

**Dr hab. inż. Zbigniew Kamiński**

Katedra Budowy i Eksploatacji Maszyn  
Politechnika Białostocka  
Ul. Wiejska nr 45C, 15-351 Białystok, Polska  
E-mail: z.kaminski@pb.edu.pl

## **Modelowanie matematyczne zaworu sterującego hamulcami przyczepy do symulacji powietrznej instalacji hamulcowej ciągników rolniczych z hamulcami uruchamianymi hydraulicznie**

**Słowa kluczowe:** *ciągnik rolniczy, powietrzny układ hamulcowy, zawór sterujący hamulcami przyczepy uruchamiany hydraulicznie, modelowanie matematyczne, symulacja*

**Streszczenie.** Ciągniki rolnicze są wyposażone w powietrzne instalacje hamulcowe do sterowania i napędu układów hamulcowych pojazdów ciągnionych. W niniejszej pracy przedstawiono model matematyczny uruchamianego hydraulicznie zaworu sterującego hamulcami przyczepy. Wyniki testu statystycznego Kołmogorowa-Smirnowa oceny zgodności doświadczalnych i symulowanych przebiegów czasowych ciśnienia podczas badania czasu reakcji obwodu sterującego ciągnika Pronar 1531A potwierdziły adekwatność opracowanego w Matlabie-Simulinku modelu komputerowego. Model komputerowy może być wykorzystany jako podsystem do analizy metodami symulacyjnymi procesów przejściowych w procesie projektowania powietrznych układów hamulcowych ciągników rolniczych.

### **1. Wprowadzenie**

Obecnie w ciągnikach rolniczych poruszających się z prędkością do  $50-60 \text{ km}\cdot\text{h}^{-1}$  stosuje się przede wszystkim hamulce wielotarczowe mokre uruchamiane hydraulicznie [24]. W ciągnikach małej i średniej mocy stosuje się proste i niedrogie hydrauliczne układy hamulcowe bez wspomaganie. Układy takie uruchamiane manualnie pracują przy niskim ciśnieniu roboczym i małej wymaganej objętości rozprężaków hydraulicznych [14]. Natomiast w ciągnikach większej mocy stosuje się przede wszystkim układy hydrauliczne wspomagane z układu hydrauliki siłowej traktora [15, 18]. Te hydrauliczne układy hamulcowe umożliwiają dostarczanie strumienia cieczy pod ciśnieniem z pompy hydraulicznej ciągnika do cylindrów hamulców zasadniczych w zakresie od małych do dużych objętości w stosunkowo krótkim czasie. Oprócz zasadniczego i postojowego układu hamulcowego dzisiejsze ciągniki są zaopatrzone w pneumatyczne instalacje hamulcowe do uruchamiania powietrznych układów hamulcowych agregatowanych przyczep lub maszyn rolniczych. Często są to tzw. instalacje kombinowane [29], umożliwiające współpracę zarówno z jedno-, jak i dwuprzewodowymi układami hamulcowymi pojazdów ciągniętych.

Typowa powietrzna instalacja hamulcowa ciągnika rolniczego składa się z dwóch zespołów: zespołu zasilającego i zespołu sterującego. Rolą zespołu zasilającego jest sprężanie i oczyszczanie powietrza oraz utrzymanie odpowiedniego ciśnienia powietrza w zbiornikach ciągnika i przyczepy w celu zapewnienia wymaganej skuteczności hamowania przyczepy. Zespół sterujący pozwala na płynny stopniowy proces hamowania zespołu ciągnik-przyczepa. Współdziałanie hydraulicznego układu hamulcowego ciągnika i powietrznego układu hamulcowego przyczepy zapewnia uruchamianie hydraulicznie zawór sterujący hamulcami przyczepy (rys.1).

Układy hamulcowe pojazdów rolniczych poruszających się po drogach publicznych muszą spełniać szereg specyficznych wymagań [3, 4] dotyczących między innymi skuteczności hamowania, czasu reakcji podczas hamowań nagłych (max 0,6 s) oraz kompatybilności hamowania łączonych pojazdów [27].

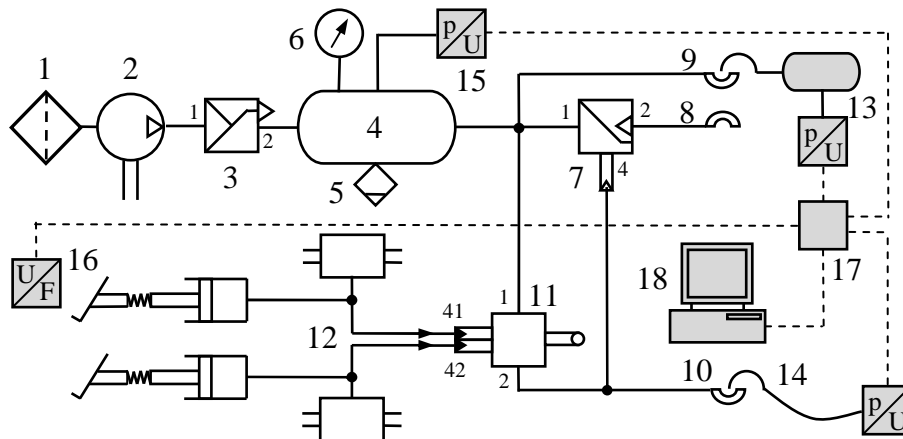
Zachowania się układu hamulcowego ciągnika i przyczepy, w tym również w stanach nieustalonych, można badać metodami symulacyjnymi już na wczesnym etapie projektowania. Podstawową korzyścią projektowania w oparciu o modele (Model-Based-Design) jest zwiększenie szybkości i efektywności testowania nowych rozwiązań, możliwość konfrontowania ich z przyjętymi wymaganiami oraz wcześniejsze niż w przypadku budowy prototypów materialnych wykrywanie błędów wynikających ze złego funkcjonowania lub źle przyjętych założeń [25].

