

# Analiza numeryczna stalowego połączenia 3D w złożonych warunkach obciążenia

Mgr inż. Michał Bąk, Politechnika Poznańska

## 1. Wprowadzenie

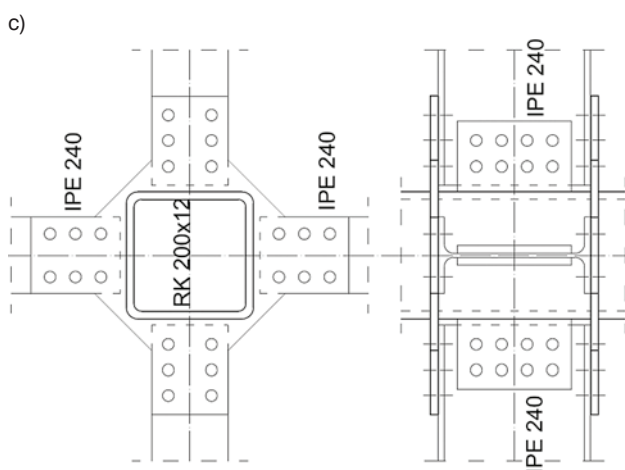
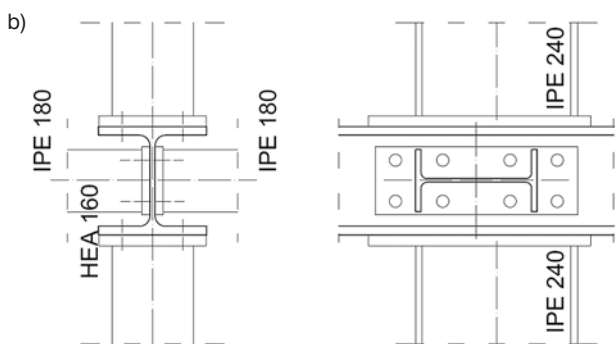
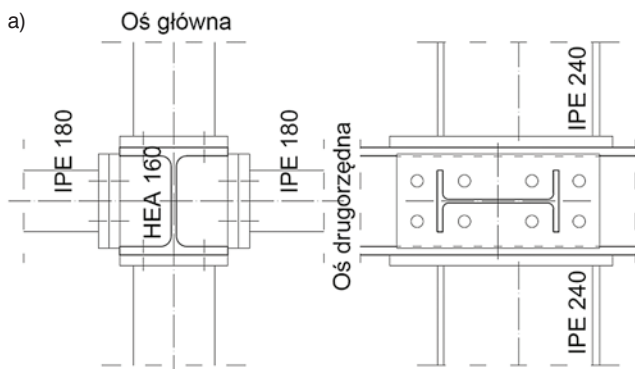
Charakterystyka sztywnościowa węzłów stalowych jest podstawowym parametrem określającym możliwość zastosowania w układzie konstrukcyjnym. Dotychczas stosowane założenie o węzłach sztywnych i przegubowych jest coraz częściej pomijane, poprzez wprowadzenie połączeń o skończonej sztywności. Pozwala to nie tylko na prostsze konstruowanie węzłów, ale również na optymalną pracę konstrukcji. Zagadnienie sztywności węzłów płaskich jest bardzo dokładnie rozpoznane zarówno w przypadku konstrukcji stalowych, jak i zespolonych [1, 2, 3, 4]. Daleko posunięte są również prace dotyczące analiz statycznych i statecznościowych układów z węzłami podanymi [4, 5, 6, 1]. Najszerzej rozbudowana grupa badań dotyczy prostych przypadków, w których do słupa dołączane są maksymalnie dwie belki, w płaszczyźnie większego lub mniejszego oporu, dla przypadku słupa dwuteowego. Sytuacje, w których do takiego połączenia dochodzi dodatkowo belka w płaszczyźnie prostopadłej, nie są już tak dogłębnie zbadane, a dostępne eksperymenty często są ograniczone do podstawowych przypadków przekrojów lub prostych schematów obciążeń. W ramach analizowanych jako płaskie, sytuacje węzłów przestrzennych zdarzają się stosunkowo rzadko, dodatkowo obciążenie momentem zginającym w płaszczyźnie mniejszego oporu jest zazwyczaj znikome, ponieważ połączenia takie kształtowane są jako zbliżone do przegubów, zatem możliwe jest wykorzystanie badań dla węzłów płaskich. Konstrukcje przestrzenne, w których celem jest kształtowanie węzłów w obu płaszczyznach jako półsztywne, wymagają ostrożnego podejmowania decyzji dotyczących sztywności połączeń, ze względu na jej znaczny wpływ na odpowiedź całego układu. Należy pamiętać, że znaczne odejście od zakładanych poziomów sztywności węzłów zarówno w stronę połączeń sztywnych, jak i przegubów może być niebezpieczne dla konstrukcji. Niniejszy artykuł skupia się na analizie 3 przypadków węzłów trójwymiarowych, w różnych warunkach obciążenia, ze szczególnym uwzględnieniem sztywności i nośności poszczególnych połączeń. Dotychczasowe badania takich elementów są znacznie węższe i opierają się głównie o prace [5, 6, 7, 8, 9]. Są one znacznie bardziej zaawansowane i wymagają kompleksowego podejścia w kwestii interakcji nie tylko pomiędzy siłami przekrojowymi w dołączanym elemencie, ale również pomiędzy poszczególnymi elementami [10]. Sztywność każdego połączenia w przeważającej części zależy od wymiarów łączonych elementów oraz typu połączenia. Badania dotyczące detali połączeń obejmują wpływ

łączenia różnych wysokości belek [11], połączeń z 4 śrubami w szeregu [12] oraz wzmocnienia dodatkowymi blachami [13]. Zagadnienie korelacji pomiędzy charakterystyką sztywnościową węzła a wyężeniem przyłączanego elementu poruszają np. prace [15, 16, 17]. Powyższe badania pozwalają na dokładne określenie sztywności połączenia dwóch elementów (korelacja 6 stopni swobody). Stosowane w ramach przestrzennych węzły, w których łączone są np. 4 elementy, wymagają określenia korelacji pomiędzy wyężeniem poszczególnych elementów dołączanych. Dotychczasowe prace [6, 15, 16, 8, 9] pozwoliły na wskazanie sztywności połączeń w płaszczyźnie mniejszego oporu oraz wpływ obciążenia w dwóch płaszczyznach na sztywność połączenia w płaszczyźnie głównej. Niniejszy artykuł skupia się na wykazaniu wpływu schematu obciążenia na charakterystykę  $M-\varphi$  poszczególnych połączeń (która jest parametrem wejściowym oprogramowania służącego do analiz konstrukcji).

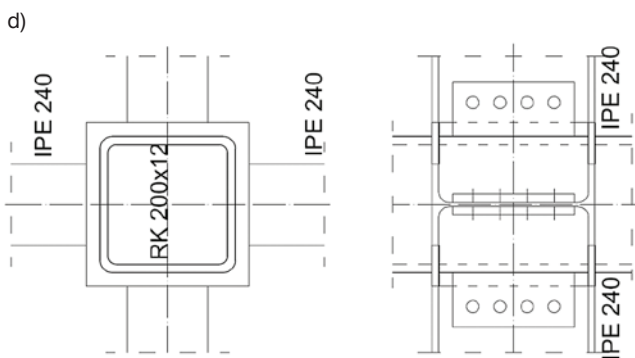
## 2. Model MES oraz plan badań

Rosnące znaczenie sztywności połączeń jest uzasadnione ich uwzględnieniem w trakcie analizy konstrukcji oraz wykorzystaniem w trakcie procesów optymalizacyjnych [17, 18, 19]. Wpływ sztywności połączeń stalowych na odpowiedź konstrukcji został wykazany w pracach Chena i innych oraz polskich naukowców Bródki, Giżejowskiego czy Kozłowskiego. W ostatniej dekadzie szeroko rozwinęły się również badania skupione nad procesami optymalizacji, w których uwzględniane są różne modele węzłów [26, 25, 23]. Problem ten jednak jest o tyle skomplikowany, iż nie jest możliwe określenie dokładnej charakterystyki sztywnościowej połączenia, nie posiadając detali konstrukcyjnych rozwiązania, jego podstawowych wymiarów czy charakterystyki łączonych elementów. Przeprowadzone badania polegały na przeprowadzeniu symulacji obciążenia 4 schematów połączeń stalowych w różnych schematach obciążeń.

