

## PROJEKTOWANIE REALIZACJI PRZEDSIĘWZIĘĆ BUDOWLANYCH ZE ZMIENNĄ W CZASIE INTENSYWNOŚCIĄ WYKONANIA PROCESÓW NIEKRYTYCZNYCH

**Piotr JAŚKOWSKI\***

\* Wydział Budownictwa i Architektury, Politechnika Lubelska  
e-mail: p.jaskowski@pollub.pl

Artykuł wpłynął do redakcji 16.10.2012 r., Zweryfikowaną i poprawioną wersję po recenzjach i korekcie otrzymano w marcu 2013 r.

*Jednym z celów optymalizacji harmonogramów realizacji przedsięwzięć budowlanych jest dążenie do wyrównania poziomu zatrudnienia ogólnego lub robotników poszczególnych specjalności zawodowych. Przy założeniu, że przedsięwzięcie będzie realizowane w minimalnym czasie, lepsze wykorzystanie zasobów jest możliwe poprzez ustalanie terminu realizacji procesów niekrytycznych w przedziale od terminów najwcześniejszych do najpóźniejszych, a także poprzez zastosowanie zmiennej w czasie intensywności realizacji procesów niekrytycznych o drugorzędym znaczeniu. W pracy przedstawiono model matematyczny zagadnienia oraz przykład rozwiązania modelu i harmonogram przedsięwzięcia z ustaloną organizacją wykonania procesów niekrytycznych.*

**Słowa kluczowe:** harmonogramy, przedsięwzięcia budowlane, wyrównywanie zasobów

### WSTĘP

Przedsięwzięcia budowlane typu kompleks operacji, obejmujące procesy niecykliczne i nierytmiczne, są harmonogramowane z zastosowaniem metod sieciowych [5, 9, 10, 11]. Powszechnie w zarządzaniu przedsięwzięciami jest stosowana metoda ścieżki krytycznej (CPM – *Critical Path Method*). Umożliwia ona opracowanie harmonogramu dla minimalnego czasu realizacji oraz wyznaczenie procesów krytycznych, których terminowe wykonanie decyduje o możliwości dotrzymania terminu zakończenia przedsięwzięcia, a przez to wspomaga funkcje kontrolne i planowania w ramach zarządzania operatywnego, wskazując zadania priorytetowe (dla których należy podejmować działania niwelujące negatywny wpływ zakłóceń) i ułatwiając ewentualną aktualizację planów [9, 10, 11]. Metodę tę cechuje jednak wiele niedoskonałości i uproszczeń. Jednym z nich jest założenie o nieograniczonej dostępności zasobów odnawialnych (czynnych, np. robotnicy, zespoły robocze, brygady, maszyny i zestawy maszyn). W związku z tym metoda ta umożliwia jedynie tzw. bilansowanie zasobów – opracowany harmonogram na podstawie analizy modelu sieciowego w funkcji czasu jest podstawą do sporządzenia pochodnych wykresów zatrudnienia (pracy) zasobów i określenia potrzeb ich

zaangażowania przy realizacji przedsięwzięcia. Dienne zapotrzebowanie w niektórych dniach budowy może być jednak większe od dostępnej liczby jednostek zasobów wykonawcy – konieczne jest wówczas przeprojektowanie harmonogramu (np. zmiana terminów rozpoczęcia lub czasów realizacji procesów niekrytycznych, przesunięcie terminu zakończenia przedsięwzięcia) lub ewentualnie pozyskanie dodatkowych realizatorów (np. podwykonawców).

W idealnym harmonogramie zatrudnienia / pracy zasobów w kolejnych dniach realizacji zapotrzebowanie na nie powinno być równe ich dostępności. Zakładając, że limit dostępności jest stały i niezmienny w czasie budowy, wykres zatrudnienia powinien mieć kształt prostokąta. W przypadku produkcji budowlanej dopuszcza się drobne nierównomierności w zatrudnieniu robotników poszczególnych specjalności zawodowych – mogą one być wyrównane przez załogę budowy. Istotne jest natomiast dążenie do wyrównania zatrudnienia ogólnego (robotników wszystkich specjalności) i tym samym do minimalizacji zapotrzebowania dziennego. W przypadku pracy maszyn nierównomierności w ich zaangażowaniu są źródłem strat finansowych, ze względu na niepełne wykorzystanie parametrów pracy maszyn w okresie najmu.

