



**ANALIZA WYTRZYMAŁOŚCIOWA LUF KONSTRUKCJI
WZMOCNIONEJ I NIEWZMOCNIONEJ STOSOWANYCH W BRONI
STRZELECKIEJ WYBRANYCH KALIBRÓW.
CZEŚĆ I – ROZWIĄZANIE PROBLEMU GŁÓWNEGO BALISTYKI
WEWNĘTRZNEJ DLA BADANYCH LUF**

***STRENGTH ANALYSIS OF REINFORCED AND UNREINFORCED BARRELS
USED IN SMALL ARMS OF SELECTED CALIBERS.
PART I - SOLVING THE MAIN PROBLEM OF INTERNAL BALLISTICS
FOR THE TESTED BARRELS***

Bartłomiej DĄBROWSKI, bartlomiej.dabrowski5.stud@pw.edu.pl
Mariusz MAGIER, mariusz.magier@pw.edu.pl, ORCID: 0000-0002-4431-9537
Politechnika Warszawska, Wydział Mechaniczny Technologiczny
Faculty of Mechanical and Industrial Engineering, Warsaw's University of Technology, Poland

Paweł SWEKLEJ, sweklejp@witu.mil.pl, ORCID: 0000-0002-5794-8906
Wojskowy Instytut Techniczny Uzbrojenia, *Military Institute of Armament Technology, Poland*

DOI 10.5604/01.3001.0054.6666

Streszczenie: Celem niniejszej pracy była realizacja dwóch głównych zadań badawczych. Pierwszym było zaprojektowanie sześciu luf w trzech kalibrach: 5,56x45 NATO, 7,62x51 NATO oraz 12,7x99 NATO. Dla każdego kalibru zaprojektowano po dwie lufy: jedną niewzmocnioną oraz drugą wzmocnioną płaszczem. Drugim zadaniem było wykonanie symulacji komputerowych wytrzymałości luf z wykorzystaniem metody elementów skończonych, na podstawie których porównano obliczenia wytrzymałościowe analityczne i numeryczne oraz sformułowano wnioski. Część I obejmuje rozwiązanie PGBW (Problemu Głównego Balistyki Wewnętrznej) dla wszystkich badanych luf.

Słowa kluczowe: metoda Heydenreich'a, balistyka wewnętrzna, lufa wzmocniona, wytrzymałość, symulacja

Wykaz symboli i skrótów

q - masa pocisku.

ω - masa ładunku miotającego.

l_c - długość całkowita lufy.

Abstract: The presented work was aimed to fulfil two main research objectives. The first one related to designing six barrels in three calibers: 5.56x45 NATO, 7.62x51 NATO, and 12.7x99 NATO. Two barrels were designed for each calibre: one unreinforced and second with reinforced coat. The second task related to execution of a computer simulation of barrels resistance, using the finite elements method, and formulation of conclusions by comparing numerical and analytical calculations of the resistance. First part includes a solution of the Main Problem of Internal Ballistics (MPIB) for all investigated barrels.

Keywords: Heydenreich method, internal ballistics, reinforced barrel, durability, simulation

Specification of Symbols and Abbreviations

q – Mass of projectile

ω – Mass of propelling charge

l_c – Overall length of barrel

k - długość kryzy.	k – Length of flange
l_p - długość pocisku.	l_p – Length of bullet
l_n - długość naboju.	l_n – Length of round
l_w - długość czynna lufy.	l_w – Effective length of barrel
d – kaliber.	d – Calibre
d_g – średnica lufy w brzdach.	d_g – Diameter of barrel in furrows
dz – obliczeniowa zewnętrzna średnica lufy	dz – Outer barrel diameter for calculations
dz' – przyjęta zewnętrzna średnica lufy	dz' – Accepted outer barrel diameter
S - pole przekroju światła lufy.	S – Area of barrel bore cross section
η - parametr wejściowy funkcji Heydenreich'a.	η – Input parameter of Heydenreich's function
p_{sr} - uśredniona wartość średniego ciśnienia gazów prochowych w przestrzeni zapociskowej.	p_{sr} – Averaged value of the mean powder gases pressure behind the bullet
$\Sigma(\eta)$, $P(\eta)$, $\varphi(\eta)$, $\Theta(\eta)$, $T(\eta)$ - parametry wewnętrzne funkcji Heydenreich'a.	$\Sigma(\eta)$, $P(\eta)$, $\varphi(\eta)$, $\Theta(\eta)$, $T(\eta)$ – internal parameters of Heydenreich's function.
p_m - maksymalna wartość średniego ciśnienia gazów prochowych w przestrzeni zapociskowej.	p_m – Maximal value of the mean powder gases pressure behind the bullet
x_m - długość mierzona od początku długości czynnej lufy, do momentu wystąpienia maksymalnego średniego ciśnienia gazów prochowych w przestrzeni zapociskowej.	x_m – The length measured from the beginning of barrel effective length to the point of maximal value of the mean powder gases pressure behind the bullet
p_w - ciśnienie wylotowe gazów prochowych.	p_w – Powder gases muzzle pressure
V_w - prędkość wylotowa pocisku.	V_w – Bullet muzzle velocity
V_m - prędkość pocisku w momencie osiągnięcia przez gazy prochowe. maksymalnego średniego ciśnienia w przestrzeni zapociskowej.	V_m – Bullet muzzle velocity in the instance of maximal value of the mean powder gases pressure behind the bullet
t_m - czas liczony od chwili początkowej inicjacji strzału, do momentu osiągnięcia przez gazy prochowe maksymalnej wartości średniego ciśnienia przestrzeni zapociskowej.	t_m – Time measured from the moment of shot original initiation to the moment when powder gases reach maximal value of the mean pressure behind the bullet
t_{sr} - czas liczony od chwili początkowej inicjacji strzału, do momentu pierwszego osiągnięcia przez gazy prochowe uśrednionej wartości średniego ciśnienia w przestrzeni zapociskowej.	t_{sr} - Time measured from the moment of shot original initiation to the moment when powder gases first time reach the averaged value of the mean powder gases pressure behind the bullet
t_w - czas liczony od chwili początkowej inicjacji strzału do momentu opuszczenia pocisku z lufy.	t_w – Time measured from the moment of shot original initiation to the moment when the bullet leaves the barrel
λ - względna droga pocisku liczona w liczbie odcinków o długości x_m .	λ – Relative way of bullet counted in number of sections with the length of x_m
$H(\lambda)$, $\psi(\lambda)$, $\Omega(\lambda)$, $Z(\lambda)$ - stałe tabelaryczne metody Heydenreich'a.	$H(\lambda)$, $\psi(\lambda)$, $\Omega(\lambda)$, $Z(\lambda)$ – Tabular constants in Heydenreich's method
x - zmienna długości liczona od początku układu odniesienia.	x – Longitude variable counted from the origin of the coordinates

<p>t - zmienna czasu liczona od momentu inicjacji strzału.</p> <p>$p(x)$ - wartość chwilowa średniego ciśnienia przestrzeni zapociskowej określana względem zmiennej długości liczonej od początku układu odniesienia.</p> <p>$p(t)$ - wartość chwilowa średniego ciśnienia przestrzeni zapociskowej określana względem zmiennej czasu liczonej od momentu inicjacji strzału.</p> <p>$V(x)$ - wartość chwilowa prędkości pocisku określana względem zmiennej długości liczonej od początku układu odniesienia.</p> <p>$V(t)$ - wartość chwilowa prędkości pocisku określana względem zmiennej czasu liczonego od momentu inicjacji strzału.</p> <p>x_m - odległość od płasku wlotowego lufy do momentu wystąpienia maksymalnego średniego ciśnienia gazów prochowych w przestrzeni zapociskowej.</p> <p>$p_p(x)$ - wartość chwilowa ciśnienia przedniego, określana względem zmiennej długości liczonej od początku układu odniesienia.</p> <p>p_{pmax} - maksymalna wartość ciśnienia przedniego.</p> <p>$p_t(x)$ - wartość chwilowa ciśnienia tylnego, określana względem zmiennej długości liczonej od początku układu odniesienia.</p> <p>p_{tmax} - maksymalna wartość ciśnienia tylnego.</p> <p>$p_s(x)$ - wartość chwilowa ciśnienia działającego na powierzchnię wewnętrzną lufy, określana względem zmiennej długości liczonej od początku układu odniesienia.</p> <p>$p_s^{\sim}(x)$ - wartość chwilowa ciśnienia działającego na powierzchnię wewnętrzną lufy, przesunięta o ćwierć drogi względnej dla punktu osiągnięcia przez gazy prochowe swojej maksymalnej wartości ciśnienia, określana względem zmiennej długości liczonej od początku układu odniesienia.</p> <p>p_1 - wartość granicznej wytrzymałości lufy.</p> <p>b_0, b_1, b_i - współczynniki bezpieczeństwa.</p> <p>σ_{red} - naprężenia zredukowane.</p> <p>σ_t - naprężenia styczne.</p> <p>σ_r - naprężenia promieniowe.</p> <p>σ_z - naprężenia wzdłużne.</p>	<p>t – Time variable counted from the moment of shot initiation</p> <p>$p(x)$ – Instantaneous value of the mean pressure behind the bullet identified in reference to the longitude variable counted with the origin of the coordinates</p> <p>$p(t)$ - Instantaneous value of the mean pressure behind the bullet identified in reference to the time variable counted with the moment of shot initiation</p> <p>$V(x)$ – Momentary value of bullet velocity identified in relation to the longitude variable counted with the origin of the coordinates</p> <p>$V(t)$ - Momentary value of bullet velocity identified in relation to the time variable counted with the moment of shot initiation</p> <p>x_m - Distance from barrel muzzle plane to the point of maximal value of the mean powder gases pressure behind the bullet</p> <p>$p_p(x)$ – Momentary value of the frontal pressure identified in relation to the longitude variable counted with the origin of the coordinate system</p> <p>p_{pmax} – Maximal value of frontal pressure</p> <p>$p_t(x)$ - Momentary value of the rear pressure identified in relation to the longitude variable counted with the origin of the coordinate system</p> <p>p_{tmax} – Maximal value of the rear pressure</p> <p>$p_s(x)$ – Momentary value of the pressure acting against the inner surface of the barrel, identified in relation to the longitude variable counted with the origin of the coordinate system</p> <p>$p_s^{\sim}(x)$ - Momentary value of the pressure acting against the inner surface of the barrel, shifted by a quarter of relative displacement for the point where the powder gases reach their maximal value of pressure, and identified in relation to the longitude variable counted with the origin of the coordinate system</p> <p>p_1 – Limiting value of barrel resistance</p> <p>b_0, b_1, b_i – Safety coefficients</p> <p>σ_{red} – Reduced stresses</p> <p>σ_t – Tangential stresses</p> <p>σ_r – Radial stresses</p>
---	--

