

Radosław NOWAK, Marek PIETRZAKOWSKI

Politechnika Warszawska
ul. Narbutta 84, IPBM, 02-524 Warszawa
E-mail: rnowak@simr.pw.edu.pl, mpi@simr.pw.edu.pl

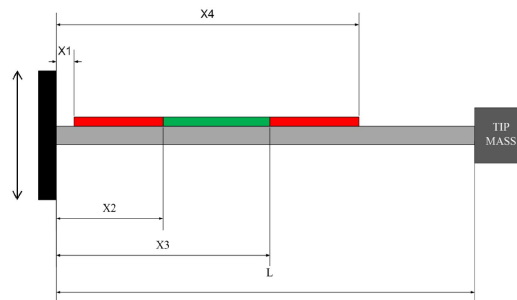
Wpływ degradacji połączenia generatora piezoelektrycznego z belką na pozyskiwaną energię elektryczną

1 Wstęp

Jedną z możliwości wykorzystania elementów piezoelektrycznych jest odzyskiwanie energii elektrycznej z energii drgań mechanicznych [4]. Montaż generatorów piezoelektrycznych odbywa się najczęściej poprzez klejenie z układem podstawowym [5]. Warunki atmosferyczne – panujące stosunkowo duże naprężenia oraz długi cykl pracy – mogą prowadzić do uszkodzenia warstwy łączącej. Zagadnienie określane mianem degradacji połączenia jest tematem rozważań podjętych w niniejszym artykule. Uproszczony sposób modelowania degradacji sprowadza się do celowego zabiegu osłabienia warstwy kleju poprzez lokalną zmianę wartości modułu Kirchhoffa. Badania dotyczą jedno- i dwustronnej degradacji warstwy kleju oraz ich wpływu na wartość amplitudy pozyskiwanego napięcia i zachowanie układu. Poziom pozyskiwanej energii elektrycznej może być także traktowany jako symptom diagnostyczny w bezinwazyjnej ocenie stanu konstrukcji. Artykuł jest kontynuacją tematu podjętego w pracy [6].

2 Rozpatrywany układ

Badany układ składa się ze stalowej belki wysięgnikowej z przyklejonym do jej powierzchni elementem piezoelektrycznym i ciałem o masie skupionej, zamocowanym na swobodnym końcu (rys. 1).



Rys. 1. Model badanego układu

Fig. 1. Model of the system analysed

Całkowita długość elementu piezoelektrycznego określona jest zmiennymi x_1 i x_4 , generator rozłożony jest równomiernie na dwóch trzecich górnej powierzchni belki (por. [6]). Obszary degradacji połączenia zawarte są między x_1 i x_2 , oraz x_3 i x_4 . Wymuszenie układu realizowane jest poprzez harmoniczny ruch podpory w kierunku pionowym.

Obliczenia obejmują lewostronne oraz obustronne osłabienie warstwy kleju. Porównanie wyników obliczeń uwzględnia przypadek uszkodzonej i nieuszkodzonej warstwy łączącej. Przyjęta w obliczeniach długość uszkodzonej warstwy kleju wynosi 33% długości generatora piezoelektrycznego.

3 Metoda analityczna

Ogólne równanie drgań belki wysięgnikowej w układzie bezwzględny przy wymuszeniu ruchem podpory można zapisać w postaci:

$$E_b J_b \left(\frac{\partial^4 y}{\partial x^4} + \mu_b \frac{\partial^5 y}{\partial x^4 \partial t} \right) + \rho_b b t_b \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = 0, \quad (1)$$

gdzie $y(x, t)$ – ugięcie belki w bezwzględny układzie współrzędnych, E_b, J_b, μ_b, ρ_b – odpowiednio moduł Younga, moment bezwładności przekroju poprzecznego, czas opóźnienia (zgodnie z modelem tłumienia Kelvina-Voigta), gęstość materiału belki, oraz b, t_b – odpowiednio szerokość i grubość belki.

