

*silnik indukcyjny, model polowo-obwodowy, zwarcia zwojowe*

Paweł EWERT, Czesław T. KOWALSKI, Marcin WOLKIEWICZ\*

## **MODEL POLOWO-OBWODOWY SILNIKA INDUKCYJNEGO ZE ZWARCIAMI ZWOJOWYMI**

W artykule przedstawiono model polowo-obwodowy silnika indukcyjnego umożliwiający symulację zwarć zwojowych w stojanie. Omówiono podstawowy model polowo-obwodowy silnika indukcyjnego oraz sposób jego modyfikacji tak, aby możliwa była symulacja zwarć w stojanie. Rozbudowa podstawowego modelu o część elektryczną została wykonana w programie Ansoft Maxwell Circuit Editor. Opracowany model umożliwia symulowanie do 12 zwartych zwojów w każdej fazie. W pracy przedstawiono uzyskane na drodze symulacji prądy fazowe silnika oraz zweryfikowano je z wynikami uzyskanymi na obiekcie rzeczywistym. Przedstawiono również wyniki uzyskane z analizy widmowej prądu stojana, modułu wektora przestrzennego oraz hodografy  $I\alpha - I\beta$  dla modelu polowo-obwodowego i rzeczywistego silnika.

### **1. WPROWADZENIE**

Do projektowania oraz analizy działania maszyn elektrycznych coraz częściej wykorzystuje się programy, które umożliwiają numeryczne rozwiązanie pola elektromagnetycznego. Realizuje się to za pomocą dwuwymiarowych oraz trójwymiarowych metod polowych. Najbardziej rozpowszechnioną jest metoda elementów skończonych (FEM).

Model polowo-obwodowy umożliwia wyznaczenie w dynamicznych oraz ustalonych stanach pracy maszyny przebiegów czasowych wielkości elektrycznych i mechanicznych. W tym celu tworzony jest układ równań składający się z równań pola elektromagnetycznego wraz z równaniami opisującymi połączenia uzwojeń, równaniami napięciowymi i prądowymi oraz równania ruchu. W każdym kroku obliczeniowym rozwiązywane są równania opisujące część polową (równania pola magnetycznego) oraz obwodową modelu (równania opisujące obwody elektryczne). Rozwiązanie rów-

---

\* Politechnika Wroclawska, Instytut Maszyn, Napędów i Pomiarów Elektrycznych, ul Smoluchowskiego 19, 50-372 Wrocław, pawel.ewert@pwr.wroc.pl, czeslaw.t.kowalski@pwr.wroc.pl, marcin.wolkiewicz@pwr.wroc.pl

nań części polowej pozwala wyznaczyć sprzężenia, które stanowią źródło siły elektromotorycznej w równaniach części polowej modelu. Równania z części obwodowej umożliwiają wyznaczenie prądów, które są źródłem pola magnetycznego w kolejnym kroku obliczeniowych części polowej modelu. Przykłady rozwiązań modeli polowych i polowo-obwodowych silnika indukcyjnego przedstawiono między innymi w pracach [1]–[4].

W rozwiązaniu stanu dynamicznego, w każdym kroku obliczeniowym obliczany jest elektromagnetyczny moment silnika. Ruch wirnika jest modelowany przez przesunięcie siatki wirnika przy braku jej jakichkolwiek modyfikacji. Niezmienna siatka stojana jest podłączona do ruchomej siatki wirnika przy pomocy ruchomej szczeliny powietrznej. W szczelinie powietrznej jest pojedyncza warstwa siatki, która jest dyskretyzowana w każdym kroku obliczeniowym. W części polowej modelu silnika indukcyjnego uwzględniona jest częstotliwość napięcia zasilającego, nieliniowość elementów magnetycznych oraz ruch wirnika, który jest odwzorowany przez wirującą szczelinę powietrzną. W części obwodowej uwzględnione są wymuszenia napięciowe i parametry elektryczne układu zasilania. Ponadto część obwodowa uwzględnia uzwojenia fazowe stojana o zmiennej indukcyjności i stałej rezystancji oraz połączenia czołowe tych uzwojeń o stałej rezystancji i indukcyjności. Klatka wirnika reprezentowana jest przez lite pręty, których parametry wynikają z rozwiązania polowego oraz przez rezystancje i reaktancje wycinków pierścienia zwierającego o stałej wartości. Wirująca szczelina powietrzna umożliwia obliczenia pola zarówno w stanach stacyjnych (ustalona prędkość silnika) jak i dynamicznych (rozruch silnika).