Budowę modelu oparto o doświadczenia oraz wskazówki umieszczone w publikacji [6], przeprowadzając walidację i weryfikację modelu, dla różnych rozmiarów siatki. Gene wskazówki dotyczące modelowania sprzężenia śrub zostały uzyskane z publikacji [20]. Ostatecznie, w celu uzyskania ogólniejszych wyników, zdecydowano się zmodyfikować wymiary poszczególnych elementów względem [6] oraz przeprowadzić dodatkowo badania przy wykorzystaniu przekrojów zamkniętych. Zwiększono grubość blach doczołowych zarówno w płaszczyźnie większego, jak i mniejszego oporu,



Rys. 1a-c. Model połączenia A, B, C

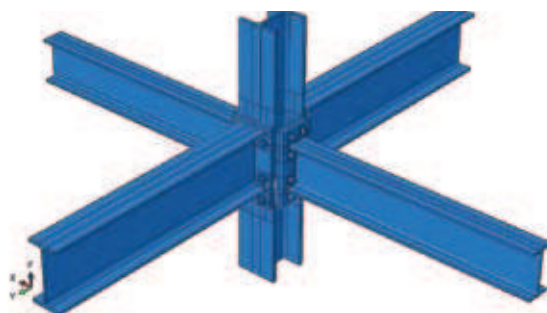


Rys. 1d. Model połączenia D

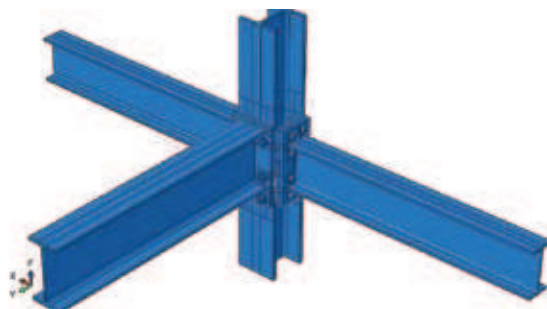
w celu zwiększenia ryzyka uplastycznienia i utraty nośności przez komponenty związane z słupem. Schematy związane z wykorzystaniem profilu zamkniętego w przekroju słupa są symetryczne względem dwóch płaszczyzn. Schematy badanych połączeń zostały przedstawione na rysunku 1a–1d. Model oznaczony literą E określa zachowanie węzła w płaszczyźnie mniejszego oporu, który został pokazany na rysunku 1a. Zestawienie zastosowanych przekrojów zawiera tabela 1. Zastosowane modele materiałów są zgodne z modelami wykorzystanymi w [6].

W trakcie prowadzonych badań starano się określić wpływ następujących zagadnień, na sztywność połączeń:

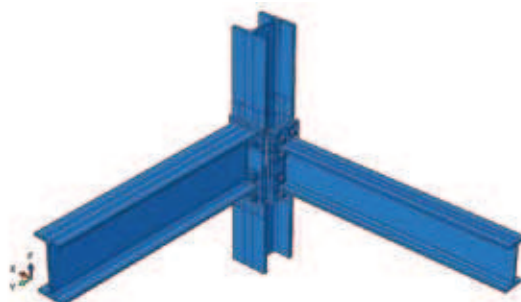
- wpływ wyteżenia w płaszczyźnie prostopadłej na sztywność połączenia,
- wpływ kolejności obciążenia (obciążenie w płaszczyźnie większego oporu występujące po obciążeniu płaszczyzny głównej oraz obciążenie obu płaszczyzn jednocześnie) na sztywność połączeń,



Rys. 2a. Schemat połączenia S1, S4, S5, S6



Rys. 2b. Schemat połączenia S2



Rys. 2c. Schemat połączenia S3

**Tabela 1.** Zestawienie przeprowadzonych symulacji

	S1		S2		S3		S4		S5		S6	
	SA [kNm]	WA [kNm]	SA [kNm]	WA [kNm]	SA [kNm]	WA [kNm]	SA [kNm]	WA [kNm]	SA [kNm]	WA [kNm]	SA [kNm]	WA [kNm]
AA	$M_R$	0	$M_R$	0	$M_R$	0			$M_R, 0,33M_R$	0	$M_R, 0,2M_R$	0
	$M_R$	30	$M_R$	30	$M_R$	30	$M_R$	30	$M_R, 0,33M_R$	30	$M_R, 0,2M_R$	30
	$M_R$	60	$M_R$	60	$M_R$	60	$M_R$	60	$M_R, 0,33M_R$	60	$M_R, 0,2M_R$	60
	$M_R$	88	$M_R$	88	$M_R$	88	$M_R$	88	$M_R, 0,33M_R$	80	$M_R, 0,2M_R$	88
B	$M_R$	0			$M_R$	0						
	$M_R$	27										
	$M_R$	54			$M_R$	54						
	$M_R$	81			$M_R$	81						
C	$M_R$	0	$M_R$	0	$M_R$	0						
	$M_R$	41	$M_R$	41	$M_R$	41						
	$M_R$	52					$M_R$	52				
	$M_R$	82	$M_R$	82	$M_R$	82	$M_R$	82				
	$M_R$	120	$M_R$	120	$M_R$	120	$M_R$	120				
D	$M_R$	0										
	$M_R$	56										
	$M_R$	114										
E	0	$M_R$										
	52	$M_R$										
	84	$M_R$										
	125	$M_R$										

S1 – obciążenie symetryczne w dwóch płaszczyznach  
 S2 – obciążenie jednostronne w płaszczyźnie głównej symetryczne w płaszczyźnie słabszego oporu  
 S3 – obciążenie jednostronne w płaszczyźnie głównej i słabszego oporu  
 S4 – obciążenie symetryczne w dwóch płaszczyznach, przykładane w jednym kroku  
 S5 – obciążenie symetryczne w płaszczyźnie mniejszego oporu, w płaszczyźnie głównej – w stosunku 1:3  
 S6 – obciążenie symetryczne w płaszczyźnie mniejszego oporu, w płaszczyźnie głównej – w stosunku 1:5

