

Wpływ czynnego uskoku na wyrobiska eksploatacyjne w warunkach kopalni węgla kamiennego

Impact of active fault on excavations in the conditions of a coal mine



*Prof. dr hab. inż. Jan Walaszczyk**



*Dr inż. Dariusz Wiewiórka**

Treść: Zaburzenia tektoniczne, a szczególnie uskoki mają szczególny wpływ na system podziemnej eksploatacji. Jako naturalne obiekty o potencjalnie wysokich możliwościach poślizgowych w fazie czynnej mogą intensywnie oddziaływać na obiekty podziemne, jak i naziemne oraz na ludzi, co jest szczególnie istotne w związku z bezpieczną eksploatacją surowców mineralnych. Wpływ uskoku na górnicze wyrobiska eksploatacyjne oraz możliwe skutki ich wzbudzenia jest szczególnie ważnym problemem w kontekście bezpieczeństwa pracy. W rejonie czynnego uskoku obserwuje się zjawiska wyładowania energii - zwanych w praktyce górniczej odprężeniami. Poślizg na uskoku jako skutek zerwania spójności na jego płaszczyźnie i towarzyszące mu zjawiska dynamiczne, można symulować z zastosowaniem dyskretnych modeli górotworu bazujących na metodach numerycznych. Wyniki symulacji prezentowane są jako zmienne w czasie przemieszczenia, prędkości i przyspieszenia w wybranych punktach. Autorzy pracy postulują, by sygnały końcowe notowane w modelach traktować jako sumę sygnałów wyjściowych wszystkich układów elementarnych składających się na model. Zastosowano analizę, z zastosowaniem cyfrowego filtra dolnoprzepustowego z częstotliwością progową o wielkości ustalonej na podstawie analizy częstotliwościowej sygnału przemieszczeń i zastosowano w przetwarzaniu sygnału prędkości i sygnału przyspieszeń. W pracy zajęto się oddziaływaniem czynnego uskoku na wyrobiska eksploatacyjne w warunkach kopalń węgla kamiennego. Wariantowano w pracy wielkość zrzutu uskoku, a ponadto zatrzymywano eksploatację w skrzydle wiszącym w różnej odległości od uskoku. W wybranych punktach w modelu rejestrowano przemieszczenia poziome i pionowe, a następnie przeprowadzono ich analizę częstotliwościową. Z sygnału przemieszczeń po filtracji wyznaczano prędkości i przyspieszenia.

Abstract: Tectonic dislocations, especially faults, have a significant influence on the system of underground mining. As natural objects with potentially high sliding ability in the active phase, they may greatly influence both surface and underground objects as well as people, which is particularly important with regard to the exploitation of mineral resources. The influence of faults on excavations and the possible results of their activation are major problems connected with work safety. In the region of an active fault one can observe phenomena of energy discharge – known in mining terminology as distressing. A fault slide which is a result of the breach in the surface continuity and the accompanying dynamic phenomena, can be simulated by means of discrete models of rock mass based on numerical models. Simulation results are presented as displacement, velocity and acceleration in the selected points of the model. The authors postulate that the final signals noted in the models should be treated as a sum of the output signals of all elementary sets comprising a model. The data analysis was based on the use of low-pass filter with cut-off frequency determined on the basis of the frequency analysis of the displacement signal; the frequency analysis was then used in processing the velocity signal and the acceleration signal. This research concerns the influence of the active fault on the excavations in the conditions of a coal mine. Different size parameters of the throw of the fault were applied; and the exploitation of the hanging wall was halted at varied distances from the fault. In the selected points of the model horizontal and vertical displacements were noted; then an analysis of their frequency spectra was performed. After filtering, velocities and accelerations were recovered from the signals.

Słowa kluczowe:

mechanika górotworu, dynamika, uskoki, metody numeryczne

Key words:

rockmass mechanics, dynamics, faults, numerical methods

*¹) AGH w Krakowie

1. Wprowadzenie

Zaburzenia tektoniczne, a szczególnie uskoki mają szczególny wpływ na system podziemnej eksploatacji. Jako naturalne obiekty o potencjalnie wysokich możliwościach poślizgowych w fazie czynnej mogą intensywnie oddziaływać na obiekty podziemne jak i naziemne oraz na ludzi, co jest szczególnie istotne w związku z bezpieczną eksploatacją surowców mineralnych [1]. Wpływ uskoków na górnictwo wyrobiska eksploatacyjne był szeroko dyskutowany m.in. w pracach [2] czy [3]. Problem mechanizmów wzbudzenia uskoków i możliwych skutków ich wzbudzenia jawi się szczególnie ważnym w kontekście bezpieczeństwa pracy i był poruszany np. w [4] i [5]. Parametry płaszczyzn uskokowych, ich zrzuty, kierunek przesunięcia oraz lokalizacja są wielorakie. Próbę oceny np. kąta nachylenia uskoków na wyrobiska w LGOM podjęto w ujęciu dynamicznym w [6].

