



## K-dron, jego matematyczne modelowanie i zastosowanie

JANUSZ KAPUSTA<sup>1</sup>, JERZY GAWINECKI<sup>2</sup>,  
JAROSŁAW ŁAZUKA<sup>2</sup>, JÓZEF RAFA<sup>2</sup>

<sup>1</sup> Niezależny artysta o zainteresowaniach matematycznych i filozoficznych,  
Nowy Jork, USA, 1060 Ocean Avenue, D5 Brooklyn,  
kapusta@earthlink.net

<sup>2</sup> Wojskowa Akademia Techniczna, Wydział Cybernetyki, Instytut Matematyki  
i Kryptologii, 00-908 Warszawa, ul. S. Kaliskiego 2,  
jerzy.gawinecki@wat.edu.pl

*K-dron, przeoczony kształt  
między sztuką a nauką  
J. Kapusta*

**Streszczenie** W pracy przedstawiono pojęcie K-dronu, nowego kształtu geometrycznego odkrytego w 1985 roku w Nowym Jorku przez dr. Janusza Kapustę, historię jego odkrycia, związki z geometrią, symetrią sześciianu. Należy podkreślić, że autorzy wyprowadzili nowy wzór<sup>\*)</sup> na powierzchnie K-dronu, stosując metodę transformacji Laplace'a do wyznaczenia rozwiązania zagadnienia brzegowo-początkowego do równania drgań struny. Wyprowadzony wzór w swojej naturze jest bardziej czytelny ze względu na swoją strukturę. Otrzymane przez autorów w pracy rozwiązanie opisuje w sposób najbardziej ogólny powierzchnie K-dronu oraz bardziej ogólne powierzchnie nazwane przez autorów n-K-dronem. Wzór na powierzchnie K-dronu uzyskany metodą transformaty Laplace'a posiada przejrzystą interpretację geometryczną, ponieważ jest przedstawiony w postaci kombinacji liniowej równań płaszczyzn o współczynnikach kierunkowych określonych przez odpowiednie kombinacje funkcje Heaviside'a. Szeroko także przedstawiono różnorodne i wielorakie zastosowanie K-dronu.

<sup>\*)</sup> Po raz pierwszy nowy wzór opisujący powierzchnię K-dronu, udowodniony w pracy, podał prof. Jerzy Gawinecki, Dziekan Wydziału Cybernetyki, na inauguracji roku akademickiego 2014 – zainspirowany wykładem inauguracyjnym dr. J. Kapusty pt. *K-dron, przeoczony kształt między sztuką a nauką*.



**Słowa kluczowe:** K-dron, transformata Laplace'a, równanie drgań struny, zagadnienie brzegowo-początkowe

**DOI:** 10.5604/12345865.1198014

## Wstęp

Praca składa się z pięciu rozdziałów oraz spisu literatury. W rozdziale pierwszym omówione zostało pojęcie K-dronu, historia jego odkrycia oraz związek między jego geometrią a symetrią sześcianu. Rozdział drugi poświęcony jest matematycznym modelom K-dronu. Istotę tego rozdziału stanowi wyprowadzony przez autorów w pracy wzór na powierzchnię K-dronu, otrzymany jako rozwiązanie zagadnienia brzegowo-początkowego dla równania drgań struny metodą transformacji Laplace'a. Wyprowadzono również jego uogólnienie na powierzchni zwane przez autorów n-K-dronami. W rozdziale tym przedstawiono także wyprowadzenie wzoru opisującego rozwiązanie zagadnienia brzegowo-początkowego dla równania drgań struny metodą Fouriera. Wzór ten został po raz pierwszy sformułowany przez prof. S. Kwapienia w liście do J. Kapusty, natomiast w naszej pracy został szczegółowo wyprowadzony. Przedstawiono również analizę porównawczą wzorów wyprowadzonych przez autorów na powierzchni K-dronu za pomocą metody transformaty Laplace'a, wzoru uzyskanego metodą Fouriera oraz wzoru podanego przez prof. J. Łysko.

Z analizy porównawczej wynika, że wzór wyprowadzony w pracy opisujący powierzchnię K-dronu posiada postać łatwiejszą do interpretacji geometrycznej i fizycznej niż wzory dotychczas spotykane w literaturze.

Rozdział trzeci poświęcony jest opisowi drogi prowadzącej do zastosowań K-dronu.

W rozdziale czwartym szeroko omówiono wielorakie zastosowania K-dronu w nauce, sztuce oraz technice.

Piąty rozdział posiada naturę filozoficzną, zawiera refleksję na temat drogi znaczeniowej i symbolicznej K-dronu.

## 1. Pojęcie K-dronu, jego historia i właściwości matematyczne

W roku 1985, w Nowym Jorku, dr Janusz Kapusta odkrył nowy kształt geometryczny, który nazwał K-dronem, a w 1987 roku otrzymał patent na niektóre z jego zastosowań. Trójwymiarowy kształt wyłonił się nagle z rysunków zgłębiających naturę nieskończoności, które wykonał sześć lat wcześniej podczas studiów filozoficznych w Warszawie.

K-dron jest strukturą zarazem zadziwiająco prostą i skomplikowaną. Raz odkryty, nie może zostać ulepszony – podobnie jak nie sposób ulepszyć



sześcianu. Forma podstawowa tego jedenastościanu ma kwadratową podstawę, a główna ściana, w kształcie rombu, nachylona jest do niej pod kątem 45 stopni. Oglądany z góry, K-dron jest kwadratem wpisanym w kwadrat. Jego powierzchnia jest zarazem symetryczna i niesymetryczna, wklęsła i wypukła. Znalazienie dla K-dronu naturalnego miejsca we wszechświecie zabrało J. Kapuście osiem lat. Opis K-dronu przedstawił Jay Kappraff w swej książce *Connections – The Geometric Bridge between Art and Science* [3]. Pisząc o „zadziwiających właściwościach optycznych K-dronu”, Kappraff zadaje pytanie: „Dlaczego struktury K-dronowe wykazują tak ścisły związek między formą i funkcją?”. Odpowiedź leży w wykorzystaniu podstawowych symetrii sześcianu.

Nazwa K-dron pochodzi to połączenie końcówki -hedron, używanej w języku angielskim na określenie ściany w wielościanie, jak w słowach *octahedron* – ośmiościan, czy *dodecahedron* – dwunastościan (kończówka -hedron pochodzi od greckiego słowa edron oznaczającego „podstawę”, „bazę”, „ścianę”), i litery „K” (bryła ma jedenaście ścian, a „K” jest jedenastą literą alfabetu angielskiego).

Wprowadzenie nowej nazwy ma tylko wtedy sens, kiedy porafi się wykazać, że kształt ma swoją wyjątkowość i istotową różność, a nowe słowo wzbogaca język o autentyczny, nieznan wcześniej fakt. Nie jest to takie proste, a było szczególnie trudne w przypadku K-dronu, który swoją złożoność ujawniał w czasie.

K-dron był przeoczonym kształtem. Mogliśmy bez niego żyć. Ale my zawsze możemy żyć bez czegoś, o czym nie wiemy, że istnieje. Nie wiemy, czego nie wiemy.

Kiedy się odkryje nowy kształt są cztery drogi wprowadzania go w świat - w pewnym sensie odpowiadają im kategorie prawdy, piękna, dobra i wartości:

- 1) naukowa – czyli jak K-dron istnieje, czym jest itp., np. fakt, że powierzchnię K-dronu można łączyć zarówno z symetriami sześcianu, jak i równaniem opisującym drganie struny, jest głęboko znaczący i był powodem prezentacji K-dronu przez J. Kapustę na wielu konferencjach matematycznych w Stanach Zjednoczonych. Profesor matematyki z New Jersey Institute of Technology Jay Kappraff określił to jako nieznaną połączenie między fizycznością struny a abstrakcją przestrzeni;
- 2) artystyczna – K-dron jako przedmiot sztuki. Marzeniem każdego artysty jest wzbogacenie świata o nową formę. W 1999 roku J. Kapusta zaprezentował K-dron w Muzeum Sztuki w Łodzi (drugim najstarszym muzeum sztuki współczesnej na świecie po Museum of Modern



Art w Nowym Jorku). Pokazał również K-dron w wielu miejscach i krajach. W 2010 roku na Akademii Sztuk Pięknych obronił poświęcony mu doktorat;

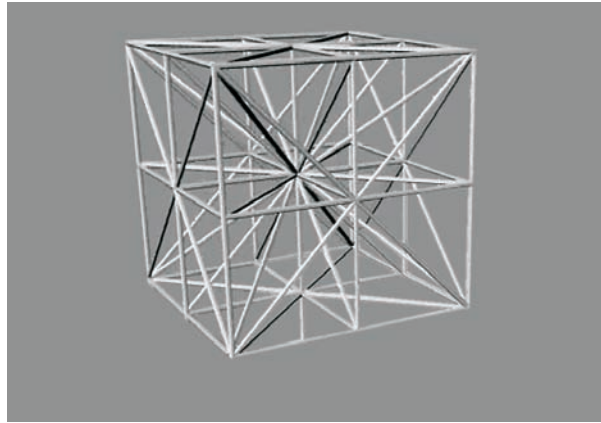
- 3) użytkowa – to, do czego K-dron można zastosować. Dr J. Kapusta wymyślił 168 różnych zastosowań K-dronu. W książce *K-dron, opatentowana nieskończoność*, wydanej w 1995 roku przez Wydawnictwa Szkolne i Pedagogiczne [4], pokazał ok. 50 zastosowań. Do produkcji masowej udało się Januszowi Kapuście wprowadzić na razie cztery produkty;
- 4) symboliczna – znaczeniowa. K-Dron jest nowym modelem jednoczącym sprzeczności. Zawiera pozytyw i negatyw, wypukłość i wklęsłość, zewnątrz i wewnątrz, jest więc jakby trójwymiarowym odpowiednikiem znanego chińskiego znaku Yin i Yang, ukazującego opozycje w jednym obrazie.

Spośród wielu cech wyróżniających K-dron dwie są zasadnicze. One nadają mu znaczenie i fundamentalną wyjątkowość. To one w najczystszej postaci ujawniają jego związki z podstawowymi zasadami bytu. Pierwsza jest związana z symetrami sześcianu, druga – z drgającą struną.