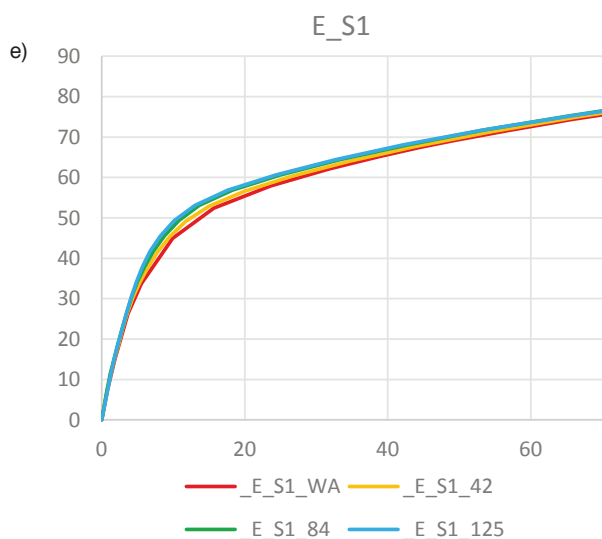
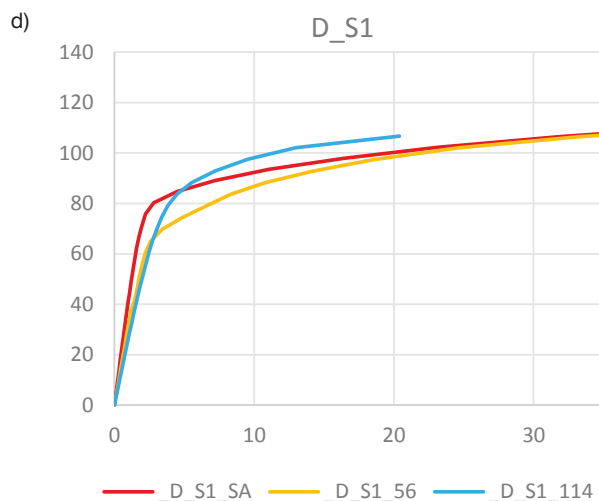
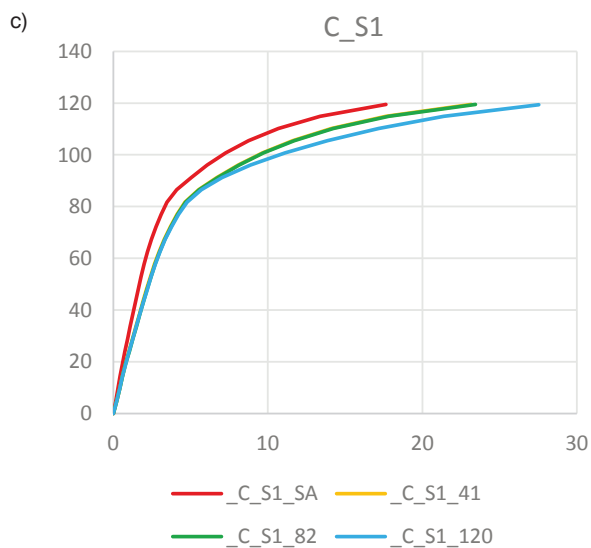
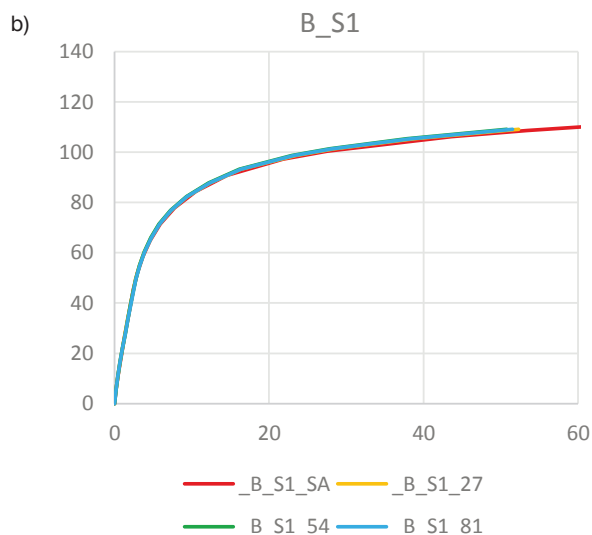
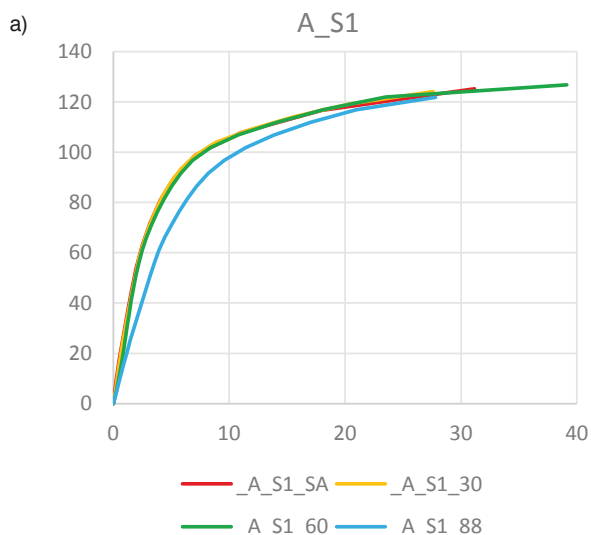
- wpływ niesymetrycznego obciążenia w płaszczyźnie głównej na sztywność połączeń,
- wpływ obciążenia proporcjonalnego na sztywność połączeń.

W przypadku węzłów opartych na słupie z kształtownika zamkniętego, w którym zbiegają się 4 jednorodne belki, liczba modeli została zredukowana, ze względu na ich jednorodny cel. Znaczna część badań została przeprowadzona na podstawie 3 schematów połączenia. Wyeliminowano dzięki temu możliwy wpływ symetrii obciążenia. Poszczególne schematy, na przykładzie pierwszego przypadku połączenia, pokazują rysunki 2a–2c. Schemat S1 został obciążony w dwóch krokach (obciążenie słabej płaszczyzny, obciążenie płaszczyzny głównej), schemat S4 w jednym kroku. Model S5 został obciążony w dwóch stopniach, ale stosunek obciążenia belek w płaszczyźnie głównej wynosi 1:3 oraz 1:5 dla schematu S6 (tabela 1).

### 3. Wyniki przeprowadzonych analiz

Pierwszym analizowanym przypadkiem był schemat bazujący na badaniach [6], dla którego zostało przeprowadzone 34 symulacje, w różnych warunkach obciążenia. Wstępna analiza