Równanie (1) spełnia następujące warunki brzegowe, wynikające ze sposobu zamocowania i umieszczenia ciała o masie skupionej M na swobodnym końcu belki:

$$y(0, t) = y_1(t); \quad \frac{\partial y}{\partial x} \Big|_{x=0} = 0; \quad \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} \Big|_{x=l} = 0; \quad E_b J_b \frac{\partial^3 y}{\partial x^3} \Big|_{x=l} = M \frac{\partial^2 y}{\partial t^2}, \quad (2)$$

gdzie $y_1(t)$ – pionowe przemieszczenie podpory.

Stosując podstawienie:

$$y(x, t) = y_1(t) + w(x, t), \quad (3)$$

w którym $w(x, t)$ oznacza ugięcie belki w układzie względnym równanie drgań giętych belki można zapisać w następującej formie:

$$E_b J_b \left(\frac{\partial^4 w(x, t)}{\partial x^4} + \mu_b \frac{\partial^5 w(x, t)}{\partial x^4 \partial t} \right) + \rho_b b t_b \frac{\partial^2 w(x, t)}{\partial t^2} = -\rho_b b t_b \ddot{y}_1(t). \quad (4)$$

Warunki brzegowe (2) w układzie względnym można przedstawić w następującej postaci:

$$w(0, t) = 0; \quad \frac{\partial w}{\partial x} \Big|_{x=0} = 0; \quad \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \Big|_{x=l} = 0; \quad E_b J_b \frac{\partial^3 w}{\partial x^3} \Big|_{x=l} = M \frac{\partial^2 w}{\partial t^2}. \quad (5)$$

Równanie (4) rozwiązano metodą przepustowości widmowej. Rozwiązanie w dziedzinie częstotliwości przedstawiające ugięcie belki w zależności od przemieszczenia podpory można zapisać następująco:

$$H_{wy}(x, \omega) = \frac{w(x, \omega)}{y_1(\omega)} = \sum_n \frac{A_n W_n(x) \omega^2}{\omega_n^2 - \omega^2 + i\mu_b \omega_n^2 \omega} , \quad (6)$$

gdzie A_n – amplituda drgań w przypadku n-tej postaci drgań, ω_n – częstość drgań n-tej postaci, ω – częstość drgań układu, $W_n(x)$ – funkcja własna n-tej częstości drgań.

Natomiast przepustowość widmowa napięcia generowanego w zależności od przemieszczenia podpory ma następującą postać:

$$H_{vy}(\omega) = \frac{V_p(\omega)}{y_1(\omega)} = -C_p \sum_n \frac{A_n S_n \omega^2}{\omega_n^2 - \omega^2 + i\mu_b \omega_n^2 \omega} , \quad (7)$$

gdzie S_n – stała elementu piezoelektrycznego zależna od postaci drgań, określona wzorem:

$$S_n = \int_0^l \frac{\partial^2 W_n(x)}{\partial x^2} b_p(x) dx , \quad (8)$$

natomiast $b_p(x)$ – funkcja opisująca zmianę szerokości piezoelementu, C_p – stała elementu piezoelektrycznego obliczona na podstawie wzoru:

$$C_p = d_{31} E_p \frac{(t_b + t_p)}{2c} , \quad (9)$$

w którym odpowiednio d_{31} – stała piezoelektryczna, E_p – moduł Younga elementu piezoelektrycznego, t_b – grubość belki, t_p – grubość piezoelektryka, c – pojemność elektryczna piezoelementu dana wzorem:

