



**ZASTOSOWANIE METODY PPP-KINEMATIC W PROGRAMIE  
APS DO WYZNACZENIA POZYCJI STATKU POWIETRZNEGO**

**APPLICATION OF PPP-KINEMATIC METHOD AND AIRCRAFT  
POSITIONING SOFTWARE FOR CALCULATION OF PLANE'S POSITION**

Kamil KRASUSKI

Starostwo Powiatowe Ryki, Wydział Geodezji, Kartografii i Katastru Nieruchomości  
*Geodetic, Cartography and Real Property Register Department in Ryki Chief District Officer's Office*

**Streszczenie:** W artykule zaprezentowano rezultaty zastosowania techniki GPS w transporcie lotniczym. Współrzędne statku powietrznego wyznaczono z użyciem kodowych obserwacji GPS dla metody PPP-Kinematic w programie APS. Eksperyment lotniczy z użyciem samolotu Cessna 172 przeprowadzono na lotnisku wojskowym w Dęblinie. Scharakteryzowano metodę PPP-Kinematic oraz opisano konfigurację parametrów wejściowych dla tej metody. Ponadto przedstawiono wartości takich parametrów jak: dokładność poprawki chodu zegara odbiornika, dokładność współrzędnych statku powietrznego, współczynniki DOP, wartości poziomów bezpieczeństwa HPL i VPL, wartości testu statystycznego Chi-kwadrat.

**Słowa kluczowe:** GPS, metoda PPP-Kinematic, dokładność, HPL, VPL, metoda najmniejszych kwadratów

**Abstract:** Results of application of GPS technique in the air transport are presented in the paper. Aircraft's coordinates were obtained using GPS code observations for PPP-Kinematic method in the APS software. Cessna 172 aircraft was applied in a flight test at Dęblin military airport. The paper describes the PPP-Kinematic method and configuration of input parameters for this method. In addition, the values of such parameters as: accuracy of receiver clock bias, accuracy of aircraft's coordinates, DOP coefficients, accuracy of HPL and VPL terms, results of statistical test Chi-square are presented in the paper.

**Keywords:** GPS, PPP-Kinematic method, accuracy, HPL, VPL, method of least squares

Wykaz użytych skrótów i akronimów / List of used acronyms and abbreviations:

GNSS - Global Navigation Satellite System,  
PPP - Precise Point Positioning,  
DCB - Differential Code Biases,  
DPB - Differential Phase Biases,  
IGS - International GNSS Service,  
APS - Aircraft Positioning Software,  
GPS - Global Positioning System,  
ECEF - Earth Centered / Earth Fixed,  
NPA - Non-Precision Approach,  
APV - Approach with Vertical guidance,  
GPST – GPS Time,  
DOP – Dilution of Precision,  
HPL – Horizontal Protection Level,  
VPL – Vertical Protection Level,

ICAO – International Civil Aviation Organization,  
GDOP – Geometrical DOP,  
HDOP – Horizontal DOP,  
PDOP – Position DOP,  
VDOP – Vertical DOP,  
EGNOS – European Geostationary Navigation Overlay Service,  
RINEX – Receiver Independent Exchange Format

## 1. Wstęp

Wdrażanie odbiorników dwuczęstotliwościowych w obszarze techniki GNSS w transporcie lotniczym pozwala na wykorzystanie obserwacji satelitarnych na dwóch częstotliwościach nośnych w precyzyjnym pozycjonowaniu statków powietrznych. Przykładem takiego rozwiązania jest metoda PPP, której model matematyczny oparty jest na kombinacji liniowej Ionosphere-Free. Równania obserwacyjne kombinacji liniowej Ionosphere-Free umożliwiają redukcję pierwszego wyrazu rozwinięcia opóźnienia jonosferycznego (ponad 99% całkowitego opóźnienia jonosferycznego) oraz opóźnień sprzętowych DCB z obserwacji kodowych i opóźnień sprzętowych DPB z obserwacji fazowych [4]. Należy podkreślić, iż w równaniach obserwacyjnych kombinacji liniowej Ionosphere-Free są wykorzystywane zarówno pomiary kodowe, fazowe lub kodowo-fazowe [5,7]. W metodzie PPP wyróżnia się dwie podstawowe odmiany, tzn. metodę PPP-Static (stosowana w pomiarach statycznych) oraz metodę PPP-Kinematic (stosowana w pomiarach kinematycznych) [4, 6]. Do wyznaczenia współrzędnych statku powietrznego oraz odtworzenia trajektorii lotu najczęściej wykorzystywana jest metoda PPP-Kinematic. Warto zwrócić uwagę, iż implementacja precyzyjnych produktów służby IGS w modelu matematycznym metody PPP-Kinematic umożliwia podwyższenie dokładności wyznaczonej pozycji statku powietrznego [6].

Celem artykułu jest przedstawienie możliwości wykorzystania PPP-Kinematic do wyznaczenia współrzędnych statku powietrznego z użyciem programu APS (Aircraft Positioning Software). Dane badawcze w postaci surowych obserwacji kodowych GPS pochodzą z odbiornika Topcon HiperPro, który został wykorzystany w eksperymencie lotniczym na lotnisku wojskowym w Dęblinie w dniu 01.06.2010. Obli-

## 1. Introduction

Implementation of receivers operating on two frequencies of GNSS in the air transport provides the use of satellite observation on two carrier frequencies for precise positioning of planes. PPP method is an example of such solution and its mathematical model is based on a linear combination of Ionosphere-Free. Observation equations of Ionosphere-Free linear combination provide the reduction of the first term of expression for ionosphere delay (more than 99% of total ionosphere delay) and hardware delays DCB for code observations and hardware delays DPB for phase observations [4]. It has to be stressed that Ionosphere-Free linear combination observation equations use both code and phase or code-phase measurements [5, 7]. PPP method consists of two main versions i.e. PPP-Static method (for static measurements) and PPP-Kinematic method (for kinematic measurements) [4, 6]. PPP-Kinematic method is usually used for establishing co-ordinates and trajectory of a plane. It has to be noted that the implementation of precise products of IGS to PPP-Kinematic method mathematical model increases the accuracy for measuring the plane position [6].

The aim of the paper is to present possibilities of PPP-Kinematic for measurement of aircraft co-ordinates by using APS (Aircraft Positioning Software). Test data is provided by receiver Topcon HiperPro in the form of raw GPS code observations carried out during the flight test at Dęblin airfield of 01 June, 2010. Positions of Cessna 172 were calculated by using an author's APS that was devel-

czenia pozycji samolotu Cessna 172 wykonano w autorskim programie APS, opracowanym od podstaw w środowisku programistycznym Scilab 5.4.1. Całość artykułu podzielono na 5 części: wstęp, model matematyczny metody PPP-Kinematic w programie APS, eksperyment badawczy, rezultaty i dyskusja, wnioski końcowe.

## 2. Model matematyczny metody PPP Kinematic w programie APS

Podstawowe równanie obserwacyjne dla metody PPP-Kinematic bazuje na wykorzystaniu kombinacji liniowej Ionosphere-Free, jak poniżej [11]:

$$P_3 = \alpha \cdot P1 + \beta \cdot P2 = d + c \cdot (dtr - dts) + Trop + Rel \quad (1)$$

gdzie:

$P_3$ - kombinacja liniowa Ionosphere-Free dla obserwacji kodowych GPS,

$$\alpha = +\frac{f_1^2}{f_1^2 - f_2^2} = +2.546, \quad \beta = -\frac{f_2^2}{f_1^2 - f_2^2} = -1.546, \quad d = \sqrt{(x - X_s)^2 + (y - Y_s)^2 + (z - Z_s)^2},$$

$(f_1, f_2)$ - częstotliwości nośne w systemie GPS,

$P1, P2$ - obserwacje kodowe od satelitów GPS,  
 $d$  - odległość geometryczna między satelitami GPS a odbiornikiem,

$(x, y, z)$ - pozycja samolotu w układzie geocentrycznym,

$(X_s, Y_s, Z_s)$ - pozycja satelity GPS na orbicie,

$c$  - prędkość światła,

$dtr$  - poprawka chodu zegara odbiornika GPS,

$dts$  - poprawka chodu zegara satelity GPS,

$T$  - opóźnienie troposferyczne dla obserwacji GPS,

$Rel$ - efekty relatywistyczne dla obserwacji GPS.