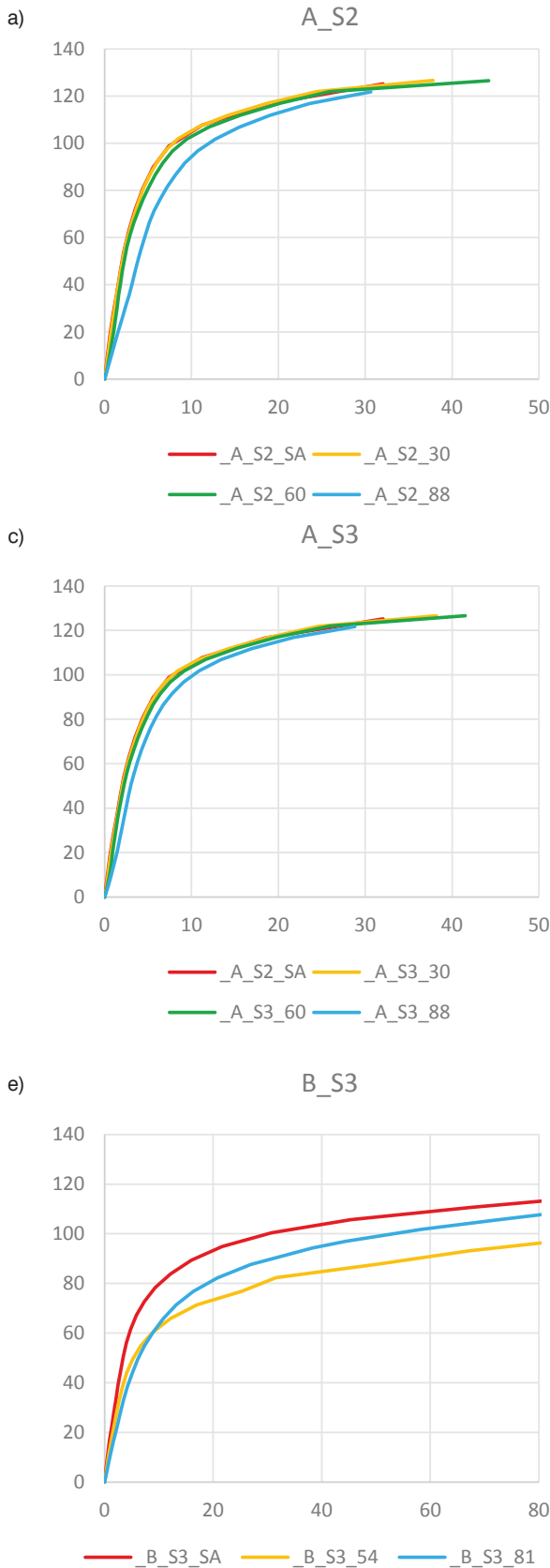
wyników pozwoliła na późniejsze ograniczenie liczby analiz, pozwalając na optymalizację zasobów obliczeniowych. Odpowiedź na pytanie dotyczące wpływu obciążenia w płaszczyźnie prostopadłej do płaszczyzny węzła, na jego sztywność, została opracowana na podstawie rysunków 3, 4. Badania zostały przeprowadzone w dwóch etapach. W pierwszym etapie obciążeniu podlegała płaszczyzna prostopadła do badanego połączenia (dla schematów A-D, płaszczyzna mniejszego oporu, dla schematu E płaszczyzna główna). Po uzyskaniu pożądanego momentu w płaszczyźnie prostopadłej (starano się uzyskać 3 poziomy dla każdego przypadku 1/3, 2/3 oraz w przybliżeniu nośność graniczną połączenia) następowało obciążenie analizowanej płaszczyzny. Uzyskany poziom wyężenia w płaszczyźnie prostopadłej został oznaczony na wykresach poprzez liczbę występującą na końcu oznaczenia, wartość „SA” oznacza badanie referencyjne, w którym nie występuje obciążeniem w płaszczyźnie prostopadłej. Analizowane wyniki pokazują nieznaczny wpływ wyężenia bocznego na sztywność połączenia i jego charakterystykę  $M - \varphi$ , szczególnie w przypadku połączeń dwuteowych (schematy A\_S1, B\_S1). Wszystkie przytaczane charakterystyki pokazują występujący w połączeniu moment na osi rzędnych [kNm] oraz



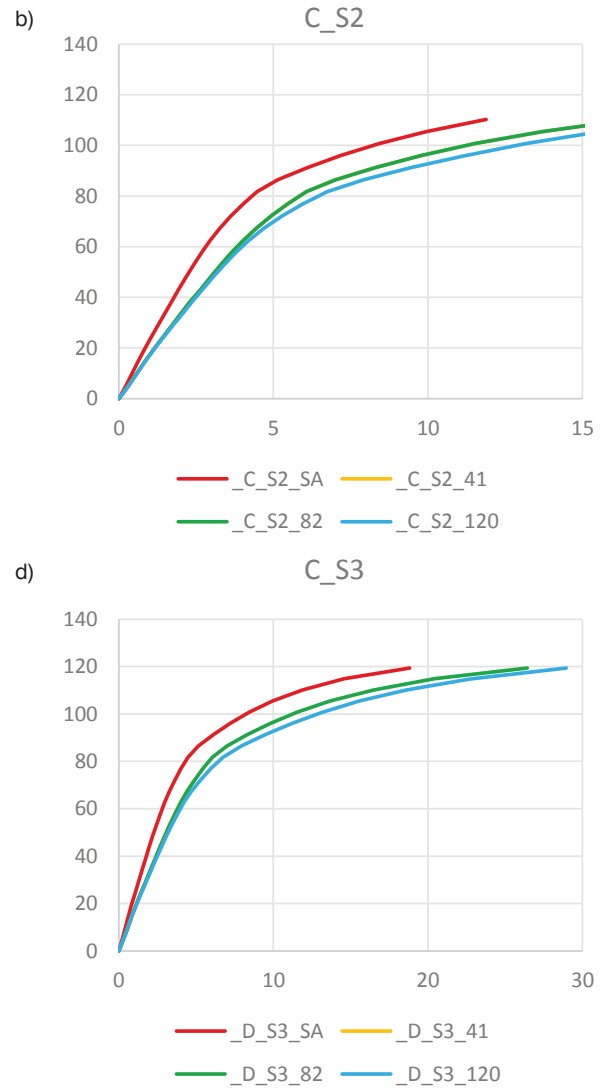
**Rys. 3a-e.** Charakterystyka moment-obrót dla połączeń obciążonych wstępnie w płaszczyźnie prostopadłej

względny obrót połączenia na osi odciętych [mrad]. Wpływ uwidacznia się, kiedy wyętnienie w płaszczyźnie bocznej powoduje deformację przekroju słupa, co doprowadza do znacznie

szybszego uplastycznienia poszczególnych składników połączenia (zwłaszcza związanych z pasami słupa) – schemat A\_S1\_88. Bezpośrednie przyłączenie belek do środka słupa jeszcze bardziej ogranicza wpływ. Nieco inaczej sytuacja kształtuje się w przypadku słupów rurowych, gdzie wprowadzenie obciążenia w płaszczyźnie prostopadłej obniża sztywność i nośność połączenia. Zjawisko to zachodzi w obu analizowanych przypadkach słupów rurowych (C\_S1, D\_S1) i jest związane z bezpośrednim nakładaniem się głównych stref naprężeń. W związku z badaniem węzłów obciążonych momentem zginającym, w pierwszej kolejności uplastycznieniu podlegają elementy przejmujące obciążenia z pasów belek. W przypadku połączeń rurowych elementem tym jest przepona, do której pasy są dospawane (model D) lub połączone przez śruby (model C). W obu przypadkach element ten ulega wcześniejszemu uplastycznieniu, co jest związane z obniżeniem sztywności. Ostatni z przedstawionych modeli (E), obrazujący charakterystykę sztywnościową połączenia w płaszczyźnie drugorzędnej (belka przymocowana do słabej osi słupa poprzez dodatkowe blachy), pokazuje wzrost sztywności w przedziale zbliżonym do nośności sprężystej. Uzasadnienia wzrostu sztywności należy poszukiwać we wprowadzeniu do strefy rozciąganej połączenia stabilizujących naprężeń rozciągających (dodatkowa

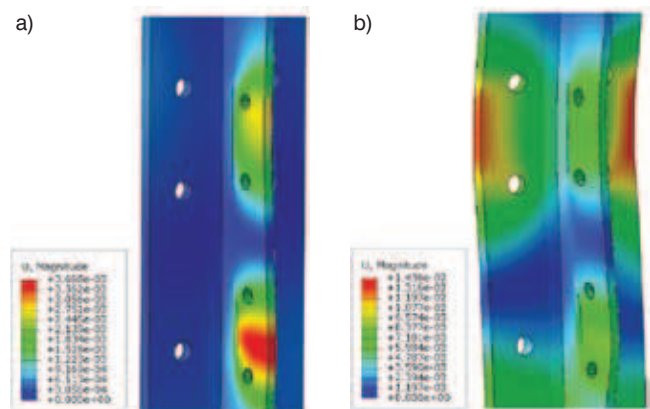


**Rys. 4a-e.** Charakterystyka moment-obrót dla połączeń niesymetrycznych obciążonych wstępnie w płaszczyźnie prostopadłej