ν - współczynnik Poissona.
 R_e - wyraźna granica plastyczności.
 r_w - promień wewnętrzny lufy niewzmocnionej.
 r_z - minimalny promień zewnętrzny lufy niewzmocnionej.
 $r_z(x)$ - funkcja minimalnego promienia zewnętrznego lufy niewzmocnionej, określana względem zmiennej długości liczonej od początku układu odniesienia.
 $d_z(x)$ - funkcja minimalnej średnicy zewnętrznej lufy niewzmocnionej, określana względem zmiennej długości liczonej od początku układu odniesienia.
 β - wartość względnego powiększenia średnicy wewnętrznej płaszczka.
 α - wartość współczynnika rozszerzalności cieplnej dla stali.
 Δt - różnica temperatur pomiędzy rurą rdzeniową, a rozgrzanym płaszczem.
 γ - wartość względnego powiększenia średnicy wewnętrznej płaszczka po korekcie.
 r_{2I} - promień zewnętrzny rury rdzeniowej na długości osadzenia płaszczka.
 r_2 - promień podziałowy pomiędzy płaszczem, a rurą rdzeniową.
 r_{2II} - promień wewnętrzny płaszczka na długości jego osadzenia.
 r_1 - promień wewnętrzny komory nabojeowej.
 r_3 - promień zewnętrzny płaszczka.
 T_1 - wcisk płaszczka na rurę rdzeniową.
 E - moduł Younga

1. Wstęp

To czym jest lufa, opisał trafnie S. Torecki [1]: „Lufa broni strzeleckiej jest rurą metalową (stalową), zwykle grubościenną, o zróżnicowanym z reguły na długości przekroju poprzecznym”. Każda część, która pracuje prędzej, czy później ulega procesowi zużywania, a lufa broni palnej jest elementem, który pracuje w ciężkich warunkach eksploatacyjnych. Rozkład naprężeń w ścianie lufy opisał

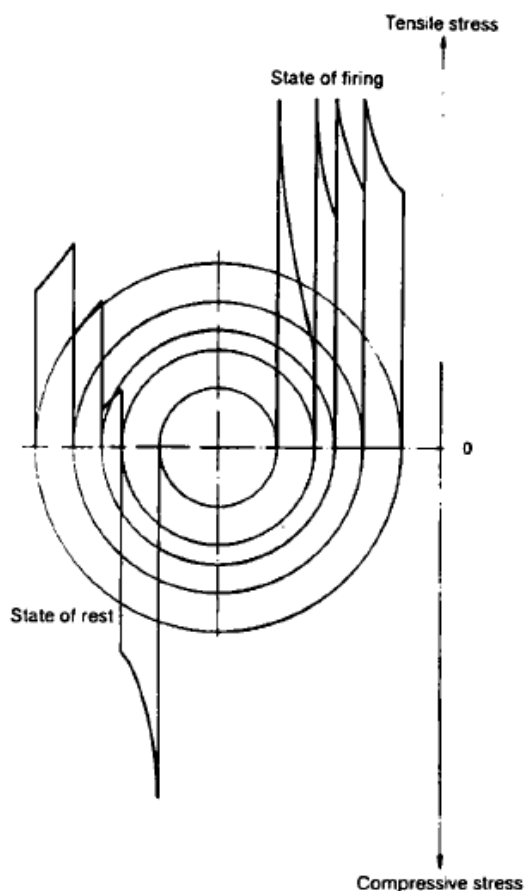
σ_z – Longitude stresses
 ν – Poisson’s coefficient
 R_e – Distinct limit of plasticity
 r_w – Inner radius of unreinforced barrel
 r_z – Minimal outer radius of unreinforced barrel
 $r_z(x)$ – Function of the minimal outer radius of unreinforced barrel identified in relation to the longitude variable counted with the origin of the coordinate system
 $d_z(x)$ – Function of the minimal outer diameter of unreinforced barrel identified in relation to the longitude variable counted with the origin of the coordinate system
 β – Value of relative increase of the coat inner diameter
 α – Thermal expansion coefficient for steel
 Δt – Difference of temperatures between core tube and hot coat
 γ – Value of the relative enlargement of the inner coat diameter after correction
 r_{2I} – Outer radius of the core tube on the distance of coat fit
 r_2 – Border radius between the coat and the core tube
 r_{2II} – Inner radius of the coat over the distance of its fit
 r_1 – Inner radius of cartridge chamber
 r_3 – Outer radius of the coat
 T_1 – Pushing fit of the coat on the core tube
 E – Young’s modulus.

1. Introduction

The barrel was well described by S. Torecki [1] as: „A firearm barrel is a metallic (steel) tube, usually with thick walls, having principally different cross sections along it”. Each operating part is subjected to a process of wearing and the firearm barrel belongs to components working under heavy loading conditions. Distribution of stresses in the barrel wall was described by

M. Radomski [2] i jako pierwszy czynnik wymienił obciążenie przewodu lufy ciśnieniem gazów powybuchowych. To właśnie to ciśnienie ma największy wpływ na powstawanie naprężeń w ścianie lufy. Naprężenia w ścianie lufy można jednak zmniejszyć, wprowadzając w materiale naprężenia wstępne o kierunku przeciwnym do naprężeń wywołanych przez wspomniane obciążenie. Takie lufy nazywamy lufami wzmocnionymi.

M. Radomski [2] and the exposition of the barrel bore to the pressure of post-explosive gases was mentioned as the first factor. It is exactly this pressure which produces in the greatest degree the stresses in the barrel wall. Anyway, these barrel wall stresses may be reduced by introduction of material initial stresses in opposite direction to stresses caused by the mentioned loads. Such barrels are named as reinforced ones.



Rys. 1.1. Rozkład naprężeń w przekroju poprzecznym lufy wzmocnionej kołnierzami [3]

Fig. 1.1. Distribution of stresses over the cross section of a barrel reinforced by collars [3]

State of rest – stan spoczynku

State of firing – stan strzelania

Tensile stress – naprężenie rozciągające

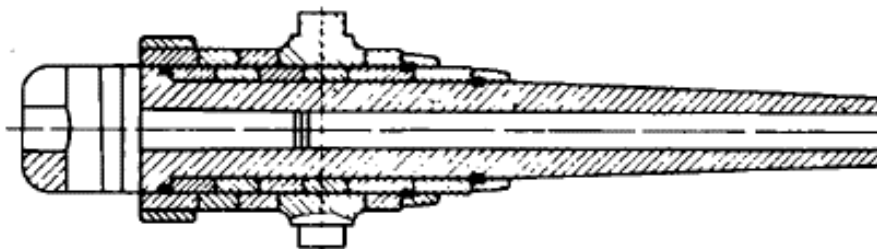
Compressive stress – naprężenie ściskające

Zjawisko umacniania luf opisuje Rheinmetal [3] i wymienia różne sposoby ich realizacji. Wzmocnienie luf można zrealizować m. in. przez stosowanie stałych kołnierzy (rys. 1.1), zjawisko autofretażu (w tym przypadku przy użyciu oleju pod ciśnieniem), wymianę przewodu lufy (jako regeneracja luf zużytych), oraz zastosowanie luźnych kołnierzy wymiennych. Zjawisko autofretażu ponadto może być realizowane nie tylko przy użyciu oleju pod ciśnieniem, ale również przez oddanie strzału

Rheinmetal [3] describes barrel reinforcement effects with various applied methods. For instance, the barrels can be reinforced by application of fixed collars (Fig. 1.1), or by an effect of auto-frettage (by using the pressurised oil), or a replacement of barrel bore (to renovate the worn out barrels), and application of loose replaceable collars. The effect of auto-frettage may be accomplished not only by the pressurised oil but by firing a shot with

o podwyższonym ciśnieniu. Ten sposób umacniania luf opisywany jest przez Satławskiego oraz Furmanka [4] i został uznany za mało efektywny, gdyż zjawisko samowzmacniania osiągnięto tylko na długości komory nabożowej. Wszystkie opisane przykłady zostały opisane na przykładzie broni artyleryjskiej lub małokalibrowych armat.

increased pressure. But this method of barrels reinforcement, described by Satławski and Furmanek [4], was inefficient as the effect of the self-strengthening (auto-frettage) occurred only at the distance of the cartridge chamber. All described instances concerned the artillery or small calibre guns.



Rys. 1.2. Przykład konstrukcji lufy wzmocnionej wieloma płaszczami [3]

Fig. 1.2. Example of design of a barrel reinforced by a few coats [3]

Rozważając zastosowanie luf wzmocnionych w broni strzeleckiej, jedynie użycie kołnierza byłoby technologicznie optymalne. Reszta sposobów byłaby albo trudna do wykonania (co skutkowałoby wzrostem kosztów wytworzenia wyrobu), bądź wręcz niemożliwa. Z tego właśnie powodu, w tej pracy zdecydowano się na zastosowanie pojedynczego płaszcza do wzmocnienia każdej z luf. Do analizy wytrzymałościowej wybrano lufy kalibrów 5,56x45, 7,62x51 oraz 12,7x99.