W modelowaniu matematycznym wieloobwodowych układów hamulcowych elementy pneumatyczne o dyskretnej naturze (filtry przewodowe, elementy złączne), jak i elementy o parametrach rozłożonych (przewody pneumatyczne), są zazwyczaj zastępowane elementami idealizowanymi w postaci objętości i oporów skupionych [9, 13, 19]. Dzięki temu otrzymuje się model matematyczny jako układ równań różniczkowych zwyczajnych, możliwych do rozwiązania w większości oprogramowania do symulacji cyfrowej, w tym programów zorientowanych obiektowo [12, 30]. Dużym utrudnieniem w modelowaniu powietrznej instalacji hamulcowej ciągnika rolniczego jest brak odpowiednich modeli matematycznych niektórych zespołów i komponentów, a szczególnie zaworu sterującego hamulcami przyczepy. Większość znanych z literatury modeli zaworów hamulcowych dotyczy typowych powietrznych zaworów hamulcowych stosowanych w pojazdach użytkowych [6, 22, 28] i przyczepach [8, 10, 11, 21, 23].

W niniejszej pracy opisano modelowanie matematyczne zaworu hamulcowego sterującego hamulcami przyczepy uruchamianego ciśnieniem płynu hamulcowego z układu hydraulicznego hamulców zasadniczych ciągnika rolniczego. W modelu matematycznym i komputerowym tego zaworu uwzględniono wymianę ciepła, tarcie i siły bezwładności elementów ruchomych, zazwyczaj pomijane w procesie modelowania [6, 22, 28]. Zrealizowany w Matlabie-Simulinku model komputerowy zaworu wykorzystano do badania czasu reakcji zespołu sterującego typowej instalacji powietrznej hamulcowej ciągnika. Do modelowania zespołu zasilającego wykorzystano zależności opisane w pracy [12]. Opracowany model zaworu hamulcowego może być wykorzystany w procesie projektowania ciągnika do obliczeń dynamicznych jego instalacji hamulcowej.

## **2. Stanowisko do badania instalacji hamulcowej ciągnika**

Uproszczony schemat kombinowanej instalacji pneumatycznej ciągnika rolniczego Pronar 1531A [26], wyposażonego w hydrauliczny napęd hamulców roboczych, przedstawiono na rys.1. W skład zespołu zasilającego wchodzi filtr 1, sprężarka 2, regulator ciśnienia 3 i zbiornik sprężonego powietrza 4. Sprężone powietrze jest podawane do zespołu sterującego, który zawiera proporcjonalny zawór hamulcowy 11 i inwersyjny zawór hamulcowy 7. Zawór 11 sterujący hamulcami przyczepy jest połączony poprzez porty 41 i 42 z hydrauliczną instalacją 12 hamulców zasadniczych ciągnika. Kiedy pedał hamulca jest naciskany, hydrauliczne ciśnienie sterujące oddziałuje na zawór 11, co powoduje otwarcie tego zaworu i wzrost ciśnienia powietrza w przewodzie ze złączem 10, sterującym dwuprzewodowym układem przyczepy. Przewód zasilający układu hamulcowego przyczepy jest podłączony do złącze 9. Do sterowania jednoprzewodowym układem hamulcowym przyczepy służy zawór inwersyjny 7, który przy wzroście ciśnienia w przyłączy sterującym 4 powoduje spadek ciśnienia w przewodzie zasilająco-sterującym ze złączem 8.

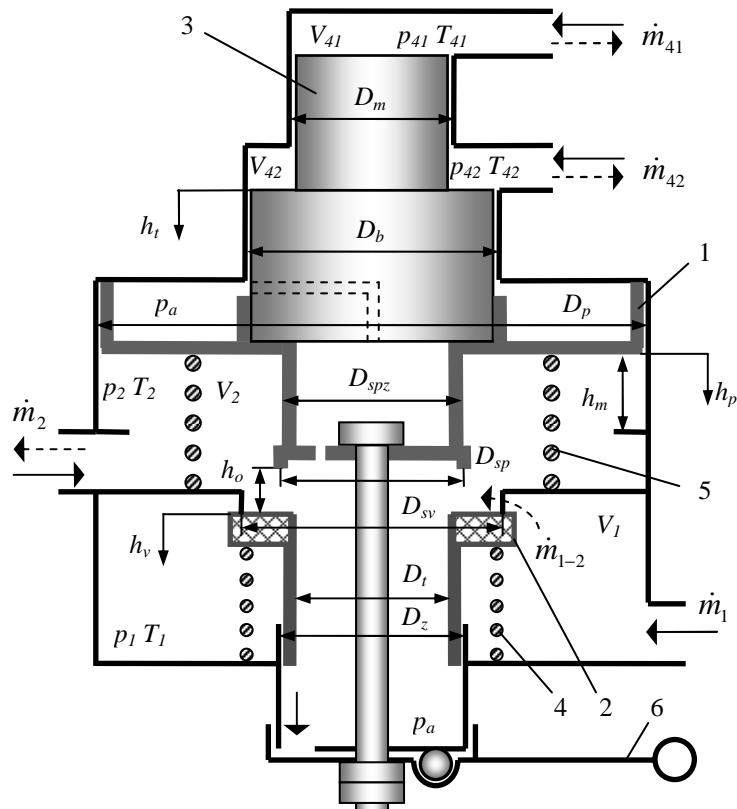


Rys.1. Schemat kombinowanej instalacji powietrznej ciągnika rolniczego Pronar 1531A wraz układem pomiarowym do sprawdzania czasu reakcji obwodu sterującego: 1 – filtr, 2 – sprężarka 601.23.931 FOS Polmo Łódź, 3 – zawór odciążający (regulator ciśnienia) 51 10 011 Visteon, 4 – zbiornik powietrza 20 dm<sup>3</sup>, 5 – zawór odwadniający, 6 – manometr, 7 – zawór sterujący hamulcami przyczepy inwersyjny 45 10 016 Visteon, 8 – złącze przewodów w układzie jedнопроводowym (czarne), 9 – złącze zasilające (czerwone), 10 – złącze sterujące (żółte), 11 – zawór sterujący hamulcami przyczepy 329 020 311 Haldex, 12 – układ hydrauliczny hamulców zasadniczych, 13 – zbiornik 385 cm<sup>3</sup>, 14 – przewód o długości 2.5 m i średnicy wewnętrznej 13 mm, 15 – przetwornik ciśnienia, 16 – przetwornik siły na pedale hamulca, 17 – adapter wejściowo-wyjściowy, 18 – komputer z kartą pomiarową