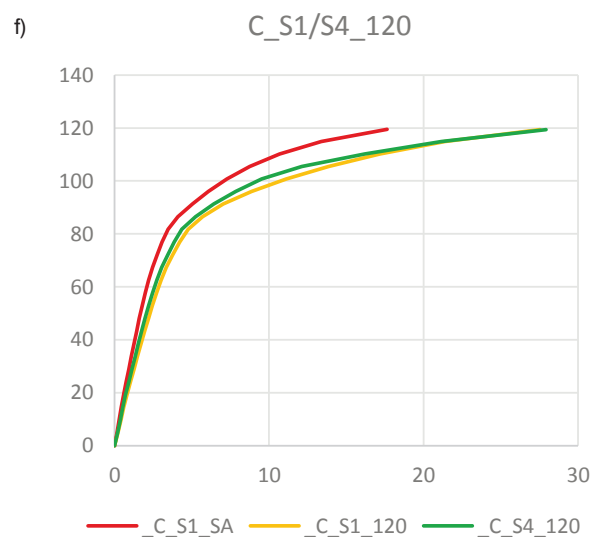
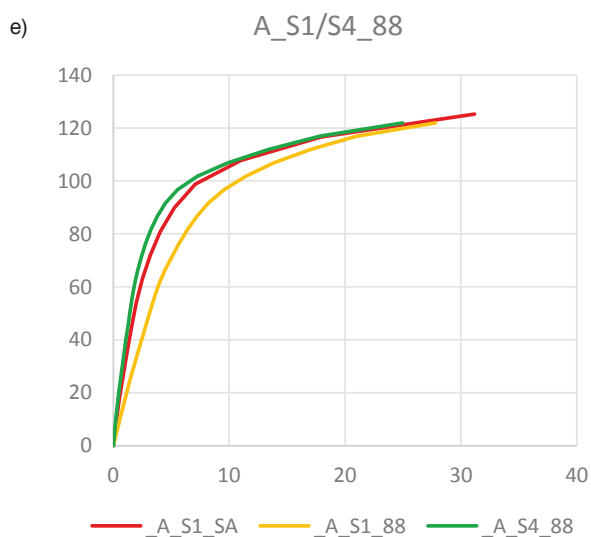
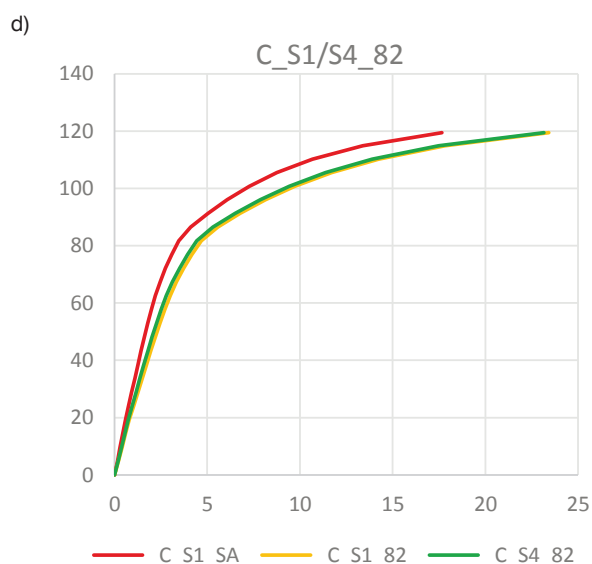
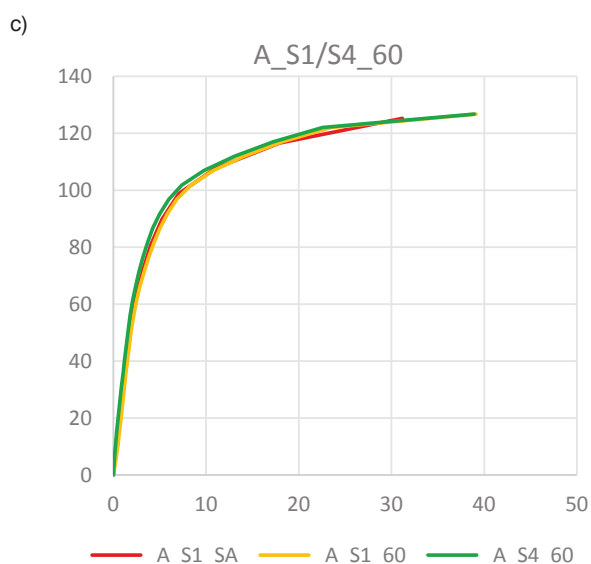
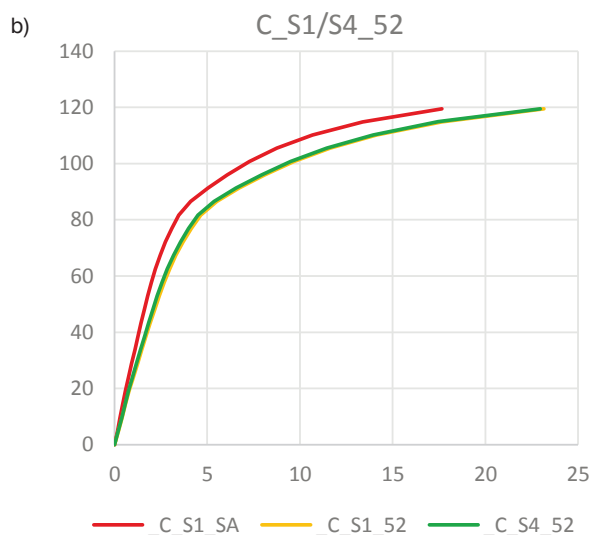
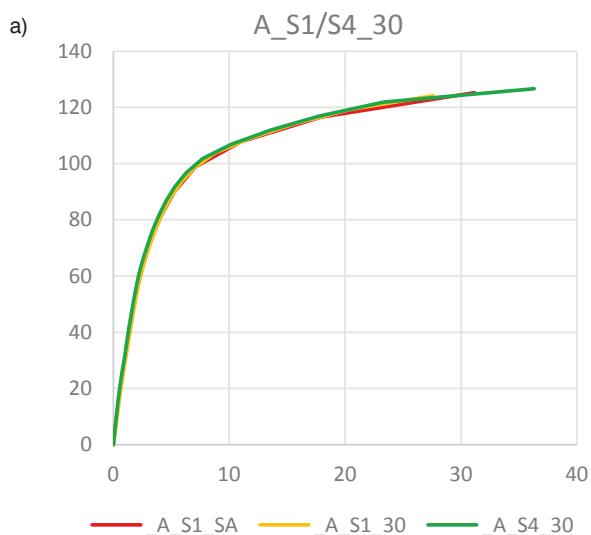
blacha stanowi formę uźebrowania dla połączenia w płaszczyźnie głównej). W dalszej części wykresu widać jednak, że wraz z postępującym uplastycznieniem składników sztywność zbliża się do wartości referencyjnej.

Przeprowadzone dla modelu A oraz C badania oparte o schemat 2 i 3 (rys. 2b oraz 2c), pozwalają na stwierdzenie, że powyższe



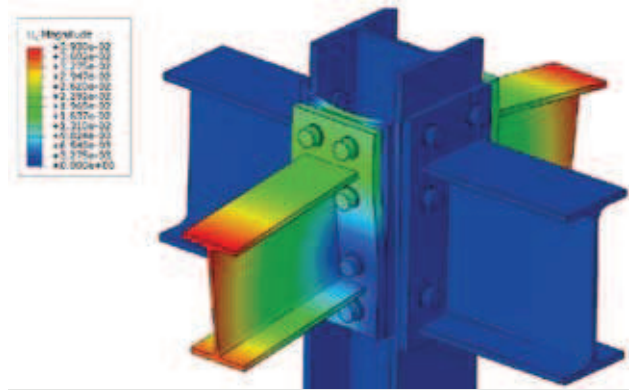
**Rys. 5a-b.** Deformacja środnika słupa podczas badania B\_S3 (odkształcenie po obciążeniu płaszczyzny słabego oporu (a) oraz płaszczyzny głównej (b))