2. Obliczenia z zakresu balistyki wewnętrznej

Rozwiązanie Problemu Głównego Balistyki Wewnętrznej dla broni strzeleckiej najczęściej obliczane jest metodą Leduce, bądź Leduce-Wilniewiczyc. W pracy zastosowano inną metodę, opisaną przez Oerlikon [5] metodę Heydenreich'a. Jej główne założenie brzmi następująco: podczas wystrzału połowa masy gazów prochowych „zaczepiona” jest u dna pocisku i przemieszcza się razem z nim,

Considering the application of reinforced barrels in firearms, only a use of a collar seems to be technologically optimal approach. The remaining methods could be difficult (increasing the production costs of articles), or even impossible in realisation. For this reason it was decided in the presented paper to use a single coat for reinforcement of each barrel. The barrels with calibres 5.56x45, 7.62x51 and 12.7x99 were taken for resistance analyses.

1. Internal Ballistics Calculations

Solution of the Main Problem of Internal Ballistics (MPIB) can be usually found by Leduce, or Leduce-Wilniewiczyc, methods. The paper uses another method which was described by Oerlikon [5] and is named as Heydenreich's method. Its main assumption is that during the shot the half of powder gases is “connected” to the bullet base to travel together with it, whereas the second half is placed in the space be-

natomiast druga połowa znajduje się w przestrzeni zapociskowej.

Największą wadą owej metody jest pominięcie wpływu prac drugorzędnych na ruch pocisku w lufie, przez co wyniki będą w pewnym stopniu zawyżone. Do wyznaczenia przebiegów prędkości pocisku w lufie oraz średniego ciśnienia przestrzeni zapociskowej w lufie, które to są funkcjami wyjściowymi do wstępnych obliczeń wytrzymałościowych lufy, owa metoda całkowicie wystarcza. Ponadto podczas obliczeń PGBW jak i w części projektowej niezbędne jest określenie długości całkowitej lufy. Długości całkowite luf dla poszczególnych kalibrów, zostały wybrane na bazie istniejących już modeli broni, używanych współcześnie przez Wojsko Polskie i są równe odpowiednio:

- Lufy kalibru 5,56x45 NATO – $l_c=406,3$ [mm],
- Lufy kalibru 7,62x51 NATO – $l_c=660,4$ [mm],
- Lufy kalibru 12,7x99 NATO – $l_c=880$ [mm].

Droga pocisku przemieszczającego się w lufie została policzona od dna pocisku, do wylotu lufy [6]. Niezbędne wymiary zostały przedstawione na rysunku (rys. 2.1.).

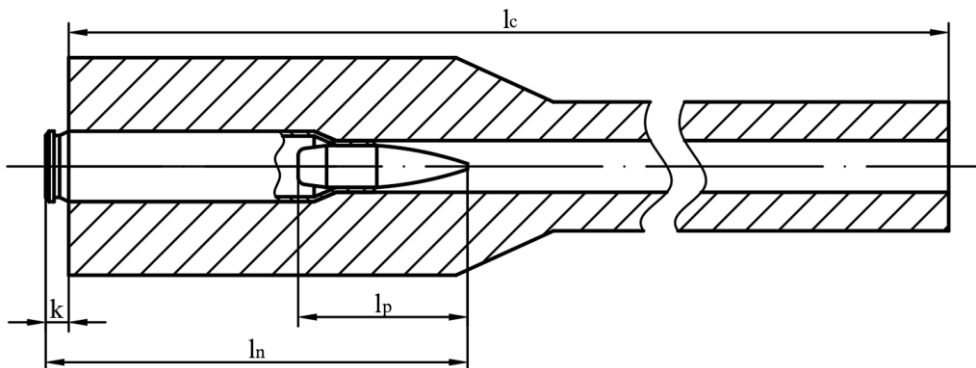
hind the bullet.

The greatest drawback of the method is in a negligence of influence of secondary works on the movement of bullet inside the barrel, what provides higher results. This method is entirely sufficient for identification of changes of bullet velocity in the barrel, and the mean pressure behind the bullet, which are the input functions for the initial calculations of the barrel resistance. Moreover, at the calculations of MPIB and also at the designing process it is necessary to identify the overall length of barrel. Overall lengths of barrels for particular calibres were selected on the base of just existing models of guns used now by the Polish Military and are equal respectively to:

- Barrels 5.56x45 NATO – $l_c=406.3$ [mm],
- Barrels 7.62x51 NATO – $l_c=660.4$ [mm],
- Barrels 12.7x99 NATO – $l_c=880$ [mm].

The way of projectile moving inside the barrel was calculated from the bullet base to the barrel muzzle [6]. Demanded dimensions are presented in Fig. 2.1.

$$l_w = l_c + k + l_p - l_n \text{ [m]} \quad (1)$$



Rys. 2.1. Przedstawienie wielkości charakterystycznych użytych do obliczeń z zakresu PGBW
Fig. 2.1. Presentation of characteristic parameters used in MPIB calculations

Następnie obliczony został następny parametr geometryczny, czyli pole przekroju światła lufy. Według Piotra Wilniewczyca [6] przybliżoną wartość tego parametru można obliczyć z poniższego wzoru:

In the next step a successive geometric parameter of the area of barrel bore cross section was calculated. According to Piotr Wilniewczyk [6] its approximated value can be calculated with following formula:

$$S = 0,81d^2 \text{ [m}^2\text{]} \quad (2)$$

Uśredniona wartość średniego ciśnienia gazów prochowych w przestrzeni zapociskowej:

The averaged value of the mean pressure of powder gases behind the bullet:

$$p_{\text{sr}} = \frac{q * \left(1 + \frac{1\omega}{2q}\right) V_w^2}{2 * S * l_w} \text{ [MPa]} \quad (3)$$

Parametr wejściowy do tabeli Heydenreich'a:

Input parameter for Heydenreich's table:

$$\eta = \frac{p_{\text{sr}}}{p_m} \quad (4)$$

Aproksymowane dane do wyliczonej wartości parametru η przedstawiono w tabeli 2.1.

Approximated data for calculated value of parameter η are presented in table 2.1.

Tabela 2.1. Parametry wewnętrzne funkcji Heydenreich'a

Table 2.1. Internal parameters of Heydenreich's function

$\eta = \frac{p_{\text{sr}}}{p_m}$	$\Sigma(\eta) = \frac{x_m}{l_w}$	$P(\eta) = \frac{p_w}{p_{\text{sr}}}$	$\Phi(\eta) = \frac{V_m}{V_w}$	$\Theta(\eta) = \frac{t_m}{t_{\text{sr}}}$	$T(\eta) = \frac{t_w}{t_{\text{sr}}}$
0,25	0,0313	0,216	0,324	0,139	0,725
0,3	0,0402	0,242	0,333	0,172	0,762
0,35	0,05	0,278	0,343	0,207	0,8
0,4	0,0608	0,304	0,354	0,244	0,836
0,45	0,0729	0,34	0,366	0,284	0,873
0,5	0,0875	0,382	0,38	0,326	0,91

Prędkość pocisku w chwili wystąpienia w komorze ciśnienia maksymalnego:

Bullet's velocity in the instance of maximal pressure inside the chamber:

$$V_m = V_w * \Phi(\eta) \left[\frac{m}{s}\right] \quad (5)$$

Droga przebyta przez pocisk do chwili osiągnięcia p_m gaz. proch.:

The way travelled by bullet until p_m is reached by powder gases:

$$x_m = l_w * \Sigma(\eta) \text{ [m]} \quad (6)$$

Czas osiągnięcia ciśnienia maksymalnego gazów prochowych: | Time for reaching the maximal pressure of powder gases:

$$t_m = t_{sr} * \Theta(\eta) = \frac{2 * l_w}{V_w} * \Theta(\eta) \text{ [ms]} \quad (7)$$

Czas ruchu pocisku w lufie: | Time of bullet movement in the barrel:

$$t_w = t_{sr} * T(\eta) = \frac{2 * l_w}{V_w} * T(\eta) \text{ [ms]} \quad (8)$$

Wartość ciśnienia gazów prochowych w chwili opuszczenia przez pocisk lufy | Value of powder gases pressure when the bullet leaves the barrel

$$p_w = p_{sr} * P(\eta) \text{ [MPa]} \quad (9)$$

Względna droga pocisku w lufie: | Relative way of the bullet in the barrel:

$$\lambda = \frac{l_w}{x_m} \quad (10)$$

Korzystając z danych z tabeli 2.2. (Tabela Heydenreich'a), obliczono wartości chwilowe x , p , V oraz t . | Using data from table 2.2. (Heydenreich's table), the momentary values of x , p , V and t were calculated.

Tabela 2.2. Tabela Heydenreich'a
Tabela 2.2. Tabela Heydenreich'a

λ	H(λ)	$\psi(\lambda)$	$\Omega(\lambda)$	Z(λ)
0,25	0,445	0,741	0,392	0,61
0,5	0,615	0,912	0,635	0,78
0,75	0,723	0,98	0,834	0,903
1	0,79	1	1	1
1,25	0,833	0,989	1,14	1,081
1,5	0,848	0,965	1,262	1,154
1,75	0,849	0,932	1,336	1,219
2	0,843	0,898	1,468	1,282
2,5	0,818	0,823	1,632	1,394
3	0,786	0,747	1,763	1,495
3,5	0,753	0,675	1,875	1,589
4	0,721	0,604	1,983	1,682
4,5	0,691	0,546	2,068	1,769
5	0,663	0,495	2,14	1,851
6	0,614	0,403	2,269	2,012
7	0,572	0,338	2,363	2,163

cd. Tabeli 2.2 / *Table 2.2. continued*

λ	H(λ)	$\psi(\lambda)$	$\Omega(\lambda)$	Z(λ)
8	0,536	0,284	2,445	2,309
9	0,504	0,248	2,509	2,451
10	0,476	0,22	2,566	2,589
11	0,451	0,199	2,615	2,725
12	0,429	0,181	2,659	2,858
13	0,409	0,164	2,702	2,988
14	0,391	0,15	2,74	3,116
15	0,375	0,137	2,777	3,253
16	0,36	0,125	2,811	3,39
17	0,347	0,117	2,837	3,502
18	0,335	0,109	2,862	3,618
19	0,323	0,102	2,887	3,74
20	0,312	0,096	2,91	3,861
25	0,27	0,073	3,003	4,455
30	0,238	0,058	3,075	5,031

$$x = \lambda * x_m \text{ [mm]} \quad (11)$$

$$p = p_m * \Psi(\lambda) \text{ [MPa]} \quad (12)$$

$$V = V_m * \Omega(\lambda) \left[\frac{m}{s} \right] \quad (13)$$

$$t = t_m * Z(\lambda) [ms] \quad (14)$$

Zgodnie ze wzorami (11), (12), (13), (14), wykreślono funkcje $p(x)$, $p(t)$, $V(x)$, $V(t)$ dla kolejnych wariantów analizowanych luf broni strzeleckiej.