Równanie (1) jest rozwiązywane w procesie stochastycznym dla każdej zarejestrowanej epoki pomiarowej. Niewiadomymi parametrami w równaniu (1) są współrzędne statku powietrznego (3 parametry- $(x, y, z)$ ) oraz poprawka chodu zegara odbiornika (1 parametr- $dtr$ ). Minimalna liczba obserwacji GPS po-

oped starting from the fundamentals in Scilab 5.4.1 software environment. The paper consists of five parts: introduction, PPP-Kinematic method mathematical model in APS program, experimental test, results and discussion, and final conclusions.

## 2. Mathematical Model of PPP Kinematic Method in APS

The basic observation equation of PPP-Kinematic method is based on the application of Ionosphere-Free linear combination, as below [11]:

where:

$P_3$  - Ionosphere-Free linear combination for GPS code observations,

$(f_1, f_2)$ - carrier frequencies in GPS system,

$P1, P2$ - coded observations from GPS satellites,

$d$  - geometrical distance between GPS satellites and receiver,

$(x, y, z)$ - position of the plane in geocentric system,

$(X_s, Y_s, Z_s)$ - GPS position in the space,

$c$  - light velocity,

$dtr$  - correction of GPS receiver clock bias,

$dts$  - correction of GPS satellite clock bias,

$T$  - GPS observation troposphere delay,

$Rel$  - GPS observation relativistic effects.

Solutions of equation (1) are found in the stochastic process for each recorded block of measurements. Co-ordinates of the plane (3 parameters- $(x, y, z)$ ) and a correction of GPS receiver clock bias (1 parameter- $dtr$ ) are the unknown parameters in equation (1). Minimal number of GPS observations

trzebna do rozpoczęcia procesu nawigacyjnego wyznaczenia pozycji statku powietrznego wynosi 5. Z układu równań (1) niewiadome parametry są wyznaczone w oparciu o schemat obliczeniowy metody najmniejszych kwadratów, jak poniżej [8]:

needed to start the navigating process for measuring the position of a plane is 5. The unknown parameters are calculated from the system of equations (1) basing on the calculating schedule of the least squares method that is shown below [8]:

$$\left\{ \begin{array}{l} \mathbf{Qx} = \mathbf{N}^{-1} \cdot \mathbf{L} \\ \mathbf{v} = \mathbf{A} \cdot \mathbf{Qx} - \mathbf{dl} \\ m0_{post} = \sqrt{\frac{[\mathbf{pvv}]}{n-k}} \\ \mathbf{C}_{\mathbf{Qx}} = m0_{post}^2 \cdot \mathbf{N}^{-1} \\ \mathbf{m}_{\mathbf{Qx}} = \text{diag}(\sqrt{\mathbf{C}_{\mathbf{Qx}}}) \end{array} \right. \quad (2)$$

gdzie:

$\mathbf{Qx}$  - wektor wyznaczanych parametrów,  
 $\mathbf{N} = \mathbf{A}^T \cdot \mathbf{p} \cdot \mathbf{A}$  - macierz układu równań normalnych,  
 $\mathbf{A}$  - macierz współczynników,  
 $\mathbf{p}$  - macierz wag,  
 $m0_{priori}$  - błąd średni jednostkowy a priori,  
 $m0_{priori} = 1$ ;  
 $\mathbf{ml}$  - macierz z błędami średnimi pseudoodległości,  
 $El$  - kąt elewacji,  
 $ml_{p1} = ml_{p2}$  - odchylenie standardowe pomiarów kodowych w systemie GPS,  
 $\mathbf{dl}$  - wektor wyrazów wolnych,  
 $m0_{post}$  - błąd średni jednostkowy a posteriori,  
 $n$  - liczba obserwacji,  
 $k$  - liczba wyznaczanych parametrów,  
 $\mathbf{v}$  - wektor poprawek,  
 $\mathbf{C}_{\mathbf{Qx}}$  - macierz wariancyjno-kowariancyjna zawierająca odchylenia standardowe wyznaczanych parametrów,  
 $\mathbf{m}_{\mathbf{Qx}}$  - odchylenia standardowe wyznaczanych parametrów, odniesione do układu geocentrycznego ECEF.

where:

$\mathbf{Qx}$  - vector of parameters to be established,  
 $\mathbf{N} = \mathbf{A}^T \cdot \mathbf{p} \cdot \mathbf{A}$  - matrix of system of regular equations,  
 $\mathbf{A}$  - matrix of coefficients,  
 $\mathbf{p}$  - matrix of weights,  
 $m0_{priori}$  - a priori unit average error,  
 $m0_{priori} = 1$ ;  
 $\mathbf{ml}$  - matrix of average pseudo-distance errors,  
 $El$  - elevation angle,  
 $ml_{p1} = ml_{p2}$  - standard deviation of GPS coded measurements,  
 $\mathbf{dl}$  - vector of free terms,  
 $m0_{post}$  - a posterior unit average error,  
 $n$  - number of observations,  
 $k$  - number of parameters to be determined,  
 $\mathbf{v}$  - vector of corrections,  
 $\mathbf{C}_{\mathbf{Qx}}$  - variation - co-variation matrix of standard deviations for parameters to be established,  
 $\mathbf{m}_{\mathbf{Qx}}$  - standard deviation of parameters to be determined referred to ECEF geocentric system.

$$\mathbf{p} = \frac{1}{m0_{priori}^2 \cdot \mathbf{ml}^2}, \quad \mathbf{ml}^2 = \left( \alpha \cdot \frac{ml_{p1}}{\sin(El)} \right)^2 + \left( \beta \cdot \frac{ml_{p2}}{\sin(El)} \right)^2, \quad \mathbf{L} = \mathbf{A}^T \cdot \mathbf{p} \cdot \mathbf{dl},$$

Odchylenia standardowe pozycji samolotu mogą zostać wyrażone również w układzie geodezyjnym BLh w następujący sposób [9]:

Standard deviations of plane position may be also expressed in geodetic system BLh in the following way [9]:

$$mB = \sqrt{m_{BLh}(1,1)}; \quad mL = \sqrt{m_{BLh}(2,2)}; \quad mh = \sqrt{m_{BLh}(3,3)} \quad (3)$$

gdzie:

$\mathbf{m}_{BLh}$  - macierz kowariancji odchyłeń standardowych wyznaczanych współrzędnych w układzie geodezyjnym BLh,

$$\mathbf{m}_{BLh} = \mathbf{R} \cdot \mathbf{C}_{Qx} \cdot \mathbf{R}^T,$$

$\mathbf{R}$  - macierz przejścia ze współrzędnych geocentrycznych XYZ do geodezyjnych BLh,

$mB$  - odchylenie standardowe szerokości geodezyjnej B,

$mL$  - odchylenie standardowe długości geodezyjnej L,

$mh$  - odchylenie standardowe wysokości elipsoidalnej h.

Wyznaczane parametry z równania (2) są poddawane dodatkowe kontroli w programie APS w celu wykrycia błędów grubych i pomiarów odstających. W ramach kontroli obliczeń w programie APS jest realizowany test statystyczny Chi-kwadrat  $\chi_{f,1-\alpha}^2$  o liczbie swobody  $f$  oraz poziomie ufności  $(1-\alpha)$ , jak poniżej [10]:

$$\sum \mathbf{p}\mathbf{v}\mathbf{v} = m0_{post}^2 \cdot (n-k) < \chi_{f,1-\alpha}^2 \quad (4)$$

gdzie:

$\sum \mathbf{p}\mathbf{v}\mathbf{v}$  - suma wagowanych kwadratów poprawek,

$f$  - liczba stopni swobody,

$$f = n - k,$$

$(1-\alpha)$  - poziom ufności,

$$\alpha = 0.05.$$

Kiedy APS wykryje wartość parametru  $m0_{post}$ , przekraczającą przyjęte standardy testu statystycznego, wtedy APS wykonuje ponowną iterację obliczeń w celu wyznaczenia poszukiwanych parametrów z równania (2).