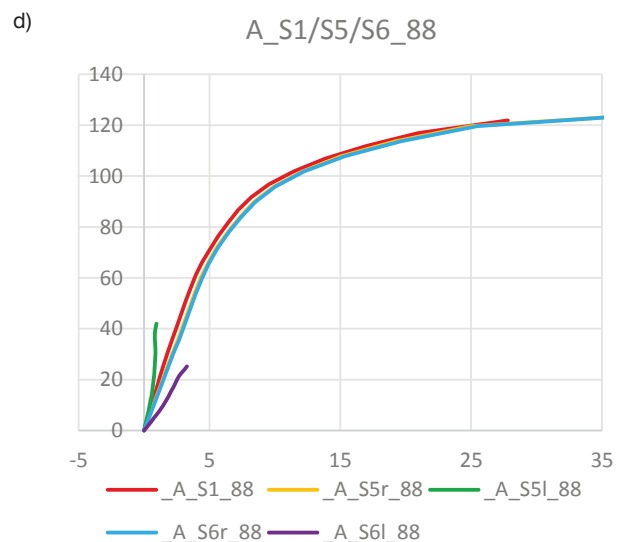
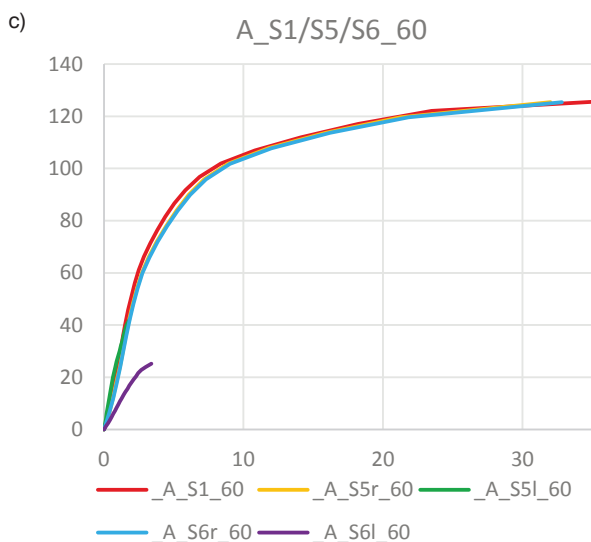
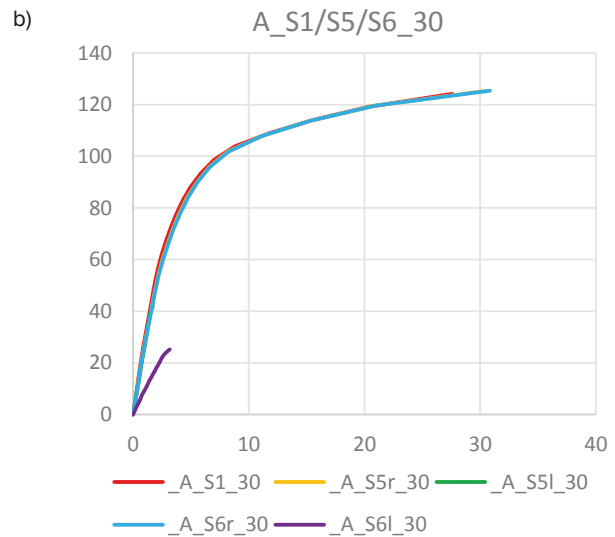
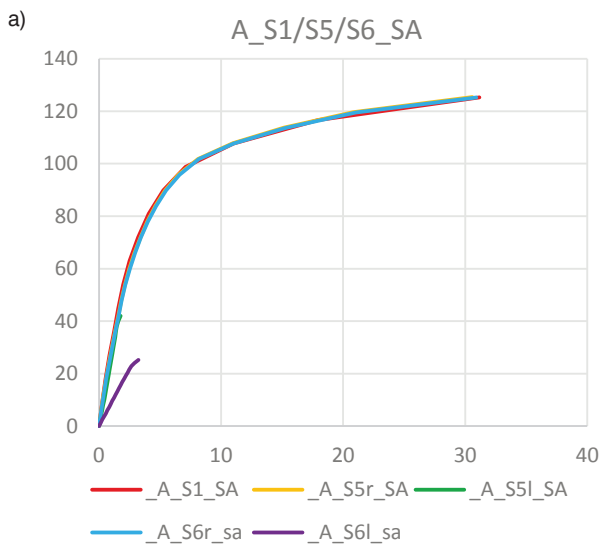
Rys. 6a-f. Zmiana sztywności połączeń związana z jednoczesnym obciążeniem obu płaszczyzn

wyniki są niezależne od liczby wprowadzonych do węzła belek. Wyniki dla modelu B\_S3, w którym obciążenie niesymetrycznego połączenia w osi mniejszego oporu powoduje znaczne deformacje środnika słupa, pokazują, że nawet w takim przypadku nie następuje znaczna zmiana sztywności połączenia w płaszczyźnie głównej (rys. 4e, rys. 5a, 5b), co jest związane z niskim wpływem odkształcalności środnika na sztywność połączenia. Podobne wnioski dotyczące symetrii połączenia występują w przypadku słupa rurowego (rys. 4 b, 4d). Nałożenie głównych stref rozciąganych powoduje obniżenie sztywności połączenia w analizowanej płaszczyźnie. Redukcja sztywności jest przy tym większa, aniżeli w przypadku połączenia o symetrycznej budowie (rys. 3 d). Drugą kwestią poruszaną podczas badań było sprawdzenie, czy kolejność obciążenia płaszczyzn ma wpływ na sztywność poszczególnych połączeń. Schemat S1, zgodnie z wcześniejszym opisem, został obciążony w dwóch krokach (dla połączenia A płaszczyzna słabego oporu, następnie płaszczyzna główna), natomiast schemat S4 w jednym kroku. Umieszczone na rysunku 6 wykresy  $M - \varphi$  pokazują, że różnica pomiędzy

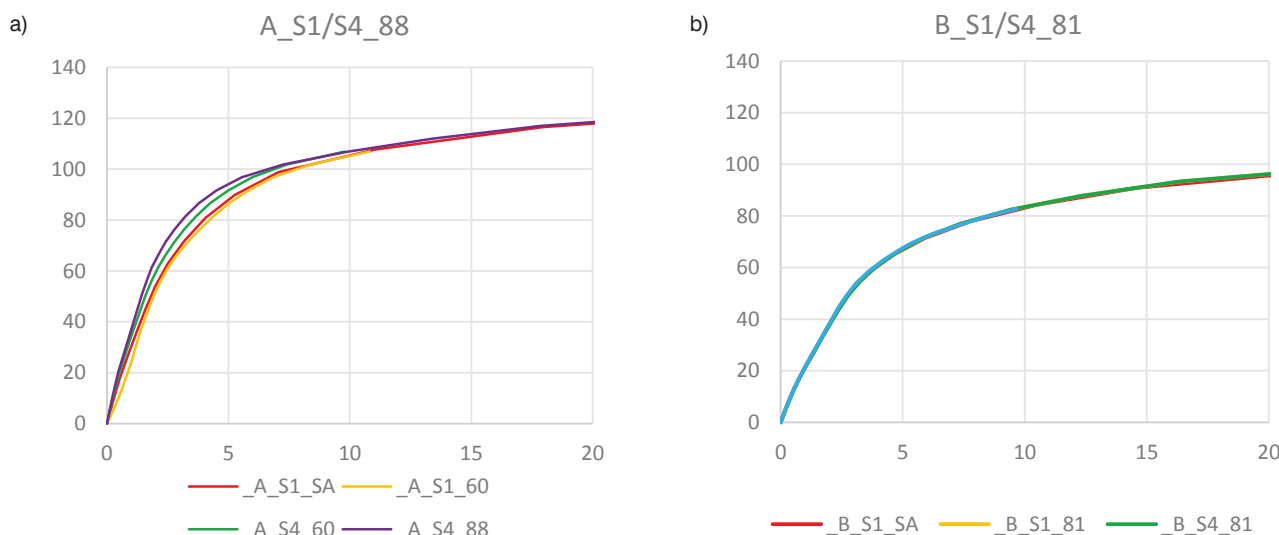


Rys. 7. Deformacja węzła A\_S1\_88 (stan na końcu pierwszej fazy obciążenia)

sztywnością w obu schematach występuje tylko w przypadku połączenia A\_S1/S4\_88 i jest związana z znaczną deformacją węzła na zakończeniu pierwszego kroku obciążenia (rys. 7). W przypadku jednoczesnego obciążenia obu płaszczyzn (A\_S4\_88) sztywność jest większa od sztywności schematu