2.1. Obliczenia PGBW dla amunicji 5,56x45 NATO

Do wyznaczenia przebiegu funkcji $p(x)$, $V(x)$, $p(t)$ oraz $V(t)$, niezbędne są dane dotyczące amunicji, które przedstawione zostały na poniższej tabeli. Do obliczeń użyte zostały dane amunicji 5,56x45 z pociskiem SS109.

Tabela 2.3. Dane wejściowe dla amunicji 5,56x45 NATO

Tabela 2.3. Input data for ammunition 5.56x45 NATO

q	ω	V_w	p_m	d
[kg]	[kg]	[m/s]	[MPa]	[mm]
0,004	0,00166	910	370	5,56

According with (11), (12), (13), (14), graphic evaluations of functions $p(x)$, $p(t)$, $V(x)$, $V(t)$ were prepared for successive variants of investigated firearm barrels.

2.1. Calculations of MPIB for Ammunition 5.56x45 NATO

The course of functions $p(x)$, $V(x)$, $p(t)$, and $V(t)$ can be established when necessary data of ammunition, presented in the below table, are known. Data of ammunition 5.56x45 with bullet SS109 was used.

Tabela 2.4. Charakterystyczne wielkości dla lufy oraz amunicji 5,56x45 NATO

Table 2.4. Characteristic parameters of barrel and ammunition 5.56x45 NATO

l_c	k	l_p	l_n
[mm]	[mm]	[mm]	[mm]
406,3	3,13	23,4	57,4

$$l_w = l_c + k + l_p - l_n = 406,3 + 3,13 + 23,4 - 57,4 = 375,43 [mm] \quad (15)$$

$$S = 0,81d^2 = 0,81 * (5,56 * 10^{-3})^2 \cong 2,504 * 10^{-5} [m^2] \quad (16)$$

$$p_{sr} = \frac{q * \left(1 + \frac{1\omega}{2q}\right) V_w^2}{2 * S * l_w} = \frac{4 * 10^{-3} * \left(1 + 0,5 * \frac{1,66 * 10^{-3}}{4 * 10^{-3}}\right) 910^2}{2 * 2,504 * 10^{-5} * 375,43 * 10^{-3}} \cong 212,73 [MPa] \quad (17)$$

$$\eta = \frac{p_{sr}}{p_m} = \frac{212,73}{370} \cong 0,575 \quad (18)$$

$$V_m = V_w * \Phi(\eta) = 910 * 0,40226804 \cong 366,06 \left[\frac{m}{s} \right] \quad (19)$$

$$x_m = l_w * \Sigma(\eta) = 0,37543 * 0,110473 = 0,041475 [m] \cong 41,5 [mm] \quad (20)$$

$$t_m = t_{sr} * \Theta(\eta) = \frac{2 * l_w}{V_w} * \Theta(\eta) = \frac{2 * 0,37543}{910} * 0,443744854 \cong 0,37 [ms] \quad (21)$$

$$t_w = t_{sr} * T(\eta) = \frac{2 * l_w}{V_w} * T(\eta) = \frac{2 * 0,37543}{910} * 0,964587 \cong 0,80 [ms] \quad (22)$$

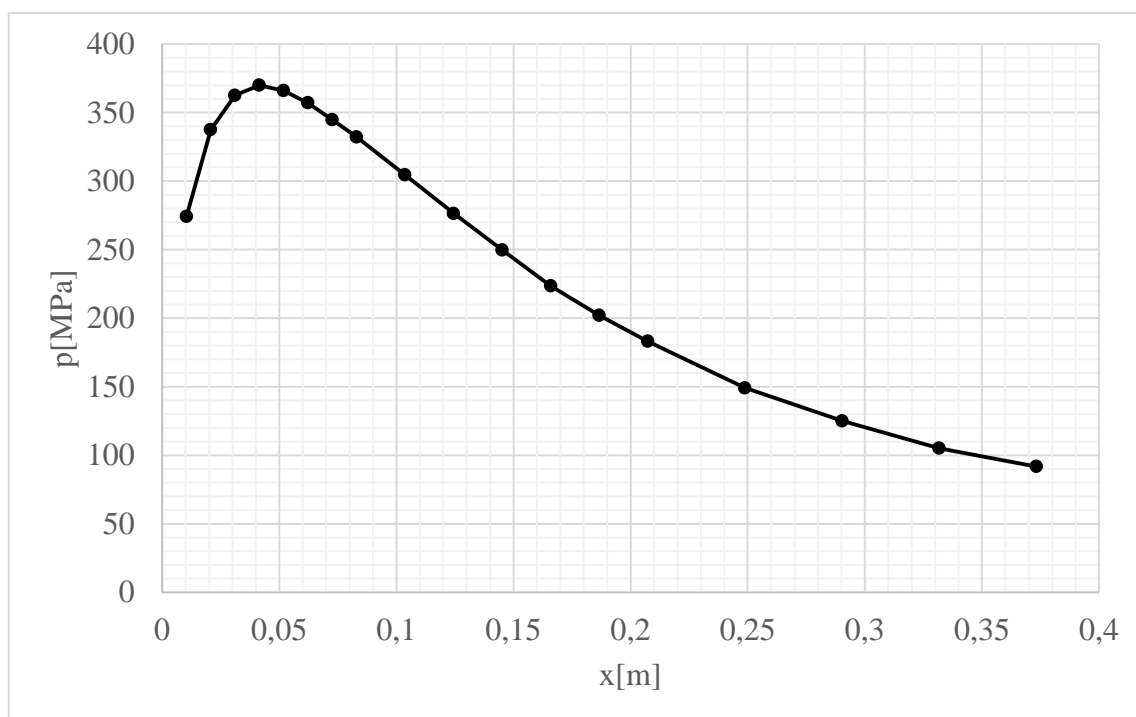
$$p_w = p_{sr} * P(\eta) = 212,73 * 0,3933009 \cong 83,69 [MPa] \quad (23)$$

$$\lambda = \frac{l_w}{x_m} = \frac{0,37543}{0,041475} \cong 9,05 \approx 9 \quad (24)$$

Tabela 2.5. Rozwiązanie PGBW dla amunicji 5,56x45 NATO

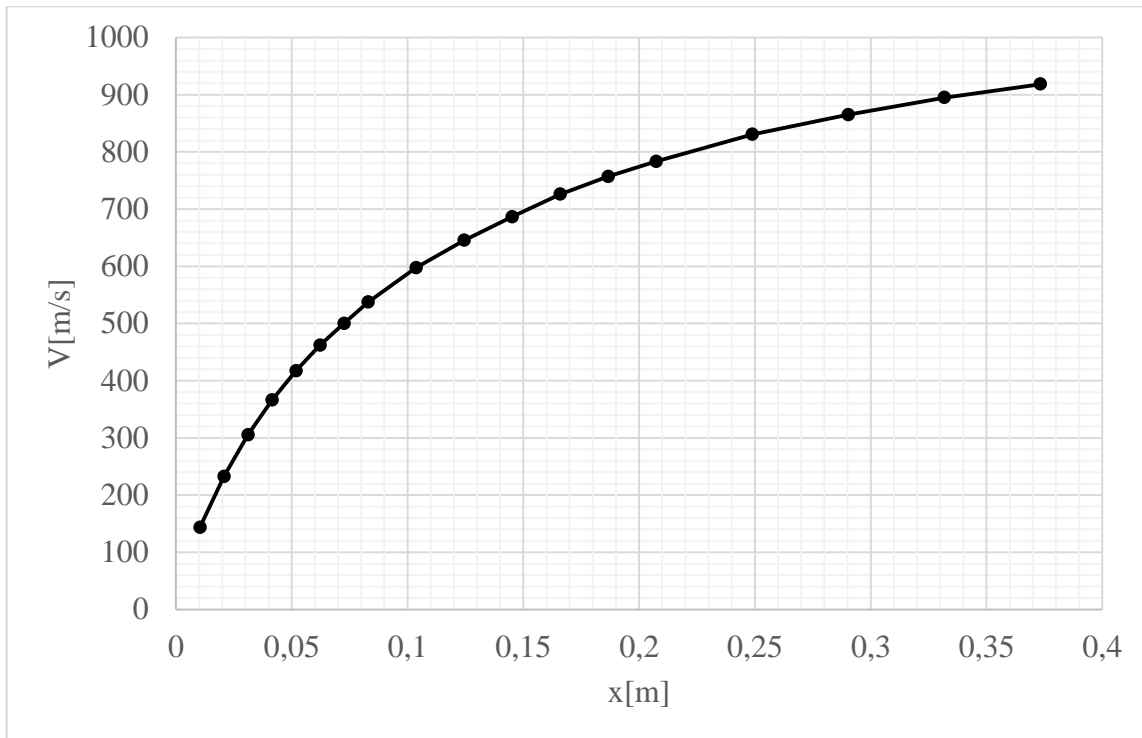
Table 2.5. Solution of MPIB for ammunition 5.56x45 NATO

