of the potential future operation of the object due to the possibility of justification of more expensive maintenance activities, which will enable the realization of cheaper processes later. The results confirmed the computational correctness of the developed model while observing the expected influence of the input values on the results obtained.

The problem of the operation of the wheel tyres of the rail vehicle is important due to their influence on the safety of the moving vehicle, as well as due to the complexity of the necessary actions to be taken and the economic aspect of operation. There are many wheels in one vehicle, for which individual maintenance recommendations should be as simple and financially reasonable as possible so that the renewal can also be planned in groups without a negative impact on the quality of service.

Further development of the model is the inclusion of group wheel replacements for rail vehicles, which are carried out in practice. They result, in addition to the separate wear of each wheel, from additional technical conditions concerning the permissible differences in the wear rate of individual vehicle wheels. Due to the necessity of taking the entire vehicle out of service for the duration of maintenance operations on any number of wheels, it is desirable that these operations be carried out in groups. Extending the calculation model with the possibility of determining the schedule of activities for the whole group of objects will improve and increase the possibility of applying the developed tool in practice.

Acknowledgement

The research was performed in the framework of a research program done at the AGH University of Science and Technology in Cracow, at the Faculty of Mechanical Engineering and Robotics, the contract number – 16.16.130.942/Robert Pilch.

7. References

1. AlArfaj K.: Preventive Maintenance, Lambert Academic Publishing, 2012.
2. Budai G., Huisman D., Dekker R.: Scheduling Preventive Railway Maintenance Activities. Econometric Institute Report EI 2004-41.
3. Dethoor J.M., Groboillot J.L.: Trwałość urządzeń technicznych. Wydawnictwa Naukowo-Techniczne, Warszawa 1971.
4. Higgins, A.: Scheduling of railway maintenance activities and crews, Journal of the Operational Research Society (49) 1026÷1033, 1998.
5. Karpiński J., Firkowicz S.: Zasady profilaktyki obiektów technicznych. Państwowe Wydawnictwo Naukowe, Warszawa 1981.
6. Konieczny J.: Podstawy eksploatacji urządzeń. Wydawnictwo Ministerstwa Obrony Narodowej, Warszawa 1975.
7. Migdalski J. (ed.): Poradnik niezawodności: Podstawy matematyczne. Wydawnictwa Przemysłu Maszynowego „WEMA”, Warszawa 1982.
8. Nakagawa T.: Maintenance Theory of Reliability, Springer, 2005.
9. Paczkowska M., Wojciechowski Ł., Kinal G., Ostrowska K., Okoniewicz P.: Analiza efektów zużywania się wybranych obręczy kół tramwajowych w aglomeracji poznańskiej. Inżynieria Materiałowa 6 (208) 2015.
10. Sowa A.: Ocena stanu technicznego pojazdów szynowych na podstawie cech zdeterminowanych. PK im. Tadeusza Kościuszki, Kraków 2013.
11. Werbińska-Wojciechowska S.: Technical System Maintenance, Springer, 2019.
12. Zajac G., Jurga S.: Badania trwałości obręczy kół tramwajowych eksploatowanych w MPK S.A. w Krakowie. Problemy Eksploatacji (2), 2009.

MODEL ODNAWIANIA PROFILAKTYCZNEGO PRZY ZDYWERSYFIKOWANYCH DZIAŁANIACH OBSŁUGOWYCH

1. Wprowadzenie

Problem planowania procesów obsługowych złożonych obiektów technicznych dotyczy każdego większego przedsiębiorstwa. Utrzymanie w zdatności urządzeń i maszyn ma bezpośredni wpływ na możliwość wykonywania pracy. Często jednak, poza samą możliwością realizacji usługi, zdatność obiektu technicznego ma bezpośredni wpływ na bezpieczeństwo osób, otoczenia i środowiska. Wówczas właściwa strategia dotycząca obsługi tych urządzeń ma bardzo duże znaczenie [6, 7].

Przykładem obiektów technicznych opisywanych powyżej są koła użytkowane w pojazdach szynowych [2, 4]. Utrzymanie właściwego zarysu obrzeża obręczy koła, a także odpowiednich wymiarów użytkowanych kół jest bezpośrednim czynnikiem gwarantującym bezpieczeństwo poruszania się pojazdu po torowisku [9]. Z powyższych przyczyn wynika konieczność prowadzenia skrupulatnej i możliwie częstej weryfikacji stanu technicznego kół pojazdów szynowych, a także właściwego planowania działań obsługowych, uwzględniając charakter zużycia i specyfikę czynności obsługowych. Nie bez znaczenia jest również liczba kół użytkowanych jednocześnie w jednym pojeździe i konieczność obsługi ich w sposób zbiorowy.

Wszystkie te czynniki sprawiają, że określenie strategii odnowy profilaktycznej stalowych kół nie jest rzeczą prostą – rozwiązań bazujących na teorii odnowy lub też na indywidualnych doświadczeniach poszczególnych przedsiębiorstw jest bardzo wiele [8, 1].