### 3. Opis programu APS

Kod źródłowy APS został napisany na platformie numerycznej Scilab 5.4.1 pod systemem Windows. Program APS składa się z 4 podstawowych modułów obliczeniowych (rys. 1):

where:

$\mathbf{m}_{BLh}$  - co-variation matrix of standard deviations for co-ordinates which are determined in geodetic BLh system,

$$\mathbf{m}_{BLh} = \mathbf{R} \cdot \mathbf{C}_{Qx} \cdot \mathbf{R}^T,$$

$\mathbf{R}$  - transition matrix from geocentric co-ordinates XYZ into geodetic BLh,

$mB$  - standard deviation of geodetic latitude B,

$mL$  - standard deviation of geodetic longitude L,

$mh$  - standard deviation of ellipsoidal height h.

The parameters established from expression (2) are subjected to additional checking by APS to detect large errors and strayed measurements. The APS uses statistical test Chi-square  $\chi_{f,1-\alpha}^2$  of freedom degree  $f$  and confidence level  $(1-\alpha)$  to check the calculations, as below [10]:

where:

$\sum \mathbf{p}\mathbf{v}\mathbf{v}$  - sum of weighted squares of corrections,

$f$  - number of freedom degrees,

$$f = n - k,$$

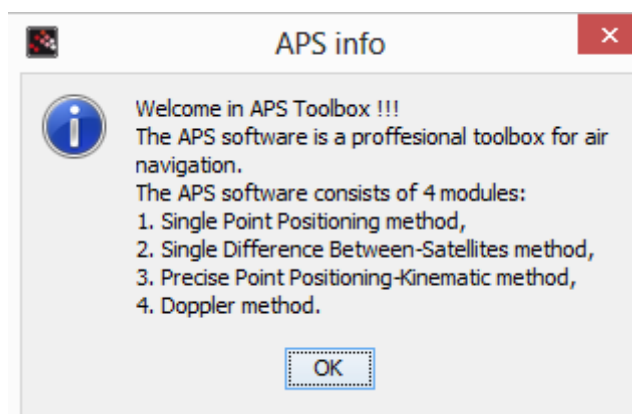
$(1-\alpha)$  - level of confidence,

$$\alpha = 0.05.$$

When the APS detects a value of  $m0_{post}$  parameter being beyond accepted standards of statistical tests then it reiterates the calculations in order to determine the searched parameters from expression (2).

### 3. APS Description

Computer code APS was developed on the numerical platform Scilab 5.4.1 under the Windows system. The APS consists of 4 basic calculation modules (see fig. 1):



**Rys. 1. Opis modułów w programie APS.** Źródło: opracowanie własne

*Fig. 1. Description of APS modules. Origin: own development*

- Single Point Positioning (SPP) method - pozycjonowanie absolutne z wykorzystaniem obserwacji kodowych C/A na częstotliwości L1,
- Single Difference Between-Satellites (SD B-S) method- pozycjonowanie różnicowe z wykorzystaniem obserwacji kodowych C/A na częstotliwości L1,
- Precise Point Positioning-Kinematic (PPP-K) method- pozycjonowanie absolutne z wykorzystaniem obserwacji kodowych P1/P2 na częstotliwościach L1/L2,
- Doppler method - pozycjonowanie z użyciem efektu Dopplera na częstotliwości L1.

Każdy z modułów programu APS posiada wbudowane wewnętrzne zakładki, które określają kolejne etapy pracy użytkownika w ramach procedury wyznaczenia pozycji statku powietrznego, tj.:

- Configuration - etap, w którym użytkownik ustala parametry wejściowe i wybór modeli do konfiguracji danego modułu obliczeniowego;
- Input data - etap, w którym użytkownik wybiera oraz implementuje do programu APS dane wejściowe, tzn.- plik RINEX z obserwacjami, efemerydę precyzyjną do wyznaczenia współrzędnych satelitów, efemerydę pokładową w celu określenia błędów systematycznych w pomiarach GNSS;
- Adjustment - etap, w którym następuje proces wyznaczenia współrzędnych statku powietrznego z zastosowaniem filtru Kalmana lub metody najmniejszych kwadratów;
- Output data - etap, w którym użytkownik zapoznaje się z rezultatami końcowymi swoich badań, umieszczonych na wykresach graficznych.

- Single Point Positioning (SPP) method- absolute positioning by using coded observations C/A on L1 frequency,
- Single Difference Between-Satellites (SD B-S) method- differential positioning by using coded observations C/A on L1 frequency,

- Precise Point Positioning-Kinematic (PPP-K) method- absolute positioning by using coded observations P1/P2 on L1/L2 frequencies,

- Doppler method- positioning with the use of Doppler effect on L1 frequency.

Each of APS modules has embedded following internal folds which describe consecutive steps for the user at establishing the position of a plane:

- Configuration- at this stage the user defines input parameters and selects the models configuring a specific model of calculation;
- Input data- the user selects and implements into the APS the input data i.e. the file RINEX with observations, a precise ephemerid calculating the co-ordinates of satellites, onboard ephemerid for calculation of systematic errors in GNSS measurements;
- Adjustment- at this stage the plane coordinates are calculated by using Kalman filtering or the least squares method;
- Output data- at this stage the user gets the final results of calculations in the form of plots.

Above all the following products of APS

Finalnymi produktami obliczeń uzyskanymi w programie APS są m.in. :

- współrzędne anteny odbiornika ruchomego,
- odchyłka chodu zegara odbiornika,
- współczynniki DOP,
- błędy pozycji statku powietrznego w postaci parametrów odchylenia standardowego w układzie geodezyjnym BLh,
- odchylenie standardowe odchyłki chodu zegara odbiornika,
- parametry poziomu bezpieczeństwa HPL oraz VPL dla wykonywanych operacji lotniczych,
- parametry testu statystycznego Chi-kwadrat.

Program APS jest obecnie w wersji 1.0.0 (wersja testowa), a jego interfejs graficzny został utrzymany w konwencji anglojęzycznej. Obecnie program jest dostosowany do opracowywania obserwacji GNSS z systemów nawigacyjnych GPS i GLONASS. W przyszłości planuje się rozbudowę APS o systemy nawigacyjne GALILEO i BEIDOU, a także o systemy wspomagania (EGNOS, WAAS, GAGAN czy SDCM).

#### **4. Opis eksperymentu badawczego**

Weryfikacja poprawności działania metody PPP-Kinematic w programie APS została sprawdzona dla obserwacji GPS z eksperymentu lotniczego w Dęblinie (01.06.2010). Nieprzetworzone obserwacje GPS zostały zarejestrowane przez odbiornik Topcon HiperPro, który został umieszczony w kabinie pilotów samolotu Cessna 172. Podstawowym celem testu lotniczego było określenie dokładności pozycji statku powietrznego w ramach procedury nieprecyzyjnego podejścia NPA (Non-Precision Approach) oraz podejścia SBAS APV-I (Approach with Vertical guidance) dla lotniska w Dęblinie. Przeprowadzony eksperyment lotniczy na lotnisku wojskowym w Dęblinie był częścią projektu badawczego pt. „System monitorowania ruchu statków powietrznych i pojazdów użytkowanych przez służby publiczne z wykorzystaniem GNSS” [1].

Do określenia współrzędnych samolotu Cessna 172, algorytm programu APS w module PPP-Kinematic został skonfigurowany wg następujących warunków początkowych:

- system GNSS: system GPS,
- typ obserwacji: obserwacje kodowe (P1, P2),

calculations are available:

- Co-ordinates of movable receiver antenna,
- Receiver clock bias,
- DOP coefficients,
- Errors of plane position in the form of parameters of standard deviation in the geodetic BLh system,
- Standard deviation of receiver clock bias,
- Parameters of security levels HPL and VPL for performed flight operations,
- Parameters of statistical test Chi-square.