Skrepowane warunki eksploatacji górniczej z jednej strony powodują istotne komplikacje w jej prowadzeniu, a z drugiej mogą być przyczyną zmian stanu równowagi na uskokach i prowokują na nich zsuwy. W rejonie czynnego uskoków obserwuje się zjawiska wyładowania energii - zwanych w praktyce górniczej – odprężeniami. Wyjaśnienie tych zjawisk jest bardzo trudne, a niejednokrotnie wręcz niemożliwe [7]. Pewne przyczyny powstawania zjawisk dynamicznych w górotworze oraz mechanizm tych zjawisk jest dyskutowany np. w [8], [9], [7] czy [3]. W [7] zaproponowano definicję *dynamicznego odciążenia górotworu* jako zjawiska odprężenia poprzez wyzwolenie się nagromadzonych sił wewnętrznych np. na skutek, zamierzonego lub niezamierzonego, naruszenia ciągłości „naprężonego” ciała. Wyładowanie energii połączone jest tutaj z ruchem ciała. W miejscach utraty ciągłości siły wewnętrzne maleją i następuje lokalne odciążenie ciała połączone ze zmianą w czasie stanu naprężenia i odkształcenia. Uskoki ze swej natury są miejscami szczególnie predysponowanymi do inicjacji tychże zjawisk.

Poślizg na uskoku jako skutek zerwania spójności na jego płaszczyźnie i towarzyszące mu zjawiska dynamiczne, można symulować z zastosowaniem dyskretnych modeli górotworu bazujących na metodach numerycznych [10]. Numeryczna analiza dynamiczna ośrodka skalnego przysparza nieco trudności szerzej opisanych w [10] i [11]. Istotną kwestią pozostaje minimalizacja błędów, spowodowanych modelowaniem ośrodków skalnych. Najczęściej jako wyniki symulacji prezentowane są zmienne w czasie przemieszczenia, prędkości i przyspieszenia w wybranych punktach. Autorzy pracy [6] postulują, by sygnały końcowe notowane w modelach traktować jako sumę sygnałów wyjściowych wszystkich układów elementarnych składających się na model. Gdy tak podejmiemy do zagadnienia to obserwacje stanowią superpozycję sygnałów zdeteminowanych i sygnałów o charakterze losowym. Takie podejście powoduje, że można stosować analizę, bazującą na wyodrębnieniu z zaszumionego sygnału pasożytniczymi pochodzenia numerycznego sygnału wyjściowego - sygnału uważanego tutaj za realny. Realizację powyższego można przeprowadzić poprzez zastosowanie filtru cyfrowego [12]. W pracy niniejszej użyto filtrów dolnoprzepustowych z częstotliwością progową f_c . Decyzję o wartości częstotliwości progowej f_c podjęto na podstawie analizy częstotliwościowej FFT (*Fast Fourier Transform*) oraz analizy widmowej gęstości mocy SPD (*Spectral Power Density*) sygnału przemieszczeń i zastosowano w przetwarzaniu sygnału prędkości i sygnału przyspieszeń [10], [11].

Prezentowane tu podejście wymaga zastosowania metodyki rozwiązywania zagadnień dynamicznych zaproponowanej w [7] i [10]. Zbudowano dwa modele obliczeniowe i rozwiązano je w oparciu o różne równania równowagi [7], [8], [10],

[13]: model pierwszy, z zachowaniem ciągłości modelowanego ciała, w ujęciu statycznym i model drugi, korzystający ze stanu przemieszczenia i naprężenia z rozwiązania modelu pierwszego oraz uwzględniający możliwość poślizgu na powierzchni nieciągłości, w ujęciu dynamicznym.

Równanie równowagi można przedstawić tutaj w postaci macierzowej [13]

$$[M] \times \{\ddot{u}\} + [C] \times \{\dot{u}\} + [K] \times \{u\} = \{F\}$$

gdzie:

$[M]$ – macierz bezwładności,

$[C]$ – macierz tłumienia,

$[K]$ – macierz sztywności,

$\{u\}$, $\{\dot{u}\}$, $\{\ddot{u}\}$ – wektory przemieszczeń uogólnionych oraz ich pierwszych i drugich pochodnych po czasie,

$\{F\}$ – wektor sił uogólnionych.

Tak definiowaną metodykę stosowano wielokrotnie do badania zachowania się górotworu m.in. pod wpływem aktywnego uskoków w sąsiedztwie wiązki wyrobisk komorowych w warunkach kopalń LGOM [6], [14].

Sygnały przemieszczeń, prędkości, a szczególnie przyspieszeń rejestrowane w modelach obciążone są błędami natury numerycznej [10]. W kolejnych pochodnych przemieszczeń następuje przesunięcie częstotliwości dominujących w stronę częstotliwości wyższych. Cyfrowa filtracja efektywnie eliminuje te błędy. Przykładowe przemieszczenia, prędkości i przyspieszenia wraz z ich widmami częstotliwościowymi z modelu prezentowanego w rozdziale kolejnym pokazano na rysunku 1.