Rys. 8a–d. Zmiana sztywności z względu na nieproporcjonalne obciążenie jednej płaszczyzny



**Rys. 9a-b.** Wpływ obciążenia proporcjonalnego na sztywność połączeń

referencyjnego (A\_S1\_SA), ponieważ obciążenie płaszczyzny niskiego oporu powoduje usztywnienie pólki słupa. Schemat A\_S1\_88 jest zdeformowany w stanie początkowym obciążenia płaszczyzny głównej, doprowadzając do szybszego uplastycznienia pasów, co skutkuje z kolei obniżeniem sztywności. Zmiana ta jest jednak widoczna w momencie skrajnego wyężenia połączenia w płaszczyźnie mniejszego oporu, które znacznie wcześniej skutkowałaby uznaniem, iż połączenie to przekroczyło stan graniczny użyteczności (oraz nośności, w granicach bezpiecznej eksploatacji), co pokazuje rysunek 7. Podobne wyniki uzyskane zostały dla schematu B, z zaznaczeniem, że nawet w przypadku wyężenia bocznego bliskiego nośności połączenia (wyężenie 95%), zmiana charakterystyki  $M-\varphi$  nie jest zauważalna. Kiedy słup stanowi kształtownik zamknięty, można zaobserwować podobne wnioski. Zarówno w przypadku obciążania w dwóch krokach oraz jednym kroku występuje bardzo podobna redukcja sztywności.

Grupa badań związana z niesymetrycznym obciążeniem węzłów pozwala na określenie, czy konieczne jest modyfikowanie sztywności w zależności od różnicy obciążeń w belkach w jednej płaszczyźnie. Jak pokazują wykresy umieszczone na rysunkach 8 a–d, sztywność połączenia, którego belka jest bardziej obciążona, nie ulega zmianie w porównaniu z obciążeniem symetrycznym (zmiana nie jest znacząca). Inaczej wygląda sztywność połączenia słabiej obciążonego. W przypadku stosunku obciążenia 1:3 sztywność początkowa również odbiega nieznacznie od modelu referencyjnego (występuje wzmocnienie połączenia). Dla stosunku obciążeń 1:5 następuje jednak jej redukcja. Przyczyną obniżenia sztywności połączeń obciążonych niesymetrycznie (połączenie belki obciążonej słabiej) są większe odkształcenia środnika słupa w porównaniu z przypadkami obciążenia symetrycznego.

Ważne wnioski pozwalają wyciągnąć porównanie wyników uzyskanych podczas obciążenia proporcjonalnego (każda z belek obciąża węzeł takim samym momentem) oraz wyników wcześniej omawianych. Węzeł wykorzystujący dodatkowe blachy, do których przymocowane zostają belki w słabszej

płaszczyźnie wykazuje znaczne różnice pomiędzy poszczególnymi charakterystykami. Dla schematu A największa sztywność występuje dla obciążenia proporcjonalnego, co jest związane z wprowadzeniem naprężeń rozciągających w dodatkowych blachach, które dodatkowo usztywniają półki słupa. Całe zjawisko powtarza się w wszystkich przypadkach rodzajów obciążeń, skutkując ostatecznie uzyskaniem podobnej sztywności wzmocnienia (sztywność uzyskana po przekroczeniu nośności obliczeniowej słupa). Połączenie B, w którym obie płaszczyzny połączeń są dużo mniej zależne w porównaniu z schematem A, zjawiska wzmocnienia oraz zwiększenia podatności w zależności od kolejności przykładanych obciążeń oraz ich wartości, nie zachodzą (rysunek 9b), a różnice pomiędzy poszczególnymi charakterystykami moment-obrót są pomijalne. Podobnie jak w wyżej wymienionych przypadkach, obciążenie proporcjonalne ma znaczenie dla węzłów z słupem wykonanym z kształtownika zamkniętego.

#### 4. Wnioski

Główną motywacją przeprowadzonych badań było określenie wpływu obciążeń w poszczególnych płaszczyznach na sztywność połączeń w węzłach trójwymiarowych. Coraz szersze i bardziej kompleksowe podejście do zagadnienia węzłów konstrukcji wymaga starannego porównania wyników uzyskanych w poszczególnych badaniach. Wstępnym wnioskiem uzyskanym podczas walidacji modelu numerycznego była zależność uzyskanych wyników od procedury obciążenia. Związane jest to z propagacją stref uplastycznienia w poszczególnych komponentach połączeń. Ze względu na występujące różnice nie jest poprawne porównanie dokładnych wyników badań określonych na podstawie różnych sposobów przyłożenia obciążenia jak to ma miejsce np. w pracach [11, 12].

Istotnym do podkreślenia faktem jest, iż niezależnym od procedury obciążenia (lub zależnym w nieznaczącym stopniu) jest parametr związany z sztywnością wzmocnienia. Występujące różnice charakterystyk moment-obrót mają większe



znaczenie dla sztywności początkowej (sprężystej), aniżeli dla fazy uplastycznionej, w której rozkład naprężeń i sztywności poszczególnych składników jest podobny.

Występująca zależność pomiędzy wykresem moment-obrót, a wyężeniem bocznym jest nieznacznie większa od wartości uzyskanych przez autorów publikacji [11], co jest związane z doбором detali połączenia tak, aby wzmocnić poziom wyężenia w płaszczyźnie prostopadłej (zwiększona została nośność połączeń w płaszczyźnie niskiego oporu). Świadczy to o bezpośrednim wpływie na sztywność składników wspólnych dla obu płaszczyzn takich jak dodatkowe blachy łączące półki słupa, czy sam przekrój słupa. Korelacja pomiędzy sztywnością a procedurami obciążenia wynika z kolejności uplastyczniania poszczególnych składników węzła oraz ich udziału w sztywności połączenia. Przykładem tutaj może być połączenie A\_S6l\_60, kiedy osiąga wartość obciążenia na poziomie 20 kNm, średnik słupa jest już znacząco uplastyczniony, ponieważ obciążenie symetrycznego połączenia – A\_S6r\_60, jest na poziomie 100 kNm, co skutkuje obniżeniem sztywności w tym przypadku. Podobnie – porównanie charakterystyk A\_S1\_88 oraz A\_S4\_88 (uplastycznienie dodatkowych blach usztywniających półki). Możliwe jest zaobserwowanie również zwiększenia sztywności, w przypadku kiedy wyężenie boczne powoduje wprowadzenie dodatkowych naprężeń rozciągających, stabilizujących główne składniki połączenia (przypadki A\_S4\_60, E\_S1\_125).

Równoległe ze zmianą sztywności połączeń następuje korelacja pomiędzy wyężeniem bocznym a nośnością połączenia, co również związane jest z złożonym stanem naprężenia w miejscach koncentracji naprężeń. Prowadzi to do szybszego uplastycznienia poszczególnych elementów, skutkującego obniżeniem nośności, szczególnie sprężystej. Podobnie do przypadku analizy sztywności, w momencie zbliżonym do zniszczenia połączenia, kiedy znaczna część składników jest uplastyczniona wartość obciążenia jest porównywalna i nie wykazuje dużych różnic.