Problem ten można również rozpatrywać jako istotny z punktu widzenia logistyki i optymalizacji przepływów zasobów w skali budowy oraz przedsiębiorstwa budowlanego. Nierównomierność zatrudnienia wymaga kosztownych przerzutów sił i środków na place budów, utrudnia racjonalną gospodarkę zasobami w skali całego przedsiębiorstwa, zwiększa koszty zagospodarowania palcu budowy.

W artykule zaproponowano model decyzyjny wspomagający projektowanie realizacji budowy przy dążeniu do efektywnego wykorzystania zasobów. Zmniejszenie poziomu zatrudnienia i wyrównanie zapotrzebowania na zasoby jest osiągnięte poprzez zmianę terminów i intensywności realizacji procesów niekrytycznych.

## **1. METODY WYRÓWNYWANIA POZIOMU ZAPOTRZEBOWANIA NA ZASOBY**

Zagadnienie projektowania realizacji przedsięwzięć w czasie z uwzględnieniem zapotrzebowania na zasoby jest rozpatrywane w literaturze przedmiotu jako problem decyzyjny rozwiązywany zgodnie z metodyką badań operacyjnych. Opracowane modele decyzyjne można sklasyfikować na dwie grupy [5]. Pierwsza dotyczy rozdziału ograniczonej liczby jednostek zasobów tak, aby zrealizować przedsięwzięcie w najkrótszym możliwym czasie. Druga obejmuje modele, w których zakłada się, że zasoby są dostępne w wymaganej ilości, a problem decyzyjny polega na ustaleniu terminów realizacji procesów w taki sposób, aby przedsięwzięcie mogło być zrealizowane w założonym czasie (zwykle minimalnym) przy optymalnym wykorzystaniu dostępnych zasobów. Celem optymalizacji jest ograniczenie fluktuacji zasobów oraz likwidacja szczytów w ich zatrudnieniu. Cel ten w modelach matematycznych zagadnień wyrównywania zasobów jest wyrażany w postaci różnych funkcji kryterialnych (np. minimalizacja maksymalnego poziomu zatrudnienia [14], minimalizacja sumy kwadratów odchyłeń poziomu zatrudnienia dziennego od poziomu średniego [1] lub sumy wartości bezwzględnych odchyłeń [2], minimalizacja momentu wykresu zatrudnienia względem osi czasu [4], minimalizacja wartości bezwzględnych różnic między zapotrzebowaniem dziennym w kolejnych dniach realizacji przedsięwzięcia [8] itd.). Dobór odpowiedniej funkcji celu powinien uwzględniać preferencje decydenta [7]. W przypadku przedsięwzięć bu-

dowlanych często dąży się do zmniejszenia maksymalnego poziomu zatrudnienia dziennego, w celu minimalizacji kosztów zagospodarowania placu budowy.

W większości opracowanych metod zakłada się, że wszystkie procesy realizowane są bez przerw. Karaa i Nasr [6] zauważyli, że w wielu przypadkach jest zasadne przerwanie realizacji niektórych procesów i alokacja niezaangażowanych (uwolnionych) zasobów do realizacji innych procesów. Takie podejście zastosowali m.in. Son i Skibniewski [13], Mattila i Abraham [7], Son i Mattila [12] oraz Hariga [3]. Zdaniem autora stopień wykorzystania zasobów można poprawić zezwalając dodatkowo na zmianę sposobu wykonania niektórych procesów na wariant z mniejszym zapotrzebowaniem na zasoby i dłuższym czasem realizacji (np. w robotach wykończeniowych, niekonstrukcyjnych, drogowych realizowanych na długich frontach robót).

## 2. OPIS PROBLEMU DECYZYJNEGO

Zakres przedsięwzięcia oraz kolejność poszczególnych procesów budowlanych są modelowane za pomocą skierowanego, niecyklicznego i spójnego unigrafu  $G = \langle V, E \rangle$  bez pętli.  $V = \{1, 2, \dots, n\}$  jest zbiorem wierzchołków grafu (procesów budowlanych),  $E \subset V \times V$  to relacja dwuczłonowa, określająca kolejność procesów (łuki grafu). Dla każdego procesu  $i \in V$  został ustalony czas jego realizacji  $t_i$  (dla wariantu podstawowego). Analiza modelu sieciowego w funkcji czasu umożliwi wyznaczenie m.in. najwcześniejszych terminów rozpoczęcia procesów  $t_i^{wr}$  ( $i \in V$ ), najpóźniejszych  $t_i^{pz}$  terminów ich zakończenia, minimalnego czasu realizacji przedsięwzięcia  $T_{\min}$  oraz podzbiorów procesów krytycznych  $K \subset V$  i niekrytycznych  $NK \subset V$  ( $K \cap NK = \emptyset$ ).