λ	x[m]	p[MPa]	V[m/s]	t[ms]	λ	x[m]	p[MPa]	V[m/s]	t[ms]
0,25	0,01037	274,17	143,497	0,22335	3	0,12442	276,39	645,371	0,54738
0,5	0,02074	337,44	232,451	0,28559	3,5	0,14516	249,75	686,37	0,5818
0,75	0,03111	362,6	305,297	0,33063	4	0,1659	223,48	725,905	0,61585
1	0,04147	370	366,064	0,36614	4,5	0,18664	202,02	757,02	0,64771
1,25	0,05184	365,93	417,313	0,3958	5	0,20737	183,15	783,377	0,67773
1,5	0,06221	357,05	461,973	0,42253	6	0,24885	149,11	830,599	0,73668
1,75	0,07258	344,84	489,061	0,44633	7	0,29032	125,06	865,009	0,79197
2	0,08295	332,26	537,382	0,4694	8	0,3318	105,08	895,026	0,84542
2,5	0,10369	304,51	597,416	0,5104	9	0,37327	91,76	918,454	0,89742



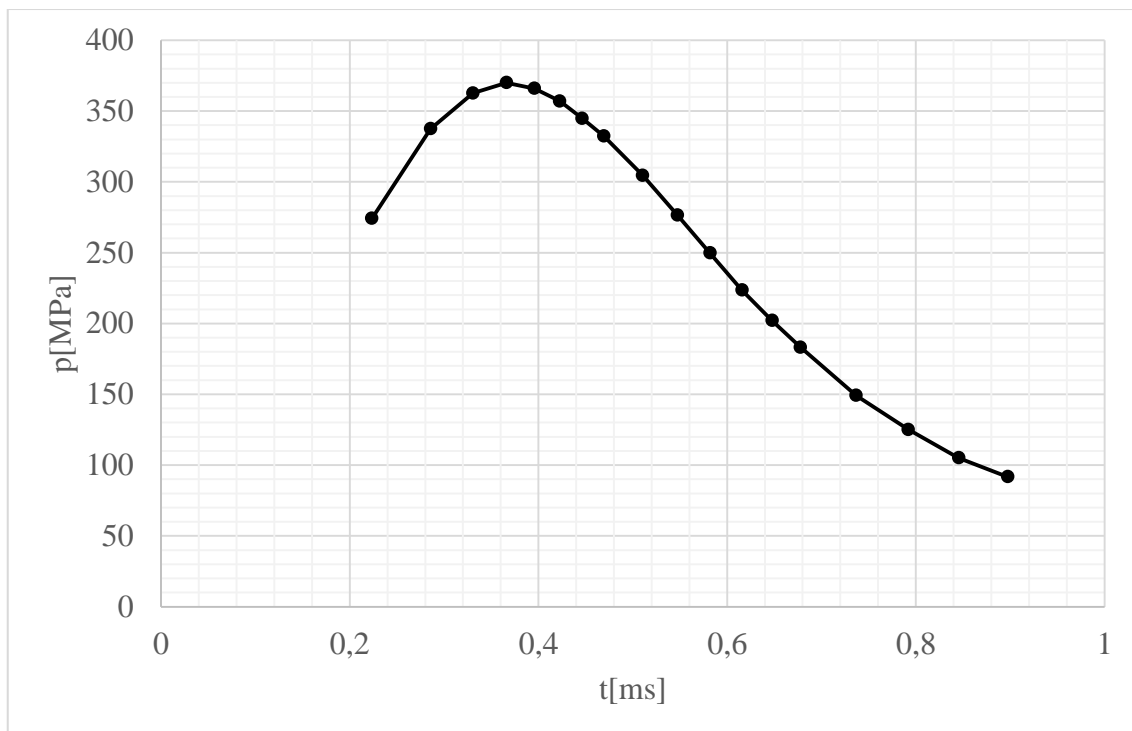
Rys. 2.2. Funkcja przebiegu średniego ciśnienia przestrzeni zapociskowej w zależności od długości lufy $p(x)$, dla amunicji 5,56x45 NATO

Fig. 2.2. Graphic evaluation of function of the mean pressure behind the bullet $p(x)$ depending on the barrel length for ammunition 5.56x45 NATO



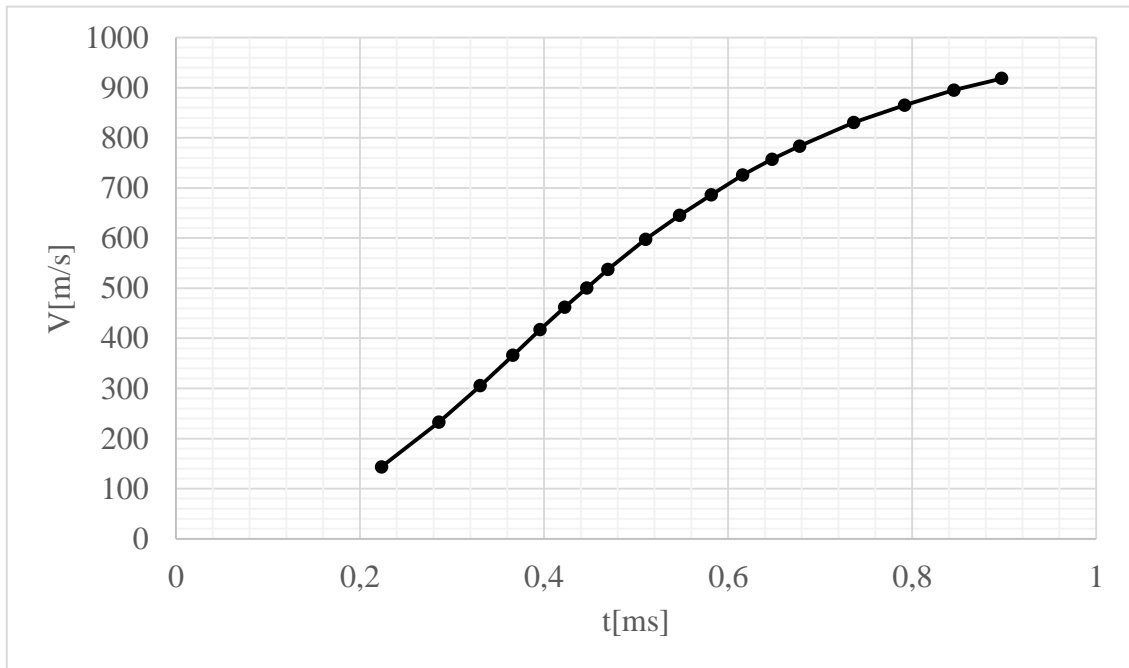
Rys. 2.3. Funkcja przebiegu prędkości pocisku w zależności od długości lufy $V(x)$, dla amunicji 5,56x45 NATO

Fig. 2.3. Graphic representation of bullet velocity $V(x)$ depending on the length of barrel for ammunition 5.56x45 NATO



Rys. 2.4. Funkcja przebiegu średniego ciśnienia przestrzeni zapociskowej w zależności od czasu $p(t)$, dla amunicji 5,56x45 NATO

Fig. 2.4. Graphic evaluation of function of the mean pressure behind the bullet $p(t)$ depending on time for ammunition 5.56x45 NATO



Rys. 2.5. Funkcja przebiegu prędkości pocisku w zależności od czasu $V(t)$, dla amunicji 5,56x45 NATO

Fig. 2.5. Graphic evaluation of bullet velocity $V(t)$ depending on time for ammunition 5.56x45 NATO

2.2. Obliczenia PGBW dla amunicji 7,62x51 NATO

Tabela 2.6. Dane wejściowe dla amunicji 7,62x51 NATO

Table 2.6. Input data for ammunition 7.62x51 NATO

q	ω	V_w	p_m
[kg]	[kg]	[m/s]	[MPa]
0,0096	0,00291	850	345

2.2. Calculations of MPIB for Ammunition 7.62x51 NATO

Tabela 2.7. Charakterystyczne wielkości dla lufy oraz amunicji 7,62x51 NATO

Table 2.7. Characteristic parameters for the barrel and ammunition 7.62x51 NATO

l_c	k	l_p	l_n
[mm]	[mm]	[mm]	[mm]
660,4	3,85	27,2	71,05

$$l_w = l_c + k + l_p - l_n = 660,4 + 3,85 + 27,2 - 71,05 = 620,4 \text{ [mm]} \quad (25)$$

$$S = 0,81d^2 = 0,81 * (7,62 * 10^{-3})^2 \cong 4,703 * 10^{-5} \text{ [m}^2\text{]} \quad (26)$$

$$p_{sr} = \frac{q * (1 + \frac{1}{2q}) V_w^2}{2 * S * l_w} = \frac{1 * 10^{-2} * (1 + 0,5 * \frac{2,91 * 10^{-3}}{9,6 * 10^{-3}}) 850^2}{2 * 4,703 * 10^{-5} * 620,4 * 10^{-3}} \cong 136,87 \text{ [MPa]} \quad (27)$$

$$\eta = \frac{p_{sr}}{p_m} = \frac{136,87}{345} \cong 0,397 \quad (28)$$

$$V_m = V_w * \Phi(\eta) = 850 * 0,3532381 \cong 300,25 \text{ [\frac{m}{s}]} \quad (29)$$

$$x_m = l_w * \Sigma(\eta) = 0,6204 * 0,06012 = 0,0373 \text{ [m]} = 37,3 \text{ [mm]} \quad (30)$$

$$t_m = t_{sr} * \Theta(\eta) = \frac{2 * l_w}{V_w} * \Theta(\eta) = \frac{2 * 0,6204}{850} * 0,3040526 \cong 0,44 \text{ [ms]} \quad (31)$$

$$t_w = t_{sr} * T(\eta) = \frac{2 * l_w}{V_w} * T(\eta) = \frac{2 * 0,6204}{850} * 0,83393 \cong 1,22 \text{ [ms]} \quad (32)$$