Elementy układu pomiarowego do sprawdzania czasu reakcji zespołu sterującego instalacji ciągnika w układzie dwuprzewodowym wyróżniono na rys.1 szarym tłem. Ciśnienie w wybranych miejscach powietrznej instalacji hamulcowej mierzono przy użyciu przemysłowego przetwornika ciśnienia 10 typ MBS 32 firmy Danfoss (zakres pomiarowy: 0÷10 bar, zakres sygnału wyjściowego: 0÷10 V, klasa dokładności: 0,3). Tensometryczny czujnik siły na pedale hamulca 16 typ CL 23 z przemysłowym wzmacniaczem typ CL10D firmy ZEPWN (zakres pomiarowy: 0÷1 kN, zakres sygnału wyjściowego: 0÷10 V, klasa dokładności: 0,1) użyto do pomiaru siły na pedale hamulca. Przetworniki są zasilane napięciem z adaptera wejściowo-wyjściowego 17. Wyjściowe sygnały napięciowe z przetworników siły i ciśnienia są zbierane z adaptera przy użyciu karty pomiarowej Senga MC1212 (rozdzielczość 12 bit) i następnie bezpośrednio przetwarzane do danych ciśnienia i siły przy użyciu zintegrowanego oprogramowania zainstalowanego w komputerze 18 do gromadzenia danych podczas uruchamianych pomiarów.

### 3. Modelowanie uruchamianego hydraulicznie zaworu hamulcowego sterującego hamulcami przyczepy

W obwodzie sterującym układu pneumatycznego ciągnika Pronar 1531A jako zawór sterujący hamulcami przyczepy 11 (rys.2) zastosowano zawór hamulcowy 329 020 311 firmy Haldex [5] o identycznej konstrukcji jak zawór 470 015 firmy Wabco [29]. Schemat budowy tego zaworu hamulcowego uruchamianego hydraulicznie pokazano na rys. 2.



Rys. 2. Zawór hamulcowy sterowany hydraulicznie: 1 – tłok sterujący pneumatyczny, 2 – grzybek talerzykowy, 3 – tłok stopniowany hydrauliczny, 4 – sprężyna powrotna grzybka, 5 – sprężyna powrotna tłoka, 6 – mechanizm włączania hamulców postojowych [13]

Kiedy pedał hamulcowy jest naciskany wzrasta ciśnienie zarówno w rozpierkach hydraulicznych kół jezdnych ciągnika, jak i w hydraulicznych komorach sterujących  $V_{41}$  i  $V_{42}$  zaworu, połączonych z bliźniaczą (równoległą) pompą hamulcową ciągnika. Pod wpływem ciśnienia płynu hamulcowego tłok stopniowy 3 i tłok 1 przemieszczają się do dołu, powodując otwarcie zaworu wlotowego 2. Sprężone powietrze z komory wejściowej  $V_1$  przepływa do komory wyjściowej  $V_2$  o zmiennej pojemności jako strumień masy  $\dot{m}_{1-2}$ . Wypływający z komory wyjściowej  $V_2$  strumień  $\dot{m}_2$  jest kierowany do zespołu sterującego układu hamulcowego przyczepy, powodując zadziałanie hamulców przyczepy. Do komory wejściowej  $V_1$  o stałej objętości dopływa z obwodu zasilającego masy strumień powietrza  $\dot{m}_1$ .

Podczas odhamowania, wywołanego spadkiem hydraulicznego ciśnienia sterującego, tłok 1 podnosi się z powrotem do góry pod działaniem sprężyny 5. Zawór grzybkowy 2 zamyka się (odcięcie komory wejściowej od wyjściowej) i następuje otwarcie wylotu do atmosfery między gniazdem w tłoku 1 a grzybkiem 2. Komora wyjściowej  $V_2$  jest odpowietrzana. Sprężone powietrze z zespołu sterującego wraca do komory wyjściowej jako strumień  $\dot{m}_2$  (zmiana kierunku przepływu), skąd wypływa do atmosfery jako strumień  $\dot{m}_{2-3}$ . Odpowietrzenie komory wyjściowej i zespołu sterującego powoduje spadek siły hamującej przyczepy. Działanie nadążne (śledzące) jest osiągnięte dzięki ujemnemu sprzężeniu zwrotnemu w postaci ciśnienia powietrza  $p_2$  działającego na tłok sterujący 1.

Przy tworzeniu własnego modelu matematycznego zaworu sterującego hamulcami przyczepy przyjęto szereg typowych założeń upraszczających [11, 13], w tym:

- sprężone powietrze jest traktowane jako gaz termodynamicznie doskonały (tj. podlegający prawu Clapeyrona) a jednocześnie lepki i ściśliwy,

- element nastawczy zaworu, niezależnie od konstrukcji, jest traktowany jako opór miejscowy (dysza), którego efektywne pole przepływu (konduktancja) zależy od wzniosu grzybka ,
- przepływ powietrza przez element nastawczy traktuje się jako jednowymiarowy i adiabatyczny,
- właściwości powietrza są jednorodne zarówno w poszczególnych komorach zaworu, jak i w całym przekroju przepływu przez opór miejscowy,
- w fazie otwarcia zaworu pomija się oddziaływanie siłowe między grzybkiem a tłokiem sterującym 1 oraz luz między tym tłokiem a tłokiem hydraulicznym, co oznacza, że wszystkie elementy poruszają się razem jako jedna masa ( $h_t=h_p$ ),
- pomija się oddziaływanie obudowy na tłok sterujący w jego położeniach krańcowych – zatrzymanie tłoka jest realizowane poprzez logikę sterowania przyspieszeniem (hard stopping),
- w komorze nad tłokiem 1 a pod tłokiem 3 panuje cały czas ciśnienie atmosferyczne,
- wymiana ciepła między powietrzem w układzie a otoczeniem ma charakter konwekcji swobodnej przy stałej temperaturze ścianek, równej temperaturze otoczenia,
- pomija się przepływy powietrza i płynu hamulcowego przez nieszczelności komór,
- pomija się zmianę temperatury płynu hamulcowego.