W zbiorze procesów niekrytycznych wyróżniono dwa rozłączne podzbiory procesów:  $INK \subset NK$  – zawierający procesy o istotnym znaczeniu, które muszą być realizowane bez przerw przez zorganizowaną jednostkę roboczą o stałej liczebności i składzie kwalifikacyjnym, oraz  $NNK \subset NK$  – zawierający procesy, których intensywność realizacji może zmieniać się w czasie (może być również przerwana).

Realizacja każdego procesu  $i$  ze zbioru  $K \cup INK$  wymaga zaangażowania stałej liczby  $z_{ir}$  jednostek zasobów  $r \in R$  ( $R$  – zbiór rodzajów zasobów nieodnawialnych). Procesy  $i \in NNK$  (niekrytyczne o drugorzędnym znaczeniu), aby nie wydłużyć czasu realizacji przedsięwzięcia, muszą być zrealizowane w przedziale czasu  $[t_i^{wr}, t_i^{pz}]$  jednym z możliwych dla danego procesu wariantów  $w \in W_i$ . W kolejnych dniach ilość wykonanych robót  $p_{iw}$  danym wariantem  $w \in W_i$  może być inna ze względu na zmianę liczby  $z_{iwr}$  jednostek zasobów  $r \in R$  niezbędnych do ich realizacji przyjętym sposobem  $w$ . Zakończenie realizacji procesu  $i \in NNK$  nastąpi w momencie wykonania określonej w projekcie i przedmiarze ilości robót  $p_i$ .

Problem decyzyjny polega na ustaleniu terminów realizacji procesów niekrytycznych  $i \in NK$  oraz wyborze wariantów wykonania procesów  $i \in NNK$  o drugorzędnym znaczeniu tak, aby zapotrzebowanie na poszczególne rodzaje zasobów przy realizacji przedsięwzięcia w najkrótszym czasie było jak najbardziej równomierne.

### 3. MODEL MATEMATYCZNY PROBLEMU

Decyzje o wyborze wariantów realizacji procesów  $i \in NNK$  o drugorzędym znaczeniu będą modelowane za pomocą zmiennych binarnych  $x_{iwt}$  (dla  $i \in NNK$ ,  $w \in W_i$ ,  $t \in [t_i^{wr} + 1, t_i^{pz}]$ ). Zmienna  $x_{iwt}$  przyjmie wartość 1, gdy proces  $i$  będzie realizowany wariantem  $w$  w dniu o numerze  $t$ , wartość 0 – w przeciwnym przypadku. Ponieważ procesy niekrytyczne muszą być zrealizowane w przedziale czasu od najwcześniejszego terminu rozpoczęcia do najpóźniejszego terminu zakończenia,  $x_{iwt} = 0$ ,  $\forall t \notin [t_i^{wr} + 1, t_i^{pz}]$  i są traktowane jako parametry modelu.

Decyzje o terminach realizacji pozostałych procesów niekrytycznych  $i \in INK$  będą modelowane za pomocą zmiennych binarnych  $y_{it}$  (dla  $i \in INK$ ,  $t \in [t_i^{wr} + 1, t_i^{pz}]$ ). Zmienna  $y_{it}$  przyjmie wartość 1, gdy proces  $i$  będzie realizowany w dniu o numerze  $t$ , wartość 0 – w przeciwnym przypadku. Dla  $t \notin [t_i^{wr} + 1, t_i^{pz}]$  zmienne  $y_{it}$  przyjmują wartość 0 i są traktowane jako parametry modelu. Podobnie, w celu uproszczenia oznaczeń, dla procesów krytycznych  $i \in K$  określono następujące parametry  $y_{it} = 1$  (dla  $t \in [t_i^{wr} + 1, t_i^{pz}]$ ) oraz  $y_{it} = 0$  (dla  $t \notin [t_i^{wr} + 1, t_i^{pz}]$ ).