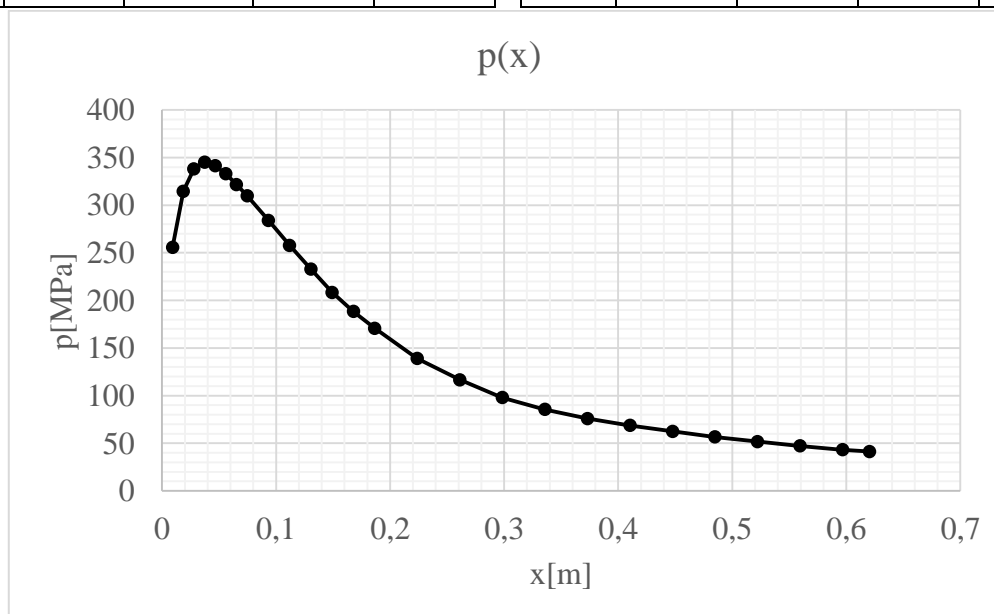
$$p_w = p_{sr} * P(\eta) = 136,87 * 0,241749 \cong 33,09 \text{ [MPa]} \quad (33)$$

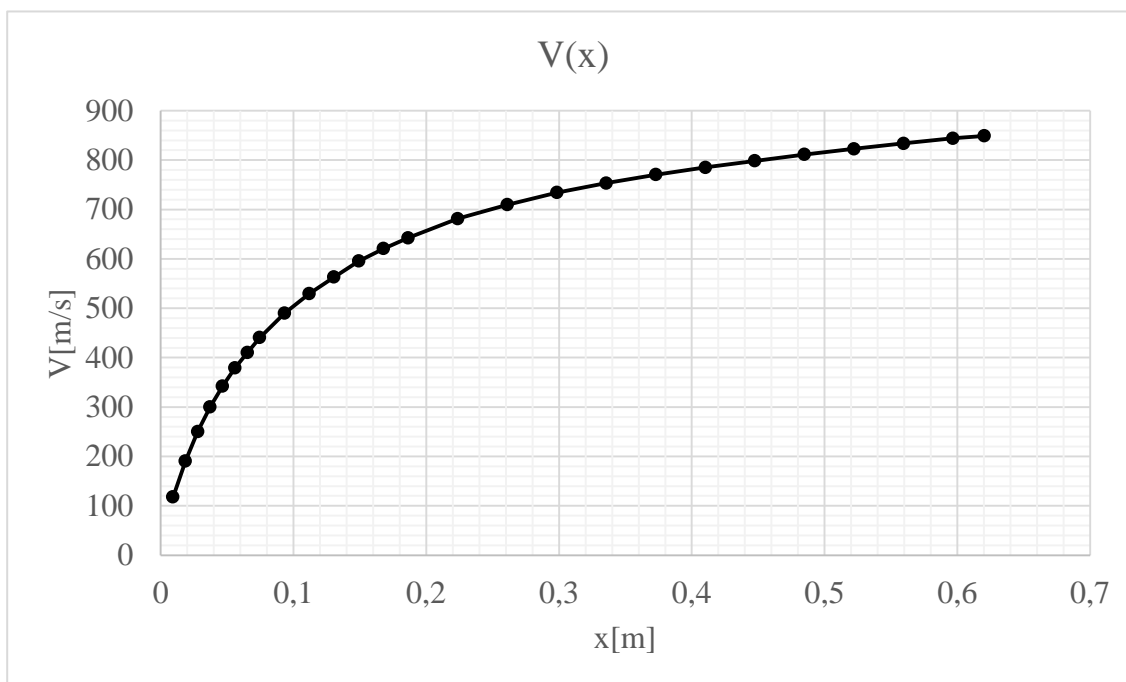
$$\lambda = \frac{l_w}{x_m} = \frac{0,6204}{0,0373} \cong 16,63 \quad (34)$$

Tabela 2.8. Rozwiązanie PGBW dla amunicji 7,62x51 NATO

Table 2.8. Solution of MPIB for ammunition 7.62x51 NATO

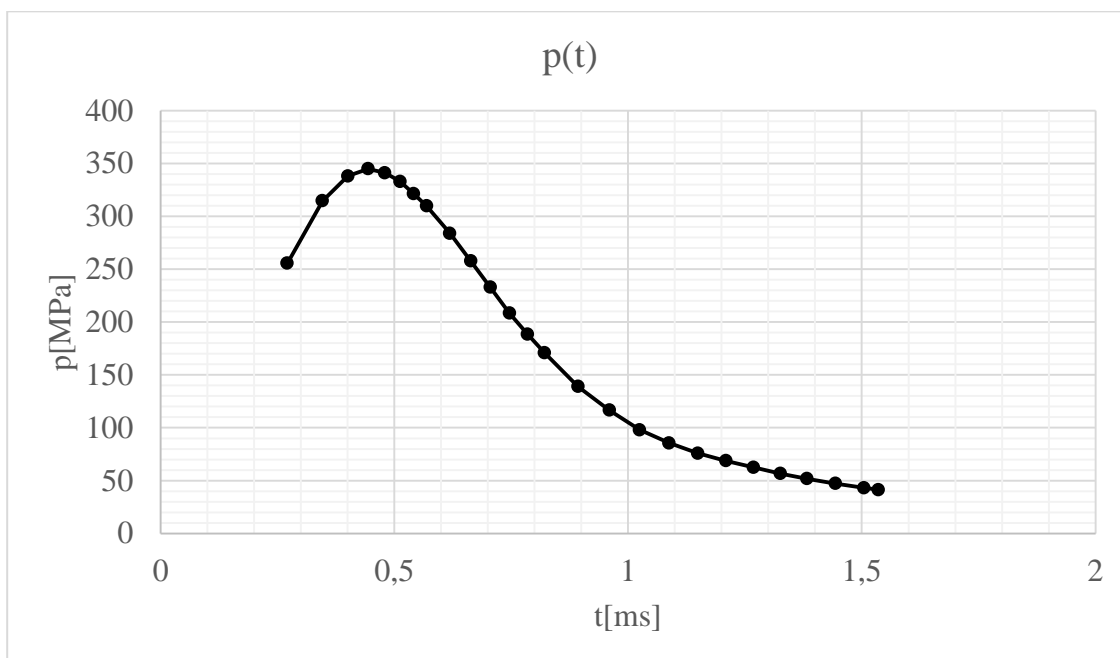
λ	x[m]	p[MPa]	V[m/s]	t[ms]	λ	x[m]	p[MPa]	V[m/s]	t[ms]
0,25	0,00933	255,65	117,699	0,27075	5	0,1865	170,78	642,54	0,82156
0,5	0,01865	314,64	190,66	0,3462	6	0,22381	139,04	681,273	0,89302
0,75	0,02798	338,10	250,41	0,40079	7	0,26111	116,61	709,496	0,96004
1	0,0373	345,00	300,252	0,44385	8	0,29841	97,98	734,117	1,02484
1,25	0,04663	341,21	342,288	0,4798	9	0,33571	85,56	753,333	1,08786
1,5	0,05595	332,93	378,918	0,5122	10	0,37301	75,90	770,448	1,14912
1,75	0,06528	321,54	401,137	0,54105	11	0,41031	68,66	785,16	1,20948
2	0,0746	309,81	440,77	0,56901	12	0,44761	62,45	798,371	1,26851
2,5	0,09325	283,94	490,012	0,61872	13	0,48491	56,58	811,282	1,32621
3	0,1119	257,72	529,345	0,66355	14	0,52221	51,75	822,691	1,38302
3,5	0,13055	232,88	562,973	0,70527	15	0,55951	47,27	833,801	1,44383
4	0,1492	208,38	595,4	0,74655	16	0,59681	43,13	844,009	1,50464
4,5	0,16785	188,37	620,922	0,78516	16,63	0,6203	41,39	848,927	1,53595

Rys. 2.6. Funkcja przebiegu średniego ciśnienia przestrzeni zapociskowej w zależności od długości lufy $p(x)$, dla amunicji 7,62x51 NATOFig. 2.6. Graphic evaluation of the mean pressure behind the bullet $p(x)$ depending on barrel length for ammunition 7.62x51 NATO



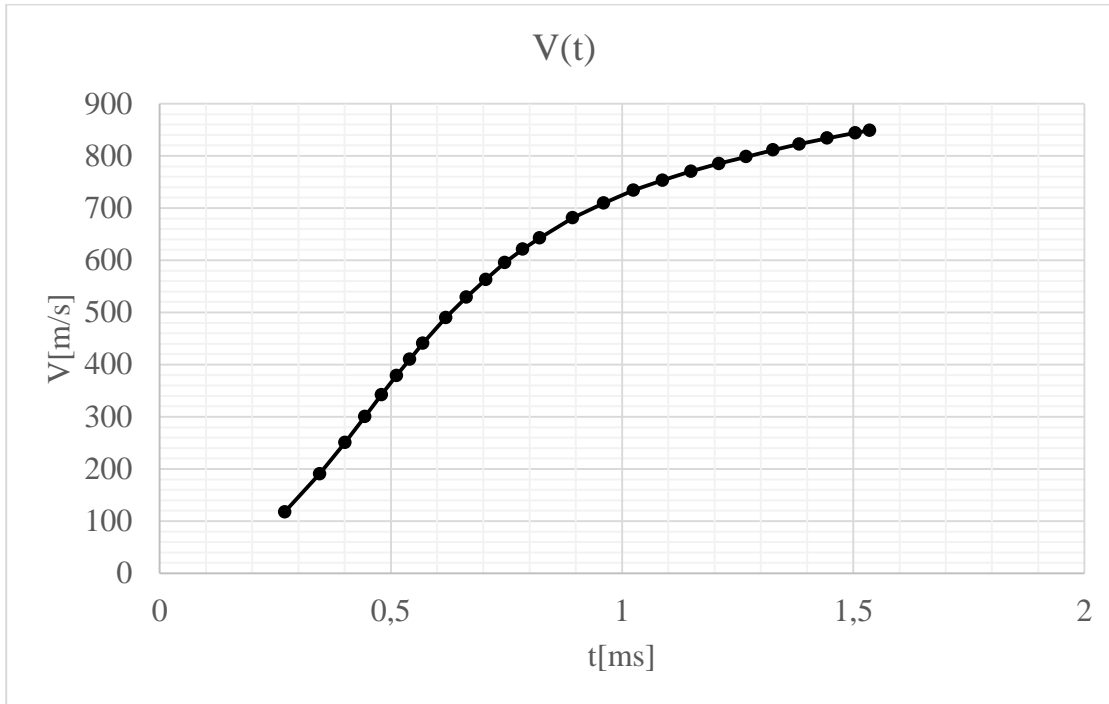
Rys. 2.7. Funkcja przebiegu prędkości pocisku w zależności od długości lufy $V(x)$, dla amunicji 7,62x51 NATO