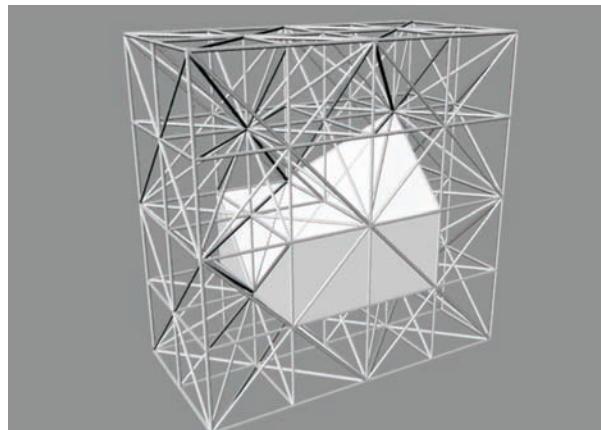
**Symerie sześcianu.** Jeżeli dowolny sześcian podzielimy płaszczyznami przechodzącymi przez wszystkie jego osie symetrii, uzyskamy czterdzieści osiem najmniejszych części, które tworzą dwadzieścia cztery pary lewych i prawych czworościennych ostrosłupów. Są one inherentną właściwością sześcianu. Nie ma ich więcej ani mniej. Po raz pierwszy badał je szwajcarski matematyk Ludwig Schläfli (1814–1895). Podzielony sześcian ma w swoim środku punkt, w którym zbiegają się wszystkie wierzchołki czterdziestu ośmiu ostrosłupów. Wygląda on jak centralny punkt wybuchu rozprzestrzeniających się brył (rys. 1.1). W tak określonym i opisanym sześcianie nie ma K-dronu. Jeżeli jednak weźmiemy cztery i ustawimy na sobie w dwóch rzędach, pomiędzy nimi, przesunięty o pół wysokości sześcianu w dół i o pół w bok, pojawia się w naturalny sposób K-dron (rys. 1.2). Oczywiście dwa K-drony dopełniają się i tworzą sześcian, ale w stosunku do sześcianów wyjściowych i ich symetrii jest to nowy, o innej strukturze wewnętrznej sześcian!

**Drgająca struna.** Stanisław Kwapien zauważył, że powierzchnia K-dronu jest czasoprzestrzennym modelem równania drgającej struny w  $R^2 \times R^+$ . Przy ustalonych warunkach początkowych i brzegowych struna drga w jednoznacznie określony sposób, jej wykresem w czasoprzestrzeni  $R^2 \times R^+$  jest powierzchnia K-dronu. Można więc powiedzieć, że kiedy sześcian jest określony czy opisany przez krawędź, kula – przez promień, to K-dron przez ugięcie struny, która odpowiednio opisana zmienia się w czasie. Jeżeli struna umocowana na swoich końcach zostanie odciągnięta w środku





Rys. 1.1. Podział sześcianu na 48 ostrosłupów



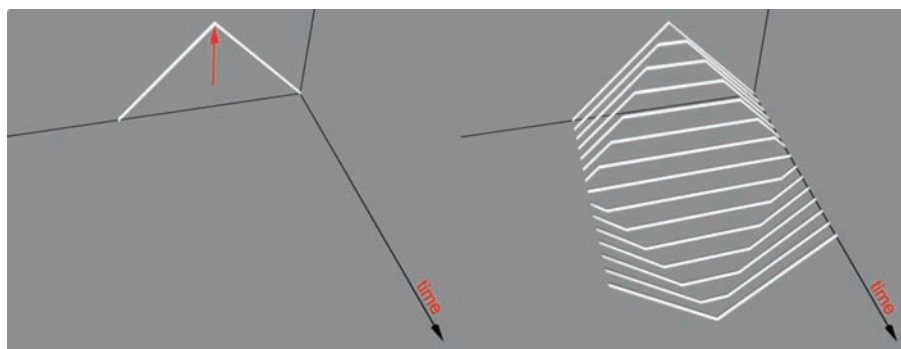
Rys. 1.2. K-dron wewnątrz czterech sześcianów

do góry, to utworzy ona dwa boki trójkąta równoramiennego (rys. 1.3). Kiedy strunę zwolnimy, odegnie się ona symetrycznie w dół i zacznie drgać aż do wygaśnięcia. Co dzieje się między górą a dołem? Żeby to zobaczyć, potrzebujemy czasu. Stąd na wykresie – obok osi przestrzennych  $x$  i  $y$  – pojawia się prostopadła do nich oś czasu  $t$  (rys. 1.3).

Geometria i równania cząstkowe towarzyszą K-dronowi i przecinają się z drogą siatki.

Znaczenie i powaga drogi artystycznej zasadza się na nierozłącznym przenikaniu się z drogą naukową i symboliczną. Bo chociaż drogi są niezależne, przecież wynikają z siebie.

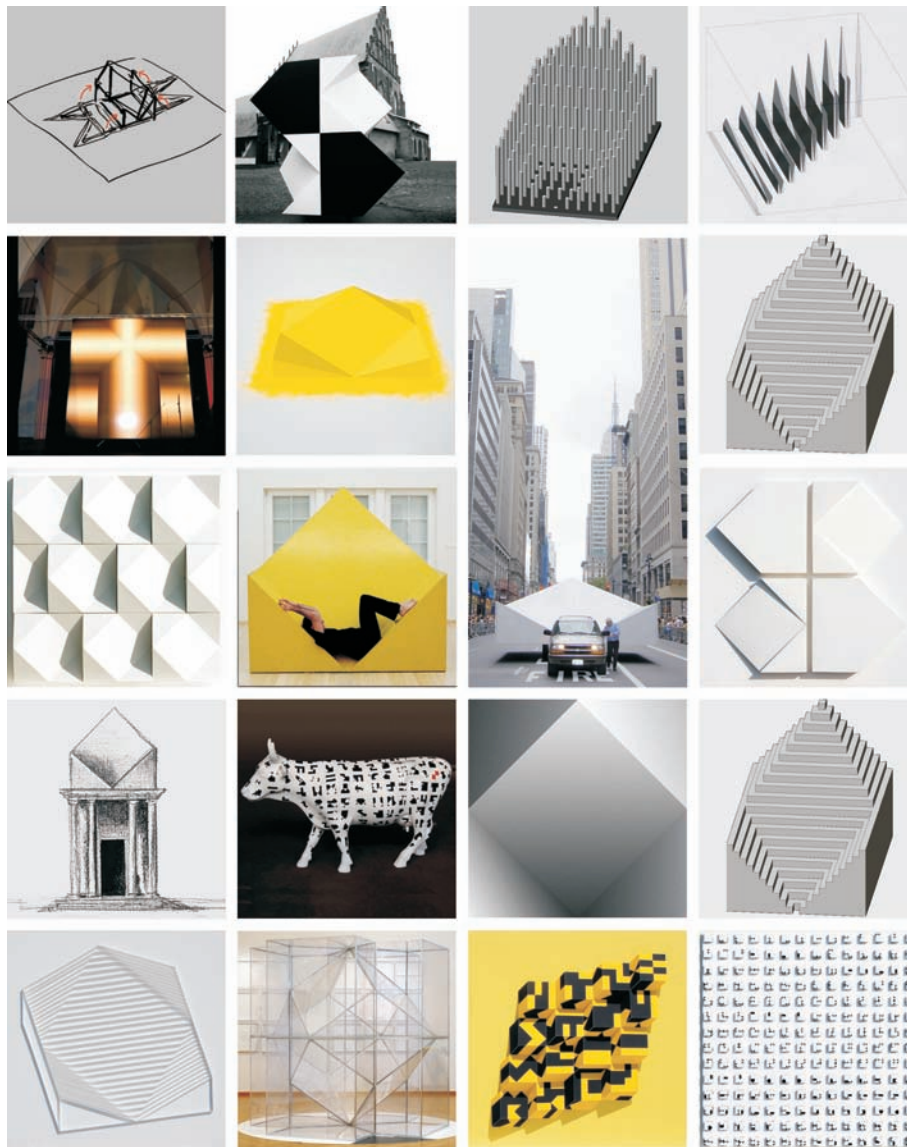




Rys. 1.3. Położenie początkowe i wykres drgań struny w czasoprzestrzeni  $R^2 \times R^+$

W artykule *Między matematyką i sztuką* napisanym do katalogu wystawy *K-dron, Janusz Kapusta* w Muzeum Sztuki w Łodzi i w Galerii Sztuki Współczesnej BWA w Katowicach w 1999 roku dr Bożena Kowalska pisze: „W panoramie indywidualnych zjawisk artystycznych współczesności Janusz Kapusta zajmuje miejsce wyjątkowe. Wielu twórców niedawnej przeszłości i dnia dzisiejszego używa do budowy swych kompozycji form geometrycznych. Większość z nich stosuje je w sposób intuicyjny, malarzkim instynktem wyczarowując doskonałą harmonię kształtów. Przeciwny biegun tego sposobu działania zajmują ci, którzy w swych pracach rygorystycznie posługują się wyliczeniami lub zasadami matematycznymi, budując formy np. wedle krzywych sinus- czy cosinus -oidy, „złotego podziału”, czy ciągu Fibonacciego albo fraktali. Pomiędzy tymi biegunami mieści się cała gama zróżnicowań i niuansów. Gdyby jednak przyszło nam wyodrębnić wśród tego bogactwa wyraźnie dostrzegalne kategorie wedle postaw artystów – trzeba by rozważyć powody twórcze, jakie nimi kierowały przy podejmowaniu decyzji posługiwania się w swej sztuce językiem geometrii. Poczynając od pionierów nurtu abstrakcji geometrycznej w sztuce: artystów z początków naszego stulecia jak Francis Picabia, Frantisek Kupka czy futuryści, poprzez wielkich mistyków tego kierunku jak Piet Mondrian i Kazimierz Malewicz; i równie wielkich jego racjonalistów jak Josef Albers i Richard Paul Lohse czy Henryk Stażewski, odnajdujemy dotąd cztery zasadnicze postawy jego twórców. Pierwsza wyraża dążenie do porządkowania, do harmonii podobnej muzyce. Druga nadaje geometrii znaczenia magiczne, symboliczne i mistyczne. Trzecia szuka związków z matematyką, w jej regulach i w bezpośrednio z niej wywiedzionych kształtach upatrując jedyne gwarant doskonałości. W czwartej na pierwszy plan wysuwa się element analityczny. Kapusta nie należy do żadnej z tych czterech kategorii. Jego sposób myślenia nie jest sposobem myślenia artysty sięgającego po matematykę. Kapusta jest umysłem usytuowanym wewnątrz matematyki, ale też jednocześnie wewnątrz





Rys. 1.4. K-dron jako przedmiot sztuki

*sztuki. Nie jest więc także matematykiem sięgającym po sztukę. Gdy myśli abstrakcyjnymi pojęciami – stają się one niekiedy kształtami w przestrzeni. Umie je plastycznie odtworzyć i matematycznie opisać. Nie są dla niego wyłącznie pojęciami (jak np. nieskończoność), ani wyłącznie próbą wizualnego ich odtworzenia, ani też ich matematycznie opisywalną i geometrycz-*



*nie uzasadnioną formą. Są wszystkim naraz i w tym dopiero wymiarze mają dla niego istotny sens i wartość. Dopiero swobodne poruszanie się na tych przecięciach obszarów filozofii, matematyki i sztuki spełnia jego imperatyw tworzenia.”*

Matematycy podkreślają, że w ich pracy estetyka jest nie tylko ważnym elementem, ale piękno jest często podstawowym, znaczącym potwierdzeniem prawdy jakiegoś dowodu czy sformułowania. Można więc założyć odwrotnie, że artyści – z natury zajmujący się pięknem – są również w stanie uważnie przyglądać się światu i generować nowe, nieznanne idee. Przecież świat ze swoimi prawami jawi się zawsze jako zjednoczony i każde „piękne” spostrzeżenie może poszerzyć nie tylko estetykę, lecz także nasze o nim wyobrażenie czy wiedzę.