Terminy rozpoczęcia ( $s_i$ ) i zakończenia procesów niekrytycznych ( $f_i$ ) można wyznaczyć z następujących zależności:

$$T_{\min} - s_i = \max \left\{ (T_{\min} - t + 1) \cdot x_{iwt} : w \in W_i, t \in [t_i^{wr} + 1, t_i^{pz}] \right\}, \quad \forall i \in NNK \quad (1)$$

$$T_{\min} - s_i = \max \left\{ (T_{\min} - t + 1) \cdot y_{it} : t \in [t_i^{wr} + 1, t_i^{pz}] \right\}, \quad \forall i \in INK \quad (2)$$

$$f_i = \max \left\{ t \cdot x_{iwt} : w \in W_i, t \in [t_i^{wr} + 1, t_i^{pz}] \right\}, \quad \forall i \in NNK \quad (3)$$

$$f_i = \max \left\{ t \cdot y_{it} : t \in [t_i^{wr} + 1, t_i^{pz}] \right\}, \quad \forall i \in INK. \quad (4)$$

Celem optymalizacji jest minimalizacja maksymalnej wartości dziennego zapotrzebowania na zasoby każdego rodzaju ( $Z_{rt}$ ):

$$\min \alpha_r : \alpha_r = \max_{t \in [1, T_{\min}]} Z_{rt}, \quad r \in R. \quad (5)$$

Model matematyczny ma następującą postać:

$$\min z : z = \sum_{r \in R} \alpha_r \quad (6)$$

$$Z_{rt} \leq \alpha_r, \quad \forall r \in R, t \in [1, T_{\min}] \quad (7)$$

$$Z_{rt} = \sum_{i \in K \cup INK} z_{ir} \cdot y_{it} + \sum_{i \in NNK} \sum_{w \in W_i} z_{iwr} \cdot x_{iwt}, \quad \forall r \in R, t \in [1, T_{\min}] \quad (8)$$

$$\sum_{w \in W_i} \sum_{t \in [t_i^{wr} + 1, t_i^{pz}]} p_{iw} \cdot x_{iwt} \geq p_i, \quad \forall i \in NNK \quad (9)$$

$$\sum_{w \in W_i} x_{iwr} \leq 1, \quad \forall i \in NNK, \quad t \in [t_i^{wr} + 1, t_i^{pz}] \quad (10)$$

$$\sum_{t \in [t_i^{wr} + 1, t_i^{pz}]} y_{it} = t_i, \quad \forall i \in INK \quad (11)$$

$$f_i - s_i = t_i, \quad \forall i \in INK \quad (12)$$

$$f_i \geq t \cdot x_{iwr}, \quad \forall i \in NNK, \quad \forall w \in W_i, \quad \forall t \in [t_i^{wr} + 1, t_i^{pz}] \quad (13)$$

$$T_{\min} - s_i \geq (T_{\min} - t + 1) \cdot x_{iwr}, \quad \forall i \in NNK, \quad \forall w \in W_i, \quad \forall t \in [t_i^{wr} + 1, t_i^{pz}] \quad (14)$$

$$f_i \geq t \cdot y_{it}, \quad \forall i \in INK, \quad \forall t \in [t_i^{wr} + 1, t_i^{pz}] \quad (15)$$

$$T_{\min} - s_i \geq (T_{\min} - t + 1) \cdot y_{it}, \quad \forall i \in INK, \quad \forall t \in [t_i^{wr} + 1, t_i^{pz}] \quad (16)$$

$$f_i \leq s_j, \quad i \in NK, \quad j \in NAST_i \cap NK \quad (17)$$

$$s_i \geq t_i^{wr}, \quad \forall i \in NK \quad (18)$$

$$0 \leq f_i \leq t_i^{pz}, \quad \forall i \in NK \quad (19)$$

$$x_{iwr} \in \{0, 1\}, \quad \forall i \in NNK, \quad w \in W_i, \quad t \in [t_i^{wr} + 1, t_i^{pz}] \quad (20)$$

$$y_{it} \in \{0, 1\}, \quad \forall i \in INK, \quad t \in [t_i^{wr} + 1, t_i^{pz}] \quad (21)$$

$$s_i \in \text{int}, \quad \forall i \in NK, \quad (22)$$

gdzie:

$NAST_i$  – zbiór bezpośrednich następników procesu  $i$ .