Zgodnie z zasadą zachowania materii zmianę masy płynu hamulcowego w komorach sterujących  $V_{41}$  i  $V_{42}$  oraz masy powietrza w komorze wejściowej  $V_1$  i komorze wyjściowej  $V_2$  (rys.2) opisują równania:

$$\frac{dm_{V_{41}}}{dt} = \pm \dot{m}_{41} \quad \frac{dm_{V_{42}}}{dt} = \pm \dot{m}_{42} \quad (1)$$

$$\frac{dm_{V_1}}{dt} = \dot{m}_1 - \dot{m}_{1-2} \quad \frac{dm_{V_2}}{dt} = \dot{m}_{1-2} \mp \dot{m}_2 - \dot{m}_{2-3} \quad (2)$$

gdzie:  $\dot{m}_i$  - strumień masowy dopływający (znak +) lub wypływający (znak -) z danej komory [ $\text{kg}\cdot\text{s}^{-1}$ ]; poszczególne indeksy strumieni są zgodne z konwencją oznaczania przyłączy komór zaworu hamulcowego (małe cyfry obok przyłączy zaworu na rys.1).

Przepływ masowego strumienia powietrza przez miejscowe opory pneumatyczne opisano zależnością Saint-Venanta i Wantzela [2] w postaci uogólnionej:

$$\dot{m} = (\mu A_m) \frac{p_m}{\sqrt{RT_m}} \Psi_{\max} \Psi(\sigma) \quad (3)$$

gdzie:  $(\mu A_m)$  – konduktancja, czyli iloczyn współczynnika wydatku  $\mu$  i powierzchni przekroju przepływowego  $A_m$  [ $\text{m}^2$ ],  $p_m$  – ciśnienie przed oporem [Pa],  $T_m$  – temperatura powietrza przed oporem [K],  $R$  – stała gazowa dla powietrza,  $R=288$  [ $\text{J}\cdot\text{kg}^{-1}\text{K}^{-1}$ ],  $\Psi_{\max}$  – maksymalna wartość funkcji przepływu Saint Venanta i Wantzela dla krytycznego ilorazu ciśnienia  $\sigma^*$  za i przed oporem:

$$\Psi_{\max} = \Psi(\sigma^*) = \sqrt{\kappa \left( \frac{2}{\kappa+1} \right)^{\frac{\kappa+1}{\kappa-1}}} = 0,68473 \quad (4)$$

gdzie:  $\kappa$  – wykładnik adiabaty; dla powietrza  $\kappa=1.4$ .

Zamiast bezwymiarowej, dwuzakresowej funkcji przepływu  $\Psi(\sigma)$  Saint Venanta:

$$\Psi(\sigma) = \begin{cases} 1 & \text{for } \sigma \leq \sigma_* \\ \frac{1}{\Psi_{\max}} \sqrt{\frac{2\kappa}{\kappa-1} \left( \sigma^{\frac{2}{\kappa}} - \sigma^{\frac{\kappa+1}{\kappa}} \right)} & \text{for } \sigma_* < \sigma \leq 1 \end{cases}$$

zastosowano dogodniejszą do obliczeń numerycznych a jednocześnie wystarczająco dokładną, jednozakresową funkcję hiperboliczną Miatluka-Avtuszki [19, 20] z typową dla układów hamulcowych wartością parametru  $b=1,13$ :

$$\Psi(\sigma) = b \frac{1-\sigma}{b-\sigma} \quad (5)$$

Wykorzystując zależność (3) i (5), uzyskuje się następujące równania strumieni masowych przepływających przez zawór hamulcowy:

$$\dot{m}_{1-2} = \mu_{12} A_{12} \frac{p_1}{\sqrt{RT_1}} \Psi_{\max} \Psi\left(\frac{p_2}{p_1}\right) \quad (6)$$

$$\dot{m}_{2-3} = \mu_{23} A_{23} \frac{p_2}{\sqrt{RT_2}} \Psi_{\max} \Psi\left(\frac{p_a}{p_2}\right) \quad (7)$$

Pole przekroju przepływowego  $A_{12}$  (podczas hamowania) i  $A_{23}$  (podczas odhamowania) zależy od przemieszczenia  $h_p$  tłoka 1 i odległości  $h_v$  grzybka 2 od gniazda zaworu:

$$A_{12} = \begin{cases} 0 & \text{dla } h_v \leq h_{vo} \\ \pi D_{sv} (h_v - h_{vo}) & \text{dla } h_{vo} < h_v \leq h_{vm} \\ \frac{\pi(D_{svw}^2 - D_{spz}^2)}{4} & \text{dla } h_v > h_{vm} \end{cases} \quad (8)$$

$$A_{23} = \begin{cases} 0 & \text{gdy } h_p \geq h_o - h_{po} \\ \pi D_{sp} (h_o - h_{po} - h_p) & \text{gdy } h_{pm} \leq h_p < h_o - h_{po} \\ \frac{\pi(D_w^2 - d_s^2)}{4} & \text{gdy } h_p < h_{pm} \end{cases} \quad (9)$$

gdzie:  $D_{sv}$ ,  $D_{svw}$  – średnia i wewnętrzna średnica gniazda nieruchomego [m],  $D_{spz}$  – zewnętrzna średnica gniazda ruchomego (w tłoku) [m],  $h_{vo}$ ,  $h_{vm}$  – położenie talerzyka zaworu odpowiadające początkowi otwarcia (z uwzględnieniem deformacji uszczelnienia talerzyka) i położenie odpowiadające osiągnięciu maksymalnej wartości pola przepływu [mm],  $D_{sp}$  – średnia średnica gniazda ruchomego [m],  $D_w$  – wewnętrzna średnica tulei grzybka talerzykowego [m],  $d_s$  – średnica zewnętrzna śruby mechanizmu włączania hamulców postojowych [m],  $h_{po}$ ,  $h_{pm}$  – położenie tłoka odpowiadające początkowi otwarcia przelotu do atmosfery (z uwzględnieniem deformacji uszczelnienia) i położenie, w którym pole przepływu osiąga wartość maksymalną [m].

Między przemieszczeniem  $h_p$  tłoka sterującego 1 a przemieszczeniem  $h_v$  grzybka 2 istnieje związek:

$$h_v = \begin{cases} 0 & h_p \leq h_o \\ h_p - h_o & h_p > h_o \end{cases} \quad (10)$$

gdzie:  $h_o$  – maksymalna odległość (luz) między grzybką a tłokiem 1 znajdującym się w górnym skrajnym położeniu [m].