W 2010 roku na wydziale Akademii Sztuk Pięknych Janusz Kapusta obronił pracę doktorską, która w swojej części wystawowej była poświęcona fundamentalnym przejawom K-dronu i pokazywała wewnętrzne bogactwo kształtu.

## 2. Matematyczne modele K-dronu

W rozdziale tym przedstawimy matematyczne modele K-dronu oparte na rozwiązaniu zagadnienia brzegowo-początkowego dla równania falowego opisującego równanie drgań struny. W podrozdziale 2.1 przedstawimy powierzchnię K-dronu jako rozwiązanie zagadnienia brzegowo-początkowego dla równania drgań struny otrzymaną najbardziej ogólnym podejściem zaproponowanym przez autorów, opartym na metodzie transformaty Laplace’a. Otrzymane w pracy rozwiązanie opisuje w sposób najbardziej ogólny powierzchnię K-dronu oraz bardziej ogólne powierzchnie nazwane przez autorów n-K-dronami. Ponadto wzór na powierzchnię K-dronu uzyskany metodą transformaty Laplace’a posiada przejrzystą interpretację geometryczną, gdyż przedstawiony jest w postaci kombinacji liniowej równań płaszczyzn o współczynnikach kierunkowych, którymi są odpowiednie funkcje Heaviside’a.

W podrozdziale tym przedstawiono analizę porównawczą rozwiązań zagadnień brzegowo-początkowych równań drgań struny otrzymanych metodą Laplace’a, metodą Fouriera oraz z wzorem pochodzącym od prof. J. Łysko.





## 2.1. Powierzchnia K-dronu jako rozwiązanie zagadnienia brzegowo-początkowego dla równania drgań struny

### 2.1.1. Sformułowanie problemu

Matematycznie rzecz ujmując, funkcja  $u$ , której wykres jest powierzchnią K-dronu, to rozwiązanie równania [3] różniczkowego cząstkowego falowego opisującego równanie drgań poprzecznych struny postaci:

$$\frac{\partial^2 u(z, t)}{\partial z^2} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 u(z, t)}{\partial t^2} = 0 \quad (2.1)$$

z warunkami początkowymi postaci

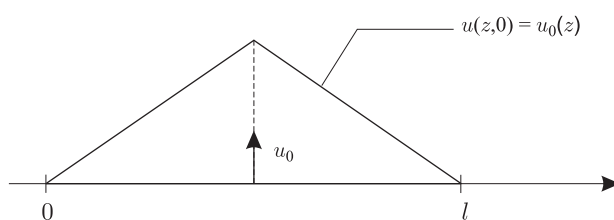
$$u(z, 0) = u_0(z) \quad (2.2)$$

$$\frac{\partial u}{\partial t}(z, 0) = 0 \quad (2.3)$$

oraz brzegowymi postaci:

$$u(0, t) = 0 \quad u(l, t) = 0 \quad (2.4)$$

gdzie  $z$  oznacza współrzędną bieżącą struny  $z \in (0, l)$ ,  $l$  – oznacza długość struny,  $t$  – oznacza czas,  $t \in (0, \infty)$ ,  $c$  – prędkość fali poprzecznej struny,  $u_0(z)$  – określa początkowy kształt struny dany na rysunku 2.1 ( $\frac{u_0}{l} \ll 1$ ).



Rys. 2.1. Wychylenie początkowe struny

Struna o długości  $l$  umocowana na końcach  $z = 0$  i  $z = l$  została w chwili początkowej  $t = 0$  wychylona w sposób tak jak na rys. 2.1, tzn. odciągnięta w połowie swojej długości. Zakładamy tutaj, że  $\frac{u_0}{l} \ll 1$ , gdyż nierealne jest szarpnięcie struny na wysokość porównywalną z jej długością. Jej drganie w czasie będzie opisywać powierzchnie K-dronu, stąd rozwiązanie zagadnienia brzegowo-początkowego (2.1)–(2.4) tworzy powierzchnię K-dronu [5].



Bardziej poglądowo możemy opisać to w następujący sposób. Jeśli K-drony spłaszczone do małej wysokości w porównaniu z bokiem podstawy ustawimy w rządki bez uskoków i weźmiemy strunę o długości równej podstawie K-dronu (u nas równej  $l$ ), to gdy wychylimy ją ze środka do połowy wysokości K-dronu tak jak na rys. 2.1 (gdzie  $\frac{u_0}{l} \ll 1$ ), jej kształt po czasie równym  $t$  będzie taki sam jak przekrój poprzeczny K-dronu w odległości równej  $t$  od początku tego rzędu.

W niniejszym rozdziale wyznaczymy rozwiązanie zagadnienia brzegowo-początkowego (2.1)–(2.4), stosując metodę transformaty Laplace'a [2], [6]. Jak wynika z przeprowadzonych rozważań, otrzymane przez nas rozwiązanie opisuje w sposób najbardziej ogólny powierzchnie K-dronu dającego możliwość prostej interpretacji geometrycznej. Daje on również opis badania ogólnych powierzchni zwanych przez autorów **n-K-dronami**.

W celu uproszczenia opisu formalnego dokonamy podanego poniżej przekształcenia zmiennych i zapiszemy w konsekwencji równanie (2.1) w postaci

$$\partial_x^2 u(x, \tau) - \partial_\tau^2 u(x, \tau) = 0 \quad (2.5)$$

gdzie

$$x = \frac{z - \frac{l}{2}}{\frac{l}{2}}, \quad \tau = \frac{ct}{\frac{l}{2}} \quad (2.6)$$

czyli

$$x \in \langle -1, 1 \rangle, \quad \tau \in (0, \infty) \quad (2.7)$$

W wyniku przecechowania zmiennych warunki początkowe (2.2) i (2.3) przyjmują postać

$$u(x, 0) = u_0(x) = 1 - |x| \quad (2.8)$$

$$\partial_\tau u(x, 0) = 0 \quad (2.9)$$

zaś warunki brzegowe wyrażone są formułą

$$u(-1, \tau) = 0, \quad u(1, \tau) = 0. \quad (2.10)$$

Ponadto zachodzą warunki zgodności postaci:

$$u(-1, 0) = 0, \quad u(1, 0) = 0 \quad (2.11)$$



2.1.2. Konstrukcja metodą transformaty Laplace'a – rozwiązanie zagadnienia brzegowo-początkowego dla równania drgań struny jako modelu matematycznego powierzchni K-dronu w czasoprzestrzeni  $(x, \tau)$

Rozwiązanie zagadnienia brzegowo-początkowego (2.5)–(2.11) skonstruujemy metodą przekształcenia Laplace'a względem zmiennej  $\tau$ . Transformata Laplace'a funkcji  $u(x, \tau)$  względem zmiennej  $\tau$  ([2], [6]) ma postać:

$$\mathcal{L}_\tau[u(x, \tau)] = U(x, s) \equiv \int_0^\infty u(x, \tau) e^{-s\tau} d\tau, \quad (2.12)$$

gdzie  $s$  – jest to parametr transformaty Laplace'a.

Stosując transformatę Laplace'a do zagadnienia brzegowo-początkowego (2.5)–(2.11), otrzymujemy dla funkcji  $U(x, s)$  następujący problem:

$$\frac{d^2 U(x, s)}{dx^2} - s^2 U(x, s) = -s(1 - |x|) \quad (2.13)$$

z warunkami brzegowymi postaci:

$$U(-1; s) = 0, \quad U(1; s) = 0. \quad (2.14)$$

Rozwiązanie ogólne równania (2.13) wyraża się wzorem

$$U(x; s) = A(s)e^{-s(x+1)} + B(s)e^{-s(1-x)} + \frac{1}{2} \int_{-1}^x (1 - |\xi|) e^{-s(x-\xi)} d\xi + \frac{1}{2} \int_x^1 (1 - |\xi|) e^{-s(\xi-x)} d\xi \quad (2.15)$$

Wyznaczając stałe  $A$  i  $B$  z warunków brzegowych (2.14), otrzymujemy po przekształceniu rozwiązanie zagadnienia (2.13)–(2.14) w postaci:

$$U(x; s) = \frac{1}{s^2} \left( \frac{e^{-s(x+2)} + e^{-s(2-x)}}{1 + e^{-2s}} - e^{-s|x|} \right) + \frac{1}{s} (1 - |x|). \quad (2.16)$$

Funkcja (2.16) spełnia równanie (2.13) oraz warunki brzegowe (2.14).