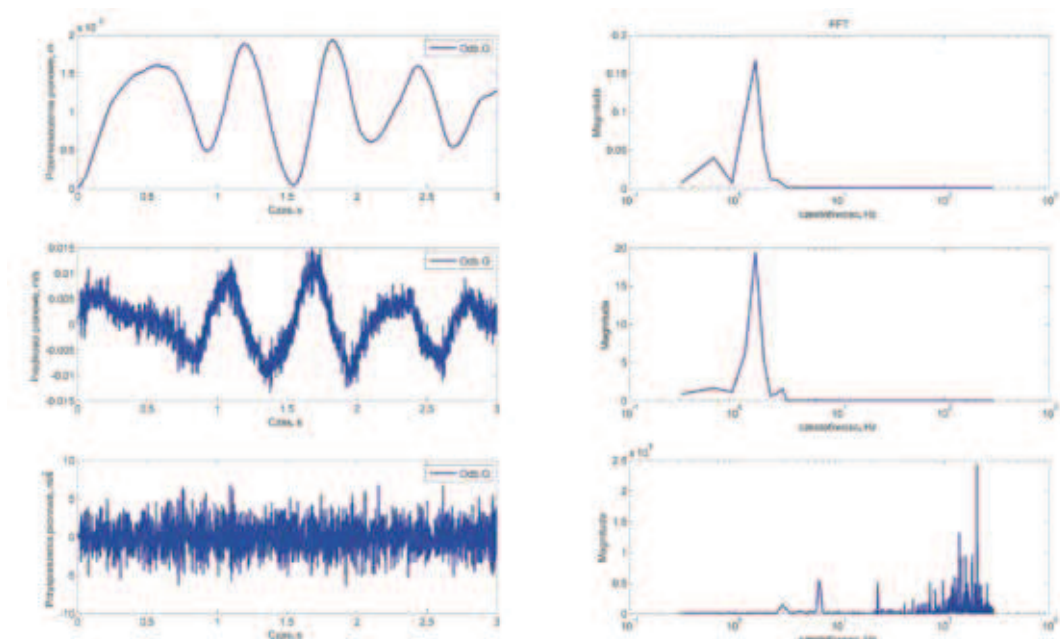
2. Numeryczna symulacja wpływu uskoków na wyrobiska eksploatacyjne

W pracy niniejszej prezentowane będą wyniki obliczeń jakie wykonano w ramach badań statutowych AGH w Krakowie nr 11.11.100.277. Zajęto się oddziaływaniem czynnego uskoków na wyrobiska eksploatacyjne w warunkach zbliżonych do tych panujących w KWK „Staszic” na poziomie pokładu 352 opisywanych w [9]. Prowadzona jest eksploatacja pokładu 352 na poziomie 300 w rejonie pionowego uskoków. Wariantowano w pracy wielkość jego zrzutu, a ponadto zatrzymywano eksploatację w skrzydle wiszącym w różnej odległości od uskoków. W skrzydle zrzuconym eksploatację zatrzymano w każdym wariancie w odległości 15 m od uskoków.

Do symulacji zjawisk dynamicznych przygotowano prostokątną tarczę o wymiarach 1000 na 400 m w płaskim stanie odkształcenia (rys. 2).

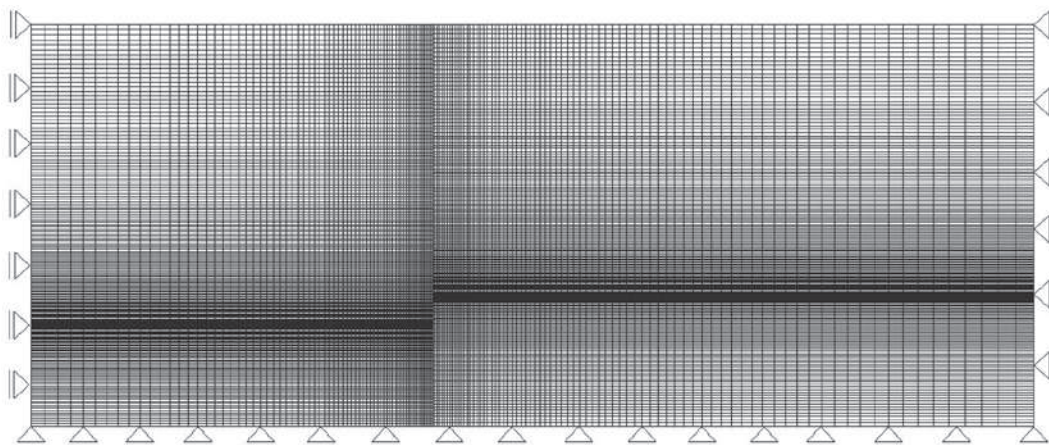
Tarczę podzielono zgodnie z profilem geologicznym w rejonie pokładu 352 na poziome warstwy, a do obliczeń przyjęto profil uproszczony o parametrach zebranych w Tabeli 1. Przyjęto model liniowo-sprężysty z tłumieniem dla wszystkich warstw. Wyrobiska eksploatacyjne przyuskokowe mają wysokość zgodną z miąższością pokładu, a otwarcie stropu wynosi 4 m. Notowane będzie zachowanie stropu poprzez obserwację zachowania się punktu w połowie szerokości stropu (Odb.D i Odb.G). Eksploatacja była prowadzona z podsadzka. Nie wprowadzano obudowy wyrobisk.