Fig. 2.7. Graphic evaluation of bullet velocity $V(x)$ depending on the barrel length for ammunition 7.62x51 NATO



Rys. 2.8. Funkcja przebiegu średniego ciśnienia przestrzeni zapociskowej w zależności od czasu $p(t)$, dla amunicji 7,62x51 NATO

Fig. 2.8. Graphic evaluation of the mean pressure behind bullet $p(t)$ depending on time for ammunition 7.62x51 NATO



Rys. 2.9. Funkcja przebiegu prędkości pocisku w zależności od czasu $V(t)$, dla amunicji 7,62x51 NATO

Fig. 2.9. Graphic evaluation of bullet velocity $V(t)$ versus time for ammunition 7.62x51 NATO

2.3. Obliczenia PGBW dla amunicji 12,7x99 NATO

Tabela 2.9. Dane wejściowe dla amunicji 12,7x99 NATO

Table 2.9. Input data for ammunition 12.7x99 NATO

q	ω	V_w	p_m
[kg]	[kg]	[m/s]	[MPa]
0,0462	0,0153	865	370

2.3. Calculations of MPIB for Ammunition 12.7x99 NATO

Tabela 2.10. Charakterystyczne wielkości dla lufy oraz amunicji 12,7x99 NATO

Table 2.10. Characteristic parameters for the barrel and ammunition 12.7x99 NATO

l_c	k	l_p	l_n
[mm]	[mm]	[mm]	[mm]
880	6,23	58,7	138,43

$$l_w = l_c + k + l_p - l_n = 880 + 6,23 + 58,7 - 138,43 = 806,5 \text{ [mm]} \quad (35)$$

$$S = 0,81d^2 = 0,81 * (12,7 * 10^{-3})^2 \cong 1,307 * 10^{-4} \text{ [m}^2\text{]} \quad (36)$$

$$p_{\dot{s}r} = \frac{q * (1 + \frac{1}{2q}) V_w^2}{2 * S * l_w} = \frac{46,2 * 10^{-3} * (1 + 0,5 * \frac{15,3 * 10^{-3}}{46,2 * 10^{-3}}) 865^2}{2 * 1,307 * 10^{-4} * 806,5 * 10^{-3}} p_{\dot{s}r} \cong 191,12 \text{ [MPa]} \quad (37)$$

$$\eta = \frac{p_{\dot{s}r}}{p_m} = \frac{191,12}{370} \cong 0,517 \quad (38)$$

$$V_m = V_w * \Phi(\eta) = 865 * 0,38454841 \cong 332,63 \text{ [m/s]} \quad (39)$$

$$x_m = l_w * \Sigma(\eta) = 0,8065 * 0,092086 = 0,074267 \text{ [m]} \cong 74,3 \text{ [mm]} \quad (40)$$

$$t_m = t_{\dot{s}r} * \Theta(\eta) = \frac{2 * l_w}{V_w} * \Theta(\eta) = \frac{2 * 0,8065}{865} * 0,393960385 \cong 0,74 \text{ [ms]} \quad (41)$$

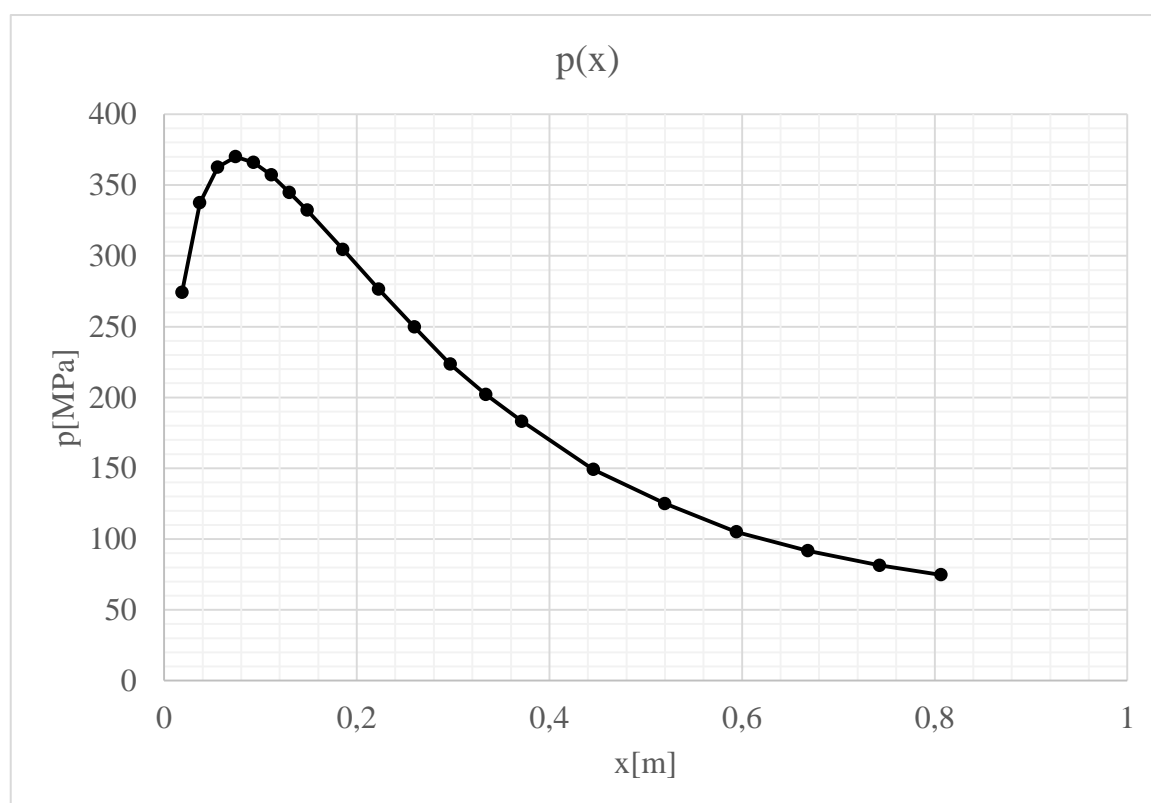
$$t_w = t_{\dot{s}r} * T(\eta) = \frac{2 * l_w}{V_w} * T(\eta) = \frac{2 * 0,8065}{865} * 0,921964 \cong 1,72 \text{ [ms]} \quad (42)$$

$$p_w = p_{\dot{s}r} * P(\eta) = 191,12 * 0,3403792 \cong 65,05 \text{ [MPa]} \quad (43)$$

$$\lambda = \frac{l_w}{x_m} = \frac{0,8065}{0,074267} \cong 10,85945 \approx 10,86 \quad (44)$$

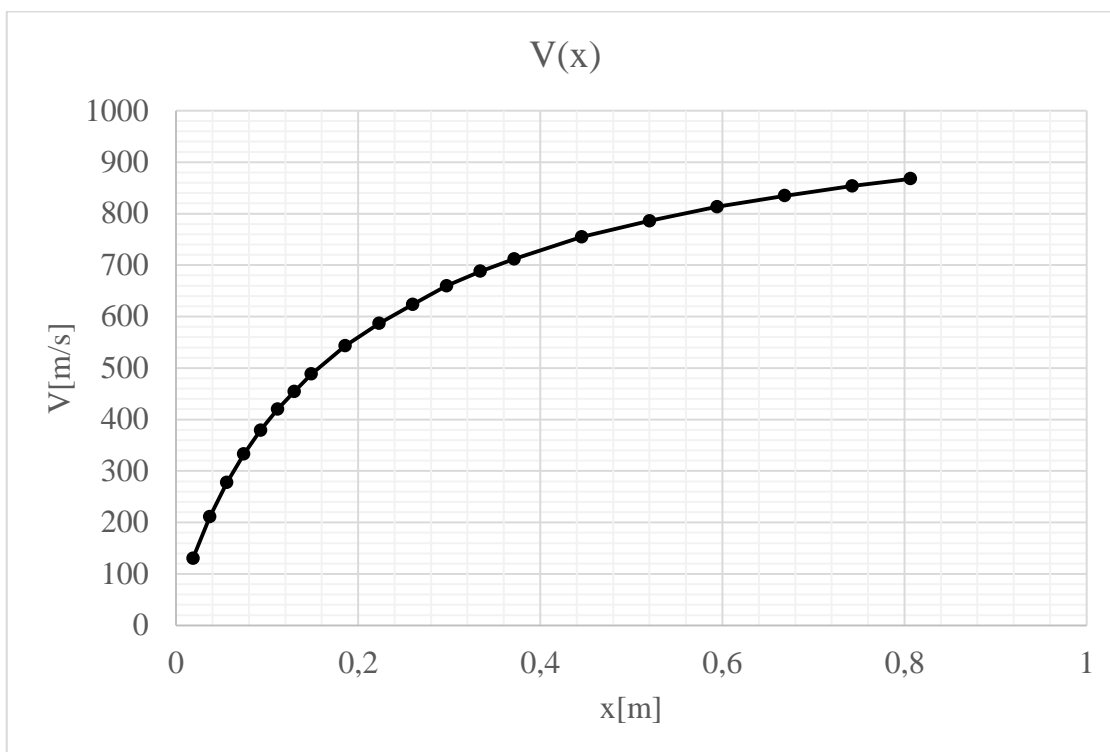
Tabela 2.11. Rozwiązanie PGBW dla amunicji 12,7x99 NATO
 Table 2.11. Solution of the MPIB for ammunition 12.7x99 NATO