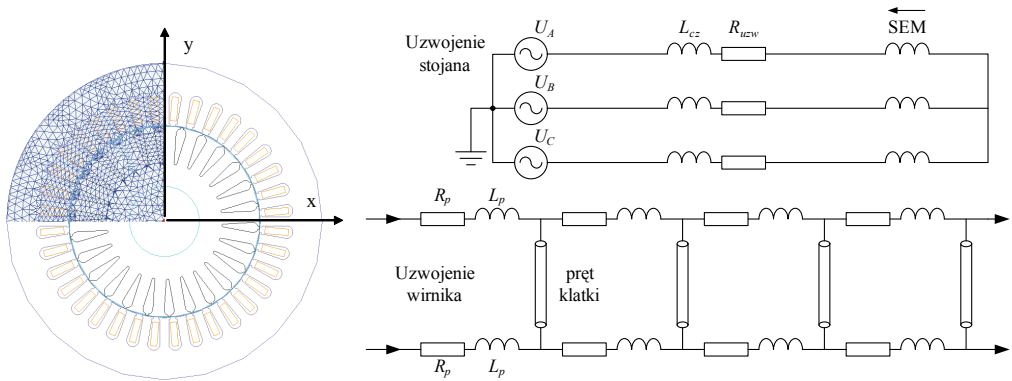
W niniejszej pracy do analizy zwarć zwojowych w silniku indukcyjnym został wykorzystany model dwuwymiarowy polowo-obwodowy. Ograniczeniem tego modelu jest nieuwzględnienie na etapie projektowania skosów żłobków i prętów klatki wirnika.

## 2. MODELOWANIE POŁOWO-OBWODOWE SILNIKA INDUKCYJNEGO

### 2.1. PODSTAWOWY MODEL POŁOWO-OBWODOWY SILNIKA INDUKCYJNEGO

Model polowo-obwodowy silnika Sh90L-4 o parametrach znamionowych  $P_n = 1,5$  kW,  $n_n = 1410$  obr./min,  $M_n = 10,16$  Nm,  $U_n = 400$  V,  $I_n = 3,5$  A,  $\cos\varphi_n = 0,79$ , został wykonany przy wykorzystaniu komercyjnego programu Maxwell 2D (moduł *transient*). Geometrię części polowej wraz z fragmentem siatki dyskretyzacyjnej pokazano na rys. 1. W części polowej uwzględniono czasową zmienność prądów, nieliniowość magnetowodu oraz ruch wirnika przy wymuszonej prędkości obrotowej. Część polowa jest odwzorowana w części obwodowej (rys. 1) w postaci siły elektromotorycznej indukowanej w uzwojeniu stojana oraz litych prętów wirnika. Ze względu na zastosowanie modelu dwuwymiarowego w części obwodowej znajdują się pa-

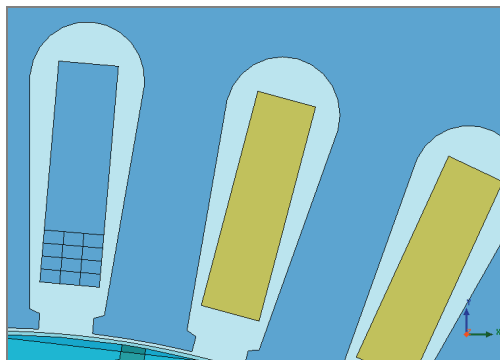
rametry połączeń czołowych uzwojenia stojana ( $L_{cz}$ ) oraz pierścienia zwierającego klatki wirnika ( $R_p$ ,  $L_p$ ), które wyznaczono z zależności konstrukcyjnych [4].