Za pomocą metody różnic skończonych stosowanej w programie FLAC [15], przeprowadzono dyskretyzację modelu dzieląc ww. tarczę siatką (150×180 oczka) zagęszczoną wokół wiązki wyrobisk oraz wokół płaszczyzn nieciągłości (rys. 2). By urealnić otrzymane wyniki i uzyskać wygaszenie drgań wprowadzono tłumienie wewnętrzne. Zastosowano numeryczne tłumienie Rayleigh’a proporcjonalne do macierzy bezwładności i macierzy sztywności. W programie FLAC zadawane jest ono poprzez współczynnik tłumienia ξ (w modelu przyjęto $\xi = 1\%$) oraz pierwszą częstotliwość własną f



Rys.1. Przesunięcia, prędkości i przyspieszenia pionowe w punkcie Odb.G oraz ich widma częstotliwościowe w modelu bez tłumienia przed filtracją

Fig. 1. Vertical displacement, velocity and acceleration in the Odb.G and their frequency spectra before filtration in the model without damping



Rys.2. Siatka modelu obliczeniowego w wariancie o zrzucie uskoku 25 m z zaznaczonymi warunkami brzegowymi

Fig. 2. Grid of the numerical model in the 25 m throw variant, with boundary conditions marked

Tabela 1. Parametry fizykomechaniczne warstw skalnych [4]

Table 1. Mechanical parameters of rock layers [4]

Lp.	Warstwa	Miąższość, m	ρ , kg/m ³	n	E MPa
1	Nadkład	-	2500	0,25	4500
2	Iłowiec przechodzący w mułowiec	6,5	2750	0,23	8790
3	Piaskowiec drobnoziarnisty z mułowcem i iłowcem	11,1	2550	0,15	10 340
4	Węgiel z iłowcem	1,2	2200	0,13	8930
5	Iłowiec zapiaszczony	9,6	2570	0,11	9340
6	Piaskowiec drobnoziarnisty	10,6	2550	0,11	8640
7	Piaskowiec średnioziarnisty	3,2	2500	0,19	8090
8	Piaskowiec gruboziarnisty	3	2450	0,24	9120
9	Węgiel pokładu 352	2,1	1400	0,35	1150
10	Łupek piaszczysty/iłowiec zapiaszczony	4	2700	0,16	8240
11	Piaskowiec drobnoziarnisty	3,3	2550	0,11	8640
12	Iłowiec szary	19,6	2700	0,16	8240
13	Węgiel z iłowcem /łupek węglowy	7,6	2500	0,19	8090

(w modelu $f = 5$ Hz). Nie zadawano natomiast tłumienia na brzegach modelu.

Rozwiązano zagadnienie statyczne i otrzymano stan naprężeń i odkształceń będący stanem wyjściowym do symulacji dynamicznej. Na tym etapie, płaszczyzny nieciągłości modelujące uskoki pozostają niejako sklezione i wpływają w znany sposób na ogólny rozkład odkształceń.

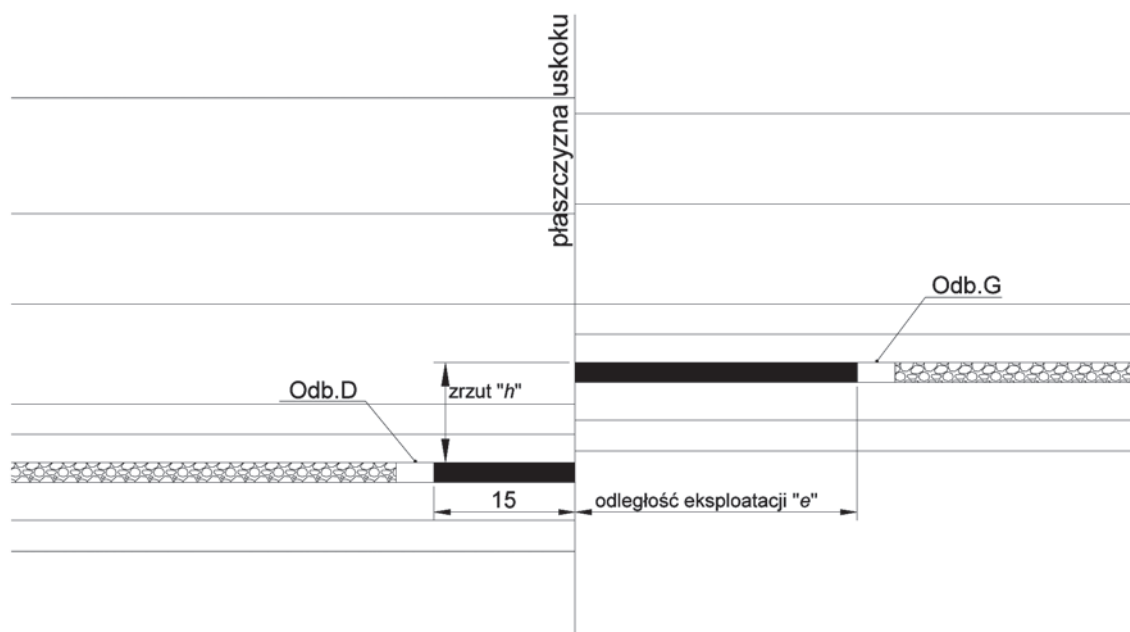
Płaszczyznę nieciągłości symulującą uskoki dla wszystkich wariantów przyjęto jako pionową o sztywności normalnej $k_n = 10$ GPa, sztywności stycznej $k_s = 1$ GPa oraz kącie tarcia $\varphi = 10^\circ$ [9], [15]. Zmieniano wielkość zrzutu uskoku h w trzech wielkościach: 2, 10 i 25 m oraz odległość zatrzymania eksploatacji w skrzydle wiszącym e w trzech wielkościach: 10, 30 i 60 m. Kombinacje h i e skutkowały przeliczeniem dziewięciu wariantów zebranych w tabeli 2.