Przy przyjętych uproszczeniach elementy mechaniczne zaworu hamulcowego można rozpatrywać jako układ dynamiczny o jednym stopniu swobody ze zmienną masą, opisany następującym równaniem ruchu:

$$m_z \frac{d^2 h_p}{dt^2} = F_H + F_{p2a} + F_{sp} + F_v + F_{fp} \quad (11)$$

gdzie:  $m_z$  – masa zredukowana [kg] elementów poruszających się wraz tłokiem,  $F_H$  – siła ciśnienia płynu hamulcowego na tłok 3 [N],  $F_{p2a}$  – siła ciśnienia działającego na tłok 1 [N],

$F_{sp}$  – siła działania sprężyny powrotnej 5 tłoka [N],  $F_{fp}$  – siła tarcia tłoków o obudowę [N],  $F_v$  – siła nacisku grzybka talerzykowego [N].

Masa zredukowana elementów poruszających się wraz z tłokiem 1 wynosi:

$$m_z = \begin{cases} m_p + m_h + m_p + m_{sp}/4 & h_p \leq h_o \\ m_p + m_h + m_p + m_v + (m_{sp} + m_{sv})/4 & h_p > h_o \end{cases} \quad (12)$$

gdzie:  $m_h$  – masa tłoka różnicowego [kg],  $m_p$  – masa tłoka sterującego 1 [kg],  $m_v$  – masa grzybka talerzykowego 2 z tuleją prowadzącą [kg],  $m_{sv}$  – masa sprężyny 4 dociskającej grzybek 2 [kg],  $m_{sp}$  – masa sprężyny powrotnej 5 tłoka [kg],  $m_p$  – masa płynu hamulcowego w obu komorach sterujących [kg].

Siły ciśnienia działające na tłoki wynoszą:

$$F_H = \frac{\pi D_m^2}{4} p_{41} + \frac{\pi(D_b^2 - D_m^2)}{4} p_{42} \quad (13)$$

$$F_{p2a} = \frac{\pi D_p^2}{4} p_a - \frac{\pi D_{sp}^2}{4} p_a - \frac{\pi(D_p^2 - D_{sp}^2)}{4} p_2 = -\frac{\pi(D_p^2 - D_{sp}^2)}{4} (p_2 - p_a) \quad (14)$$

gdzie:  $p_{41}$ ,  $p_{42}$  – ciśnienie (nadciśnienie) płynu hamulcowego w komorach sterujących hydraulicznych [Pa],  $p_a$  – ciśnienie atmosferyczne [Pa],  $p_2$  ciśnienie powietrza w komorze  $V_2$  [Pa],  $D_m$ ,  $D_b$  – średnice tłoka stopniowego 3 [m],  $D_p$  – średnica tłoka 1 [m],

Siłę nacisku sprężyny powrotnej 5 na tłok 1 wylicza się z zależności:

$$F_{sp} = -(F_{spo} + c_p h_p) \quad (15)$$

gdzie:  $F_{spo}$  – siła wstępnego napięcia sprężyny 5 dla  $h_p=0$  [N],  $c_p$  – sztywność sprężyny [ $N \cdot m^{-1}$ ].

Przyjmując, że zawór ma konstrukcję odciążoną ( $D_{sp} \approx D_z$ ) siłę nacisku grzybka na tłok opisuje zależność:

$$F_v = \begin{cases} 0 & h_p \leq h_o \\ -[F_{svo} + c_{sv}(h_p - h_o)] - (p_1 - p_2) \frac{\pi(D_{sv}^2 - D_{sp}^2)}{4} - \operatorname{sgn}\left(\frac{dh_p}{dt}\right) \left[ F_{cv} + k_v \left( \frac{dh_p}{dt} \right) \right] & h_p > h_o \end{cases} \quad (16)$$

gdzie:  $F_{cv}$  – siła tarcia kinetycznego przewodnicy [N],  $c_{sv}$  – sztywność sprężyny 4 [ $N \cdot m^{-1}$ ],  $k_v$  – współczynnik tarcia wiskotycznego [ $N \cdot s \cdot m^{-1}$ ].

Przy wykorzystaniu modelu tarcia statyczno-kinetycznego Karnoppa [1] siła tarcia tłoków o ścianki obudowy wynosi:

$$F_{fp} \left( \frac{dh_p}{dt}, F_e \right) = \begin{cases} \operatorname{sgn}(F_e) \cdot \min(F_{sp}, |F_e|) & \text{gdymy } \left| \frac{dh_p}{dt} \right| < \Delta v \\ \operatorname{sgn}\left(\frac{dh_p}{dt}\right) \cdot \left[ F_{cp} + k_v \cdot \left( \left| \frac{dh_p}{dt} \right| - \Delta v \right) \right] & \text{gdymy } \left| \frac{dh_p}{dt} \right| \geq \Delta v \end{cases} \quad (17)$$

Sumaryczną siłę tarcia statycznego  $F_{sp}$  oraz siłę tarcia kinetycznego  $F_{cp}$  tłoków, jak i siłę tarcia kinetycznego  $F_{cv}$  przewodnicy grzybka zaworu 2 opisano przy użyciu modelu empirycznego:

$$\begin{aligned} F_{sp} &= \pi D_p (f_s + k_s |p_2 - p_a|) + \pi D_m (f_s + k_s |p_{41} - p_{42}|) + \pi D_b (f_s + k_s p_{42}) \\ F_{cp} &= \pi D_p (f_c + k_c |p_2 - p_a|) + \pi D_m (f_c + k_c |p_{41} - p_{42}|) + \pi D_b (f_c + k_c p_{42}) \\ F_{cv} &= \pi D_z (f_c + k_c |p_1 - p_a|) \end{aligned} \quad (18)$$

gdzie:  $F_e$  – sumaryczna siła zewnętrzna [N],  $f_s, f_c$  – siła tarcia statycznego i kinetycznego przypadająca na jednostkę obwodu tłoka, niezależna od różnicy ciśnienia po obu stronach tłoka [ $\text{N} \cdot \text{m}^{-1}$ ],  $k_s, k_c$  – współczynniki proporcjonalności [m].