Stosując do wzoru (2.16) odwrotną transformatę Laplace'a, otrzymujemy rozwiązanie zagadnienia brzegowo-początkowego (2.5)–(2.11) w czasoprzestrzeni  $(x, \tau)$  w postaci:

$$u(x, \tau) = \mathcal{L}^{-1}[U(x, s)] = \mathcal{L}^{-1} \left[ \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{s^2} (e^{-s(x+2(n+1))} + e^{-s(-x+2(n+1))}) - \frac{1}{s^2} e^{-s|x|} + \frac{1}{s} (1 - |x|) \right] \quad (2.17)$$

Skorzystaliśmy tutaj ze wzoru postaci:

$$\frac{1}{1 + e^{-2s}} = \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n e^{-2ns} \quad (2.18)$$

Zatem rozwiązanie po wykonaniu odwrotnej transformaty Laplace'a przyjmuje postać:

$$u(x, \tau) = \sum_{n=0}^{N_k} (-1)^n \sum_{k=0}^1 H(\tau - (-1)^k x - 2(n+1)) \cdot (\tau - (-1)^k x - 2(n+1)) - H(\tau - |x|)(\tau - |x|) + H(\tau)(1 - |x|), \quad (2.19)$$

gdzie:  $H(\cdot)$  – oznacza funkcję Heaviside'a, tzn. funkcję skoku jednostkowego określoną następująco:  $H(w) = \begin{cases} 1, & w > 0 \\ 0, & w < 0 \end{cases}$ , zaś  $N_k$  – wyznacza nośnik funkcji\*) Heaviside'a

$$H(\tau - (-1)^k x - 2(n+1)) = 1$$

czyli

$$0 \leq N_k \leq E \left( \frac{\tau - (-1)^k x}{2} - 1 \right) \quad (2.20)$$

gdzie  $E(a)$  – oznacza część całkowitą liczby  $a \geq 0$ . Natomiast człon postaci  $H(\tau - |x|)(\tau - |x|)$  opisuje falę.

---

\*) Nośnik funkcji  $\varphi(x)$  oznacza się symbolem  $\text{supp}\varphi(x)$  oraz określa się następująco  $\text{supp}\varphi = \{x : \varphi(x) \neq 0\}$



2.1.3. Interpretacja rozwiązania skonstruowanego metodą transformaty Laplace'a – rozwiązania zagadnienia brzegowo-początkowego dla równania drgań struny jako powierzchni K-dronu

Wzór (2.19) uzyskany metodą transformacji Laplace'a jest bardzo ogólny, wynikają z niego zarówno interpretacja fizyczna, jak i geometryczna.

Interpretacja fizyczna wzoru (2.19) jest następująca. Rozwiązanie dane wzorem (2.19) jest superpozycją fal, które nakładają się na kształt struny zadany warunkiem początkowym (2.2). Składnik wynikający ze wzoru (2.19) dla  $k = 0$  opisuje falę biegnącą w dodatnim kierunku osi  $x$ , zaś dla  $k = 1$  falę biegnącą w ujemnym kierunku osi  $x$ . Wskaźnik  $n$  ze wzoru (2.19) określa liczbę odbitych fal od zamocowanych końców struny. Kolejne odbicia posiadają przeciwne znaki  $(-1)^n$ .

Ponadto propagują się fale w obu kierunkach osi  $x$ .

Poniżej przedstawiono interpretację geometryczną wzoru (2.19) oraz wykazano analogie wzoru (2.19) z powierzchnią K-dronu.

Poszczególne składniki wchodzące w skład wzoru (2.19) wyrażają się liniowo w funkcji  $(x, \tau)$ , ich nośniki wyznaczone są przez odpowiednie funkcje Heaviside'a.

**W celu otrzymania analogii wzoru (2.19) z powierzchnią K-dronu wprowadzimy ograniczenie zmiennej  $\tau$  następującej postaci**

$$\tau = y + 1 \quad |y| < 1 \quad (2.21)$$

W ten sposób z (2.19) otrzymujemy rozwiązanie wyrażone wzorem:

$$\begin{aligned} f_n(x, y) = & \sum_{n=0}^{N_k} (-1)^n \sum_{k=0}^1 (y - (-1)^k x - 2n - 1) \\ & \cdot H(y - (-1)^k x - 2n - 1) - (y - |x| + 1)H(y - |x| + 1) \\ & + H(y + 1)(1 - |x|) \end{aligned} \quad (2.22)$$

w zbiorze  $D = (-1, 1) \times (-1, 1)$  lub dla

$$|x| < 1 \quad \text{i} \quad |y| < 1 \quad (2.23)$$

czyli w kwadracie opisanym przez nierówności (2.23).

Zatem w taki więc sposób „wycinamy” jedynie części płaszczyzn, które tworzą pewną powierzchnię zwaną K-dronem. Ograniczając rozwiązanie do



dziedziny opisanej zależnością (2.23) oraz kładąc we wzorze (2.22),  $n = 0$ , otrzymujemy formułę

$$f_0(x, y) = \sum_{k=0}^1 (y - (-1)^k x - 1) H(y - (-1)^k x - 1) - (y - |x| + 1) H(y - |x| + 1) + H(y + 1)(1 - |x|) \quad (2.24)$$

Po przekształceniach wzór (2.24) przyjmuje postać

$$f_0(x, y) = |x|[H(y + |x| - 1) - H(y - |x| - 1) + H(y - |x| + 1) - H(y + 1)] + y[H(y + |x| - 1) + H(y - |x| - 1) - H(y - |x| + 1)] + \mathbf{1}[-H(y + |x| - 1) - H(y - |x| - 1) - H(y - |x| + 1) + H(y + 1)] \quad (2.25)$$

Powyższy wzór można interpretować jako kombinację płaszczyzn ze współczynnikami 0, 1 opisanymi przez odpowiednie funkcje Heaviside'a, które ze względu na zakres zmienności  $x$  i  $y$  wyznaczają powierzchnie K-dronu.

Dla wartości  $n = 1$  ze wzoru (2.22) otrzymujemy

$$f_1(x, y) = f_0(x, y) - H(y + |x| - 3)(y + |x| - 3) \quad (2.26)$$

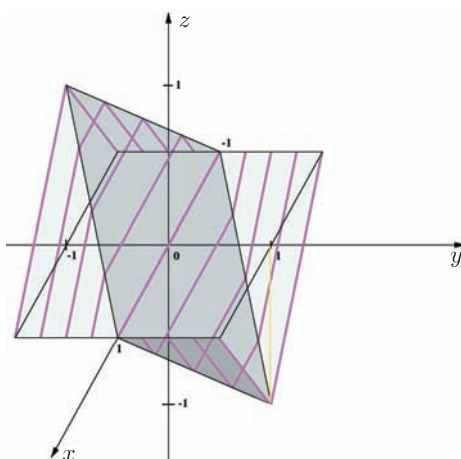
(wówczas dla  $|x| < 1$ ,  $y \in \langle -1, 3 \rangle$ ).

Natomiast dla  $n = 2$  z (2.22) uzyskujemy

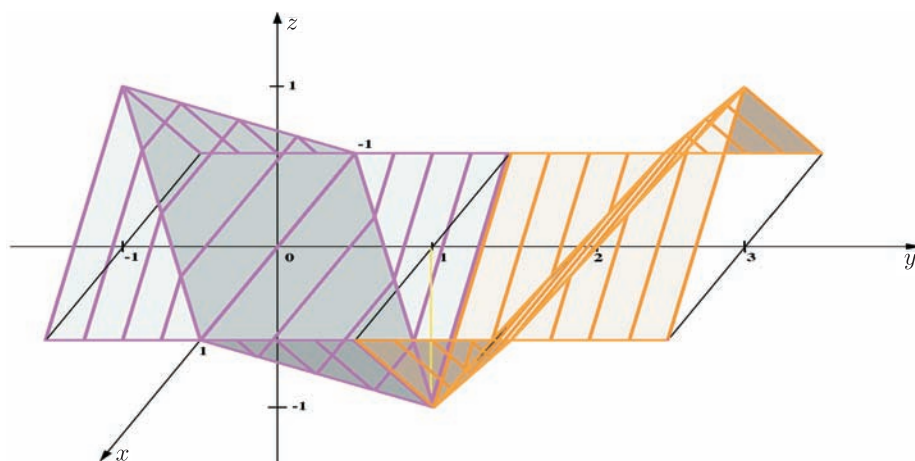
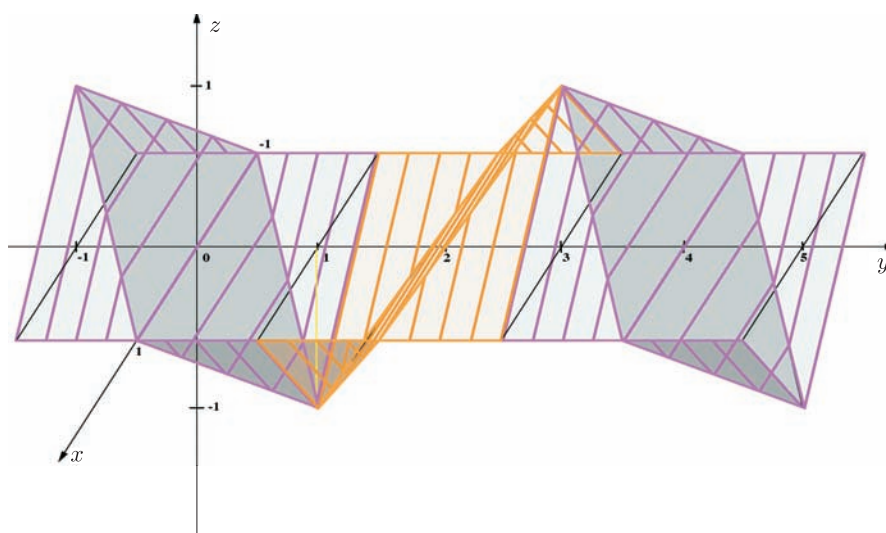
$$f_2(x, y) = f_1(x, y) + H(y + |x| - 5)(y + |x| - 5) \quad (2.27)$$

zatem dla  $|x| < 1$ ,  $y \in \langle -1, 5 \rangle$ .

Postępując analogicznie, możemy otrzymać powierzchnie dla  $n = 3, 4, \dots, n$ , które nazwiemy  $n$ -K-dronami. Na rysunkach 2.2, 2.3 i 2.4 przedstawiono wykres powierzchni  $f_0(x, y)$ ,  $f_1(x, y)$  oraz  $f_2(x, y)$ .



Rys. 2.2. Wykres powierzchni  $z = f_0(x, y)$

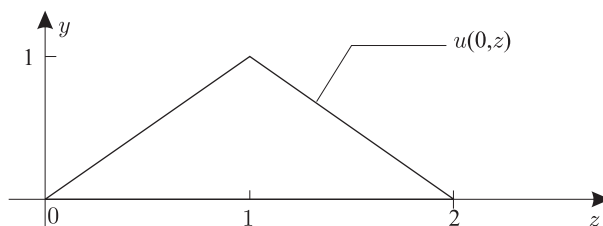
Rys. 2.3. Wykres powierzchni  $z = f_1(x, y)$ Rys. 2.4. Wykres powierzchni  $z = f_2(x, y)$ 

Jak wynika z przedstawionych równań i interpretacji równań, wyprowadzony przez nas opis jest bardzo ogólny, daje bardziej przejrzystą interpretację geometryczną powierzchni K-dronu, które omówimy poniżej, dokonując zarazem ich analizy porównawczej. W następnych podrozdziałach wyprowadzimy wzór podany przez S. Kwapienia i przedstawimy wzór na powierzchnię K-dronu podany przez J. Łysko.