Do obliczeń wykorzystano zbudowany i prezentowany poprzednio model obliczeniowy. Zmiana warunków na płaszczyznach nieciągłości i ich uwolnienie (możliwość poślizgów i rozdzielenia na całej ich długości) dało początek procesom dynamicznym w modelu. W pracach nad modelem każdy

wariant przeliczono bez tłumień i poddano analizie częstotliwościowej, co zobrazowano na rysunku 1.

W wybranych punktach modelu lokowanych w stropach wyrobisk eksploatacyjnych, zwanych dalej odbiornikami (Odb.D – odbiornik w skrzydle zrzucanym, Odb.G – odbiornik w skrzydle wiszącym – rys.3) rejestrowano zmiany zachodzących w górotworze w wyniku przesunięć na uwolnionych płaszczyznach nieciągłości. Czas obliczeń i rejestracji w ww. punktach wynosił 3 sekundy. Krok czasowy dobrany został w programie FLAC automatycznie.

W wymienionych punktach w modelu rejestrowano przemieszczenia poziome i pionowe, a następnie przeprowadzono ich analizę częstotliwościową. Odfiltrowanie błędów numerycznych przeprowadzono metodą filtru dolnoprzepustowego typu FIR [12]. Częstotliwości odcięcia ustalono na poziomie $f_c = 10$ Hz. Tak zbudowany filtr zastosowano do sygnałów przemieszczeń. Z sygnału przemieszczeń po filtracji wyznaczano prędkości i przyspieszenia. Operacje cyfrowego przetwarzania wyników realizowano przy pomocy programu MATLAB [16].



Rys. 3. Schemat ideowy modeli ze zmiennym zrzutem uskoku oraz zmienną odległością eksploatacji w skrzydle wiszącym

Fig. 3. Schematic diagram of the models with the variable throw of the fault and variable distance of exploitation in the hanging wall

Tabela 2. Warianty modelu

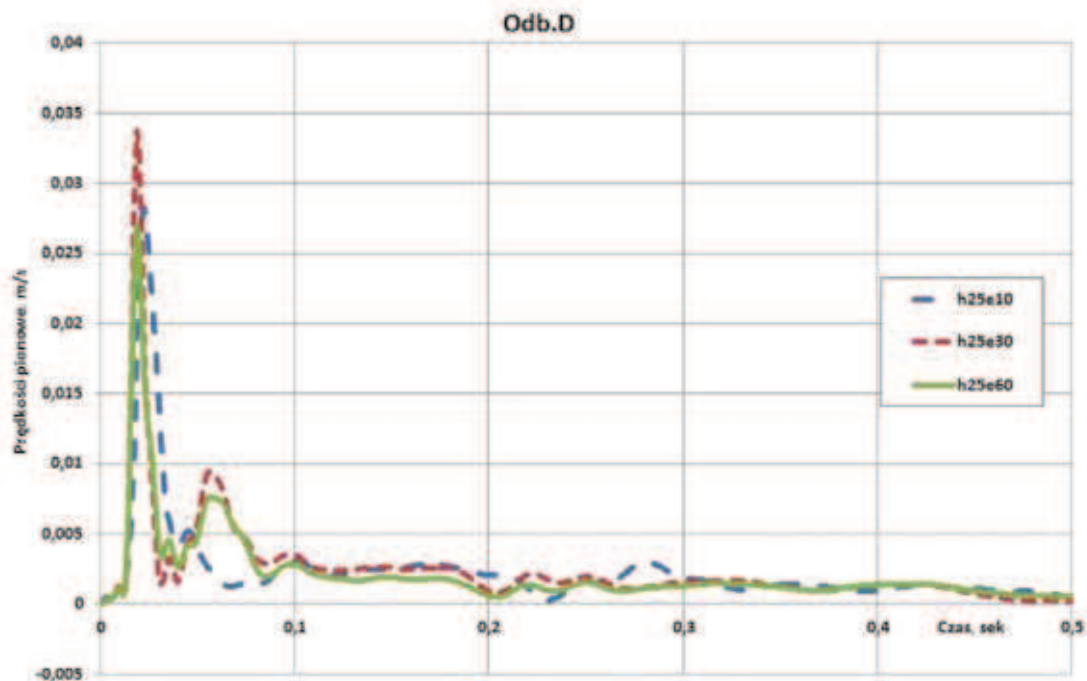
Table 2. Variants of the model

Warianty modelu 2		Zrzut uskoku „h” m		
		10	25	
Odległością eksploatacji „e” m	10	h2e10	h10e10	h25e10
	30	h2e30	h10e30	h25e30
	60	h2e60	h10e60	h25e60