$$c = A_p \frac{\epsilon_{33}}{t_p} , \quad (10)$$

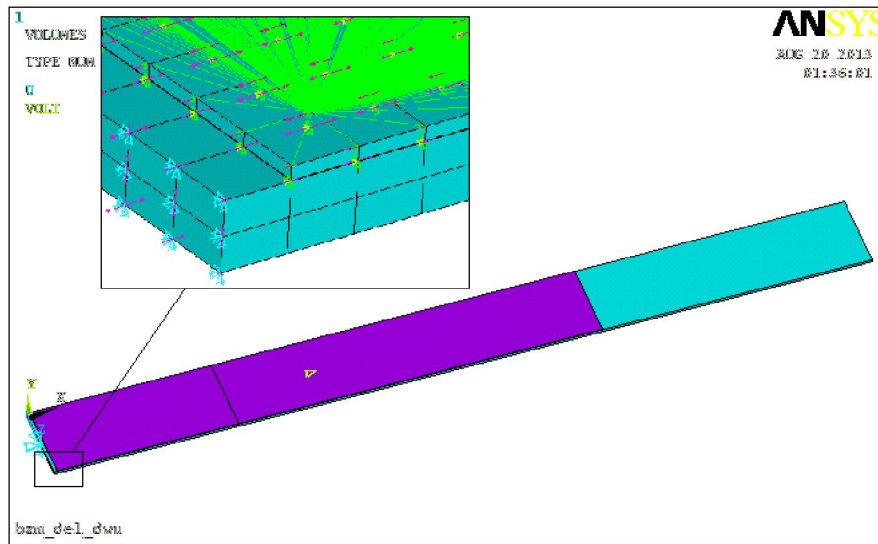
gdzie A_p – efektywna powierzchnia elektrody, ϵ_{33} – przenikalność dielektryczna.

W obliczeniach równania drgań (4) układu posłużono się środowiskiem Wolfram Mathematica 7.0. Sposób rozwiązania równań drgań belki można porównać między innymi z przedstawionym w publikacjach [2] i [6]. Uzyskane wyniki porównano w rozdziale 5 z wynikami otrzymanymi metodą elementów skończonych.

4 Metoda elementów skończonych

Obliczenia metodą elementów skończonych przeprowadzono w systemie ANSYS, stosując elementy ośmiowęzłowe. Belka stalowa zamodelowana została za pomocą elementów Solid45, natomiast generator piezoelektryczny za pomocą elementów Solid5, które posiadają dodatkowe elektryczne stopnie swobody. Warstwę kleju zamodelowano elementami Solsh190, pozwalającymi na duże odkształcenia (por. [1]). Ciało o masie skupionej zastąpiono elementem Mass21, zamocowanym w ustalonym punkcie (z ang. *keypoint*) i związanym z belką tak, że przemieszczenie końca belki jest tożsame z przemieszczeniem masy skupionej. W miejscach połączeń piezoelementu, warstwy kleju i belki związane przemieszczenia sąsiadujących ze sobą węzłów. Elektrody elementu piezoelektrycznego zamodelowano poprzez połączenie elektrycznych stopni swobody węzłów znajdujących się na wspólnej (górnej bądź

dolnej) powierzchni generatora. Przyjęto jednakowe, przedstawione w tabeli 1, właściwości materiałowe modelu MES i modelu analitycznego. Gęstość siatki (rys. 2) elementów skończonych została dobrana tak, by zapewnić poprawność modeli MES przy jednoczesnym ograniczeniu czasu obliczeń. Wymuszenie belki wysięgnikowej realizowane jest harmoniczną w czasie zmianą amplitudy przemieszczenia pionowego podpory. Na podstawie analizy modalnej wyznaczono częstotliwości drgań własnych układu. Charakterystyki amplitudowo-częstotliwościowe uzyskano na podstawie analizy harmonicznej modelu belki wysięgnikowej [7].