Obecny stan wiedzy prezentuje różnorodne rozwiązania, dzięki którym możliwe jest określenie harmonogramów profilaktycznych działań obsługowych – wśród nich wyraźnie zauważalne są te precyzowane dla nieskończonego horyzontu czasowego, uwzględniające obsługę urządzenia w oparciu o jeden, konkretny scenariusz [5, 11]. Pożądane jest zatem opracowanie algorytmu prostego obliczeniowo, łatwego do aplikacji w przemyśle, uwzględniającego jednocześnie najistotniejsze założenie – wykonywanie różnych technologicznie i finansowo działań obsługowych, przywracających obiektowi ten sam stan zdatności w aspekcie niezawodnościowym.

Celem artykułu jest prezentacja rozwiązania umożliwiającego wyznaczenie czasu (interwału) do przeprowadzenia odnowy profilaktycznej obręczy kół tramwajowych przy założeniu dywersyfikacji czynności obsługowych na dwa najistotniejsze jej rodzaje, a także z uwzględnieniem warunków ekonomicznych. Opisywany algorytm jest rozwinięciem opartych na programowaniu dynamicznym modeli decyzyjno-losowych (MDL). Zakres pracy obejmuje sformułowanie celu i założeń dla omawianego modelu, charakterystykę

obiektu technicznego, na podstawie którego model jest przedstawiany, a także omówienie algorytmu wraz z przykładowymi wynikami obliczeń, ich analizą i wnioskami.

2. Charakterystyka obiektu technicznego

Koło pojazdu szynowego składa się z wielu elementów, z których za bezpośredni kontakt z szyną odpowiada obręcz. Niezależnie od konstrukcji koła czy sposobu mocowania obręczy, konieczne jest utrzymywanie właściwego zarysu obrzeża, a także spełnianie wymagań dotyczących minimalnej średnicy koła, właściwych różnic między średnicami kół w pojeździe i wielu innych zaleceń [10].

Dwie podstawowe czynności wykonywane w związku z obsługą koła z uwagi na jego obręcz to jej reprofilacja – przywrócenie pożądanego kształtu poprzez zdjęcie materiału w trakcie toczenia, oraz wymiana zużytej obręczy na nową. Z uwagi na dopuszczalny zakres zmniejszenia średnicy koła możliwa liczba reprofilacji jednej obręczy jest ograniczona. Po wyczerpaniu naddatku materiału następnym działaniem obsługowym musi być już wymiana obręczy na nową.

W zależności od rodzaju wykonywanego działania obsługowego ponoszone są inne koszty. Należy zwrócić uwagę na to, że koszt wykonania operacji na obręczy już eksploatowanej jest diametralnie różny od tego, jaki generuje założenie nowej. Ponadto inny jest również czas trwania czynności, ten bezpośrednio przekłada się na długość odstawienia pojazdu – brak możliwości wykorzystania pojazdu do przewozów jest również pewną formą kosztu. Różny zakres obsługi to też inne operacje czy liczba zaangażowanych pracowników – wszystko to sprawia, że planowanie obsługi koła tramwajowego wymaga wykonania wielu różnych czynności.

Przy ustalaniu harmonogramów odnowy profilaktycznej istotne jest określenie ryzyka, z którym związane jest niedotrzymanie wymagań geometrycznych przez użytkowane koło. Należy zauważyć, że nadmiernie zużyta obręcz może być przyczyną niebezpiecznych zdarzeń, których finansowe konsekwencje mogą być różne. Koło nierównomiernie zużyte może wywołać większe wibracje pojazdu, a w konsekwencji doprowadzić do szybszego zużycia wielu elementów. Mogą jednak nastąpić znacznie poważniejsze wypadki – na przykład wykolejenia. Ich finansowe następstwa również nie są jednakowe – wielokrotnie nie dochodzi do poważnych uszkodzeń, choć w szczególnych przypadkach ponoszone straty są ogromne. Niezależnie od ich wielkości, prawdopodobieństwo zaistnienia takich zdarzeń należy minimalizować z uwagi na potencjalne zagrożenie dla zdrowia i życia ludzi [12].

Niewątpliwie, określenie ryzyka związanego z niewłaściwie prowadzonym procesem obsługowym koła tramwajowego jest problematyczne. Zupełnie różne będą również zalecenia związane z odnową profilaktyczną, gdy pod uwagę weźmie się jedynie koszt działania polegającego na reprofilacji lub tylko wymianie.