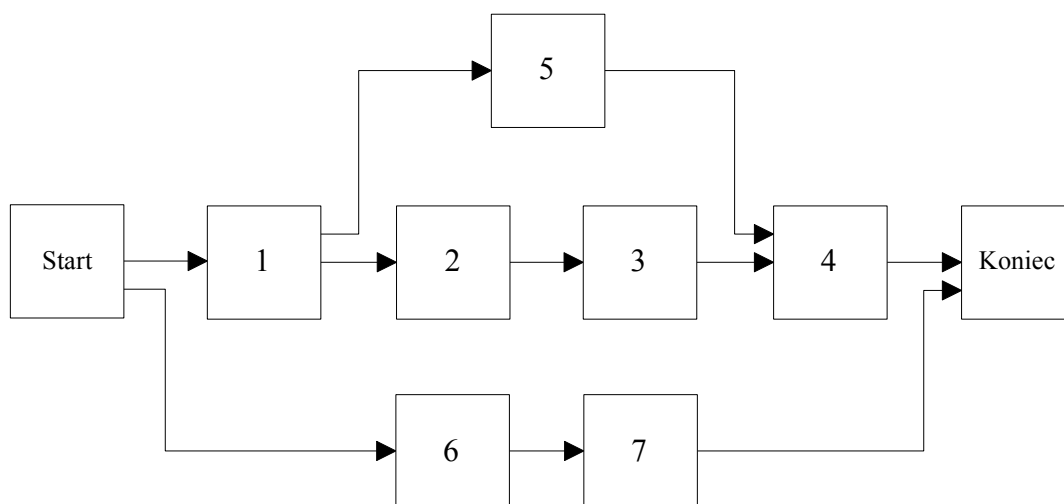
Liniowa postać funkcji celu (6) wraz z ograniczeniem (7) jest równoważnym zapisem funkcji (5). Zależność (8) umożliwia obliczenie dziennego zapotrzebowania na zasoby. Zgodnie z zależnością (9) w wyniku wykonania procesów niekrytycznych o drugorzędym znaczeniu musi być zrealizowana przewidziana w projekcie i przedmiarze ilość robót. Każdy proces  $i \in NNK$  musi być realizowany w dowolnym dniu co najwyżej jednym sposobem (lub w danym dniu proces ten nie jest realizowany) (zależność 10). Procesy  $i \in INK$  muszą być realizowane bez przerw (zależność 11) w przedziale czasu od terminu ich rozpoczęcia do zakończenia (zależność 12). Zależności (13) – (16) są równoważnym liniowym zapisem zależności (1) – (4) zastosowanych do ustalenia terminów rozpoczęcia i zakończenia procesów niekrytycznych. Zależność (17) pozwala uwzględnić w modelu zależności kolejnościowe między procesami niekrytycznymi. Za pomocą zależności (18) – (22) określono warunki brzegowe dla zmiennych.

#### 4. PRZYKŁAD

Na rysunku 1 przedstawiono graf modelujący zależności kolejnościowe między procesami dla przykładowego przedsięwzięcia. W tabelach 1 i 2 zestawiono dane o czasach realizacji poszczególnych procesów i zapotrzebowaniach na dwa rodzaje zasobów (np. robotnicy wykwalifikowani i niewykwalifikowani). Harmonogramy zatrudnienia

zasobów (rys. 2) opracowane na podstawie harmonogramu realizacji przedsięwzięcia dla najwcześniejszych terminów rozpoczęcia procesów są nierównomierne. Przesuwając terminy rozpoczęcia procesów niekrytycznych w ramach istniejących zapasów czasu można zredukować maksymalne poziomy zatrudnienia dziennego zasobów (16 i 18 jednostek) jedynie do poziomu odpowiednio 12 i 11 jednostek.

Rozwiązanie modelu matematyczny dla przykładu przedstawiono na rysunku 3. Obliczenia przeprowadzono stosując do rozwiązania modeli programowania liniowego program LINGO 12.0 Optimization Modeling Software. Maksymalne poziom zatrudnienia dziennego – dzięki zastosowaniu przerwy w wykonaniu procesu 6 i zmiany sposobu wykonywania procesów 6 i 7 – zostały zredukowane do poziomu 9 (zasób 1) i 10 jednostek (zasób 2).