The APS is currently available in 1.0.0 version (test version) with English graphical interface. Now the program is tailored to process GNSS navigation observations from GPS and GLONASS. Navigating systems GALILEO and BEIDOU, and also supporting systems (EGNOS, WAAS, GAGAN or SDCM), will be incorporated into the APS in the future.

#### **4. Description of Experiment**

Sensibility of application of PPP-Kinematic method in APS was checked for GPS observations at flight test made in Dęblin (01.06.2010). The raw GPS data was recorded by Topcon HiperPro receiver that was placed in the pilot cockpit of Cessna 172 plane. The flight test was mainly aimed to establish the accuracy of plane position during procedures of Non-Precision Approach (NPA) and Approach with Vertical guidance SBAS APV-I for Dęblin airfield. The flight test carried out in Dęblin military airfield was a part of research project „Use of GNSS for a System Monitoring the Air and Road Traffic of Public Service Transport Means” [1].

In order to measure the co-ordinates of Cessna-172 the algorithm of APS was configured in the module PPP-Kinematic according with following initial conditions:

- System GNSS: system GPS,
- Type of observation: coded observations (P1, P2),
- File format RINEX: 2.10,
- Source of ephemerid data: precise

- format pliku RINEX: 2.10,
- źródło danych efemerydalnych: efemeryda precyzyjna SP3, pobrana z Centrum Analizy CODE w Szwajcarii [13],
- źródło danych o poprawce zegara satelity GPS: efemeryda precyzyjna SP3, pobrana z Centrum Analizy CODE w Szwajcarii [13],
- metoda interpolacji współrzędnych satelity GPS: wielomian Lagrange'a 9-ego stopnia [8],
- metoda interpolacji poprawki zegara satelity GPS: wielomian Lagrange'a 9-ego stopnia [8],
- wpływ efektu Sagnaca i czas przebiegu sygnału przez atmosferę: zastosowano,
- efekty relatywistyczne: zastosowano,
- poprawka jonosferyczna: 1-szy wyraz opóźnienia jonosferycznego wyeliminowany poprzez zastosowanie kombinacji liniowej Ionosphere-Free,
- poprawka troposferyczna: model Simple,
- opóźnienia sprzętowe dla satelitów GPS (Time Group Delays): wyeliminowane poprzez zastosowanie kombinacji liniowej Ionosphere-Free,
- opóźnienie sprzętowe dla odbiornika (Receiver Differential Code Bias): wyeliminowane poprzez zastosowanie kombinacji liniowej Ionosphere-Free,
- efekt wielotorowości i szum pomiarowy: pominięto,
- centrum fazowe anteny satelity i odbiornika: pominięto,
- kąt obcięcia elewacji:  $5^{\circ}$  [3],
- tryb pozycjonowania: kinematyczny,
- schemat rozwiązania: metoda najmniejszych kwadratów w procesie iteracyjnym,
- wagowanie pomiarów: zastosowano,
- dokładność obserwacji kodowych: 1 m dla kodu precyzyjnego P,
- maksymalna liczba iteracji w pojedynczej epoce pomiarowej:  $N=10$ ,
- liczba wyznaczanych parametrów w każdej epoce pomiarowej:  $k=4$ ,
- minimalna liczba obserwacji potrzebna do inicjalizacji obliczeń:  $n>4$ ,
- interwał obliczeń: 1 s,
- liczba epok pomiarowych: 3361,
- początkowe współrzędne statku powietrznego: na podstawie nagłówka pliku obserwacyjnego RINEX,
- poprawka chodu zegara odbiornika: wyznaczany,
- czas systemu GNSS: czas GPS Time (GPST),
- układ odniesienia współrzędnych: zgodny ephemerid SP3, taken from CODE Analysis Centre in Switzerland [13],
- Source of data on GPS satellite clock correction: precise ephemerid SP3, taken from CODE Analysis Centre in Switzerland [13],
- GPS satellite co-ordinates interpolation method: Lagrange 9-degree polynomial [8],
- GPS satellite clock correction interpolation method: Lagrange 9-degree polynomial [8],
- Sagnac effect impact and time for signal passing through atmosphere: applied,
- Relativistic effects: applied,
- Ionosphere correction: 1-st term of ionosphere delay expression eliminated by the use of linear combination Ionosphere-Free,
- Troposphere correction: model Simple,
- Hardware delays for GPS satellites (Time Group Delays): eliminated by the use of linear combination Ionosphere-Free,
- Receiver hardware delay (Receiver Differential Code Bias): eliminated by the use of linear combination Ionosphere-Free,
- Multi-path effect and measurement noise: omitted,
- Phase centre of satellite and receiver antennas: omitted,
- Elevation cutting angle:  $5^{\circ}$  [3],
- Positioning mode: kinematic,
- Schedule of solution: method of the least squares in the iteration process,
- Weighing the measurements: applied,
- Accuracy of coded observations: 1 m for the precise code P,
- Maximal number of iterations in a single measurement epoch (unit):  $N=10$ ,
- Number of determined parameters for each measurement epoch:  $k=4$ ,
- Minimal number of observations needed for initiation of calculations:  $n>4$ ,
- Interval of calculations: 1 s,
- Number of calculation epochs: 3361,
- Initial co-ordinates of the plane: basing on the RINEX observation file headline,
- Receiver clock bias correction: to be determined,
- GNSS system time: GPS Time (GPST),
- Co-ordinate reference system: in compli-



z układem współrzędnych satelitów GPS z efermerydy precyzyjnej SP3,  
- test statystyczny: test Chi-kwadrat [10],  
- wartość parametru  $m0_{post}$  po poprawnym wyznaczeniu szukanych parametrów:  $m0_{post} \in (0,9:1,1)$  [9],  
- liczba stopni swobody:  $f = n - k$ ,  
- poziom istotności:  $\alpha = 0.05$ ,  
- poziom ufności:  $(1 - \alpha) = 0.95$ ,  
- dopuszczalna wartość współczynnika DOP w pomiarach: DOP = 6 [12],  
- wartości współczynników dla parametrów HPL oraz VPL:  $k_{HPL} = 6$  oraz  $k_{VPL} = 5.33$  [2].

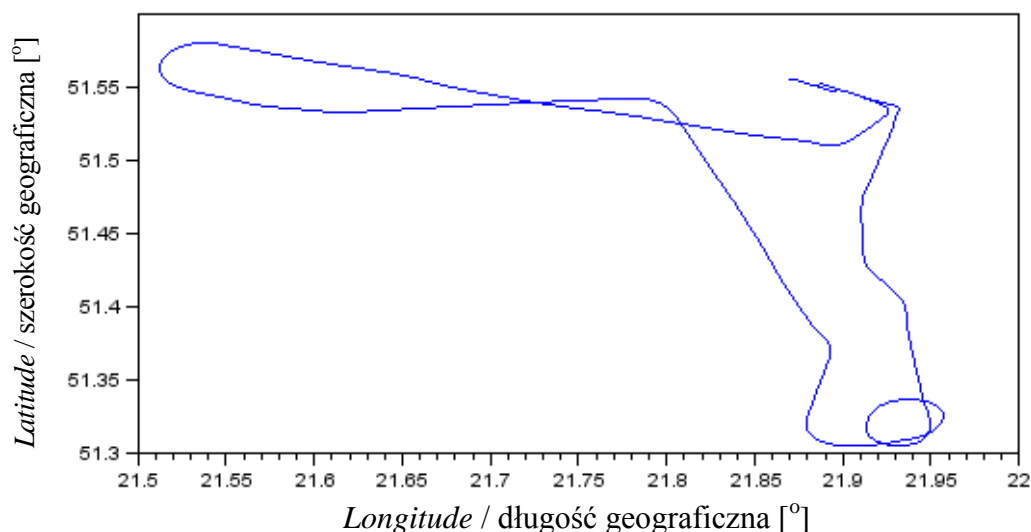
## 1. Rezultaty i dyskusja

Trajektoria lotu samolotu Cessna 172 w płaszczyźnie poziomej i pionowej została zilustrowana na rys. 2 oraz rys. 3. Należy podkreślić, iż dla pierwszych 13 epok pomiarowych nie zostały wyznaczone współrzędne statku powietrznego w programie APS. Ten fakt jest dobrze widoczny dla parametru wysokości elipsoidalnej na rys. 3, gdzie wartości wysokości w pierwszych 13 epokach wynoszą 0 m.

ance with GPS satellite co-ordinate system from precise ephemerid SP3,  
- Statistical test: test Chi-square [10],  
- Value for parameter  $m0_{post}$  after correct calculations of searched parameters:  $m0_{post} \in (0,9:1,1)$  [9],  
- Number of freedom degrees:  $f = n - k$ ,  
- Level of significance:  $\alpha = 0.05$ ,  
- Level of confidence:  $(1 - \alpha) = 0.95$ ,  
- Acceptable value of DOP coefficient in measurements: DOP = 6 [12],  
- Values of HPL and VPL coefficients:  $k_{HPL} = 6$  and  $k_{VPL} = 5.33$  [2].