## 2.2. Rozwiązanie zagadnienia brzegowo-początkowego dla równania drgań struny metodą Fouriera

Przedstawimy rozwiązanie zagadnienia brzegowo-początkowego dla równania drgań struny metodą Fouriera. Poniżej wyznaczono rozwiązanie tego zagadnienia.

Mianowicie rozważmy drgania struny o długości 2, która w chwili początkowej  $t = 0$  ma kształt przedstawiony na rys. 2.5.



Rys. 2.5. Wychylenie struny w chwili początkowej

Zagadnienie brzegowo-początkowe opisujące drgania struny zamocowanej w punkcie  $z = 0$  oraz  $z = 2$  ma postać:

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} - \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} = 0 \quad (2.28)$$

$$u(t, 0) = u(t, 2) = 0 \quad (2.29)$$

$$u(0, z) = 1 - |z - 1| \quad (2.30)$$

$$\frac{\partial u}{\partial t}(0, 2) = 0 \quad (2.31)$$

gdzie:  $u(0, z)$  – oznacza wychylenie punktu struny, który znajduje się w odległości  $z$  od lewego końca struny,  $z \in \langle 0, 2 \rangle$ ,  $t \geq 0$ .





Korzystając z metody rozdzielenia zmiennych zwanej **metodą Fouriera** [2], rozwiązanie zagadnienia (2.28)–(2.31) można przedstawić w postaci

$$u(t, z) = \sum_{n=1}^{\infty} \left( a_n \cos \frac{n\pi t}{2} + b_n \sin \frac{n\pi t}{2} \right) \cdot \sin \frac{n\pi z}{2}, \quad (2.32)$$

gdzie:

$$a_n = \int_0^2 (1 - |z - 1|) \sin \frac{n\pi z}{2} dz = \frac{8}{n^2 \pi^2} \sin \frac{n\pi}{2}, \quad (2.33)$$

zaś

$$b_n = 0 \quad \text{dla } n \in \mathbb{N}. \quad (2.34)$$

Zatem rozwiązanie zagadnienia brzegowo-początkowego (2.28)–(2.31) przyjmuje postać

$$\begin{aligned} u(t, z) &= \sum_{n=1}^{\infty} \frac{8}{n^2 \pi^2} \sin \frac{n\pi t}{2} \cos \frac{n\pi t}{2} \cdot \sin \frac{n\pi z}{2} \\ &= \frac{8}{\pi^2} \sum_{k=0}^{\infty} \frac{1}{(2k+1)^2} (-1)^k \cos \left( k + \frac{1}{2} \right) \pi t \sin \left( k + \frac{1}{2} \right) \pi z \end{aligned} \quad (2.35)$$

**Uwaga 2.1.** Ponieważ dana w warunku początkowym (2.30) jest ciągła, ale **nie jest gładka**, więc formułę należy rozumieć **w sensie uogólnionym**. Aby uczynić wzór (2.35) bardziej czytelnym, wprowadzamy nowe zmienne niezależne  $(y, x)$  oraz funkcję  $v(y, x)$  następującej postaci

$$v(y, x) = u(t, x) \quad \text{dla } x = z - 1 \quad y = t - 1, \quad (2.36)$$

gdzie funkcja  $v(y, x)$  jest rozwiązaniem następującego zagadnienia brzegowo-początkowego postaci:

$$\frac{\partial^2 v}{\partial y^2} - \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} = 0, \quad (2.37)$$

$$v(y, -1) = v(y, 1) = 0, \quad (2.38)$$

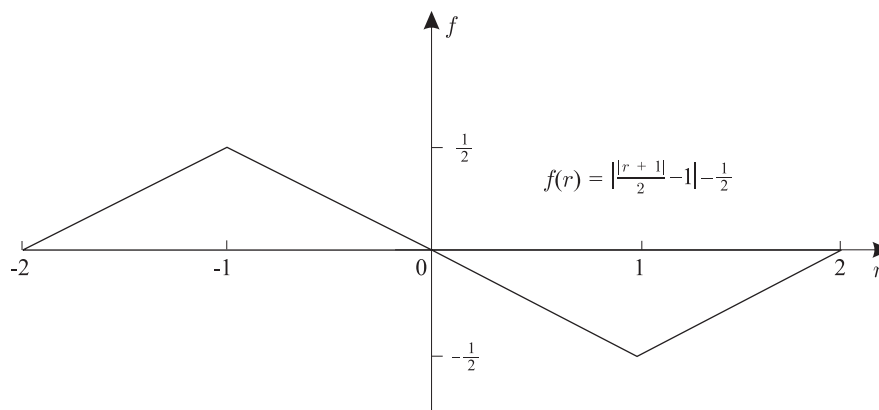
$$\begin{aligned} v(-1, x) &= 1 - |x| \\ \frac{\partial v}{\partial t}(-1, x) &= 0 \end{aligned} \quad (2.39)$$



Na mocy wzoru (2.35) rozwiązaniem zagadnienia brzegowo-początkowego (2.37)–(2.39) jest funkcja

$$v(y, x) = -\frac{8}{\pi^2} \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(-1)^k}{(2k+1)^2} \sin\left(k + \frac{1}{2}\right)\pi y \cdot \cos\left(k + \frac{1}{2}\right)\pi x. \quad (2.40)$$

Aby przekształcić wzór (2.40) do prostszej postaci, wykorzystamy teraz rozwinięcie funkcji  $f(r) = \left|\frac{|r+1|}{2} - 1\right| - \frac{1}{2}$  (rys. 2.6) w szereg Fouriera w przedziale  $\langle -2, 2 \rangle$ .



Rys. 2.6. Wykres funkcji  $f(r) = \left|\frac{|r+1|}{2} - 1\right| - \frac{1}{2}$

Łatwo wykazać, że funkcja  $f(r)$  spełnia warunki Dirichleta (patrz [2]), a jej szereg Fouriera ma postać:

$$\left|\frac{|r+1|}{2} - 1\right| - \frac{1}{2} = -\frac{4}{\pi^2} \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(-1)^k}{(2k+1)^2} \sin\left(k + \frac{1}{2}\right)\pi r \quad (2.41)$$

dla  $r \in \langle -2, 2 \rangle$ .

Jeżeli  $x \in \langle -1, 1 \rangle$ ,  $y \in \langle -1, 1 \rangle$ , to

$$y - x \in \langle -2, 2 \rangle \quad \text{i} \quad y + x \in \langle -2, 2 \rangle. \quad (2.42)$$

Zatem podstawiając we wzorze (2.41) w miejscu  $r$  odpowiednio  $y - x$  oraz  $y + x$ , dostaniemy odpowiednio:

$$\left|\frac{|y-x+1|}{2} - 1\right| - \frac{1}{2} = -\frac{4}{\pi^2} \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(-1)^k}{(2k+1)^2} \sin\left(k + \frac{1}{2}\right)\pi(y-x) \quad (2.43)$$

$$\left| \frac{|y+x+1|}{2} - 1 \right| - \frac{1}{2} = -\frac{4}{\pi^2} \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(-1)^k}{(2k+1)^2} \sin\left(k + \frac{1}{2}\right) \pi(y+x) \quad (2.44)$$

Wobec tego wykorzystując wzory (2.43) i (2.44), otrzymujemy

$$\begin{aligned} & \left| \frac{|y-x+1|}{2} - 1 \right| + \left| \frac{|y+x+1|}{2} - 1 \right| - 1 \\ &= -\frac{8}{\pi^2} \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(-1)^k}{(2k+1)^2} \sin\left(k + \frac{1}{2}\right) \pi y \cos\left(k + \frac{1}{2}\right) \pi x \end{aligned} \quad (2.45)$$

Zatem ostatecznie na podstawie wzoru (2.40) oraz (2.45) otrzymujemy:

$$v(y, x) = \left| \frac{|y-x+1|}{2} - 1 \right| + \left| \frac{|y+x+1|}{2} - 1 \right| - 1 \quad (2.46)$$

dla

$$\begin{aligned} x &\in \langle -1, 1 \rangle \\ y &\in \langle -1, 1 \rangle \end{aligned} \quad (2.47)$$

**Uwaga 2.3.** Ograniczenie  $x \in \langle -1, 1 \rangle$  wynika z przyjętych założeń, tzn. przyjęciu, że struna ma długość 2.

Natomiast należy podkreślić, że ograniczenie  $y \in \langle -1, 1 \rangle$  jest „sztuczne”, tzn. wynika z zastosowanej metody Fouriera.

W celu skorzystania ze wzoru (2.41) należy założyć, że  $y-x$  oraz  $y+x \in \langle -2, 2 \rangle$ , co przy naturalnym ograniczeniu  $x \in \langle -1, 1 \rangle$  wprowadza dodatkowe ograniczenie  $y \in \langle -1, 1 \rangle$ .

Autorzy w niniejszej pracy, stosując metody przekształceń całkowych, wykazali, że uzyskane przez nich rozwiązanie opisujące powierzchnię K-dronu można przedłużyć dla  $y \in \langle -1, \infty \rangle$  oraz  $x \in \langle -1, 1 \rangle$ .

### Analiza porównawcza

Porównując wzór (2.46) ze wzorem (2.27) uzyskanym przez nas metodą transformaty Laplace'a, widzimy, że wzór (2.46) wyznaczony za pomocą powyższych metod jest znacznie trudniejszy do interpretacji geometrycznej i nie daje takich uogólnień jak wzór (2.22).

W tym miejscu należy nadmienić, że prof. Janusz Łysko z Widener University w Pensylwanii podał wzór na funkcję dwóch zmiennych, której wykres w obszarze  $-1 \leq x \leq 1$  i  $1 \leq y \leq 1$  opisuje powierzchnię K-dronu. Jest to wzór postaci

$$\begin{aligned} f(x, y) &= (1/2)(|y-x+1| - |y-x-1| + |y+x+1| \\ &\quad - |y+x-1| - |x-1| - |x+1|)|y-1| \end{aligned} \quad (2.48)$$



Wzór ten jest równoważny ze wzorem (2.46), ale jest trudny do interpretacji i analizy.