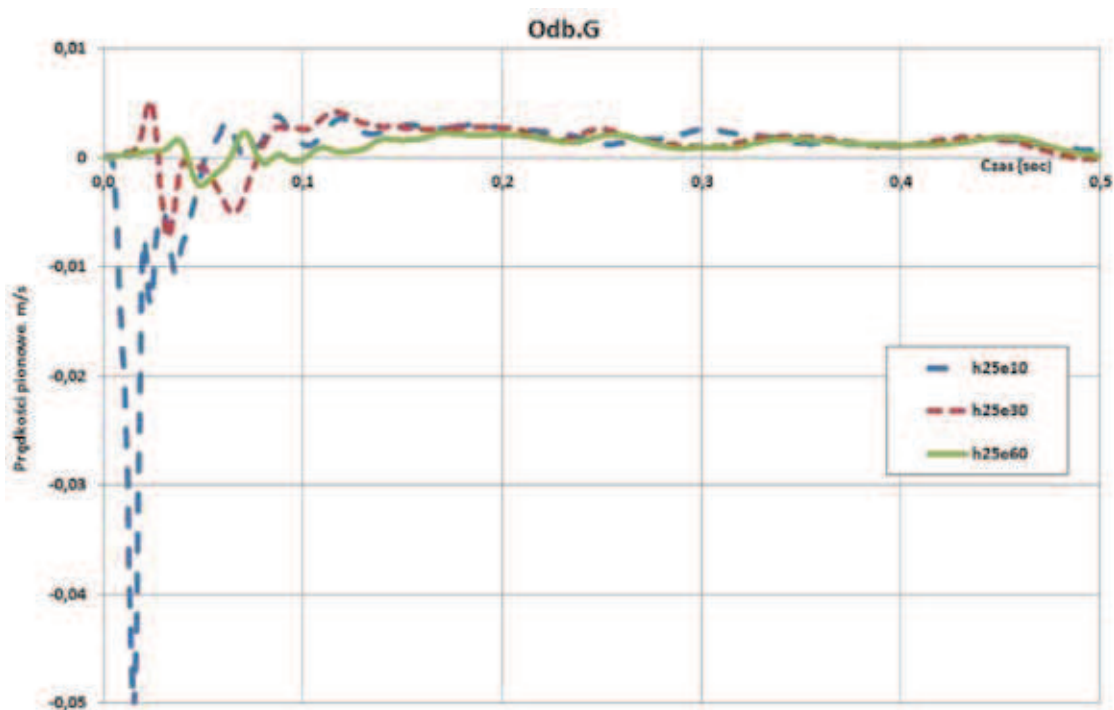
3. Analiza wyników

Szczegółowa analiza zachowania się górotworu w stropach wyrobisk eksploatacyjnych prowadzonych w strefie oddziaływań czynnego uskoku pozwala stwierdzić, że uwolnienie płaszczyzn nieciągłości skutkuje intensywnymi zmianami w czasie przemieszczeń, prędkości i przyspieszeń. Do naj-

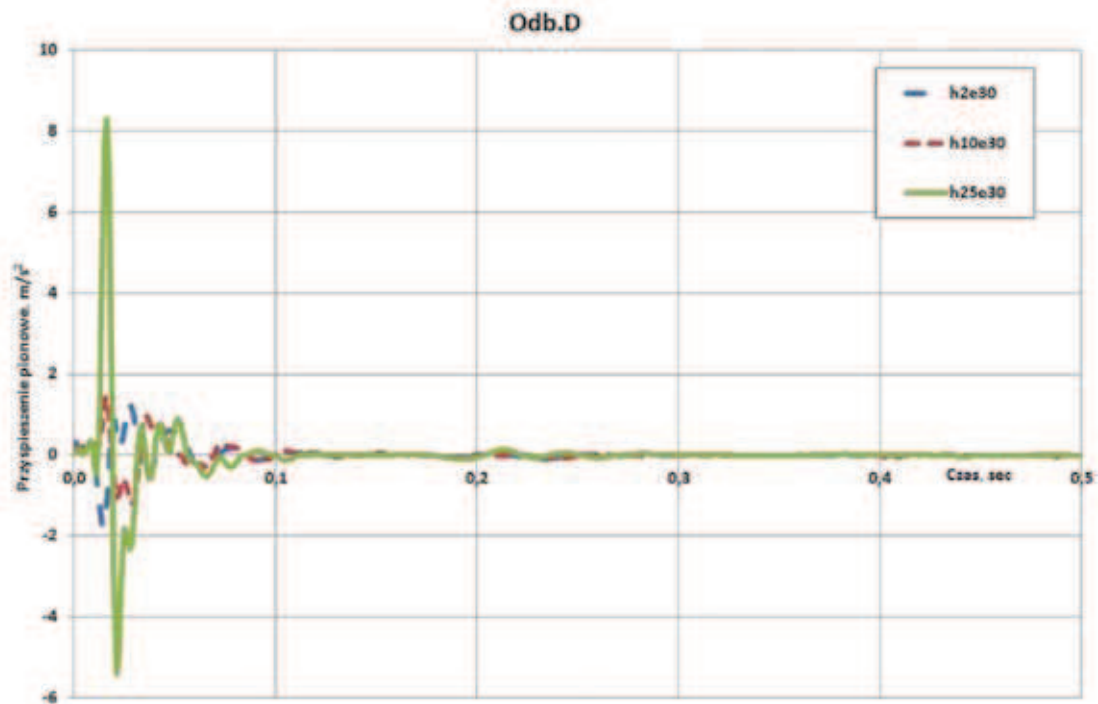
większych przyrostów wielkości rejestrowanych we wszystkich wariantach dochodzi w pierwszej fazie ruchu. Następnie dochodzi do wytlumienia wzbudzonej energii. Z tego też względu ograniczono wykresy prędkości i przyspieszeń do czasu 0,5 sekundy. Wybrane przebiegi w czasie prędkości i przyspieszeń w odbiornikach Odb.D i Odb.G przedstawiono na rys. 4–7.