λ	x[m]	p[MPa]	V[m/s]	t[s]	λ	x[m]	p[MPa]	V[m/s]	t[s]
0,25	0,01857	274,17	130,393	0,44813	3,5	0,25994	249,75	623,689	1,16733
0,5	0,03713	337,44	211,223	0,57301	4	0,29707	223,48	659,614	1,23565
0,75	0,0557	362,6	277,417	0,66337	4,5	0,3342	202,02	687,888	1,29957
1	0,07427	370	332,634	0,73463	5	0,37134	183,15	711,838	1,35981
1,25	0,09283	365,93	379,203	0,79414	6	0,4456	149,11	754,747	1,47808
1,5	0,1114	357,05	419,785	0,84777	7	0,51987	125,06	786,015	1,58901
1,75	0,12997	344,84	454,379	0,89552	8	0,59414	105,08	813,291	1,69627
2	0,14853	332,26	488,307	0,9418	9	0,6684	91,76	834,58	1,80059
2,5	0,18567	304,51	542,859	1,02408	10	0,74267	81,4	853,54	1,90197
3	0,2228	276,39	586,434	1,09828	10,86	0,80648	74,7178	867,729	1,98789



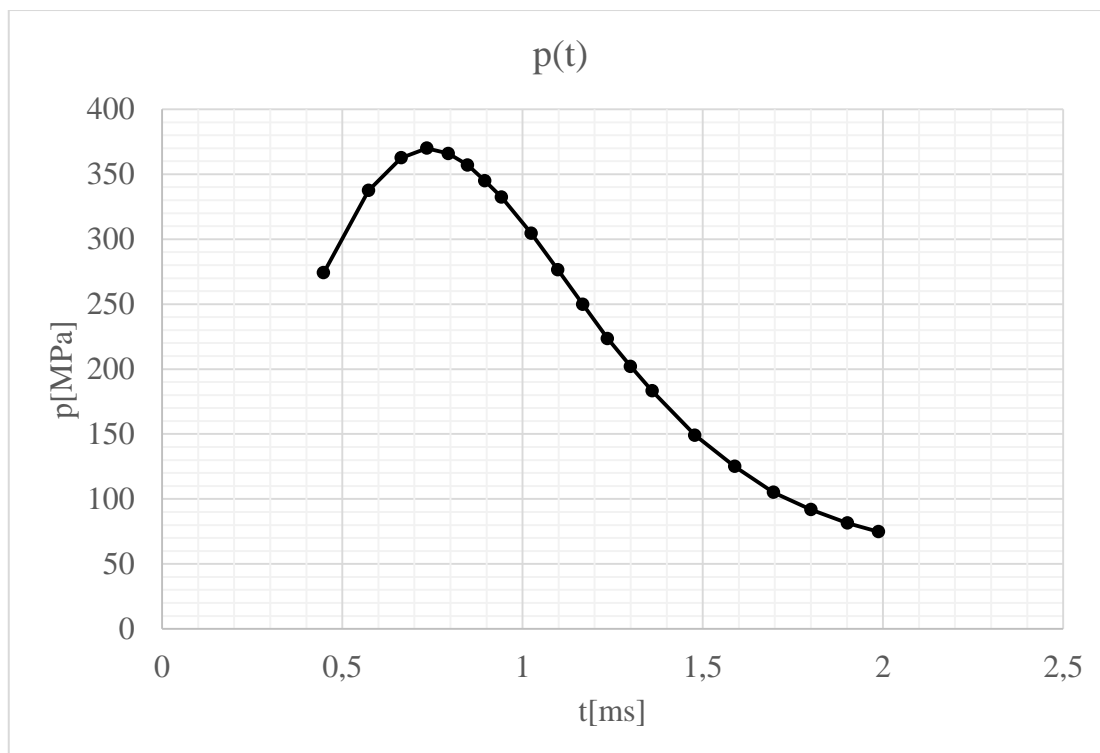
Rys. 2.10. Funkcja przebiegu średniego ciśnienia przestrzeni zapociskowej w zależności od długości lufy $p(x)$, dla amunicji 12,7x99 NATO

Fig. 2.10. Graphic evaluation of the mean pressure behind bullet $p(x)$ depending on the barrel length for ammunition 12.7x99 NATO



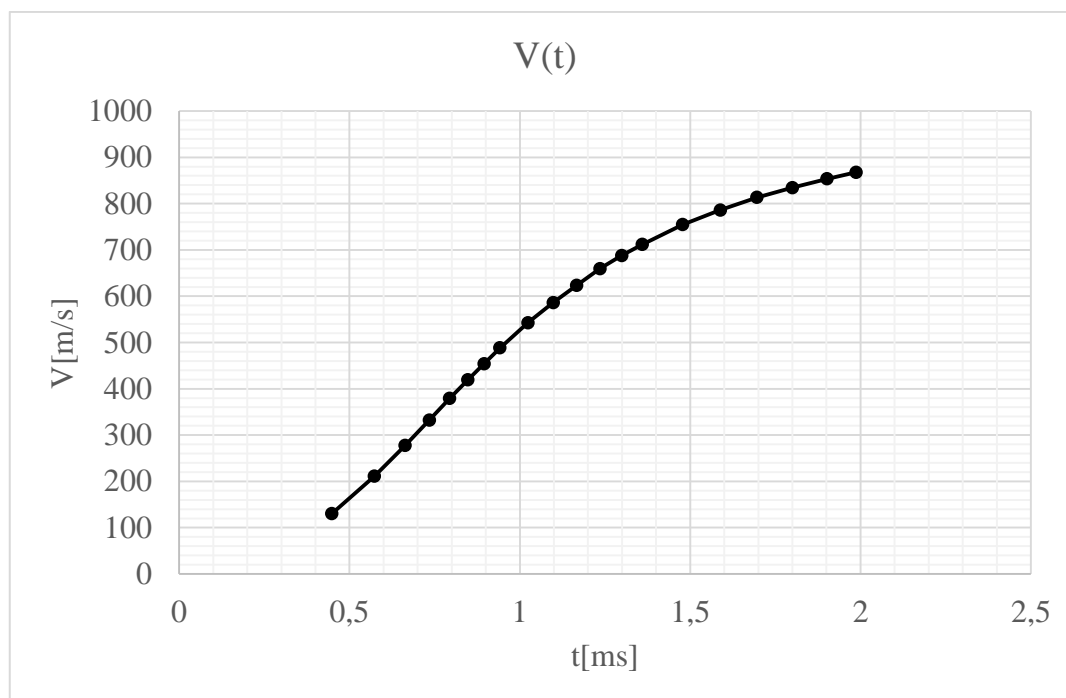
Rys. 2.11. Funkcja przebiegu prędkości pocisku w zależności od długości lufy $V(x)$, dla amunicji 12,7x99 NATO

Fig. 2.11. Graphic evaluation of bullet velocity $V(x)$ depending on the barrel length for ammunition 12.7x99 NATO



Rys. 2.12. Funkcja przebiegu średniego ciśnienia przestrzeni zapociskowej w zależności od czasu $p(t)$, dla amunicji 12,7x99 NATO

Fig. 2.12. Graphic evaluation of the mean pressure behind bullet $p(t)$ versus time for ammunition 12.7x99 NATO



Rys. 2.13. Funkcja przebiegu prędkości pocisku w zależności od czasu $V(t)$, dla amunicji 12,7x99 NATO

Fig. 2.13. Graphic evaluation of bullet velocity $V(t)$ versus time for ammunition 12.7x99 NATO

3. Podsumowanie

Uzyskane przebiegi ciśnień w funkcji drogi pocisku w lufie dla analizowanych kalibrów broni strzeleckiej stanowią podstawę do dalszych obliczeń konstrukcyjnych, których celem będzie obliczenie minimalnych zewnętrznych średnic luf dla przyjętych współczynników bezpieczeństwa. Wyniki tych obliczeń dla wariantów luf wzmocnionych i niewzmocnionych zostaną zaprezentowane w kolejnych publikacjach: część II - Obliczenia wytrzymałościowe luf niewzmocnionych oraz w część III - Obliczenia wytrzymałościowe luf wzmocnionych.

3. Summary

The obtained diagrams of the pressures in function of the bullet way in the barrel for investigated calibres of firearms are a base of further designing calculations aimed to calculate the minimal outer diameters of barrels for accepted coefficients of safety. Results of these calculations for variants of reinforced and unreinforced barrels will be presented in successive publications: part II – Unreinforced Barrels Strength Calculations, in part III – Reinforced Barrels Strength Calculations.

Literatura / Literature

- [1] Torecki S., *Broń i amunicja strzelecka LWP*. WON, Warszawa 1985.
- [2] Radomski M., *Warunki pracy luf i związane z tym zagadnienia wytrzymałości i żywotności*, „Informator WITPiS”, 1997, s. 90–170.

- [3] Backstein G., Rheinmetall GmbH. *Handbook on Weaponry*. 1st English. Rheinmetall; 1982.
- [4] Satławski T., Furmanek W. *Badanie możliwości zastosowania metody balistycznej do samowzmocnienia luf kalibru 35 mm*. *Problemy Techniki Uzbrojenia*. (2017);142(2):55-68.
<https://doi.org/10.5604/01.3001.0010.5151>.
- [5] Werkzeugmaschinenfabrik Oerlikon Bührle. *Oerlikon-Taschenbuch*. [2. überarb. Aufl.].
Werkzeugmaschinenfabrik Oerlikon-Bührle AG; 1981.
- [6] Wilniewicz P., *Broń samoczynna / Piotr Wilniewicz*. Warszawa: Wydawnictwo Ministerstwa Obrony Narodowej, 1958.