Rys. 1. Graf dla przedsięwzięcia w przykładzie

Źródło: Opracowanie własne

Tabela 1. Dane do przykładu (czasy wykonania procesów, terminy realizacji i zapotrzebowanie dzienne na zasoby dla wariantu podstawowego)

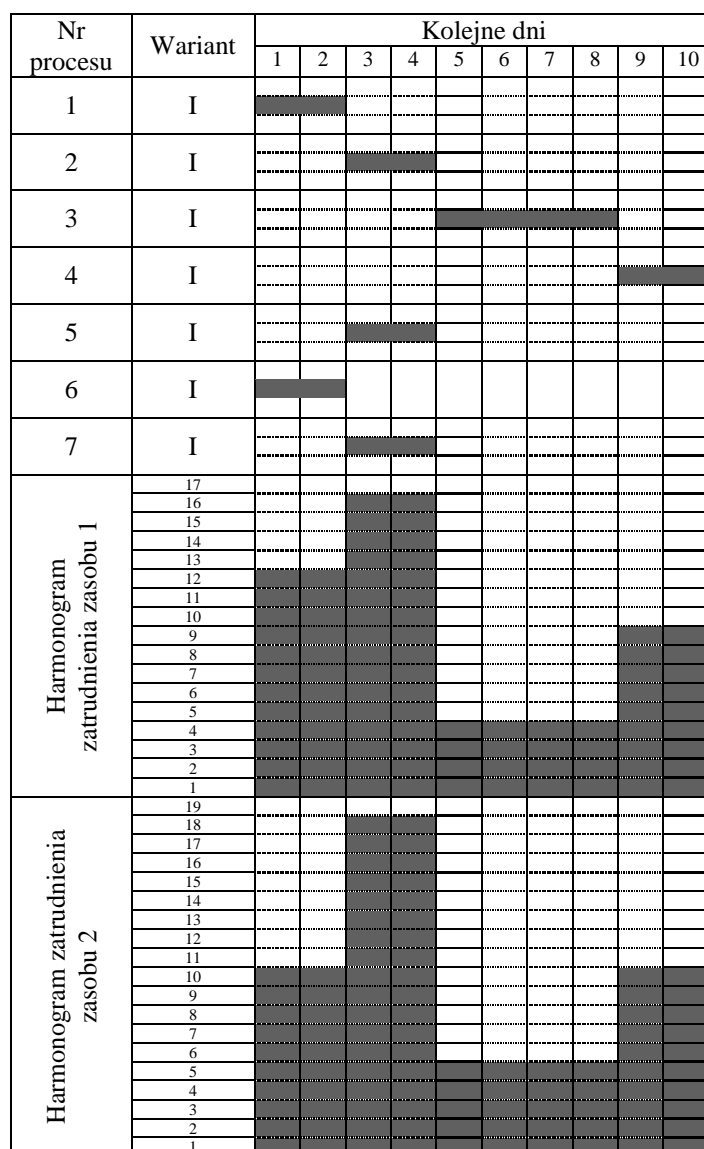
| Nr procesu | Zbiór procesów | Czas wykonania [dni] | Zapotrzebowanie dzienne na zasób 1 [j.z./dzień] | Zapotrzebowanie dzienne na zasób 2 [j.z./dzień] | Najwcześniejszy termin rozpoczęcia | Najpóźniejszy termin zakończenia |
|------------|----------------|----------------------|---|---|------------------------------------|----------------------------------|
| 1          | <i>K</i>       | 2                    | 6   | 6   | 0                                  | 2                                |
| 2          | <i>K</i>       | 2                    | 9   | 10  | 2                                  | 5                                |
| 3          | <i>K</i>       | 4                    | 4   | 5   | 5                                  | 8                                |
| 4          | <i>K</i>       | 2                    | 9   | 10  | 8                                  | 10                               |
| 5          | <i>NNK</i>     | 2                    | 4   | 6   | 2                                  | 8                                |
| 6          | <i>NNK</i>     | 2                    | 6   | 4   | 0                                  | 8                                |
| 7          | <i>INK</i>     | 2                    | 3   | 2   | 2                                  | 10                               |

Źródło: Opracowanie własne

Tabela 2. Dane dla przyjętych wariantów wykonania procesów niekrytycznych o drugorzędym znaczeniu