3. Modele decyzyjno-losowe

Istnieje wiele metod wyznaczania harmonogramów działań profilaktycznych. Wiele z modeli analitycznych jest skomplikowanych matematycznie, odnoszą się zarówno do przypadków szczególnych, jak i ogólnych. Mogą być stosowane tak do pojedynczych obiektów technicznych, jak i służyć planowaniu wymian grupowych. Co istotne, większość analitycznych rozwiązań jest proponowana dla nieskończonego horyzontu czasowego eksploatacji, który w modelowaniu eksploatacji rzeczywistego urządzenia nie zawsze może być założony [5, 11].

Modele decyzyjno-losowe są narzędziem opartym na programowaniu dynamicznym, służącym wyznaczaniu interwałów między działaniami odnowy profilaktycznej przy bardzo istotnym, odróżniającym je od wielu modeli założeniu – harmonogram działań obsługowych określany jest dla skończonego horyzontu czasowego. Do przeprowadzenia obliczeń konieczne jest określenie przedziału czasowego, co który podejmuje się decyzję dotyczącą tego, czy obiekt techniczny zostanie już odnowiony, czy przekazany do dalszej eksploatacji bez odnowy profilaktycznej. Częstotliwość odnowy profilaktycznej określana jest na podstawie danych na temat uszkodzeń obiektu oraz kosztów, które ponoszone są w przypadku jego awarii lub odnowy profilaktycznej. Dlatego konieczne jest precyzyjne określenie parametrów rozkładu prawdopodobieństwa czasu pracy do uszkodzenia i kosztów poszczególnych działań. Od dokładności oszacowania tych wartości zależy bezpośrednio sugerowany harmonogram działań profilaktycznych [3].

Decyzja dotycząca odnowy lub pozostawienia obiektu w użytkowaniu następuje na początku każdego przedziału. Jest ona podejmowana na podstawie wartości potencjałów określonych dla każdego przedziału – wyliczanych od końca horyzontu czasowego do jego początku. Wartość potencjału dla danego przedziału uwzględnia zatem decyzję podjętą w przedziale następnym, zgodnie z zależnością (1).

$$P(i, j) = p(j) \cdot (k_a + D(i + 1, 1)) + (1 - p(j)) \cdot (D(i + 1, j + 1)) \quad (1)$$

gdzie:

$P(i, j)$ jest potencjałem w i -tym okresie eksploatacji, w j -tym okresie po odnowie,
 $p(j)$ jest prawdopodobieństwem wystąpienia uszkodzenia obiektu, dla j -tego okresu Δt , do którego nie zaszła odnowa,

k_a jest kosztem awarii,

$D(i, j)$ jest funkcją kryterialną, na podstawie której podejmuje się decyzję o odnowie profilaktycznej lub jej braku na danym etapie analizy.

$$D(i, j) = \min[O: P(i, 1) + k_o; N: P(i, j)] \quad (2)$$

gdzie:

k_o jest kosztem odnowy,

O jest decyzją o odnowie,

N jest decyzją o braku odnowy.

$$p(j) = \frac{R(j \cdot \Delta t - \Delta t) - R(j \cdot \Delta t)}{R(j \cdot \Delta t - \Delta t)} \quad (3)$$

Prawdopodobieństwo awarii wyliczane jest dla określonego przedziału, przy założeniu że awaria nie wystąpiła w przedziale wcześniejszym. Wartości $R(j \cdot \Delta t)$ są wartościami funkcji niezawodności po upływie j przedziałów czasowych o długości Δt , bez odnowienia.

Określony wybór jest związany z minimalizacją finansowych konsekwencji działania – stąd uwzględnienie kosztów, które niosą ze sobą określone decyzje, a także prawdopodobieństwa poniesienia ich skutków. Efektem obliczeń jest zestaw decyzji, który precyzuje co przedział, czy należy odnawiać profilaktycznie lub też czy pozostawić obiekt do dalszego użytkowania. Ciąg decyzji stanowi tzw. optymalną strategię dla założonego horyzontu czasowego obliczeń, z której wynika optymalny okres odnawiania prewencyjnego (t_{od}) dla analizowanego obiektu.

4. Algorytm dla różnych wariantów odnowy

Modele decyzyjno-losowe w prosty sposób umożliwiają określenie harmonogramu działań obsługowych. Co istotne, są one aparatem prostym matematycznie, do którego wykorzystania konieczne jest jedynie właściwe określenie rozkładu prawdopodobieństwa czasu pracy do uszkodzenia obiektu oraz kosztów jego awarii i obsługi. Problemem w wykorzystaniu tego algorytmu w przypadku niektórych obiektów jest konieczność dywersyfikacji działań obsługowych. Modele decyzyjno-losowe w obecnym stanie wiedzy precyzują jedynie informację na temat tego, czy odnawiać czy też nie. Przyjmowany do obliczeń koszt odnowy jest jeden, niezmienny. W praktyce bardzo często jeden obiekt techniczny odnawiany jest jednak przez różne czynności, z wykorzystaniem różnych technologii i narzędzi. Z tym nierozzerwalnie związane są różne koszty poszczególnych działań – ma to bezpośredni wpływ na ich opłacalność.