Na koniec przytoczymy jeszcze raz wzór otrzymany w pracy metodą transformaty Laplace'a opisujący powierzchnię K-dronu

$$\begin{aligned}
 f_0(x, y) = & |x|H(y + |x| - 1) - H(y - |x| - 1) \\
 & + H(y - |x| + 1) - H(y + 1)] \\
 & + \mathbf{y}[H(y + |x| - 1) + H(y - |x| - 1) \\
 & - H(y - |x| + 1)] + \mathbf{1}[-H(y + |x| - 1) - H(y - |x| - 1) \\
 & - H(y - |x| + 1) + H(y + 1)]
 \end{aligned} \tag{2.49}$$

Porównując wzory (2.46), (2.48) ze wzorem (2.49), łatwo zauważyć, że wzór (2.49) ma strukturę równań płaszczyzn o współczynnikach, którymi są kombinacje funkcji Heaviside'a. Współczynniki te w zależności od zakresu zmienności wyznaczają kolejne ściany K-dronu.

### 3. Opis drogi do zastosowań K-dronu

Frank Lloyd Wright wypowiedział kiedyś zdanie, które stało się w architekturze synonimem współczesnego myślenia – forma podąża za funkcją. Najpierw musimy określić, czego pragniemy, a potem dla konkretnie sformułowanych potrzeb szukamy odpowiedniego kształtu. Natomiast to, co przytrafiło się Januszowi Kapuście z K-dronem, zdaje się być całkowitym zaprzeczeniem powyższej myśli Franka Lloyda Wrighta. Oto pojawia się kształt, którego nie było, i właśnie dla tego kształtu trzeba odnaleźć sens i rację bytu, odnaleźć funkcję. Niczym wyzwanie pojawiło się pytanie o jego użyteczność, tzn. co jest w nim takiego, że będzie on mógł w tym świecie permanentnych nowości, lawiny informacji i liczby przedmiotów zaistnieć odrębnie, nazwany i wyposażony we własne znaczenie. Przecież świat istniał bez K-dronu i życie toczyło się zupełnie normalnie. Ale to pytanie o sens dotyczy każdego odkrycia. Dopiero po jakimś czasie nie potrafimy wyobrazić sobie, że mógłby istnieć świat bez żarówki lub telefonu. Wprowadzenie w życie kserografu zajęło odkrywcy siedem lat, a przecież pożytek z niego wydaje się być teraz tak oczywisty. Kiedy pojawiają się nowe oferty, świat nigdy nie jest od razu gotowy na ich przyjęcie. Hasłem w jego rozwoju jest usprawnienie i ekonomia, realizowanie zrozumiałych i uszanowanych potrzeb, a nie nowość. Ponieważ boimy się, to o wiele atrakcyjniejsza z punktu widzenia biznesu będzie nowa, szybsza, lepiej zabijająca broń niż np. wspomniany kserograf. Z pewnością nowe rzeczy zdarzają się,



lecz mało kto jest świadom faktu, ile za ich czasami spektakularnymi narodzinami kryje się wysiłek samotnego i bezimiennego twórcy. Często to tylko ich szaleńczy upór i wytrwałość sprawia, że coś w języczku u wagi przechyli szalę. Pewne odkrycia jak gdyby wiszą w powietrzu, są logicznym następstwem rozwoju świata, wynikają ze stanu wcześniejszego i wprawdzie przeczuwamy ich nadejście, to jednak musi być ktoś, kto je nazwie, a więc uświadomi nam odrębność i konkretność jakiegoś wydarzenia lub faktu. Jest to zdumiewająca i tajemnicza przygoda. Przyciąganie ziemskie istniało zawsze, a jednak dopiero wyodrębnienie go jako faktu i określenie jako sił grawitacji opisanych prostą formułą matematyczną otworzyło nam odrębny obszar badań i stworzyło narzędzie do bardziej wnikliwego opisanego świata. Pojawienie się K-dronu jest jeszcze innym rodzajem przypadku. Pomimo że był, mógł dalej pozostać nieodkryty. Świat na niego nie czekał. Nie wynikał on jednoznacznie ze stanu naszej wiedzy, sprawności czy potencjału. Wydarzył się przypadkiem. Badania psychologiczne wykazują, że ponad 90 procent ludzi podświadomie nie jest zainteresowanych nowością. Jest to w pewnym sensie zrozumiałe. Nowość jest zawsze związana z wymianą, coś musi umrzeć, aby na tym miejscu mogło zaistnieć nowe. Wprowadzanie więc w życie nowego kształtu jest swoistym fenomenem i wiąże się ze skomplikowanym zespołem problemów. Jednym ze sposobów jest badanie możliwych zastosowań i poszukiwanie obszarów, gdzie mógłby on najpełniej zaistnieć.

Do masowej produkcji udało się wprowadzić cztery produkty:

- a) budownictwo – betonowe pustaki,
- b) zabawki – gra wykorzystująca 38 416 kombinacji,
- c) edukacja – nowe odwzorowanie Ziemi i Kosmosu,
- d) opakowania – butelka do kolorowych wódek sprowadzanych z Polski do Stanów Zjednoczonych.

Dokładny opis zastosowań podano w następnych rozdziałach.

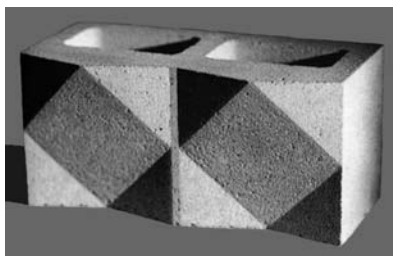
#### 4. Zastosowanie K-dronu

W rozdziale tym omówimy różnorodne zastosowanie K-dronu w nauce, sztuce i technice.

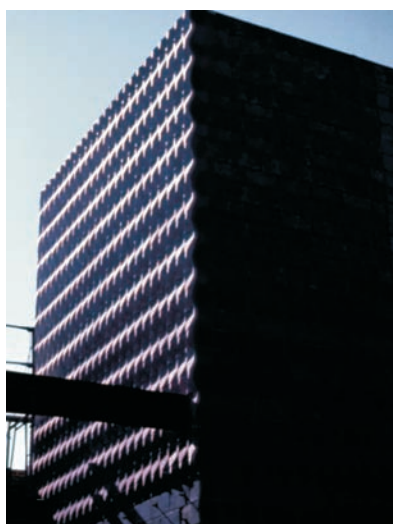
##### **Blok betonowy (pustak)** (rys. 4.1)

Połączenie kształtu K-dronu z materiałem betonu stworzyło, przy zastosowaniu standardowych maszyn, nowy jakościowo i ekonomiczny blok budowlany. Oprócz wizualnego bogactwa ma on właściwości rozpraszania





Rys. 4.1. Blok betonowy zawierający kształt K-dronu



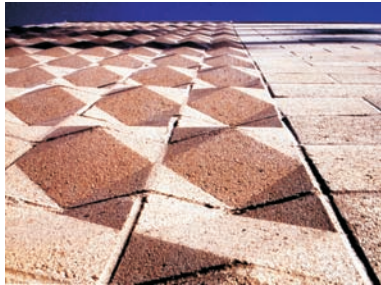
Rys. 4.2 Alias Studio w Hollywood

dźwięku, stąd jest używany w budownictwie w celu poprawy akustyki wnętrza. Blok może być produkowany jako pełny blok konstrukcyjny lub jako wykładzina.

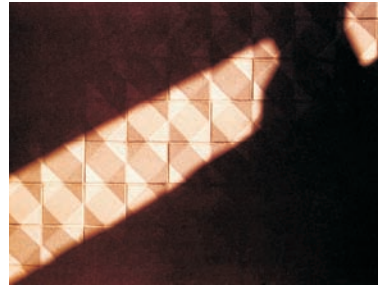
Wyprodukowane przez Blocklite K-dronowe bloki zostały po raz pierwszy zastosowane w budownictwie przez architekta Petera Grnensena przy budowie Alias Studio w Hollywood, Los Angeles, w 1995 r. (rys. 4.2, 4.3, 4.4). Pierwsze konstrukcje w Polsce powstały w okolicach Gniezna w 1992 r. dzięki staraniom braci Krzysztofa i Dariusza Banachów oraz producenta Wiesława Lecha.

W 1999 roku w Las Vegas zbudowano studio nagraniowe „House of the Blues”, w którym Christina Aguilera nagrała swój pierwszy album sprzedany w nakładzie 12 milionów sztuk.





Rys. 4.3. Bloki betonowe o kształcie K-dronu



Rys. 4.4. Element konstrukcji z bloków betonowych w kształcie K-dronu



Rys. 4.5. Gra „K-dron Łamacz głów”

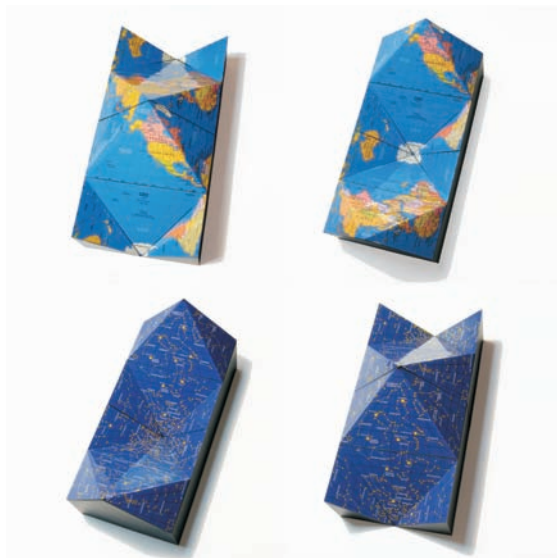
#### **Gra 4 białe/4 czarne (w Polsce znana jako „K-dron Łamacz głów”)** (rys. 4.5)

Pudełko z ośmioma K-dronami w dwóch kolorach, np. cztery białe i cztery czarne, które samo w sobie posiada magiczną siłę i umożliwia tworzenie 38 416 kombinacji, zostało użyte do skonstruowania gry. Oparta jest na losowym wyciągnięciu kart z gotowym wzorem, udział w niej biorą dwie lub więcej osób, polega na jak najszybszym odtworzeniu za pomocą trójwymiarowych K-dronów płaskiego układu. Istnieje wiele sposobów rozwijania i rozbudowywania zasad oraz komplikacji gry. Od zwiększania liczby K-dronów, poprzez wielość kolorów, aż do tworzenia bardziej złożonych reguł, w których zwycięstwo jest tylko początkiem i pierwszym punktem w ogólnej, strategicznej zabawie.