Rys. 2. Model MES belki z widoczną siatką elementów skończonych i elektrodą górną
Fig. 2. FEM model with finite element grid and upper electrode shown

5 Wyniki

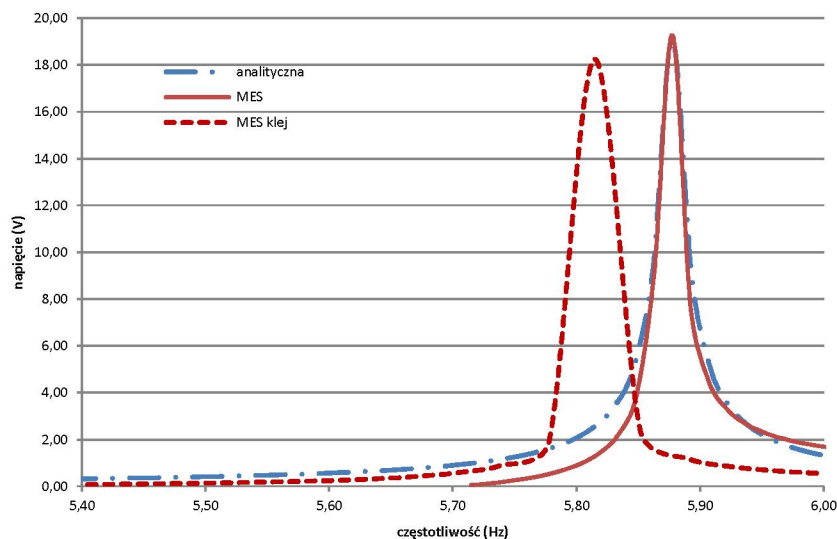
Na wstępie przeprowadzono obliczenia modelu bez warstwy kleju metodą elementów skończonych i metodą analityczną oraz porównano ze sobą wyniki obu metod. Obliczenia te miały charakter walidacyjny. Następnie do modelu MES wprowadzono warstwę kleju oraz przeprowadzono badania symulacyjne w przypadku warstwy nieuszkodzonej i o obniżonych wzdłuż brzegów piezoelektryka wartościach modułu Kirchhoffa.

*Wpływ degradacji połączenia generatora piezoelektrycznego
z belką na pozyskiwaną energię elektryczną*

Tab. 1. Podstawowe parametry geometryczne i materiałowe

Tab. 1. Basic geometrical and material parameters

	Belka	Generator-PZT	Klej
Wymiary (mm)	270×25×1	180×25×0,2	180×25×0,2
Moduł Younga (Pa)	$2,16 \cdot 10^{11}$	$6,3 \cdot 10^{10}$	
Liczba Poissona	0,33	0,3	0,3
Moduł Kirchhoffa (Pa)			$5 \cdot 10^6$
Gęstość (kg/m^3)	7800	7280	1170
Współczynnik tłumienia (s)	$2 \cdot 10^{-5}$		$5 \cdot 10^{-5}$
Położenie generatora (mm)		$x_1=1$ $x_2=\text{zmienna}$	
Stała d_{31} (m/V)		$1,90 \cdot 10^{-10}$	
Stała d_{33} (m/V)		$4,25 \cdot 10^{-10}$	
Stała d_{15} (m/V)		$5,06 \cdot 10^{-10}$	
Przenikalność dielektryczna (F/m)		$8,85 \cdot 10^{-12}$	
Ciało o masie skupionej (kg)	0,05		



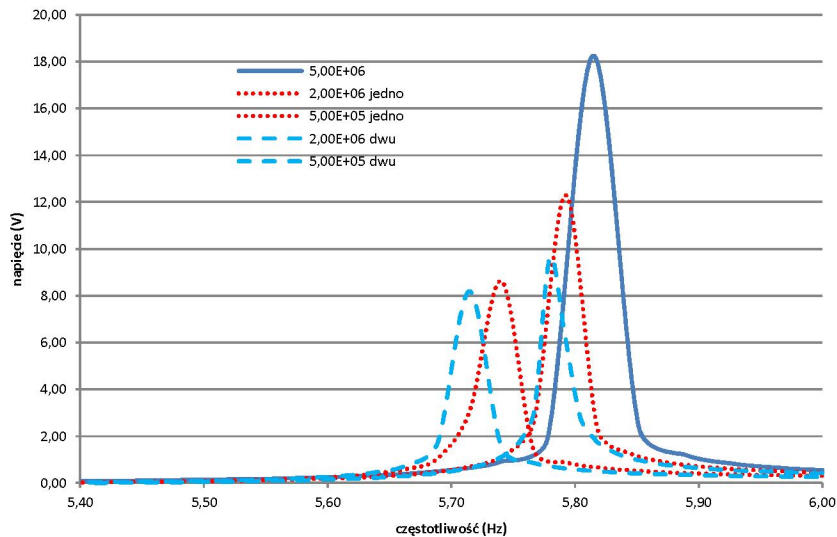
Rys. 3. Charakterystyka amplitudowo-częstotliwościowa. Porównanie wyników metody analitycznej i metody elementów skończonych