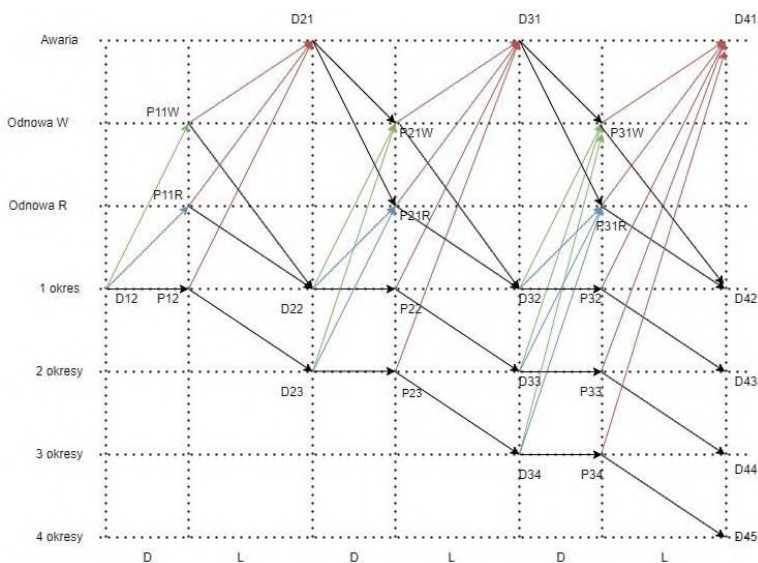
Na przykładzie omawianych kół tramwajowych łatwo zauważyć, że reprofilacja istniejącej obręczy – przywrócenie jej obrzeżu właściwego zarysu z wykorzystaniem tokarki – jest operacją tańszą niż założenie nowej obręczy, które poza czynnościami obsługowymi wymaga jeszcze zaopatrzenia w nową część. Z tego powodu przy jednakowym prawdopodobieństwie awarii decyzję o reprofilacji opłaca się podjąć wcześniej niż o wymianie. W prowadzonej analizie założono, że zarówno reprofilacja, jak i wymiana przywraca koło tramwajowe do tego samego stanu zdatności w ujęciu niezawodnościowym. Racjonalne zatem wydaje się podejmowanie działań obsługowych obu rodzajów w jednakowych interwałach – tj. po jednakowym czasie użytkowania. Obręcz koła może być reprofilowana skończoną liczbą razy z uwagi na ograniczenia materiałowe. Na potrzeby algorytmu przyjęto w założeniach, że po dwóch reprofilacjach konieczna jest już wymiana. Choć wymiana jest droższym działaniem obsługowym to umożliwia wykonanie na nowej obręczy tanich reprofilacji w przyszłości, co nie jest możliwe gdy koło pozostawi się bez działania obsługowego. Dlatego decyzja o wymianie nie powinna być

podejmowana jedynie w przypadku, w którym konsekwencje awarii przewyższą konsekwencje samej wymiany. Należy wziąć pod uwagę możliwość dalszych tanich reprofilacji, czyli zapewnienie możliwości prowadzenia w rozpatrywanym horyzoncie czasowym kolejnych tańszych działań obsługowych dzięki wcześniejszemu droższemu działaniu – wpływ jednego działania obsługowego na drugie (zarówno finansowy, jak i stricte technologiczny) pozwoli na opracowanie strategii oddającej w pełni przebieg procesu obsługiwaniana.

Opracowany algorytm składa się z dwóch najważniejszych etapów. W pierwszym wyliczane są decyzje i wartości potencjałów, na podstawie których podejmuje się następane decyzje. Obliczenia te prowadzi się od końca horyzontu czasowego do jego początku, przyjmując zerowe wartości dla decyzji z pierwszego kroku obliczeniowego we wzorze (1).