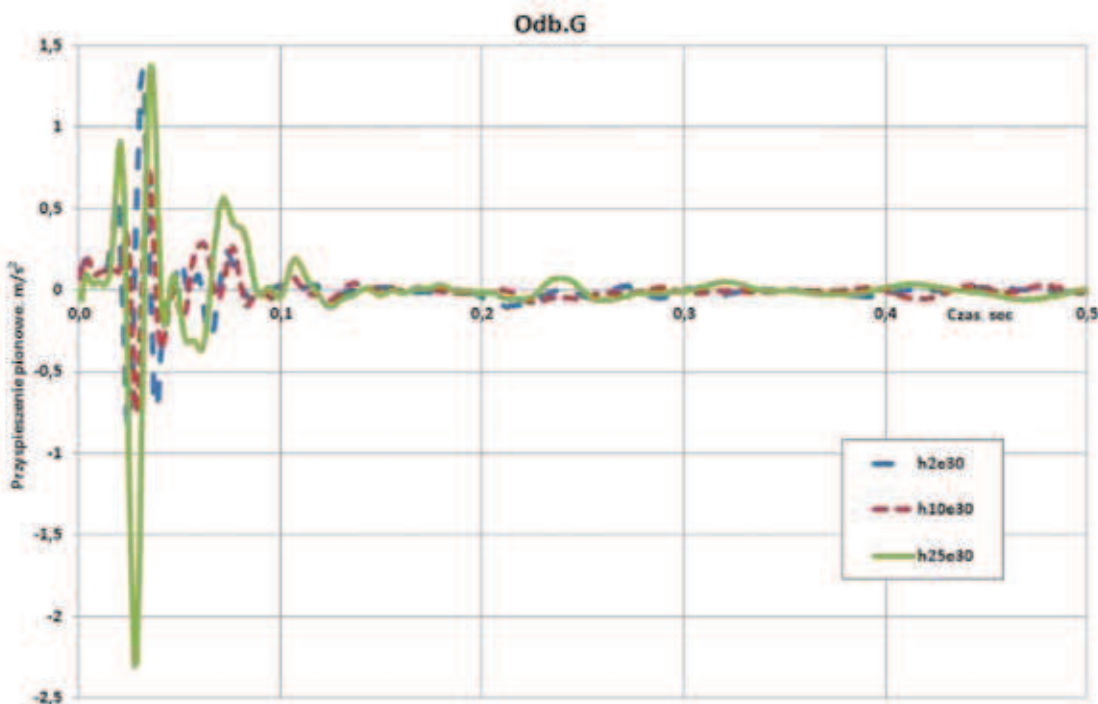
Rys. 4. Prędkość pionowa w Odb.D w wariantach *h25e10*, *h25e30* i *h25e60* jako funkcja czasu
Fig. 4. Vertical velocity in Odb.D in *h25e10*, *h25e30* and *h25e60* variants as a function of time



Rys. 5. Prędkość pionowa w Odb.G w wariantach *h25e10*, *h25e30* i *h25e60* jako funkcja czasu
Fig. 5. Vertical velocity in Odb. G in *h25e10*, *h25e30* and *h25e60* variants as a function of time



Rys. 6. Przyspieszenie pionowe w Odb.D wariantach *h2e30*, *h10e30* i *h25e30* jako funkcja czasu
 Fig. 6. Vertical acceleration in Odb.D in *h2e30*, *h10e30* and *h25e30* variants as a function of time



Rys. 7. Przyspieszenie pionowe w Odb.G wariantach *h2e30*, *h10e30* i *h25e30* jako funkcja czasu
 Fig. 7. Vertical acceleration in Odb.G in *h2e30*, *h10e30* and *h25e30* variants as a function of time

Po analizie kompletu wyników z modelu numerycznego można zauważyć, że:

- Do zsuwów na płaszczyźnie nieciągłości dochodziło w modelu kilka metrów powyżej eksploatacji. Nie obserwowano poślizgów na poziomie pokładów.
- Wraz z wzrostem zrzutu uskoku wzrastają maksymalne przemieszczenia poziome obserwowane w modelu niemal niezależnie od odległości eksploatacji od płaszczyzny nieciągłości. Nie obserwowano z kolei znaczących różnic

- w maksymalnych przemieszczeniach pionowych przy tej samej odległości eksploatacji od płaszczyzny nieciągłości. Zwiększenie odległości e wpływało na zmniejszenie wartości maksymalnych przemieszczeń pionowych. Nieco większe wartości przemieszczeń obserwuje się w Odb.D w skrzydle zrzuconym.
- Zwiększanie zrzutu uskoku wpływało na zwiększanie wartości maksymalnych i jednocześnie skróceniu czasu intensyfikacji prędkości drgań, przy czym największe

prędkości pionowe obserwuje się w skrzydle zruconym – rys.4, a największe prędkości poziome – w skrzydle wiszącym. Zwiększenie odległości eksploatacji w skrzydle wiszącym skutkuje zmniejszeniem wartości maksymalnych prędkości – rys.5.