Na podstawie zasady zachowania energii dla układów otwartych otrzymuje się, pomijając energię kinetyczną i potencjalną, równania zmiany energii wewnętrznej powietrza w objętościach kontrolnych  $V_1$  i  $V_2$  w postaci:

$$\frac{dU_1}{dt} = \dot{Q}_1 + \dot{H}_1 - \dot{H}_{1-2} \quad (19)$$

$$\frac{dU_2}{dt} = \dot{Q}_2 + \dot{W} + \dot{H}_{1-2} \mp \dot{H}_2 - \dot{H}_{2-3} \quad (20)$$

gdzie:  $U_i$  – energia wewnętrzna powietrza w danej komorze [J],  $\dot{Q}_i$  – strumień ciepła wymienianego z otoczeniem [W],  $\dot{H}_i$  – strumień entalpii dopływającej (+) lub wypływającej (-) z poszczególnych komór [W],  $\dot{W}$  – strumień pracy zewnętrznej wykonanej przez powietrze w komorze [W]:

$$\begin{aligned} U_i &= m_v \cdot c_v T_i & \dot{H}_i &= \dot{m}_i \cdot c_p T_m \\ \dot{W} &= -p_i \cdot \dot{V}_i & \dot{Q}_i &= \alpha_i \cdot A_i (T_w - T_i) \end{aligned} \quad (21)$$

gdzie:  $c_v, c_p$  – ciepło właściwe powietrza przy stałej objętości i stałym ciśnieniu:  $c_v=717$  [ $\text{J} \cdot \text{kg}^{-1} \text{K}^{-1}$ ],  $c_p=1005$  [ $\text{J} \cdot \text{kg}^{-1} \text{K}^{-1}$ ],  $T_m$  – temperatura strumienia [K] (dla strumienia wypływającego z komory  $T_m=T_i$ ),  $\alpha_i$  – współczynnik wymiany ciepła [ $\text{W} \cdot \text{m}^{-2} \text{K}^{-1}$ ],  $A_i$  – powierzchnia wymiany ciepła [ $\text{m}^2$ ],  $T_w$  – temperatura ścianek zaworu równa temperaturze otoczenia  $T_a$  [K].

Po rozpisaniu różniczkę energii wewnętrznej oraz wykorzystaniu równań (2) i równania Clapeyrona w postaci różniczkowej [16]:

$$R \left( \frac{dm_i}{dt} T_i + m_i \frac{dT_i}{dt} \right) = p_i \frac{dV_i}{dt} + V_i \frac{dp_i}{dt} \quad (22)$$

uzyskuje się różniczkowe równania zmian ciśnienia i temperatury w komorze:

$$\frac{dp_1}{dt} = \frac{1}{V_1} (\kappa - 1) (\dot{Q}_1 + \dot{H}_1 - \dot{H}_{1-2}) \quad \dot{Q}_1 = \alpha_1 A_1 (T_w - T_1) \quad (23)$$

$$\frac{dT_1}{dt} = \frac{T_1}{p_1 V_1} \left[ V_1 \frac{dp_1}{dt} - RT_1 (\dot{m}_1 - \dot{m}_{1-2}) \right] \quad (24)$$

$$\frac{dp_2}{dt} = \frac{1}{V_2} \left[ (\kappa - 1) (\dot{Q}_2 + \dot{H}_{1-2} \mp \dot{H}_2 - \dot{H}_{2-3}) - \kappa \cdot p_2 \frac{dV_2}{dt} \right] \quad (25)$$

$$\frac{dT_2}{dt} = \frac{T_2}{p_2 V_2} \left[ p_2 \frac{dV_2}{dt} + V_2 \frac{dp_2}{dt} - RT_2 (\dot{m}_{1-2} \mp \dot{m}_2 - \dot{m}_{2-3}) \right] \quad (26)$$

Korzystając ze związku między strumieniem masowym a objętościowym płynu hamulcowego ( $\dot{m}_v = \dot{m} / \rho$ ) oraz rozpisując różniczkę masy w zależnościach (1):

$$m = d\rho \cdot V + dV \cdot \rho$$

uzyskuje się, po uwzględnieniu modułu ściśliwości cieczy i podatności obudowy [7], następujące zależności na strumienie objętościowe:

$$\pm \dot{m}_{41V} = \frac{\pi D_m^2}{4} \frac{dh_p}{dt} + \frac{V_{41}}{B_z} \cdot \frac{dp_{41}}{dt} \quad (27)$$

$$\pm \dot{m}_{42V} = \frac{\pi (D_b^2 - D_m^2)}{4} \frac{dh_p}{dt} + \frac{V_{42}}{B_z} \cdot \frac{dp_{42}}{dt} \quad (28)$$



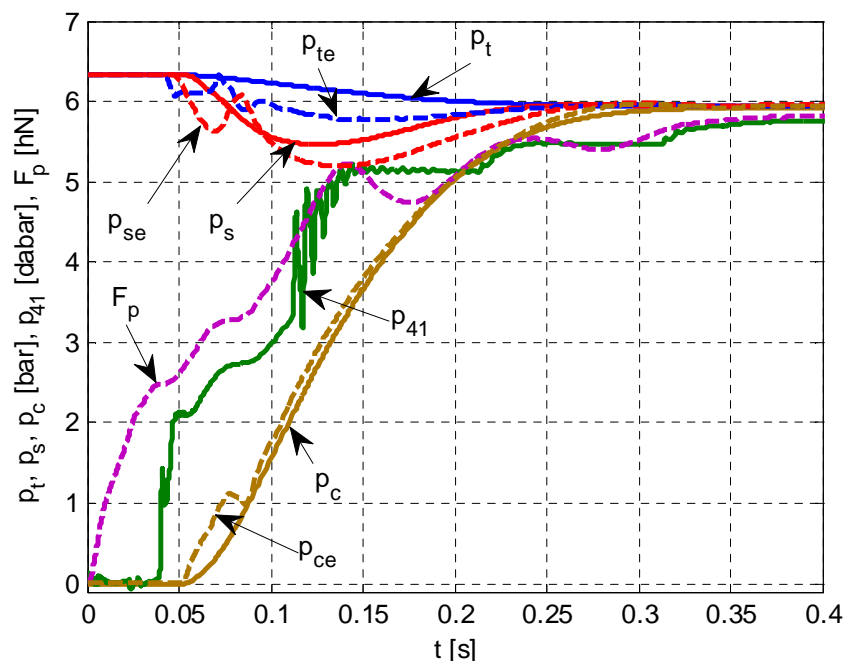
gdzie:  $B_z$  – moduł sprężystości cieczy wraz z obudową [Pa].