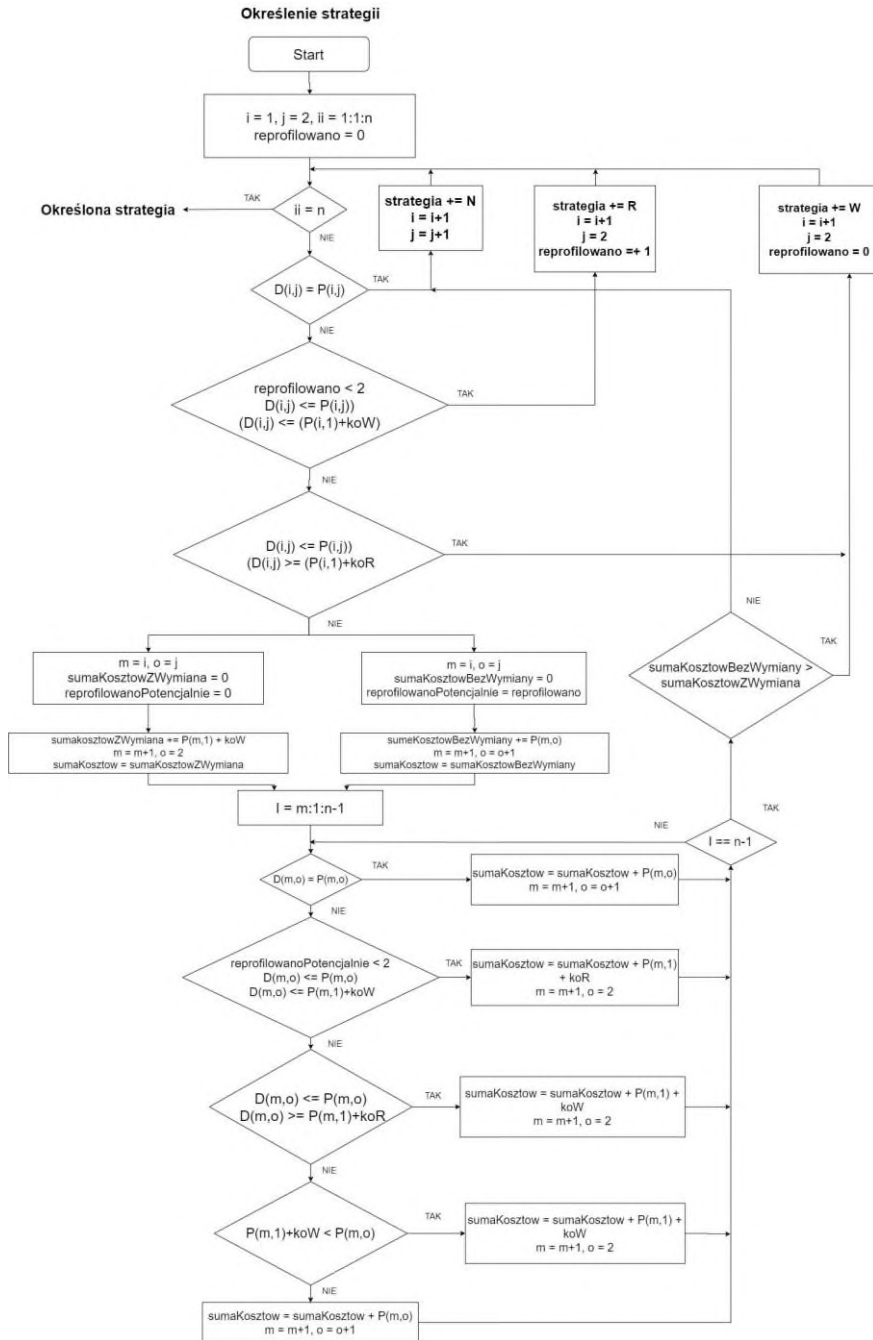
Przy określaniu decyzji koszt odnowy należy przyjąć jako średnią arytmetyczną kosztów dwóch reprofilacji i jednej wymiany – jest to średni koszt wynikający z przedstawionego sposobu obsługi obręczy koła. Takie założenie jest konieczne z uwagi na to, że obliczając wartości potencjałów od końca horyzontu czasowego, nie ma jeszcze informacji na temat tego, czy w danym przedziale wykonana zostanie reprofilacja, czy też wymiana. Koszt odnowy jako średni koszt jest zatem najlepszą reprezentacją potencjalnych kosztów odnowy, reprezentuje również właściwie wpływ taniej reprofilacji na opłacalność droższej wymiany.

Wszystkie przejścia między poszczególnymi okresami, a także możliwe do podjęcia decyzje i potencjały, których wartości wyliczane są w tym etapie zilustrowane zostały na przykładowym grafie decyzyjno-losowym przedstawionym na rys. 1. W obszarze D podjęta zostaje decyzja dotycząca następnego przedziału czasowego (czy skierować do odnowy profilaktycznej, czy pozostawić w użytkowaniu). L jest okresem pracy, w trakcie której obiekt może się uszkodzić, lub pracować bez uszkodzenia. Oznaczenia P_{ij} , D_{ij} określają wartości potencjałów i decyzji dla i -tego przedziału horyzontu czasowego, w j -tym okresie po odnowie. Dodatkowo, z pomocą liter R i W rozrózniono na grafie odnowę z wykorzystaniem reprofilacji oraz wymiany. Co istotne, graf ten przedstawia wszystkie ideowo możliwe kombinacje działań. Z założeń technicznych i ograniczeń fizycznych wynika jednak brak możliwości reprofilacji jednej obręczy więcej niż dwukrotnie. To oznacza, że po dwóch reprofilacjach wybranie trzeciej jako działania odnawiającego nie może mieć miejsca – na etapie finalnego określania strategii taka decyzja nie może zostać podjęta. Wybór ścieżki musi zatem odbywać się z uwagi na minimum ponoszonych kosztów, ale również technologiczne możliwości. Takie zastrzeżenie w określaniu strategii jest istotną różnicą między prezentowanym algorytmem a oryginalnymi MDL.