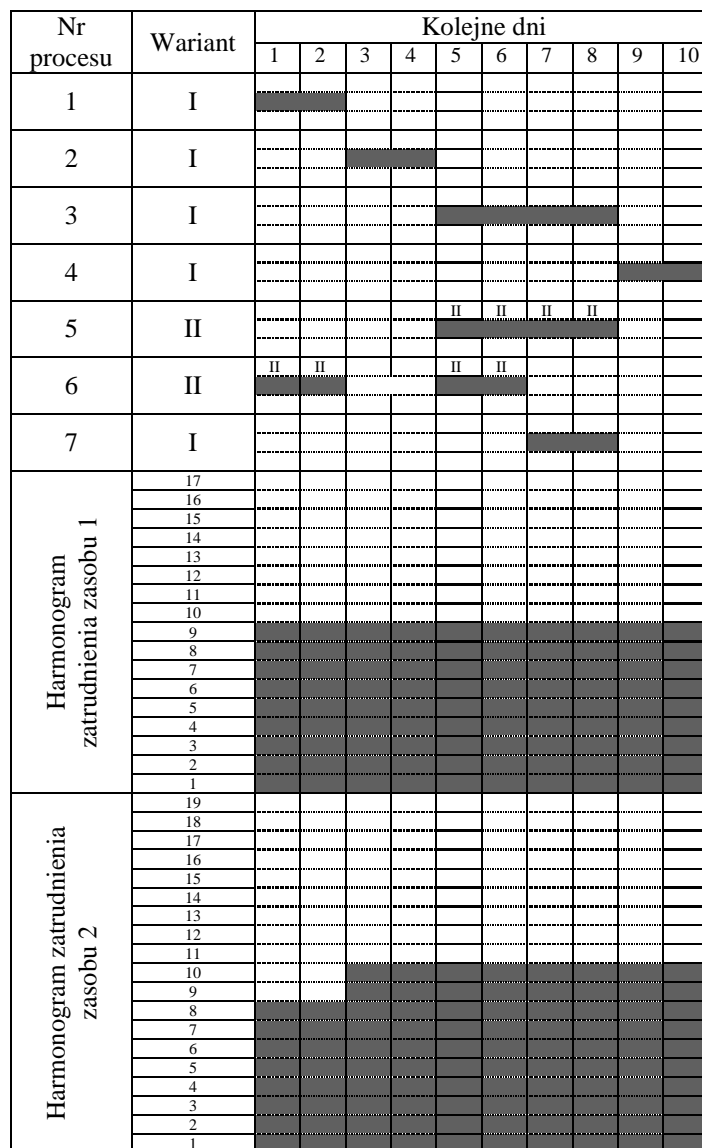
| Nr procesu | Nr wariantu     | Zapotrzebowanie<br>dziennie na zasób 1<br>[j.z./dzień] | Zapotrzebowanie<br>dziennie na zasób 2<br>[j.z./dzień] | Produkcja<br>dzienna<br>[j.p.] | Przedmiar robót<br>[j.p.] |
|------------|-----------------|--|--|--------------------------------|---------------------------|
| 5          | I<br>podstawowy | 3  | 6  | 20                             | 40                        |
|            | II              | 9  | 10   | 10                             |                           |
| 6          | I<br>podstawowy | 4  | 5  | 30                             | 60                        |
|            | II              | 9  | 10   | 15                             |                           |

Źródło: Opracowanie własne



Rys. 2. Harmonogram realizacji przedsięwzięcia dla najwcześniejszych terminów rozpoczęcia oraz harmonogramy zatrudnienia zasobów (przykład)

Źródło: Opracowanie własne



Rys. 3. Harmonogram realizacji przedsięwzięcia z wyrównanym zapotrzebowaniem na zasoby (rozwiązanie optymalne przykładu)

Źródło: Opracowanie własne

Projektując realizację przedsięwzięć budowlanych typu kompleks operacji należy korzystać z metod sieciowych umożliwiających analizę modelu przedsięwzięcia w funkcji czasu i zasobów. Racjonalne wykorzystanie zasobów niezbędnych do realizacji przedsięwzięcia wpływa na efektywność ekonomiczną jego realizacji oraz ułatwia gospodarkę zasobami w skali całego przedsiębiorstwa wykonawczego. Wyrównany poziom zapotrzebowania na zasoby sprzyja pełnemu wykorzystaniu potencjału wykonawczego. W przypadku występowania nierównomierności w zapotrzebowaniu na zasoby, w celu redukcji przerw w zatrudnieniu, są konieczne kosztowne przerzuty sił i środków.

W artykule zaproponowano model decyzyjny ułatwiający projektowanie realizacji przedsięwzięcia w minimalnym czasie wyznaczonym na podstawie analizy modelu sieciowego w funkcji czasu. Pozwala on na minimalizację maksymalnego poziomu za-



potrzebowania dziennego na zasoby. Wyniki obliczeń w przykładzie potwierdziły możliwość lepszego wykorzystania zasobów przy dopuszczeniu stosowania przerw w realizacji procesów oraz redukcji zatrudnienia przy ich wykonywaniu. W efekcie niektóre procesy mogą być realizowane w kolejnych dniach ze zmienną intensywnością (różnymi wariantami) bądź ich wykonywanie może być przerwane i kontynuowane później. Niezaangażowane zasoby mogą być w tym czasie kierowane do wykonania innych zadań.