## 5. Results and Discussion

Flying trajectory of Cessna 172 plane in horizontal and vertical planes is shown in Fig. 2 and Fig. 3. It has to be stressed that for the first 13 measurement epochs the coordinates of the plane were not established by APS. This fact is well reflected in Fig. 3 for the ellipsoidal height where the values of the height equal to 0 m for the first 13 epochs.



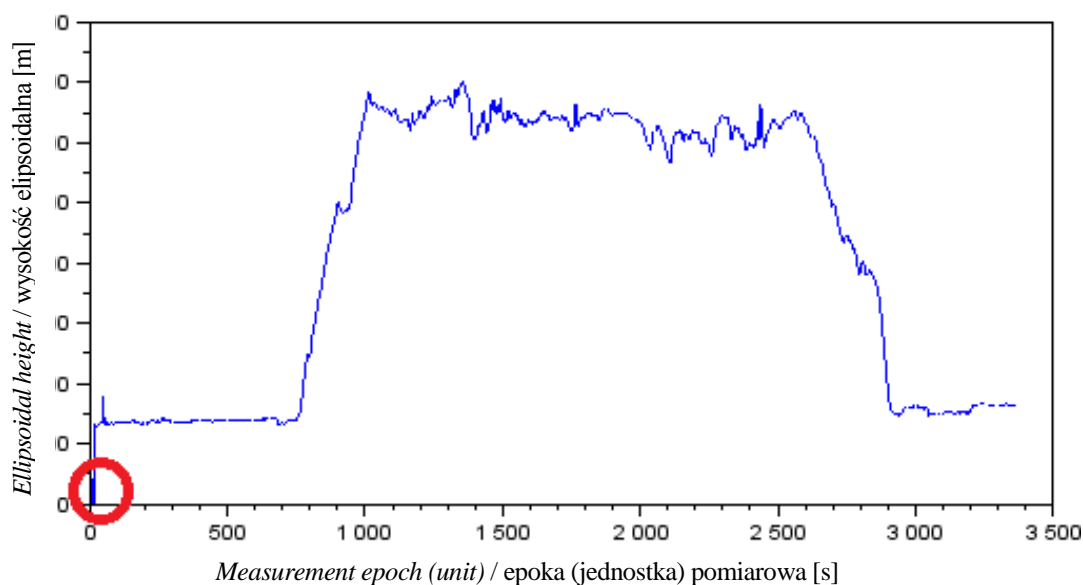
Rys. 2. Trajektoria pozioma samolotu Cessna 172. Źródło: opracowanie własne  
Fig. 2. Horizontal trajectory of Cessna 172 plane. Source: own development

Program APS ustawia wartość domyślną dla wybranego parametru za 0, w przypadku, gdy nie jest możliwe jego wyznaczenie na

The APS sets a presumed value of a parameter on 0 when it is not possible to measure it by the required number of

podstawie wymaganej liczby obserwacji GNSS. Liczba dostępnych satelitów w czasie pomiaru wynosiła od 0 do 4, stąd APS nie mógł rozpocząć procedury iteracyjnej wyznaczania pozycji samolotu dla ustalonych parametrów początkowych (patrz rozdział 4). Brak danych początkowych jest szczególnie niekorzystny dla procedur bezpieczeństwa wykonywania operacji lotniczych na płycie lotniska tuż przed samym startem samolotu [4]. Brak obserwacji GNSS jest również ważny z punktu widzenia dostępności odbiornika do odtworzenia kodu precyzyjnego P na częstotliwościach nośnych L1 i L2.

GNSS observations. The number of accessible satellites during the measurement was between 0 and 4 and that was why the APS was not able to initiate the procedure of iteration for measuring the plane position at settled initial parameters (see chapter 4). The lack of initial data is especially harmful for the safety procedures at plane movements on the runway just before the take-off [4]. The lack of GNSS observations is also important for the accessibility of the receiver needed for the reconstruction of precise code P on carrier frequencies L1 and L2.



**Rys. 3. Trajektoria pionowa samolotu Cessna 172.** Źródło: opracowanie własne

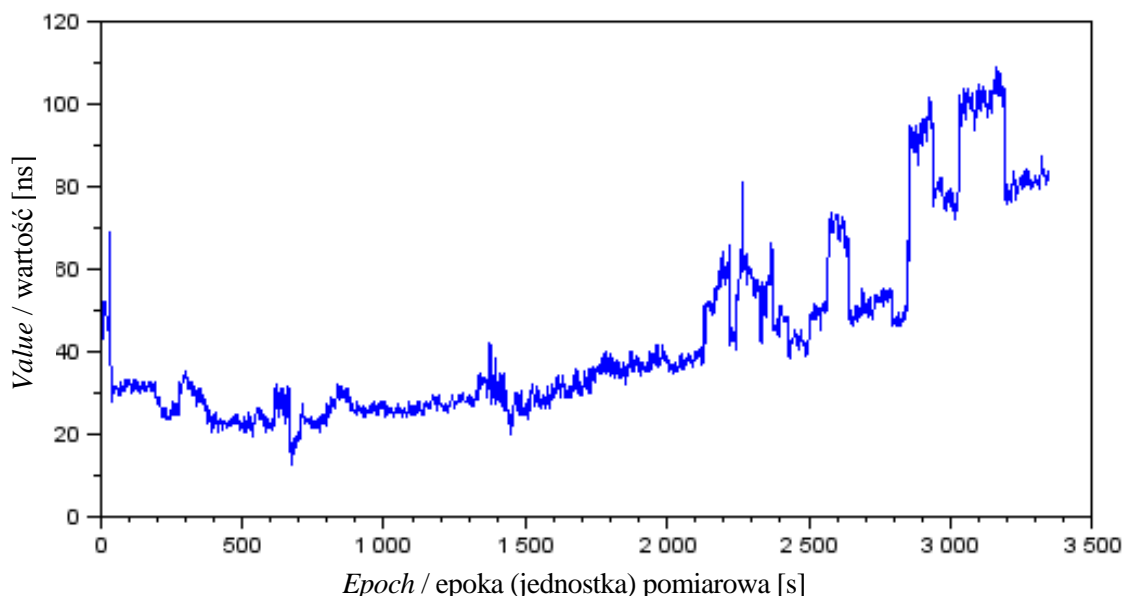
*Fig. 3. Vertical trajectory of Cessna 172 plane. Source: own development*

Na rys. 4 zaprezentowano dokładność poprawki chodu zegara odbiornika w wartościach nanosekund (1 ns to około 30 cm). Przeciętna wartość dokładności poprawki chodu zegara odbiornika wynosi około 43 ns, przy czym rozrzut wyników jest od 5 ns do 109 ns. Należy podkreślić, iż dokładność poprawki chodu zegara odbiornika stale maleje wraz z upływem czasu.