Fig. 3. Amplitude-frequency characteristic. Comparison of both analytical method and finite element method results

Na rysunku 3 przedstawiono porównanie wyników obliczeń otrzymanych metodą analityczną i metodą elementów skończonych. Liniami ciągłą i przerywaną (kreska-

kropka) przedstawiono charakterystyki amplitudowo-częstotliwościowe pozyskiwanego napięcia w przypadku zastosowania modelu bez warstwy kleju. Otrzymane charakterystyki wykazują podobny kształt i zbliżone wartości amplitudy pozyskiwanego napięcia. Niewielkie różnice wynikają ze sposobu modelowania elementu piezoelektrycznego w dwóch porównywanych metodach. Wprowadzając warstwę kleju, otrzymano charakterystykę dynamiczną (linia kreskowana) o niższej wartości maksymalnej amplitudy napięcia występującej przy niższej częstotliwości drgań układu. Fakt ten wynika z obniżenia globalnej sztywności, a także ze wzrostu tłumienia materiałowego i masy układu.

Charakterystyki amplitudowo-częstotliwościowe przedstawione zostały na rysunku 4. Wyniki te uzyskano, przeprowadzając obliczenia w programie MES. Zestawiono ze sobą wyniki obliczeń uwzględniające nieuszkodzoną warstwę kleju oraz z jedno- i dwustronną degradacją połączenia. Uszkodzenie warstwy zamodelowano poprzez zmianę wartości modułu Kirchhoffa na krawędziach piezoelementu. Linia ciągłą przedstawiono wynik obliczeń w przypadku nieuszkodzonej warstwy kleju. Liniami przerywanymi kolejno jedno- i dwustronną degradację warstwy łączącej.



Rys. 4. Charakterystyka amplitudowo-częstotliwościowa, lewostronna degradacja kleju – linia kropkowana, obustronna degradacja – linia kreskowana

Fig. 4. Amplitude-frequency characteristic, left side glue layer degradation – dot line, both side glue layer degradation – dashed line

Lewostronne i obustronne uszkodzenie warstwy kleju (por. [3]) w widoczny sposób zmniejsza wartość maksymalną generowanego napięcia oraz częstotliwość drgań własnych układu. Wartość pozyskiwanego napięcia jest tym mniejsza, im mniejszy jest moduł Kirchhoffa uszkodzonej warstwy łączącej. Istotny wpływ na poziom generowanej

energii elektrycznej ma położenie nieuszkodzonej części piezoelementu względem obszaru belki o największej krzywiznie.

6 Wnioski

Opracowano modele belki wysięgnikowej z idealnie zamocowanym generatorem piezoelektrycznym i ciałem o masie skupionej na swobodnym końcu. Porównano charakterystyki amplitudowo-częstotliwościowe pozyskiwanego napięcia wyznaczone metodą analityczną i metodą elementów skończonych.

Wprowadzono warstwę kleju oraz przeprowadzono obliczenia w przypadku warstwy niezniszczzonej, jak również zdegradowanej jedno- i dwustronnie, a następnie przedstawiono wpływ uszkodzenia na charakterystyki amplitudowo-częstotliwościowe napięcia.