Proponowany model ma postać zadania programowania liniowego mieszanego ze zmiennymi całkowitoliczbowymi i binarnymi. Do jego rozwiązania można stosować dostępne na rynku oprogramowanie, stosujące dokładne algorytmy bazujące na metodzie podziału i ograniczeń. W przypadku złożonych obliczeniowo modeli zagadnień praktycznych (z dużą liczbą procesów niekrytycznych) bardziej efektywnym obliczeniowo narzędziem mogą być dedykowane systemy komputerowe stosujące algorytmy meta heurystyczne (np. algorytmy ewolucyjne, przeszukiwania tabu, mrówkowe itp.).

„Praca finansowana w części ze środków Narodowego Centrum Nauki (projekt badawczy N N506 212440)”

## LITERATURA

1. Burgess A.R., Killebrew J.B., *Variation in activity level on a cyclical arrow diagram*, [in:] “Journal of Industrial Engineering”, no. 13(2)/1962, pp. 76-83.
2. Easa S.M., *Resource leveling in construction by optimization*, [in:] “Journal of Construction Engineering and Management”, no. 115(2)/1989, pp. 302-316.
3. Hariga M., El-Sayegh S.M., *Cost optimization model for the multiresource leveling problem with allowed activity splitting*, [in:] “Journal of Construction Engineering and Management”, no.137(1)/2011, pp. 56-64.
4. Harris R.B., *Packing Method for Resource Leveling (PACK)*, [in:] “Journal of Construction Engineering and Management”, no. 116(2)/1990, pp. 331-350.
5. Jaśkowski P., Sobotka A., *Scheduling construction projects using evolutionary algorithm*, [in:] “Journal of Construction Engineering and Management”, no. 132(8)/2006, pp. 861-870.
6. Karaa F., Nasr A., *Resource management in construction*, “Journal of Construction Engineering and Management” 112(3)/1986, pp. 346-357.
7. Mattila K.G., Abraham D.M., *Resource leveling of linear schedules using integer linear programming*, [in:] “Journal of Construction Engineering and Management” 124(3)/1998, pp. 232-244.
8. Senouci A.B., Eldin N.N., *Use of genetic algorithms in resource scheduling of construction projects*, [in:] “Journal of Construction Engineering and Management”, 130(6)/2004, pp. 869-877.
9. Skorupka D., *The method of identification and quantification of construction projects risk*, [in:] “Archives of Civil Engineering”, LI 4 (2005), pp. 647-662.

10. Skorupka D., *Modelling of risk in the building projects*, [in:] *Operations Research and Decision*, (2006), pp. 133-143.
11. Skorupka D., *Method of planning construction projects taking into account risk factors*, [in:] *Operations Research and Decision*, (2009), pp. 119-128.
12. Son J., Mattila K., *Binary resource leveling model: Activity splitting allowed*, [in:] "Journal of Construction Engineering and Management", no. 130(6)/2004, pp. 887-894.
13. Son J., Skibniewski M., *Multiheuristic approach for resource leveling problem in construction engineering: Hybrid approach*, [in:] "Journal of Construction Engineering and Management", no. 125(1)/1999, pp. 23-31.
14. Wagner H.M., Giglio R.J., Glaser R.G., *Preventive Maintenance Scheduling by Mathematical Programming*, [in:] "Management Science", 10(2)/1964, pp. 316-334.

## **SCHEDULING CONSTRUCTION PROJECTS WITH VARIABLE INTENSITY OF NON-CRITICAL PROCESSES**

### **Summary**

*One of the aims of optimising construction schedules is levelling human resources utilisation – in terms of both total numbers of workforce and particular specialty crews. Assuming that a project is to be completed within minimum time, better resource utilisation is achieved by scheduling non-critical processes to commence some time between their earliest and latest possible starting dates, and/or by changing the intensity of the work on some of the non-critical tasks that are of lower importance – by adding or removing some of their resources under way. The paper presents a mathematical model of this problem and an example of applying the model to the project of the predetermined organization of non-critical tasks.*

**Keywords:** *scheduling, construction projects, levelling of resources, human resources*