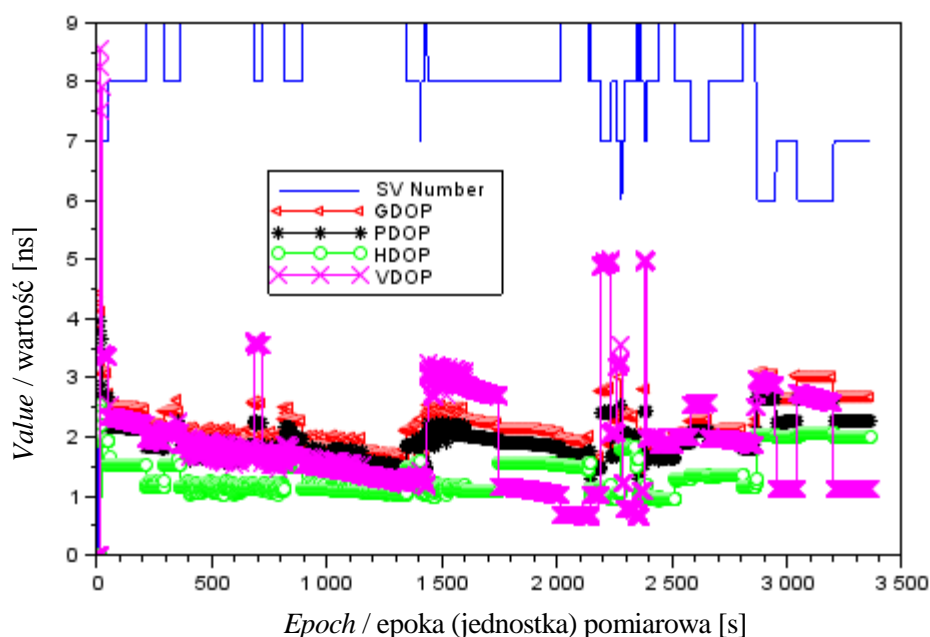
Na rys. 5 przedstawiono wartości współczynników DOP na tle liczby śledzonych satelitów GPS. Program APS umożliwia określenie współczynników DOP w postaci parametrów [12]:

Fig. 4 shows the accuracy of receiver clock bias correction in nanoseconds (1 ns is ca. 30 cm). The average value of accuracy of receiver clock bias correction is ca. 43 ns and the scattering of results is between 5 ns to 109 ns. It has to be noticed that the accuracy of receiver clock bias correction permanently decreases versus the time.

Fig. 5 shows the values of DOP coefficients on the background of tracked GPS satellites. The APS makes possible DOP coefficients become described in the form of parameters [12]:



Rys. 4. Dokładność odchyłki chodu zegara odbiornika. Źródło: opracowanie własne  
 Fig. 4. Accuracy of receiver clock bias. Source: own development



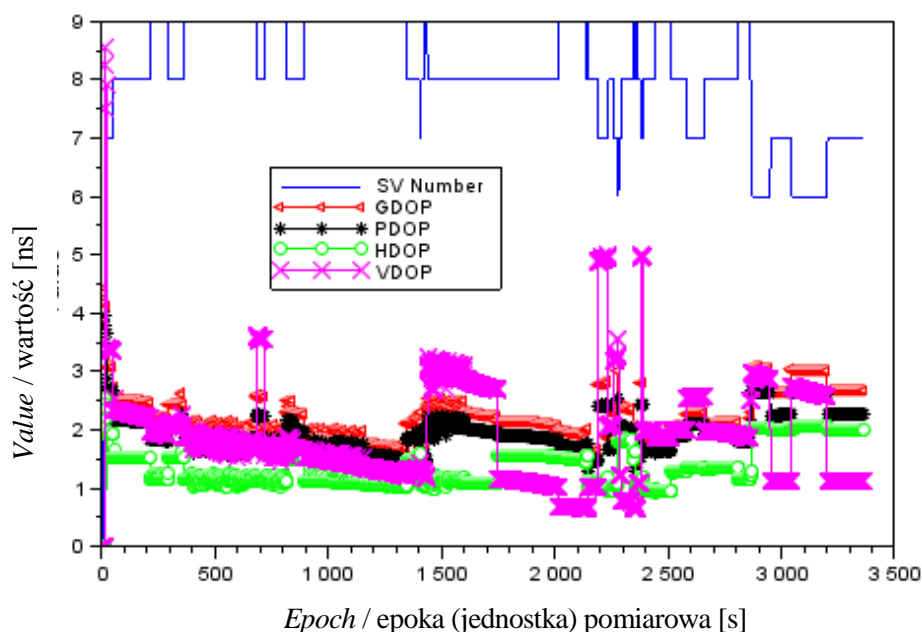
Rys. 5. Wartości współczynników DOP. Źródło: opracowanie własne  
 Fig. 5. Values of DOP coefficients. Source: own development

HDOP- współczynnik rozmycia precyzji dla współrzędnych horyzontalnych B i L,  
 GDOP- współczynnik geometryczny rozmycia precyzji dla współrzędnych geodezyjnych BLh oraz odchyłki chodu zegara odbiornika,  
 VDOP- współczynnik rozmycia precyzji dla współrzędnej wertykalnej h,  
 PDOP- współczynnik rozmycia precyzji dla współrzędnych geodezyjnych BLh.

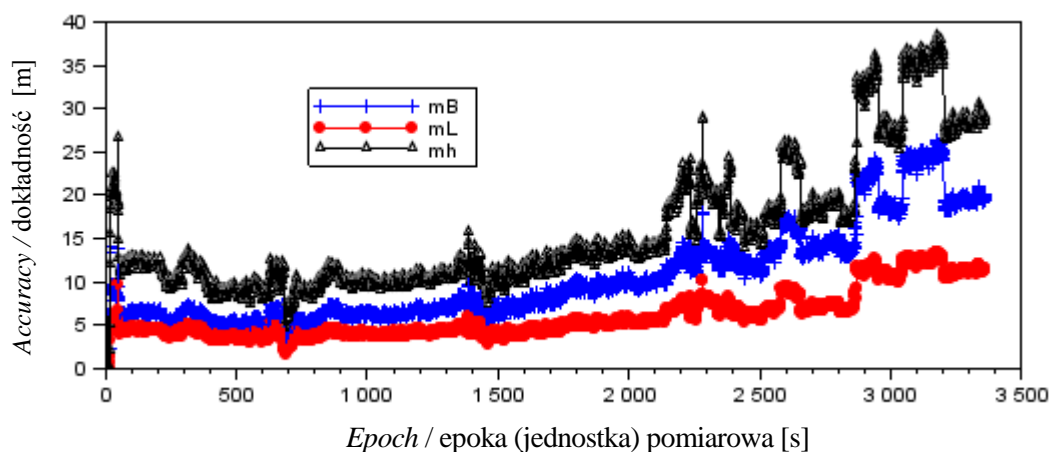
HDOP- precision dilution coefficient for horizontal co-ordinates B and L,  
 GDOP- geometrical precision dilution coefficient for geodetic co-ordinates BLh and the receiver clock bias,  
 VDOP- precision dilution coefficient for vertical co-ordinate h,  
 PDOP- precision dilution coefficient for geodetic co-ordinates BLh.

Na podstawie obliczeń w programie APS ustalono, iż maksymalna wartość współczynnika PDOP wynosi 3,9; współczynnika HDOP odpowiednio 2,5; zaś współczynnika GDOP 4,4. Maksymalna wartość współczynnika VDOP wynosi 8,5 i jest zauważalna w początkowych epokach pomiarowych (od 14 do 20), gdy liczba śledzonych satelitów jest równa 5. Dla reszty epok pomiarowych, wartości parametrów HDOP, VDOP, GDOP i PDOP nie przekracza dopuszczalnej wartości DOP równej 6, dla której można wykonywać obserwacje GNSS.

Basing on calculations made through APS it was stated that the maximal value of PDOP coefficient is 3.9; HDOP coefficient respectively 2.5; and GDOP coefficient 4.4. Maximal value of VDOP coefficient is 8.5 and it may be noticed in initial measurement epochs (from 14 to 20) when the number of tracked satellites equals to 5. The rest of measurement epochs have the values of parameters HDOP, VDOP, GDOP and PDOP below acceptable value of 6 for which GNSS observations are permitted.