#### 4. Przykład symulacji instalacji pneumatycznej ciągnika

Do walidacji modelu komputerowego zaworu sterującego hamulcami przyczepy, jak i innych komponentów, wykorzystano wyniki doświadczalne sprawdzania czasu reakcji dwuprzewodowej instalacji hamulcowej ciągnika Pronar 1531A (rys.1). Czas reakcji wyznaczano wg metodyki Regulaminu 13 ECE [4] na podstawie zmian siły na pedale hamulca oraz ciśnienia na końcu przewodu o długości 2,5 m i średnicy 13 mm (imitacja przewodu sterującego przyczepy) podłączonego do złącza sterującego.

Modele komputerowe większości komponentów zespołu zasilającego i sterującego powietrzną instalacją hamulcową utworzono w postaci podsystemów graficznych typu S-function zapisanych w *m*-plikach programu Matlab, na podstawie własnych algorytmów i procedur [9, 12]. Do modelowania matematycznego przewodów hydraulicznego układu hamulcowego zastosowano metodę linii transmisyjnej, opisaną przez Krusa [17]. Zarejestrowane podczas badań doświadczalnych rzeczywiste przebiegi czasowe siły na pedale hamulca  $F_p$  (sygnał wymuszający) oraz przebiegi ciśnienia (sygnały wyjściowe) w pokazanych na rys. 1 punktach instalacji pneumatycznej, w tym: ciśnienia  $p_{te}$  w zbiorniku powietrza 4, ciśnienia  $p_{se}$  w zbiorniku kontrolnym 13 i ciśnienia  $p_{ce}$  na końcu przewodu 14 podłączonego do złącza sterującego 10 wprowadzono do modelu komputerowego w postaci komponentów źródłowych typu *From File*.

Przykładowe wyniki badań symulacyjnych (linie ciągłe) i doświadczalnych (linie przerywane) podczas sprawdzania czasu reakcji zespołu sterującego układu hamulcowego ciągnika Pronar 1531A przedstawiono na rys. 3. Z punktu widzenia celu modelowania, tj. obliczania czasu reakcji zespołu sterującego na podstawie ciśnienia teoretycznego  $p_v$ , można przyjąć, że opracowany model jest wystarczająco dokładny.



Rys.3. Eksperymentalne i symulacyjne wyniki badań procesów przejściowych w pneumatycznym układzie hamulcowym ciągnika:  $F_p$  – rzeczywista siła na pedale hamulca,  $p_{41}$  – ciśnienie modelowe w hydraulicznej komorze sterującej zaworu,  $p_b$ ,  $p_{te}$  – ciśnienie modelowe i doświadczalne w zbiorniku powietrza,  $p_s$ ,  $p_{se}$  – ciśnienie modelowe i doświadczalne w zbiorniku kontrolnym na końcu przewodu zasilającego,  $p_c$ ,  $p_{ce}$  – ciśnienie modelowe i doświadczalne na końcu przewodu sterującego

Świadczą o tym uzyskane wartości statystycznych wskaźników oceny zgodności [31] czasowych przebiegów ciśnienia modelowego  $p_c$  i doświadczalnego  $p_{ce}$  (wskaźnik determinacji  $R^2 > 98\%$ , średni względny błąd procentowy  $MAPE < 5\%$ ), a przede wszystkim małe przesunięcie czasowe (mniejsze od 0,01 s) obu krzywych przy ciśnieniu równym 75% wartości ciśnienia asymptotycznego. Adekwatność modelu komputerowego została również potwierdzona wynikami testu Kołmogorowa-Smirnova przy poziomie istotności 5%.

Uzyskane wyniki walidacji modelu komputerowego układu hamulcowego ciągnika świadczą również pośrednio o przydatności modelu matematycznego i komputerowego zaworu hamulcowego w symulacji procesów przejściowych w pneumatycznych układach hamulcowych pojazdów.

#### 4. Podsumowanie

W modelowaniu matematycznym zaworu sterującego hamulcami przyczepy uwzględniono w szereg zjawisk towarzyszących pracy zaworów hamulcowych zazwyczaj pomijanych na etapie tworzenia modelu fizycznego lub modelu komputerowego. W różniczkowych równaniach zmian ciśnienia i temperatury powietrza, w poszczególnych komorach zaworu, uwzględniono wymianę ciepła z otoczeniem, a w różniczkowym równaniu ruchu tłoków uwzględniono również siły tarcia statyczno-kinetycznego i siły bezwładności. Opisane równania modelu zaworu hamulcowego można wykorzystać do sformułowania modeli matematycznych i komputerowych innych zaworów hamulcowych o podobnej konstrukcji.

Uzyskane wyniki testu Kołmogorowa-Smirnova oraz wartości wskaźników statystycznych  $R^2$ ,  $MAPE$  oceny zgodności doświadczalnych i modelowych przebiegów ciśnienia na końcu przewodu sterującego potwierdziły adekwatność zrealizowanego w Matlabie-Simulinku modelu komputerowego instalacji pneumatycznej ciągnika Pronar 1531A podczas sprawdzania czasu reakcji obwody sterującego.

Opracowany model komputerowy może być wykorzystany do badania procesów przejściowych w instalacji powietrznej hamulcowej ciągników rolniczych z hamulcami hydraulicznymi oraz prognozowania właściwości dynamicznych powietrznych układów hamulcowych zespołu ciągnik-przyczepa (szybkość, synchronia działania) przy użyciu metod symulacyjnych.

#### Literatura

1. Armstrong-Helouvry, B., Dupont, P., Canudas de Wit, C. A survey of models analysis tools and compensation methods for the control of machines with friction. *Automatica* 1994; 30, (7): 1083–1138.
2. Beater, P. *Pneumatic drives. System design, modeling and control*. Berlin, Heidelberg: Springer-Verlag, 2007.
3. Draft Regulation of the European Parliament and the Council on the braking systems of agricultural or forestry tractors, their trailers and interchangeable towed machinery, amending Directive 2003/37/EC, Council Directive 89/173/EEC and repealing Council Directive 76/432/EEC. (17.11.2008) [https://circabc.europa.eu/sd/d/da0dfc11-858f-4ccb-bd65-865a3e46b050/5030\\_99rev16\\_v171108.pdf](https://circabc.europa.eu/sd/d/da0dfc11-858f-4ccb-bd65-865a3e46b050/5030_99rev16_v171108.pdf) (accessed 2 May 2014)
4. ECE Regulation No. 13. Uniform provisions concerning the approval of vehicles of categories M, N and O with regard to braking. UN Economic Commission for Europe, Geneva, Switzerland, 2001.