Rys. 1. Graf decyzyjno-losowy

Mając do dyspozycji zestaw potencjałów dla całości horyzontu, można przejść do drugiego etapu, którym jest określenie strategii realizowanej od początku do końca horyzontu czasowego. Odbyna się ono zgodnie ze schematem blokowym zamieszczonym na rys. 2. Na początku każdego przedziału podejmowana jest decyzja – spośród trzech możliwości wybierana jest ta, z którą związane jest najmniejsze zagrożenie. Należy zwrócić uwagę, że porównuje się ze sobą wartość potencjału dla scenariusza zakładającego pozostawienie obiektu bez odnowy i przejście do kolejnego okresu użytkowania, a także scenariusze zakładające odnowę – tu odpowiednio rozróżnia się już wymianę i reprofilację, dodając odpowiednio koszt każdej z nich. Łatwo zauważyć, że przy wyborze podyktowanym minimum kosztów, właściwym działaniem obsługowym zawsze jest reprofilacja – jest ona tańsza niż wymiana. Zgodnie z założeniami technologicznymi trzecia reprofilacja jest już jednak niemożliwa. Zatem w sytuacji, w której zagrożenie awarią jest na tyle duże, że z obliczeń wynika zasadność reprofilowania po raz trzeci, należy sprawdzić dalsze możliwości działania. Są nimi pozostawienie do dalszego użytkowania albo wymiana. Jedną z możliwości jest zwlekanie z wymianą do momentu, w którym zagrożenie awarią przyjmie na tyle dużą wartość, że wymiana będzie opłacalna. Uzyskana w ten sposób strategia będzie jednak różnicować interwały między wymianami oraz reprofilacjami. Jest to zrozumiałe z uwagi na różne koszty, choć niepożądane z uwagi na to, że obie operacje przywracają obiekt techniczny do tego samego stanu zdadności w kontekście niezawodności. Dlatego w przypadku, w którym należałoby przeprowadzić reprofilację po raz trzeci, zrealizowane zostaną iteracyjne obliczenia począwszy od danego przedziału do końca horyzontu czasowego, dzięki którym możliwe jest podjęcie decyzji co do tego, czy w miejscu trzeciej reprofilacji wymiana jest opłacalna, czy też nie.



Rys. 2. Schemat blokowy algorytmu z wieloma rodzajami odnowy

Do podjęcia takiej decyzji należy ze sobą porównać skumulowane ryzyko dwóch wariantów potencjalnej przyszłości obiektu technicznego. Jedną możliwość to wymienić obręcz koła w analizowanym przedziale – dzięki temu wartości potencjałów zagrożenia awarią będą niższe, ponieważ obiekt będzie bezpośrednio po odnowie, a także zostanie mu przywrócona możliwość reprofilacji. Od tego momentu w przyszłym przebiegu historii obiektu możliwe będzie uwzględnianie również potencjalnych reprofilacji, przy czym po ich wyczerpaniu dalsze działania będą planowane już w oparciu o wymianę lub brak działania – wejście w rekurencyjne rozważanie dalszej historii uwzględniające dalsze potencjalne wymiany i potencjalne reprofilacje jest problematyczne z uwagi na czasochłonność obliczeń.

Drugim wariantem przyszłej historii, dla której skumulowane ryzyko należy określić, jest pozostawienie koła w analizowanym przedziale bez odnowy. Wówczas brak jest możliwości reprofilowania, ryzyko awarii wzrasta z uwagi na postępujące zużycie. Wymiana nastąpi dopiero w momencie, w którym będzie opłacała się bardziej niż dalsze ryzykowanie awarią. Po wymianie umożliwione zostaną potencjalne reprofilacje, dalszy przebieg analizy jest analogiczny jak w przypadku, który rozpoczyna się od wymuszonej wymiany. Skumulowane wartości potencjałów i kosztów odnowy wyrażające ryzyko obydwu wariantów zostaną na końcu porównane - gdy okaże się, że wartość sumy dla wariantu rozpoczynającego się wymianą jest niższa, wówczas uzasadnia to wymianę obręczy w miejscu, w którym sugerowana została trzecia reprofilacja. Jeśli niższa będzie wartość ryzyka dla scenariusza zakładającego pozostawienie obręczy w użytkowaniu, to należy zwrócić uwagę na to, że już jeden przedział czasowy później sytuacja się powtórzy. Gdy tylko reprofilacja zostanie wybrana jako najlepsze rozwiązanie, w dalszym ciągu będzie niemożliwa, dlatego powyższa analiza zostanie przeprowadzona raz jeszcze – tym razem dla horyzontu krótszego o jeden przedział, przeanalizowany uprzednio.