Rys. 5. Wartości współczynników DOP. Źródło: opracowanie własne  
Fig. 5. Values of DOP coefficients. Source: own development



Rys. 6. Dokładność współrzędnych samolotu Cessna 172 w układzie geodezyjnym BLh  
Źródło: opracowanie własne

Fig. 6. Accuracy of co-ordinates for Cessna 172 plane in geodetic system BLh  
Source: own development

Na rys. 6 zaprezentowano wartości dokładności współrzędnych statku powietrznego w układzie geodezyjnym BLh. Wartość przeciętna dokładności dla współrzędnej B wynosi 10,5 m; dla współrzędnej L odpowiednio 5,9 m; zaś dla współrzędnej h około 15,7 m. Należy dodać, iż standardy techniczne ICAO określają, iż dokładność wyznaczenia pozycji samolotu nie może być gorsza niż 17 m w płaszczyźnie poziomej oraz 37 m w płaszczyźnie pionowej [3]. W programie APS, dokładność wyznaczenia składowej B w około 15% wszystkich epok pomiarowych jest gorsza niż 17 m. Dokładność wyznaczenia współrzędnej L we wszystkich epokach pomiarowych jest mniejsza niż 17 m. Dokładność wyznaczenia współrzędnej h tylko w 13 epokach pomiarowych jest gorsza niż 37 m. Należy podkreślić również, iż najmniejsza dokładność wyznaczenia współrzędnych samolotu jest w końcowej fazie lotu, gdy liczba śledzonych satelitów spada z 9 do 6 (rys. 5). Ponadto trzeba zauważyć, iż uzyskane z programu APS dokładności współrzędnych samolotu są wyznaczone z prawdopodobieństwem 95%, jak zakłada rezolucja ICAO.

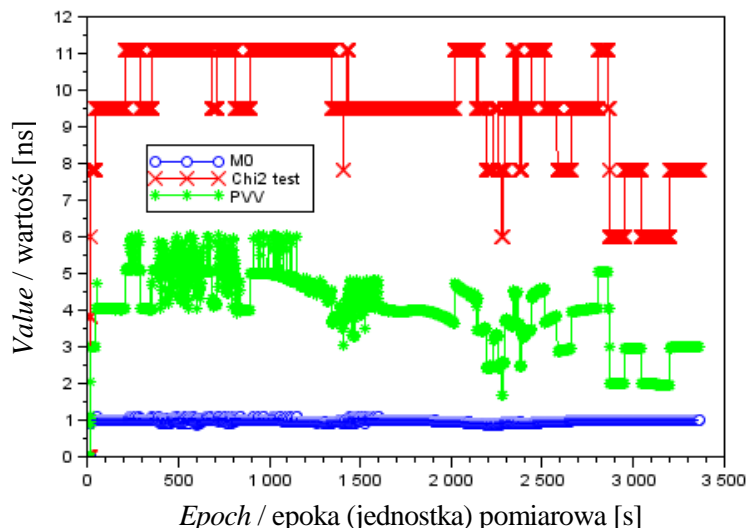
Na rys. 7 przedstawiono wartości testu statystycznego Chi-kwadrat dla obserwacji GPS w eksperymencie lotniczym w Dęblinie. Przeciętna wartość parametru  $m0_{post}$  wynosi 0.986, zaś wartość maksymalna 1.099. Uzyskane wartości parametru  $m0_{post}$  są zgodne z założonymi wartościami brzegowymi, że  $m0_{post} \in (0,9;1,1)$  [9]. Ponadto trzeba dodać, iż wartość  $\sum pvv$  jest znacznie mniejsza niż wartość stabelaryzowana  $\chi_{f,1-\alpha}^2$ . Na tej podstawie można wywnioskować, iż test Chi-kwadrat dla obserwacji GPS w metodzie PPP-Kinematic został spełniony.

Na rys. 8 określono wartości poziomu bezpieczeństwa wykonywania operacji lotniczych dla testu badawczego w Dęblinie. Wartości parametrów HPL i VPL zostały obliczone w programie APS przy założeniu, iż współczynniki, w ramach procedury podejścia SBAS APV-I, wynoszą odpowiednio  $k_{HPL} = 6$  oraz  $k_{VPL} = 5.33$  [2].

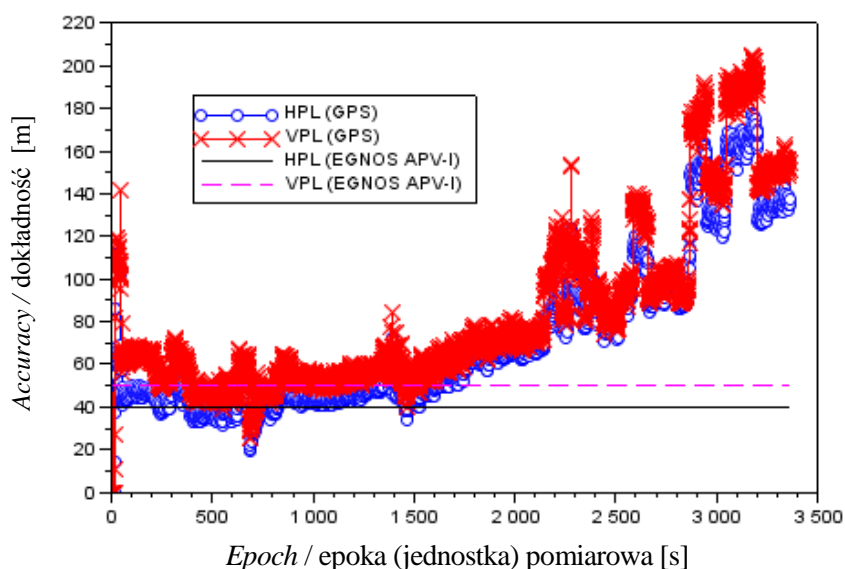
Fig. 6 shows the values of accuracy for the plane co-ordinates in geodetic BLh system. The average value of accuracy for B co-ordinate is respectively 10.5 m; for L co-ordinate 5.9 m; and for h co-ordinate ca. 15.7 m. It has to be stressed that ICAO technical standards state that the accuracy for establishing the position of a plane has not to be worse than 17 m in horizontal plane and 37 m in vertical plane [3]. For APS the accuracy of B component is worse than 17 m at ca. 15% of all measurement epochs. The co-ordinate L is measured with the accuracy less than 17 m for all measurement epochs. The accuracy of measurement for h co-ordinate was worse than 37 m only in 13 measurement epochs. It has to be stressed that the worst plane co-ordinate measurement accuracy is in the terminal phase of its flight when the number of tracked satellites falls from 9 to 6 (Fig. 5). Moreover it has to be noted that the plane co-ordinate accuracies provided by APS are determined with 95% probability what is in accordance with ICAO resolution.

Fig. 7 shows the values of statistical test Chi-square for GPS observation received at Dęblin flight test. The average value of  $m0_{post}$  parameter is 0.986 and the maximal value is 1.099. Obtained values of  $m0_{post}$  parameter are in line with assumed limit values stating that  $m0_{post} \in (0,9;1,1)$  [9]. Moreover it has to be added that the value of  $\sum pvv$  is significantly lower than the value for  $\chi_{f,1-\alpha}^2$  included in tables. Basing on it a conclusion may be drawn that Chi-square test for GPS observations in PPP-Kinematic method was met.

Fig. 8 shows the safety values for test flight operations in Dęblin. The values of parameters HPL and VPL were calculated by APS at the assumption that the coefficients are equal respectively  $k_{HPL} = 6$  and  $k_{VPL} = 5.33$  for the approaching procedure SBAS APV-I [2].