5. Haldex European Aftermarket Catalogue 2007/2008. <http://www.mirbm.ru/files/catalogs/283.pdf> (accessed 2 May 2014).
6. He, L., Wang, X., Zhang, Y., Wu, J. and Chen, L. (2011) Modeling and simulation vehicle air brake system. Proceedings 8th Modelica Conference. Dresden, Germany, March 20-22, 2011: 430-435. [https://modelica.org/events/modelica2011/Proceedings/pages/papers/17\\_3\\_ID\\_144\\_a\\_fv.pdf](https://modelica.org/events/modelica2011/Proceedings/pages/papers/17_3_ID_144_a_fv.pdf) (accessed 2 May 2014).
7. Jelali, M. and Kroll, A. Hydraulic Servo-systems: modelling, identification and control, London: Springer, 2003.
8. Kamiński, Z. Dynamic calculations of pneumatic relay valve. *Acta Mechanica et Automatica* 2009; 3(1): 62-64.
9. Kamiński, Z. Mathematical modeling of pneumatic pipes in a simulation of heterogeneous engineering systems. *ASME Journal of Fluids Engineering* 2011; 133(12): 1-8.
10. Kamiński, Z. Mathematical modeling of pneumatic relay valve. *Hydraulika i Pneumatyka* 2009; 5: 22-25.
11. Kamiński, Z. Mathematical modelling of the pneumatic relay emergency valve for dual-line agricultural trailer braking systems. Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part D: Journal of Automobile Engineering 2012; 226(5): 603-612.
12. Kamiński, Z. Modelling of the energy supply equipment of the air braking system of a farm tractor. *The Archives of Automotive Engineering* 2011; 53(3): 33-39.
13. Kamiński, Z. Simulation and experimental testing of the pneumatic brake systems of agricultural vehicles. Białystok: Oficyna Wydawnicza Politechniki Białostockiej, 2012.
14. Keyser, D.E. and Hogan K. Hydraulic brake systems and components for off-highway vehicles and equipment. National Fluid Power Association Technical Paper Series 1992; I 92-1.4: 1-9.
15. Keyser, D.E. Full power hydraulic brake actuation, circuit design considerations for off-highway vehicles and equipment. 10th International Conference on Fluid Power - the Future for Hydraulics, Brugge, Belgium, 5-7 April 1993, edited by N. Way. Mechanical Engineering Publications, London.
16. Krivts, I.L., Krejnin, G.V. Pneumatic actuating systems for automatic equipment. Structure and design. Boca Raton, London, New York: CRC Taylor & Francis, 2006.
17. Krus, P., Weddfeld, K., and Palmberg, J.O., (1994) Fast pipeline models for simulation of hydraulic systems. *Transactions of the ASME, Journal of Dynamic Systems, Measurements and Control* 1994; 116(1): 132-136.
18. Lin, M., Zhang, W. (2007) Dynamic simulation and experiment of a full power hydraulic braking system. *Journal of University of Science and Technology Beijing* 2007; 29(10): 70-75.
19. Metljuk, N.F., Avtushko, V.P. *Dinamika pnevmaticheskikh privodov avtomobilej*. Moskva: Mashinostroenie, 1980.
20. Miatluk, M., Kamiński, Z., Czaban, J. Characteristic features of the airflow of pneumatic elements of agricultural vehicles. *Commission of Motorization and Power Industry in Agriculture* 2003; 3: 174-181.

21. Miatluk, M., Czaban, J. An analysis of transient processes in pneumatic brake system with automatic regulator of brake forces of automotive vehicles. Commission of Motorization and Power Industry in Agriculture 2006; 6: 85-93.
22. Natarajan, S.V., Subramanian, S.C., Darbha, S. Rajagopal, K.R. (2007) A model of the relay valve used in an air brake system. Nonlinear Analysis: Hybrid Systems 2007; (1)3: 430-442.
23. Németh, H., Ailer, P., Hangos, K.M. Unified model simplification procedure applied to a single protection valve. Control Engineering Practice 2005; 13(3): 315-326.
24. Podrigalo, M., Abramov, D. Selection of tractor brake type in main phase of its design engineering. Brake Conference 2001. Brakes of road vehicles, Łódź, Poland, 19-21 April 2001, I: 69-78.
25. Prabhu, S. M. Model-based design for off-highway machine systems development (2007-01-4248). SAE Commercial Vehicle Engineering Congress, 2007 October 31-November 1, Rosemont (Chicago), USA: 1-10.
26. Pronar. Tractors. Tractor Pronar 1523A. [http://www.pronar.pl/EN/ENciagniki/pronar\\_1523a\\_.html](http://www.pronar.pl/EN/ENciagniki/pronar_1523a_.html) (accessed 2 May 2014)
27. Radlinski, R.W., Flick, M.A. Tractor and trailer brake system compatibility. SAE Transactions 1986, paper no. 861942.
28. Subramanian, S.C., Darbha, S., Rajagopal, K.R. Modelling the pneumatic subsystem of a S-cam air brake system. Trans. of the ASME, Journal of Dynamic Systems, Measurement and Control 2004; 126(1): 36-46.
29. Wabco. Air-braking system. Agriculture and forestry vehicles. Edition 8 (Version 2/02.2010(en)). <http://inform.wabco-auto.com/intl/pdf/815/00/82/8150100823.pdf> (accessed 2 May 2014).
30. Zhang, H., Wu, J., Zhang. Y., Chen. L. Objected oriented modelling and simulation of pneumatic brake system with ABS. IEEE Intelligent Vehicle Symposium, Xi'an, Shaanxi, China, June 3-5, 2009: 780-785
31. Zurada, J., Levitan, A., Guan, J. A Comparison of regression and artificial intelligence methods in a mass appraisal context. Journal of Real Estate Research 2011, 33(3): 349-387.