#### **K-dronowy globus (rys. 4.6).**

Przez odwzorowanie powierzchni Ziemi na dwu K-dronach powstaje nowy obiekt, o cechach pośrednich między globusem a mapą. Na globusie nie





Rys. 4.6. K-dronowy globus

można porównać powierzchni krajów położonych na przeciwnych stronach kuli, np. Meksyku i Turcji. Można je porównać na mapie, ale mapa nie pokazuje przestrzennych relacji między tymi krajami. Te rozdzielne cechy łączy K-dron. Dwa K-drony ustawione koło siebie pozwalają, jak na mapie, porównać ze sobą żądane powierzchnie. K-drony zestawione tylnymi ścianami ukazują półkulę północną, linia równika jest podstawą utworzonej piramidy; K-drony zestawione ścianami przednimi w swojej części wklęsłej odwzorowują półkulę południową. Stwarza to jedyną w swoim rodzaju możliwość spostrzeżenia, jak są położone względem siebie np. Nowa Zelandia i Madagaskar. Na podobnych zasadach jest możliwe odwzorowanie gwiazdnej mapy nieba. K-dronowy globus z brązu był specjalnym podarunkiem Ministerstwa Kultury i Dziedzictwa Narodowego oraz miasta Wrocław w staraniach o EXPO 2012 roku (rys. 4.6).

#### **Szklana butelka** (rys. 4.7)

Atrakcyjność i oryginalność K-dronu jest widoczna zwłaszcza w projektowaniu szklanych butelek. Firma Adamba z Nowego Jorku wyprodukowała K-dronową butelkę, by sprowadzić swoje kolorowe wódki z Polski do USA (rys. 4.7).

Poniżej omówimy inne projekty użytkowe

#### **Kostka brukowa** (rys. 4.8)

Cztery białe i cztery czarne K-drony złączone w cztery sześciiany tworzą kostkę podłogową, która daje 38 416 różnych wzorów. Pozwalają one ukła-







Rys. 4.7. K-dronowa butelka



Rys. 4.8. Kostka brukowa (podłogowa) z K-dronów

dać posadzki, które oprócz wielkiego bogactwa możliwych kombinacji, poprzez wzajemne klinowanie budują stabilną strukturę odporną na osiadanie (rys. 4.8).

#### **Płytki powierzchniowe** (rys. 4.9)

Płytki K-dronowe stosowane zarówno wewnątrz, jak i na zewnątrz budynków, w zależności od użytego materiału i rodzaju technologii, mogą być różnej wielkości – od paru centymetrów do kilku metrów, pełne lub puste w środku. Ich kolor może być zdeterminowany przez materiał, jak w wypadku płytek z terakoty czy metalu, lub może też mieć każdy inny kolor, jak w tych wykonanych z plastyku. Trójwymiarowe płytki ceramiczne, o sto-

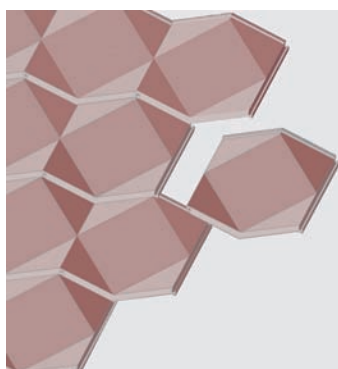




Rys. 4.9. Płytki K-dronowe

sunkowo małym nachyleniu płaszczyzn, reagują na każdą zmianę oświetlenia. Są one szczególnie przydatne do akcentowania fragmentów dużych, monottonnych powierzchni (rys. 4.9).

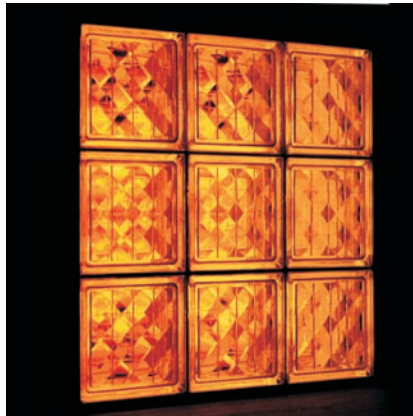
#### **Dachówka** (rys. 4.10)



Rys. 4.10. Dachówka w kształcie K-dronu

Płaszczyzna dachu nachylona do słońca szczególnie dobrze uwypukla grę światła i cienia; oświetlenie tylko pewnych części K-dronów, przy pozostawieniu innych w cieniu, pozwala na zmniejszenie stopnia nagrzewania się dachu. Ta potrzeba cienia jest, między innymi, przyczyną szczególnego rozdrobnienia i ornamentacji np. w budownictwie krajów arabskich, gdzie poszukuje się każdego zakamarka i występu dającego cień dla osłony przed słońcem. Przesunięcie kolejnego niższego lub wyższego rzędu dachówek o pół skoku powoduje naturalne przedłużenie poszczególnych płaszczyzn K-dronu, które tworząc uskakującą powierzchnię „górną i dolną”, umożliwiają swobodny przepływ wody. Przepołowienie dachówek wzdłuż osi poziomej pozwala na uzyskanie poziomej linii krokwiowej (rys. 4.10).



**Luksfery** (rys. 4.11)

Rys. 4.11. K-dronowe luksfery

Wewnętrzna struktura K-dronu szczególnie uwidacznia się w elementach przezroczystych. W zależności od kąta padania światła mogą one załamywać lub odbijać jego promienie. Pozwala to tworzyć interesujące i modularne bloki szklane, które ze względu na wielkość użytych K-dronów, ich liczbę, kąt, kolor itp. mogą zaspokajać różne zapotrzebowania – od takich, które pozwalają na tworzenie układów wyciszonych, jak w prototypach zrealizowanych wspólnie z Pittsburgh Corning Glass Block, po zdecydowane i operujące bardziej dramatycznym wyrazem (rys. 4.11).

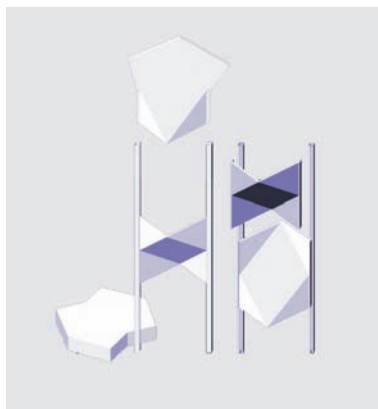
**Struktura** (rys. 4.12)

Rys. 4.12. Struktura dachowa zawierająca K-drony



Przedłużenie jednego K-dronu o odwrócone połówki powstałe z przecięcia K-dronu drugiego tworzy, dzięki trójkątnym powierzchniom, bardzo stabilne przęsło. Utworzone w ten sposób struktury dachowe pozwalają doświetlać przestrzeń, którą przykrywają (rys. 4.12).

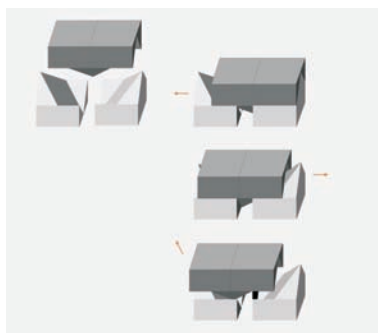
### Struktury wystawiennicze (rys. 4.13)



Rys. 4.13. K-dronowa struktura wystawiennicza

Elewacyjna, reagująca na światło, pięciościenna część K-dronowej powierzchni może być niezależną całością i umożliwia wtedy dogodne składowanie w płaskiej, rozłożonej formie, a następnie łatwy powrót do trójwymiarowego kształtu (rys. 4.13).

### Fundamenty na terenach zagrożonych trzęsieniami (rys. 4.14)



Rys. 4.14. Model fundamentów składających się z K-dronów

Dwa K-drony, ustawione naprzeciw siebie ścianami czołowymi i rozsunięte o odległość mniejszą niż połowa długości krawędzi bocznej, tworzą rodzaj

„gniazdzistego” łożyska, w którym mieści się bryła utworzona też z dwóch elementów, ale połączonych ścianami tylnymi. Układ ten charakteryzuje się możliwością kontrolowanego w różnych płaszczyznach przesuwu. Inżynier z Pittsburgha Jerry Apt wykorzystał tę dynamiczną zasadę K-dronu do zaprojektowania fundamentów, które jego zdaniem mogłyby mieć niebagatelne znaczenie przy wznoszeniu budowli na terenach nawiedzanych trzęsieniami ziemi (rys. 4.14).

**Meble** (rys. 4.15, 4.16)



Rys. 4.15. Meble zawierające K-dronowe kształty



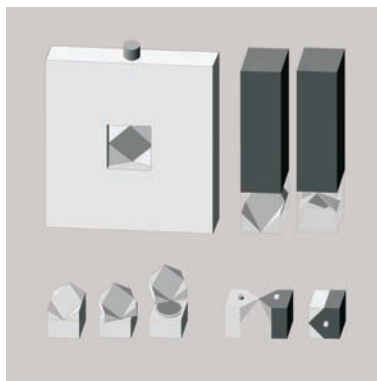
Rys. 4.16. Fotel o kształcie K-dronu

Różnorodność elewacji ujawniających się w wyniku przekręcania K-dronu na jedno z ośmiu możliwych położeń pozwala na formowanie zdumiewającej liczby układów przestrzennych. Od zewnętrznego manipulowania tą przekształcalnością, widoczną w użytych dwóch K-dronach jako podstawy pod stół, po wykorzystanie zmiennego przekroju w półkach czy szufladach. K-dron prowokuje do wszelkiego rodzaju zabaw funkcjonalno-materiałowo-formalnych, a w konsekwencji do poszukiwania nowych rozwiązań, które wzbogacają projektowanie mebli. Pokrycie K-dronów z gąbki kolorowym materiałem tworzy łatwą do aranżowania i bezpieczną meblo-zabawkę. Dwa elementy oparte na podziale K-dronu umożliwiają przekształcenia: od fotela, po stół czy łóżko-kanapę. W Instytucie Wzornictwa Politechniki Koszalińskiej Tomasz Pogorzelski w swoim dyplomie w 2013 roku użył K-dronu do zaprojektowania fotela (rys. 4.15, 4.16).

**Opakowania** (rys. 4.17)

Pusty w środku, przezroczysty lub matowy K-dron, którego kształt jest tylko muszlą ochraniającą wnętrze, pozwala na naturalne łączenie opakowań w pary. Mają one ogromne możliwości ekspozycyjne. Atrakcyjność





Rys. 4.17. Opakowania o kształcie K-dronu

i oryginalność K-dronu jest widoczna zwłaszcza w projektowaniu opakowań kosmetyków. Wszelkiego rodzaju pudełka na kremy czy butelki na perfumy stwarzają znakomity pretekst do zabaw z formą, materiałem lub kolorem. Kształt umożliwia tworzenie całych generacji pochodnych względem K-dronu opakowań. Osobną grupą są opakowania, w których wykorzystuje się kształt K-dronu jako konstrukcji do ciekawszego zaprezentowania przedmiotu, np. w opakowaniach jubilerskich (rys. 14.17).