Obniżanie wartości modułu Kirchhoffa warstwy zdegradowanej powoduje zmniejszenie maksymalnej wartości pozyskiwanego napięcia i przesunięcie charakterystyki dynamicznej w kierunku mniejszych częstości drgań.

Na poziom generowanego napięcia istotny wpływ ma wartość krzywizny belki w obszarach degradacji kleju, co można zauważyć, zestawiając ze sobą wartości charakterystyk amplitudowo-częstotliwościowych z rysunku 4. Zatem większy wpływ na charakterystyki dynamiczne ma uszkodzenie warstwy kleju bliżej krawędzi mocowania belki wysięgnikowej.

Literatura

1. Rahman A.: Adhesive in the buckling failure of corrugated fiberboard: a finite element investigation. *1998 ANSYS conference, simulating real life: software with no boundaries*; 1998 august 17-19; ANSYS, Inc.; Vol. 1: 533-539, 1998
2. Freundlich J.; Pietrzakowski M.: Symulacja MES pomiaru drgań dźwigara kratowego przy pomocy rozłożonych czujników piezoelektrycznych. *Symulacje w Badaniach i Rozwoju*, nr 1/2011, pp. 5-13, 2011
3. Pietrzakowski M.; Hoffman G.; Nowak R.: Symulacyjne badanie skutków połączenia piezoaktuatora z belką. *Symulacje w Badaniach I Rozwoju*, nr 1/2012, pp. 19-28, 2012
4. Umeda M., Nakamura K., Ueha S.: "Analysis of the transformation of mechanical impact energy to electric energy using piezoelectric vibrator," *Japanese Journal of Applied Physics, Part 1: Regular Papers & Short Notes & Review Papers*, vol. 35, pp. 3267-3273, 1996
5. Tylikowski A.: Effects of Piezoactuator Delamination on the Transfer Functions of Vibration Control Systems. *International Journal of Solids and Structures*, 38, 2001: 2189–2202, 2001
6. Pietrzakowski M.; Nowak R.: Wpływ położenia i kształtu elementu piezoelektrycznego na pozyskiwaną energię elektryczną. *Symulacje w Badaniach i Rozwoju*, nr 3/2012, pp. 5-15, 2013
7. Release 11.0 Documentation for ANSYS , ANSYS Ltd., 2006

Streszczenie

Efektywność odzysku energii elektrycznej z energii drgań mechanicznych zależy między innymi od jakości połączenia pomiędzy generatorem piezoelektrycznym a belką. W niniejszym artykule przeprowadzono obliczenia belki wysięgnikowej wymuszonej ruchem harmonicznym podpory. Porównano wyniki otrzymane metodą analityczną i metodą elementów skończonych. Skupiono się na wpływie degradacji połączenia na charakterystyki dynamiczne układu i odzyskiwane napięcie. Porównano charakterystyki amplitudowo-częstotliwościowe w przypadku uszkodzonej i nieuszkodzonej warstwy kleju. Przeprowadzono badania w zależności od położenia obszaru degradacji i stopnia zniszczenia warstwy kleju.

Słowa kluczowe: piezoelektryk, MES, ANSYS, pozyskiwanie energii elektrycznej, degradacja kleju

Influence of the piezoelectric generator-beam coupling degradation on energy harvesting

Summary

Efficiency of energy harvesting depends on the coupling of the piezoelectric generator and the beam. Calculations of the cantilever beam excited by harmonic movement of the support has been executed in this article. Comparison of the results performed by analytical method and finite element method has been done. Influence on dynamic behavior of the system and generated voltage caused by glue layer degradation was made. Amplitude-frequency characteristics has been compared for damaged and undamaged glue layer. Placement and degree of damage of the glue layer was researched in case of effect onto generated voltage.

Keywords: piezoelectric, FEM, ANSYS, energy harvesting, glue degradation