Wobec powyższego prezentowany algorytm jest narzędziem, które w zależności od przewidywanych kosztów poszczególnych zdarzeń – awarii, reprofilacji lub wymiany – precyzuje interwały działań obsługowych, które są uzasadnione ekonomicznie – ograniczają prawdopodobieństwo awarii, przy minimum ponoszonych kosztów, a także z uwzględnieniem wymagań związanych z ograniczeniami technologicznymi i materiałowymi.

5. Przykładowe wyniki

Dla właściwej prezentacji zastosowania algorytmu konieczne jest przeanalizowanie zestawu uzyskanych za jego pomocą strategii, wraz z przykładowymi danymi, na podstawie których zostały wygenerowane. W tabeli zamieszczone zostały koszty awarii (k_a), wymiany (k_w), reprofilacji (k_r) oraz parametry rozkładu prawdopodobieństwa (α , β), według którego uszkadzają się obręcze kół. Do obliczeń przyjęto rozkład Weibulla – jest odpowiedni zarówno dla uszkodzeń, których przyczyny są przypadkowe, jak i wynikające ze zużycia; ponadto przeznaczony jest do analizy danych większych lub równych zeru, co niewątpliwie

ma miejsce w przypadku analizy czasu pracy do uszkodzenia. Parametry rozkładu pochodzą z rzeczywistego procesu zużycia przykładowej obręczy koła wybranego wagonu tramwajowego. Wszystkie obliczenia przeprowadzone zostały dla takiego samego horyzontu czasowego (t_h) oraz długości przedziału (Δt), co który podejmowana jest decyzja. Zapis strategii składa się z liter N, R oraz W, oznaczających odpowiednio: brak odnowy, reprofilację oraz wymianę.

Tabela 1

Strategie odnowy profilaktycznej dla różnych założeń

Czas		$t_h = 3500$ [dzień]		$\Delta t = 70$ [dzień]	
Rozkład i koszty	$k_a = 500$ [j]	$k_w = 100$ [j]	$k_r = 70$ [j]	$\alpha = 1.668$	$\beta = 587$ [dzień]
Strategia	NNNRNNNRNNNRNNNRNNNRNNNRNNNRNNNRNNNRNNNRNNNRNNNRNNNRNNNRNNNR $t_{od} = 210 - 280$ [dzień]				
Rozkład i koszty	$k_a = 500$ [j]	$k_w = 100$ [j]	$k_r = 10$ [j]	$\alpha = 1.668$	$\beta = 587$ [dzień]
Strategia	NNNRNNNRNNNRNNNRNNNRNNNRNNNRNNNRNNNRNNNRNNNRNNNRNNNRNNNRNNNR $t_{od} = 140 - 210$ [dzień]				
Rozkład i koszty	$k_a = 200$ [j]	$k_w = 100$ [j]	$k_r = 10$ [j]	$\alpha = 1.668$	$\beta = 587$ [dzień]
Strategia	NNNRNNNRNNNRNNNRNNNRNNNRNNNRNNNRNNNRNNNRNNNRNNNRNNNRNNNRNNNR $t_{od} = 280 - 350$ [dzień]				
Rozkład i koszty	$k_a = 200$ [j]	$k_w = 190$ [j]	$k_r = 10$ [j]	$\alpha = 1.668$	$\beta = 587$ [dzień]
Strategia	NNNRNNNRNNNRNNNRNNNRNNNRNNNRNNNRNNNRNNNRNNNRNNNRNNNRNNNRNNNR $t_{od} = 560 - 630$ [dzień]				
Rozkład i koszty	$k_a = 200$ [j]	$k_w = 190$ [j]	$k_r = 10$ [j]	$\alpha = 3.5$	$\beta = 587$ [dzień]
Strategia	NNNRNNNRNNNRNNNRNNNRNNNRNNNRNNNRNNNRNNNRNNNRNNNRNNNRNNNRNNNR $t_{od} = 350 - 420$ [dzień]				

Co doskonale widoczne w powyższej tabeli, to istotny wpływ każdego z parametrów na strategię odnowy. Zmiana parametrów rozkładu Weibulla skutkuje bezpośrednio innymi zaleceniami, z uwagi na to, że różni się prawdopodobieństwo awarii urządzenia. Im tańsza reprofilacja względem wymiany, tym częstsza sugestia reprofilacji, a wobec tego i częstsze wymuszanie wymiany, by dzięki temu umożliwić tanie reprofilacje na nowej obręczy. Gdy koszt odnowy pozostają niezmiennione, a maleje koszt awarii, odnowa sugerowana jest –