#### **Moda, projektowanie materiałów i ubiorów** (rys. 4.18)

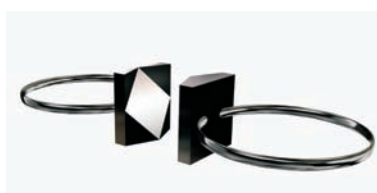


Rys. 4.18. Kapelusz w kształcie K-dronu użyty w scenografii do opery „Carmen” w Teatrze Wielkim w Warszawie

Użycie K-dronu jest szczególnie oczywiste w projektowaniu elementów związanych z modą, gdzie estetyka i oryginalność są wartościami dla siebie, gdzie samo piękno jest wystarczającą racją bytu i prowokuje do zabaw z kształtem. Od płaskiego nadruku na materiałach, przez trójwymiarowe

aplikacje, aż do konkretnych, bazujących na nim formach, jak np. w kapeluszach zaprojektowanych przez Marię Katarzynę Szarłat (rys. 4.18) użytych w scenografii do opery „Carmen” w Teatrze Wielkim w Warszawie – oto początek listy przykładów możliwych zastosowań. Kształt K-dronu zastosowany w projektowaniu takich przedmiotów jak torby, paski itp., otwiera nowe obszary dla funkcjonalno-estetycznych rozwiązań (rys. 4.18).

#### Jubilerstwo (rys. 4.19)



Rys. 4.19. Pierścionki w kształcie K-dronów

Wizualna zmienność K-dronów stwarza bogate pole do zastosowań w jubilerstwie. Dopełnianie się dwóch tych samych elementów zostało użyte w projekcie pierścionków dla kobiety i mężczyzny (rys. 4.19).

#### Głośniki (rys. 4.20)



Rys. 4.20. Model głośnika oparty na K-dronie

Prof. Józef Cywiński, który wykonał roboczy model głośnika opartego na K-dronie, dla zwiększenia walorów akustycznych wydłużył jego kształt. W części górnej powstaje komora przypominająca swoim kształtem komorę organową, która według jego przypuszczeń mogłaby poprawiać brzmienie dźwięków o pewnej wysokości. Jak dotychczas nie zostały przeprowadzone żadne precyzyjne badania. Sam kształt poprzez swoje nachylenie pozwala na lepsze kierowanie dźwiękiem oraz na bardziej przestrzennie interesujące



ustawienie głośników. W transporcie dwa dopełniające się głośniki chowają w środku najdelikatniejsze, membranowe części i ochraniają je (rys. 4.20).

## 5. Droga symboliczna i znaczeniowa

*Cała przyroda wyraża się  
w symbolach geometrycznej sztuki  
J. Kepler*

**Człowiek myśli modelami.** Stąd nasza koncepcja zbudowania nowego matematycznego K-dronu przedstawionego w tej pracy. **Można twierdzić, że formuły matematyczne mają niezależny od nas byt.** Mariusz Malinowski, filozof i pedagog, nazwał K-dron „refleksyjną figurą filozofów”. Pojawienie się K-dronu jest nowym, interesującym modelem, symbolem, który może nam pomóc w zwizualizowaniu rzeczy. Ma on w sobie dwie przeciwne, ale równe części, które się dopełniają. Posiada pozytyw i negatyw, górę i dół, zewnątrz i wewnątrz. Ta dynamiczna zależność dwóch części czyni K-dron trójwymiarowym ekwiwalentem starego chińskiego symbolu Tao. K-dron jako zjednoczenie przeciwnych, ale i dopełniających się elementów ma również interesujący związek z filozofią myśliciela z przełomu średniowiecza i czasów nowożytnych, Mikołaja z Kuzy (1401-1440). Interesował się matematyką i to on ukuł ważne pojęcie, że Bóg jest „zbieżnością przeciwieństw” (*coincidentia oppositorum*). K-dron, ze swoimi perspektywicznymi zbiegami i medytacją nad nieskończonością, jest w szczególnie uprzywilejowanej formie, aby zająć się pojęciem „zbieżności przeciwieństw”. Na takiej K-dronowej powierzchni można ukazać stosunek filozofów do ducha i materii. Jeżeli więc na samej górze K-dronu umieścilibyśmy Platona, a na dolnej Arystotelesa, wtedy Kartezjusz, który wyodrębnił w człowieku osobno duszę i osobno ciało, pojawiłby się pośrodku powierzchni. Gdyby jeszcze przyjąć, że bardziej na lewo umieścilibyśmy filozofów zajmujących się społeczeństwem, a na prawo indywidualnym człowiekiem, to w ten sposób powierzchnia K-dronu ujawniłaby nieznanę wcześniej w filozofii związki, zależności i połączenia.

K-dron jest. Na drodze nauki, sztuki, zastosowań i znaczenia postawił już odpowiednie kroki. Był przeoczony, ale już go widzimy. A jeżeli widzimy – to możemy komentować, usprawniać i badać. I pokazywać. Jego istnienie daje możliwość tajemniczej opowieści o świecie, daje nowe narzędzie, budulec i środek dla poszerzenia zakresu naszych działań. Bo w sumie jesteśmy tylko tak bogaci jak bogate są możliwości, którymi dysponujemy. Bez K-dronu mogliśmy żyć, ale należy stwierdzić, że było to życie biedniejsze.

*Artykuł wpłynął do redakcji 16.12.2015. Zweryfikowaną wersję po recenzjach otrzymano 26.02.2016.*





## LITERATURA

- [1] DOMAŃSKI Z., *Przekształcenia całkowite w zadaniach*, skrypt WAT, 1970.
- [2] GAWINECKI J.A., DOMAŃSKI Z., *Równania różniczkowe cząstkowe drugiego i wyższych rzędów oraz metody ich rozwiązywania*, Wojskowa Akademia Techniczna, Warszawa 2014.
- [3] KAPPRAFF J., *Connection the Geometric Bigge between Art and Sciene*, McGraw-Hill 1991.
- [4] KAPUSTA J., Lista aktywności i dokonań związanych z K-dronem:
- rysunek nieskończoności, ATK, Warszawa, 1979,
  - odkrycie K-dronu, Nowy Jork, 11 stycznia 1985,
  - otrzymanie patentu amerykańskiego, 1987,
  - założenie korporacji w celu uzyskania patentów na świecie, 1987,
  - artykuły w pismach polskich i zagranicznych, od 1988-,
  - rozdziały w książkach matematycznych, od 2001-,
  - strony internetowe,
  - filmy o K-dronie i animacje, od 1988-,
  - wystawy artystyczne,
  - prezentacje w szkołach,
  - prezentacje na profesjonalnych wystawach produktów i idei, od 1989-,
  - obrazy K-dronu w zbiorach muzeów, galerii i osób prywatnych, od 1989-,
  - dekoracja na wieży, jako fragment scenografii w „Carmen” Bizeta w Teatrze Wielkim, Warszawa, 1995;
  - budynki i studia muzyczne z K-dronowych pustaków, parkany, od 1995-,
  - gra dla dzieci, cztery białe, cztery czarne K-drony, 1995,
  - książka *K-dron, opatentowana nieskończoność*, WSiP, 1995,
  - nowa projekcja Ziemi i kosmosu, 1997,
  - prezentacje na konferencjach naukowych, od 1999-,
  - wystawa K-dronu w Muzeum Sztuki w Łodzi, 1999,
  - teatr dla dzieci *Planeta K-dron, czyli tajemnica przerwanej podróży*, Katowice, 1999,
  - struktura wystawiennicza, Poznań, (8 m × 8 m × 6 m) wystawa poświęcona 1000-leciu państwa polskiego, 2001,
  - czapki przemytników w operze „Carmen” Bizeta, Wilno, 2001,
  - praca magisterska na ASP w Poznaniu *Od rysunku do sztuki czystej*, 2001,
  - praca doktorska 2010, ASP, Warszawa,
  - scenografia na festiwalu piosenki rosyjskiej w Zielonej Górze, 2002,
  - Pulaski Day Parade w Nowym Jorku, K-dron (6 m × 6 m × 3 m) element parady – 2008,
  - projekty nowych butelek, 2009,
  - pomnik K-dronu w Kole, 2009,
  - wystawa w ramach doktoratu na ASP w Warszawie, 2010,
  - wystawy K-dronowe w Czechach, Polsce, Francji i USA,
  - relief na 65. rocznicę Liceum Sztuk Plastycznych w Poznaniu (12 m × 1,5 m × 0,4 m), 2011,
  - wystawa *Rhapsody in K-dron* w Galerii Gershwin Hotel, Nowy Jork, 2012,



- rzeźba dla Elbląga, Ministerstwo Kultury i Dziedzictwa Narodowego, Galeria EL, 2012,
  - projekt 3 K-dronowych kalendarzy dla ZAiKSu, 2014,
  - specjalna K-dronowa nagroda z okazji 50-lecia działalności dla zespołu Czerwonych Gitar, 2015.
- [5] NAGLE K., BILAFF E., *Fundamentals of Differential Equations and Boundary Value Problem*, Sci Edition Addison Werby Publshion Company, 1994.
- [6] PISKOREK A., *Fourier and Laplace Transforms and Applications*, Warsaw University, Warszawa 1991.

J. KAPUSTA, J. GAWINECKI, J. ŁAZUKA, J. RAFA

### **K-dron, its mathematical modelling and applications**

**Abstract:** In this paper we present the definition of K-dron, new geometrical form discovered by Janusz Kapusta in 1985 in New York, its history and connection between geometry and symmetry of a cube. It is worth to emphasize that the authors have derived new formulae for the surface of K-dron using the Laplacea transform in order to obtain the solution of the boundary-value problem for the partial differential equation describing the vibration of the string. The formula proved by us in this paper is clearer and understandable in view of this structure. The solution obtained in this paper describes in general manner the surface of K-dron and more general surfaces named by us n-K-drons. The formula for the surface of K-dron was derived by the method of Laplacea transform having clear geometrical and physical interpretation because it is presented in linear combination of the equation of planes with the coefficients of directions described by suitable combinations of Heavisides functions. Also wide range and different applications of K-dron are presented.

**Keywords:** K-dron, Laplace'a transform, partial differential of string equation of vibration, initial-boundary value problems

**DOI:** 10.5604/12345865.1198014