**Rys. 7. Wartości testu statystycznego Chi-kwadrat.** Źródło: opracowanie własne  
**Fig. 7. Values of Chi-square statistical test.** Source: own development



**Rys. 8. Wartości parametrów HPL i VPL.** Źródło: opracowanie własne  
**Fig. 8. Values of parameters HPL and VPL.** Source: own development

Dodatkowo zaprezentowano standardy techniczne poziomu bezpieczeństwa HPL i VPL dla systemu EGNOS w ramach procedury podejścia SBAS APV-I. Na podstawie rekomendacji ICAO, wartości parametrów HPL i VPL w systemie EGNOS wynoszą odpowiednio 40 m w płaszczyźnie horyzontalnej oraz 50 m w płaszczyźnie wertykalnej [3]. W programie APS sprawdzono wartości parametrów HPL i VPL pod kątem implementacji sensora GPS dla procedury podejścia SBAS APV-I. Na podstawie uzyskanych rezultatów

Additionally the technical standards of safety (protection) levels of HPL and VPL for EGNOS system at the procedure of approaching SBAS APV-I are presented. Basing on ICAO recommendations the values of HPL and VPL parameters for EGNOS system are respectively 40 m in horizontal plane and 50 m in vertical plane [3]. The values of HPL and VPL parameters were checked in the APS considering the implementation of GPS sensor for the approaching procedure SBAS APV-I. Basing on received results for

HPL i VPL z programu APS wynika, co następuje:

- przeciętna wartość parametru HPL wynosi 72,3 m i jest o 32,3 m gorsza od standardu EGNOS APV-I w płaszczyźnie horyzontalnej;
- przeciętna wartość parametru VPL wynosi 83,8 m i jest o 33,8 m gorsza od standardu EGNOS APV-I w płaszczyźnie pionowej;
- maksymalne wartości parametrów HPL i VPL z programu APS wynoszą odpowiednio 177,4 m oraz 204,9 m;
- dla 386 epok pomiarowych wartości HPL z programu APS nie przekraczają 40 m;
- dla 407 epok pomiarowych wartości VPL z programu APS nie przekraczają 50 m.

## 6. Wnioski

W artykule zaprezentowano możliwości wykorzystania modułu PPP-Kinematic w programie APS do określenia pozycji statku powietrznego w transporcie lotniczym. Eksperyment badawczy zrealizowano dla surowych obserwacji kodowych GPS, zarejestrowanych przez dwuczęstotliwościowy odbiornik geodezyjny Topcon HiperPro. Odbiornik Topcon HiperPro umieszczono w kabinie pilotów samolotu Cessna 172 do wykonywanego testu lotniczego na lotnisku wojskowym w Dęblinie 01.06.2010 r. Współrzędne samolotu Cessna 172 odtworzono z użyciem metody najmniejszych kwadratów w interwale jednosekundowym. W artykule ponadto przedstawiono rezultaty takich parametrów jak: dokładność poprawki chodu, poprawki zegara odbiornika, dokładność współrzędnych statku powietrznego, współczynniki DOP, wartości poziomów bezpieczeństwa HPL i VPL, a także wartości testu statystycznego Chi-kwadrat. Na podstawie obliczeń stwierdzono, iż wartość przeciętna dokładności dla współrzędnej B wynosi 10,5 m; dla współrzędnej L odpowiednio 5,9 m; dla współrzędnej h około 15,7 m. Wyznaczone wartości parametrów HPL i VPL dla systemu GPS zdecydowanie przekraczają graniczne wartości poziomu dokładności dla podejścia SBAS APV-I. W przyszłości planuje się weryfikację modułu PPP-Kinematic w programie APS dla obserwacji GLONASS oraz GPS/GLONASS.

HPL and VPL the APS provides the following:

- Average value of HPL parameter is 72.3 m and is worse by 32.3 m than EGNOS APV-I standard in horizontal plane;
- Average value of VPL parameter is 83.8 m and is worse by 33.8 m than EGNOS APV-I standard in vertical plane;
- Maximal values of HPL and VPL parameters resulting from the APS are respectively 177.4 m and 204.9 m;
- For 386 measurement epochs the HPL values from APS do not exceed 40 m;
- For 407 measurement epochs the VPL values from APS do not exceed 50 m.

## 6. Conclusions

The paper describes possibilities of using PPP-Kinematic module by the APS for establishing plane position in air transport. The experimental test was carried out by using raw GPS coded observations recorded by bi-frequency geodetic receiver Topcon HiperPro. Topcon HiperPro receiver was put into the pilot cockpit of Cessna 172 plane at Dęblin military airfield flight test performed on 01.06.2010. The co-ordinates of Cessna 172 plane were reconstructed by using the least square method at 1 second intervals. Moreover the paper includes the results of such parameters as: receiver clock bias correction accuracy, plane coordinates accuracy, DOP coefficients, values of protection levels HPL and VPL and also the values of Chi-square statistical test. Basing on the calculations made it was stated that the average value for B co-ordinate is 10.5 m; L co-ordinate respectively 5.9 m and for h co-ordinate ca. 15.7 m. The values of HPL and VPL established in the work for GPS significantly exceed the limits of accuracy at SBAS APV-I approach. It is worth to mention that the verification of PPP-Kinematic module in the APS for observations GLONASS and GPS/GLONASS is planned in the future.



**Literatura / Literature**

- [1] Ćwiklak J., Grzegorzewski M., Oszczak S., Jaferník H., Ciećko A., Wykorzystanie systemu EGNOS na potrzeby nawigacji lotniczej w Polsce wschodniej, *Problemy eksploatacji*, 1, str. 57-64, 2011.
- [2] Grunwald G., Ciećko A., Bakuła M., Kaźmierczak R., Examination of GPS/EGNOS integrity in north-eastern Poland, *IET Radar, Sonar & Navigation*, 10 (1), pp. 114-121, doi: 10.1049/iet-rsn.2015.0053, 2016.
- [3] International Civil Aviation Organization, „*ICAO standards and recommended practices (SARPS), Annex 10 volume I (Radio navigation aids)*”, 2006. Dokument dostępny na stronie: <http://www.ulc.gov.pl/pl/prawo/prawo-mi%C4%99dzynarodowe/206-konwencje>, wersja aktualna na: 27 styczeń 2015.
- [4] Jaferník H., Wyznaczenie pozycji statku powietrznego metodą kinematyczną PPP, *Technika Transportu Szynowego*, 12, str. 671-674, 2015.
- [5] Jaferník H., Krasuski K., Wykorzystanie oprogramowania magicPPP dla określenia pozycji statku powietrznego, *Technika Transportu Szynowego*, 12, str. 675-680, 2015.
- [6] Jaferník H., Krasuski K., Zastosowanie metody PPP do wyznaczenia trajektorii pozycji statku powietrznego, *Technika Transportu Szynowego*, 12, str. 681-686, 2015.
- [7] Krasuski K., Utilization CSRS-PPP software for recovery aircraft's position, *Scientific Journal of Silesian University of Technology. Series Transport*, 89, str. 61-68. ISSN: 0209-3324, 2015.
- [8] Krasuski K., Wierzbicki D., Utilization L2C code for determination of user's position. *Geodetski vestnik*, 59 (4), pp. 789-808. DOI: 10.15292/geodetski-vestnik.2015.04.789-808, 2015.
- [9] Osada E., *Geodezja*, Oficyna Wydawnicza Politechniki Wrocławskiej, ISBN 83-7085-663-2, Wrocław, 2001.
- [10] Schüler T., *On ground-based GPS tropospheric delay estimation*, PhD thesis, Heft 73, Universität der Bundeswehr München, Germany, ISSN: 0173 – 1009, Germany, 2001.
- [11] Stępníak K., Wielgosz P., Paziewski J., Badania dokładności pozycjonowania techniką PPP w zależności od długości sesji obserwacyjnej oraz wykorzystanych systemów pozycjonowania satelitarnego, *Biuletyn WAT*, Vol. LXI, Nr 1, str. 429-450, 2012.
- [12] Śledziński J., Satelitarny system wyznaczania pozycji w geodezji i nawigacji, cz. VI: Błędy geometrii i technologii, *NAWI*, nr 6(8), str. 3-4, 2005.
- [13] <ftp://ftp.unibe.ch/aiub/CODE/2010/>, aktualna na październik 2016.