co zrozumiałe – rzadziej. Z uwagi na fakt uwzględnienia w pierwszym etapie obliczeń kosztu odnowy jako średniego kosztu wymiany i reprofilacji logiczna jest silna zależność między tymi dwiema wartościami, mająca bezpośrednie odzwierciedlenie w strategii. Wzrost lub zmniejszenie dowolnej z nich sprawia, że odnowa zalecana jest częściej lub rzadziej. Ważną obserwacją jest to, że każdy z przedstawionych przypadków uzasadnia dokonanie wymiany w miejscu, w którym należałoby reprofilować po raz trzeci. Choć jest to droższe rozwiązanie, to uzasadnione z uwagi na analizę potencjalnej, przyszłej historii obiektu. Dzięki temu strategia zaleca wykonywanie odnowy profilaktycznej co stały interwał niezależnie od jej rodzaju, co jest nie bez znaczenia z uwagi na to, że zgodnie z założeniem dowolne działanie obsługowe przywraca obiekt techniczny do takiego samego stanu zdadności w kontekście niezawodności.

6. Podsumowanie

Prezentowany algorytm jest rozszerzeniem idei MDL w zakresie planowania odnowy profilaktycznej złożonych obiektów, których działania obsługowe są zdywersyfikowane i wiążą się z różnymi kosztami. Przeanalizowany przykład pokazuje zalety analizy potencjalnej przyszłej eksploatacji obiektu, z uwagi na możliwość uzasadnienia droższych działań obsługowych, które umożliwią później realizację tańszych procesów. Na podstawie przeprowadzonych wyników uzyskano potwierdzenie poprawności obliczeniowej opracowanego modelu, obserwując jednocześnie przewidywany wpływ wartości wejściowych na otrzymane wyniki.

Problematyka eksploatacji obręczy kół pojazdów szynowych jest istotna z uwagi na ich wpływ na bezpieczeństwo poruszającego się pojazdu, a także ze względu na złożoność koniecznych do podjęcia działań i ekonomicznego aspektu eksploatacji. Jeden pojazd posiada wiele kół, co do których indywidualne zalecenia obsługowe powinny być możliwie proste i uzasadnione finansowo tak, by można było odnowę planować również w sposób grupowy, bez negatywnego wpływu na jakość obsługi.

Dalszymi kierunkami rozwoju modelu jest uwzględnienie realizowanych w praktyce grupowych wymian kół pojazdów szynowych. Wynikają one, poza zużyciem każdego koła odrębnie, z dodatkowych warunków technicznych dotyczących dopuszczalnych różnic w stopniu zużycia poszczególnych kół pojazdu. Z uwagi na konieczność wyłączenia z użytkowania całego pojazdu na czas działań obsługowych dla dowolnej liczby kół, pożądane jest, by czynności te były wykonywane grupowo. Rozwinięcie modelu obliczeniowego o możliwość wyznaczenia harmonogramu działań dla całej grupy obiektów udoskonalili i zwiększyli możliwość aplikacji opracowywanego narzędzia w praktyce.

Podziękowanie

Pracę wykonano w ramach badań prowadzonych w Akademii Górniczo-Hutniczej im. Stanisława Staszica w Krakowie, na Wydziale Inżynierii Mechanicznej i Robotyki, nr umowy – 16.16.130.942/Robert Pilch.

7. Literatura

1. AlArfaj K.: Preventive Maintenance, Lambert Academic Publishing, 2012.
2. Budai G., Huisman D., Dekker R.: Scheduling Preventive Railway Maintenance Activities. Econometric Institute Report EI 2004-41.
3. Dethoor J. M., Groboillot J. L.: Trwałość urządzeń technicznych. Wydawnictwa Naukowo-Techniczne, Warszawa 1971.
4. Higgins, A., Scheduling of railway maintenance activities and crews, Journal of the Operational Research Society (49) 1026÷1033, 1998.
5. Karpiński J., Firkowicz S.: Zasady profilaktyki obiektów technicznych. Państwowe Wydawnictwo Naukowe, Warszawa 1981.
6. Konieczny J.: Podstawy eksploatacji urządzeń. Wydawnictwo Ministerstwa Obrony Narodowej, Warszawa 1975.
7. Migdalski J. (red.): Poradnik niezawodności: Podstawy matematyczne. Wydawnictwa Przemysłu Maszynowego „WEMA”, Warszawa 1982.
8. Nakagawa T.: Maintenance Theory of Reliability, Springer, 2005.
9. Paczkowska M., Wojciechowski Ł., Kinal G., Ostrowska K., Okoniewicz P.: Analiza efektów zużywania się wybranych obręczy kół tramwajowych w aglomeracji poznańskiej. Inżynieria Materiałowa 6 (208), 2015.
10. Sowa A.: Ocena stanu technicznego pojazdów szynowych na podstawie cech zdeterminowanych. PK im. Tadeusza Kościuszki, Kraków 2013.
11. Werbińska-Wojciechowska S.: Technical System Maintenance, Springer, 2019.
12. Zając G., Jurga S.: Badania trwałości obręczy kół tramwajowych eksploatowanych w MPK S.A. w Krakowie. Problemy Eksploatacji (2), 2009.