- Wielkość zrzutu oraz odległość eksploatacji mają istotny wpływ na wielkości przyspieszeń. Największe przyspieszenia poziome obserwujemy w modelu przy zrzucie $h=25$ m i w odległości $e=10$ m w skrzydle wiszącym. Zwiększenie odległości eksploatacji wpływa znacząco na redukcję przyspieszeń poziomych w skrzydle zruconym dopiero przy największej wartości odległości.
- Wartości maksymalne przyspieszeń pionowych (rys.6 i rys.7) potwierdzają stwierdzenia wcześniej sformułowane dla przyspieszeń pionowych. Zarówno zwiększanie zrzutu na płaszczyźnie nieciągłości, jak i zbliżanie się z eksploatacją do uskoku generuje coraz większe wartości przyspieszeń pionowych, co widoczne jest szczególnie w skrzydle wiszącym.

4. Wnioski

- Prezentowana analiza pokazała jak istotne dla zachowania bezpiecznej eksploatacji jest zachowanie odpowiedniej odległości od czynnego uskoku, a im większy zrzut tym bezpieczna odległość jest większa. Dotyczy to, zarówno eksploatacji w skrzydłach zruconych, jak i wiszących.
- Jak pokazano w powyższych rozważaniach istnieje możliwość skutecznego modelowania dynamicznego obciążenia górotworu. Minimalizacja błędów obliczeń numerycznych, a w szczególności obliczeń prędkości i przyspieszeń wybranych punktów górotworu istotnie poprawia otrzymywane wyniki.
- Cyfrowe filtrowanie wyników obliczeń numerycznych wydaje się skuteczne i godne szerszych badań.

Pracę wykonano w ramach badań statutowych AGH w Krakowie nr 11.11.100.277.

Literatura

1. *Burtan Z.*: Wpływ zagrożeń naturalnych na stan bezpieczeństwa w kopalniach węgla kamiennego w latach 2001–2010. Bezpieczeństwo Pracy i Ochrona Środowiska w Górnictwie nr 1, s. 16–22, Katowice 2012.
2. *Burtan Z.*: Wpływ eksploatacji w rejonach zaburzeń tektonicznych o dużych zrzutach na kształtowanie się zagrożenia sejsmicznego w kopalniach Legnicko-Głogowskiego Okręgu Miedziowego. Wydawnictwa AGH, Rozprawy Monografie, Kraków 2012.
3. *Zorychta A, Burtan Z.*: Conditions of fault activation in the area of exploitation. AGH Journal of Mining and Geoengineering vol. 36 no. 3 s. 509–[519], Kraków 2012
4. *Mutke G.*: Ocena zagrożenia tapaniami w kopalniach podziemnych uwzględniająca parametry drgań blisko ognisk wstrząsów — doświadczenia z polskich kopalń. „Górnictwo i Geoinżynieria” 2007, R. 31, z. 3/1.
5. *Patyńska R.*: Tąpnięcia a kierunki osłabienia górotworu. Prace naukowe GiG, „Górnictwo i Środowisko” 2003, nr 1.
6. *Walaszczyk J., Wiewiórka D.*: Modelling the impact of active fault on excavation chambers in the conditions of Legnica-Głogow Copper Area. AGH Journal of Mining and Geoengineering, vol. 36 no. 1 s. 307-314, Kraków, 2012.
7. *Walaszczyk J.*: O pewnych możliwościach zastosowania metod numerycznych do zagadnienia odprężenia górotworu. ZN AGH „Górnictwo” 1980, z. 107.
8. *Filcek H., Walaszczyk J., Tajduś A.*: Metody komputerowe w geomechanice górniczej. Śląskie Wydawnictwo Techniczne, Katowice 1994.
9. *Walaszczyk J., Makówka J.*: Matematyczny model niszczenia struktury stropu uwarstwionego. „Górnictwo i Geoinżynieria” 2005, R. 29, z. 3/1 s. 485–497.
10. *Wiewiórka D.*: Komputerowe modelowanie skutków dynamicznego obciążenia górotworu. Praca doktorska (niepublikowana), AGH, Kraków 2003.
11. *Walaszczyk J., Barnat A., Hachaj S.*: Identyfikacja prędkości i przyspieszenia w dynamicznych modelach górotworu. XXV Zimowa Szkoła Mechaniki Górotworu Zakopane, Kraków, Wydawnictwo KGBiG AGH, 2002.
12. *Oppenheim A.V., Schaffer R.W.*: Digital signal processing. Prentice-Hall International, London 1986.
13. *Zienkiewicz O.C.*: Metoda elementów skończonych. Mc Graw-Hill, London 1977.
14. *Walaszczyk J., Wiewiórka D.*: Modelowanie wpływu zaburzeń tektonicznych na drgania stropu w górotworze uwarstwionym. „Górnictwo i Geoinżynieria” 2008.
15. Itasca Consulting Group Inc.: Fast Lagrangian Analysis of Continua v.5.0. Users Manual, Minneapolis 2003.
16. *Zalewski A., Cegiela R.*: MATLAB - obliczenia numeryczne i ich zastosowania. Wydawnictwo Nakom, Poznań 1996.