## 5. Podsumowanie

Zwiększenie nośności połączenia w osi słabego oporu spowodowało zwiększenie różnic w porównaniu z wynikami uzyskanymi w pracach [11, 12]. Przeprowadzone badania miały na celu ukazanie jakościowego wpływu pomiędzy prostopadłymi płaszczyznami obciążenia na zachowanie węzła trójwymiarowego. Stosowana praktyka projektowania, zapewniająca niezawodność konstrukcji oraz ograniczenie skutków zniszczenia postępującego konstrukcji, jaką jest silny słup-słaba belka, pozwala na znaczne ograniczenie wyżej omówionego problemu. Jest to istotne o tyle, iż w kontekście kompleksowego podejścia do zachowania węzłów podatnych w konstrukcjach stalowych, o którym mowa w publikacji [14], możliwe jest wówczas ograniczenie wymiarów macierzy sztywności węzła. Jest to element o tyle istotny, ponieważ zarówno w przypadku obliczeń związanych z kombinacjami obciążeń zgodnymi z normą [28] oraz procesami optymalizacyjnymi, które wykorzystują zjawisko podatności węzłów [25], pozwala na znacznie bardziej efektywne wykorzystanie zasobów komputerowych.

## BIBLIOGRAFIA

- [1] Fu F., Lam D. i Ye J., Parametric study of semi-rigid composite connections with 3-D finite element approach, *Engineering Structures*, tom 29, nr 6, str. 888–898, 2007
- [2] Faella C., Piluso V. i Rizzano G., *Structural steel semirigid connections. Theory, Design and Software*, CRC Press LLC, 2000
- [3] Bródka J. i Kozłowski A., *Sztywność i nośność węzłów podatnych*, Rzeszów, Oficyna Wydawnicza Politechniki Rzeszowskiej, 1996
- [4] Diaz C., Pascual M. i Mariano V., Review on the modelling of joint behaviour in steel frames, *Journal of Constructional Steel Research*, tom 67, str. 741–758, 2011
- [5] Giżejowski M., *Modele obliczeniowe stalowych ram płaskich z węzłami podatnymi*, Warszawa, Oficyna Wydawnicza Politechniki Warszawskiej, 2000
- [6] Bródka J., Barszcz A., Giżejowski M. i Kozłowski A., *Sztywność i nośność stalowych ram przechyłowych o węzłach podatnych*, Rzeszów, Oficyna Wydawnicza Politechniki Rzeszowskiej, 2004
- [7] Alnashai A. S., Advanced inelastic static (pushover) analysis for earthquake applications, *Structural Engineering and mechanics*, tom 12, nr 1, str. 51–69, 2001
- [8] Chen W.-F., Goto Y. i Liew R. J., *Stability design of semi-rigid frames*, John Wiley & Sons, Inc., 1996
- [9] Janss J. i Jaspar J., Strength and behaviour of in plane weak axis joints and of 3-D joints, Connections in steel structures. Proceedings of the International Workshop on Joints, New York, 1987
- [10] Loureiro A., Moreno A., Gutierrez R. i Reinosa J., Experimental and numerical analysis of three-dimensional semi-rigid steel joints under non-proportional loading, *Engineering Structures*, tom 38, str. 68–77, 2012
- [11] Cabrero J. i Bayo E., The semi-rigid behaviour of three-dimensional steel beam-to-column joints subjected to proportional loading. Part 1. Experimental evaluation., *Journal of Constructional Steel Research*, tom 63, str. 1241–1253, 2007
- [12] L. de Lima, S. e Andrade, P. da S. Vllasco i L. da Silva, Experimental and mechanical model fo predicting the behaviour of minor axis beam-to-column semi-rigid joints, *International Journal of Mechanical Sciences*, tom 44, str. 1047–1065, 2002
- [13] Cuneay Aydin A., Kilic M., Maali M. i Sagiroglu M., Experimental assessment of the semi-rigid connections behavior with angles and stiffeners, *Journal of Constructional Steel Research*, tom 114, str. 338–348, 2015
- [14] Simoes da Silva L., Towards a consistent design approach for steel joints under generalized loading, *Journal of Constructional Steel Research*, tom 64, str. 1059–1075, 2008
- [15] Bayo E. i Loureiro A. L. M., Shear behaviour of trapezoidal column panels. I: Experimental and finite element modeling, *Journal of Constructional Steel Research*, tom 108, str. 60–69, 2015
- [16] Prinz G. S., Nussbaumer A., Borges L. i Khadka S., Experimental testing and simulation of bolted beam-column connections having thick endplates and multiple bolts per row, *Engineering Structures*, tom 59, str. 434–447, 2014
- [17] Loureiro A., Lopez M., Gutierrez R. i Reinosa J., A new analytical formula-tion for the E-stub strength calculation in three dimensional steel joints with additional plates welded to the weak axis, *Engineering Structures*, tom 56, str. 2263–2272, 2013
- [18] Gil B. i Goni R., T-stub behaviour under out-of-plane bending. I: Experimental research and finite element modeling, *Engineering Structures*, tom 98, str. 230–240, 2015
- [19] Del Savio A., Nethercot D. P. da S Vllasco, S. de Andrae i Martha L., Generalised component-based model for beam-to-column connections including axial versus moment interaction, *Journal of Constructional Steel Research*, tom 65, nr 8, str. 1876–1895, 2009
- [20] Daniunas A. i Urbonas K., Characteristics of the semi-rigid bolted steel joints under bending and axial forces and its influence on the frame behaviour, w *Modern Building, Materials, Structures and Techniques*, Wilno, 2007
- [21] Cabrero J. i Bayo E., The semi-rigid behaviour of three-dimensional steel beam-to-column joints subjected to proportional loading. part. Experimental evaluation, *Journal of Constructional Steel Research*, tom 63, str. 1241–1253, 2007
- [22] Cabrero J. i Bayo E., The semi-rigid behaviour of three-dimensional steel beam-to-column steel joints subjected to proportional loading. Part II: Theoretical model and validation, *Journal of Constructional Steel Research*, tom 63, str. 1254–1267, 2007
- [23] Yassami M. i Ashtari P., Using fuzzy genetic algorithm for the weight optimization of steel frames with semi-rigid connections, *International Journal of Steel Structures*, tom 15, nr 1, str. 63–73, 2015
- [24] Artar M. i Daloglu A. T., Optimum weight design of steel space frames with semi-rigid connections using harmony search and genetic algorithms, *The Natural Computing Applications*, tom 10, 2016
- [25] Truong V.-H., Nguyen P.-C. i Kim S.-E., An efficient method for optimizing space steel frames with semi-rigid joints using practical advanced analysis and the micro-genetic algorithm, *Journal of Constructional Steel Research*, tom 128, str. 416–427, 2017
- [26] Hayalioğlu M. i Degertekin S., Minimum cost design of steel frames with semi-rigid connections and column bases via genetic optimization, *Computers and Structures*, tom 83, str. 1849–1863, 2005
- [27] Krolo P., Grandic D. i Bulic M., The guidelines for modelling the preloading bolts in the structural connection using finite element methods, *Journal of Computational Engineering*, str. 1–8, 2016
- [28] PN-EN 1990:2004 Eurokod: Podstawy projektowania konstrukcji, Polski Komitet Normalizacyjny, 2004
- [29] PN-EN 1993-1-8:2006 Eurokod 3: Projektowanie konstrukcji stalowych. Część 1-8: Projektowanie węzłów, Polski Komitet Normalizacyjny, 2006