Rys. 1. Geometria modelu polowo-obwodowego wraz z fragmentem siatki dyskretyzacyjnej oraz schemat części obwodowej

## 2.2. MODEL POLOWO-OBWODOWY SILNIKA INDUKCYJNEGO DO BADANIA ZWARĆ ZWOJOWYCH

W podstawowym modelu polowo-obwodowym silnika w części obwodowej wprowadzone są jedynie parametry całego uzwojenie fazy A, B oraz C. Aby była możliwa symulacja silnika ze zwarciami zwojowymi, niezbędne jest wprowadzenie modyfikacji w podstawowym modelu polowo-obwodowym [5]. Zmiany modelu muszą być zrealizowane zarówno w części polowej, jak i obwodowej.

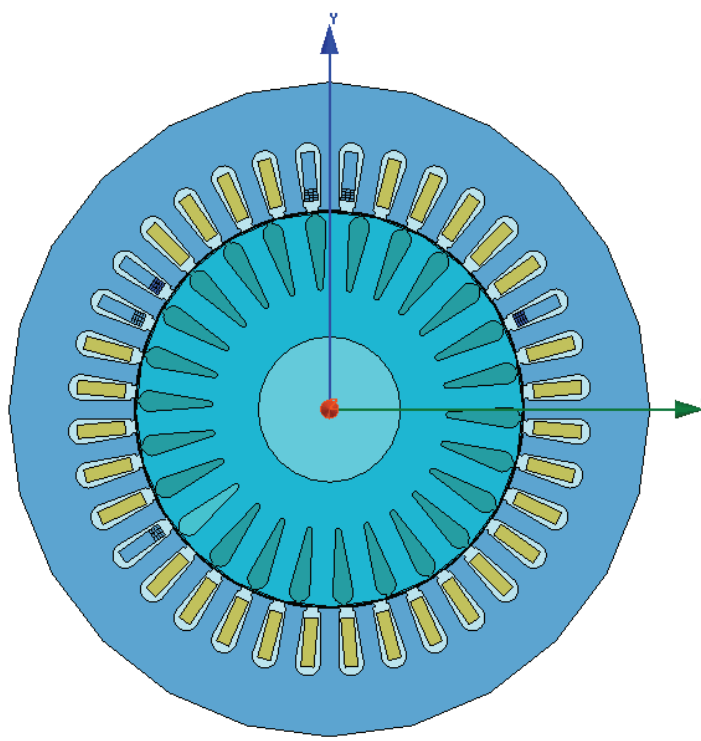


Rys. 2. Przykład zębka stojana podzielonego na pojedyncze zwoje

W pierwszej kolejności należy podzielić wybrane zębki stojana na pola odpowiadające pojedynczym zwojom. Na rysunku 2 przedstawiono widok zmodyfikowanego

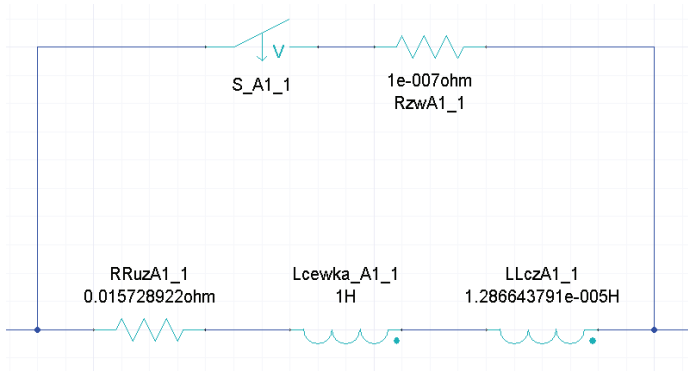
żłobka. Został on podzielony na 13 obszarów: 12 małych i jeden duży. Obszary zostały podzielone proporcjonalnie. W każdym małym obszarze znajduje się jeden zwoj, a w dużym 39 zwojów, co razem daje 51 zwojów w każdej cewce.

Wykonany model połowo-obwodowy umożliwia zasymulowanie zwarć zwojowych od 1 do 12 zwojów w pierwszej cewce każdej fazy (patrzac od źródła zasilania). Na rysunku 3 przedstawiono część połową zasymulowanej maszyny. Uzwojenia stojana w zaproponowanym modelu zostały połączone zgodnie z dokumentacją rzeczywistego silnika Sh90L-4. W części obwodowej wykonano połączenia elektryczne uzwojenia stojana razem z obwodami zwarciovymi. Część elektryczną wykonano w programie Ansoft Maxwell Circuit Editor.



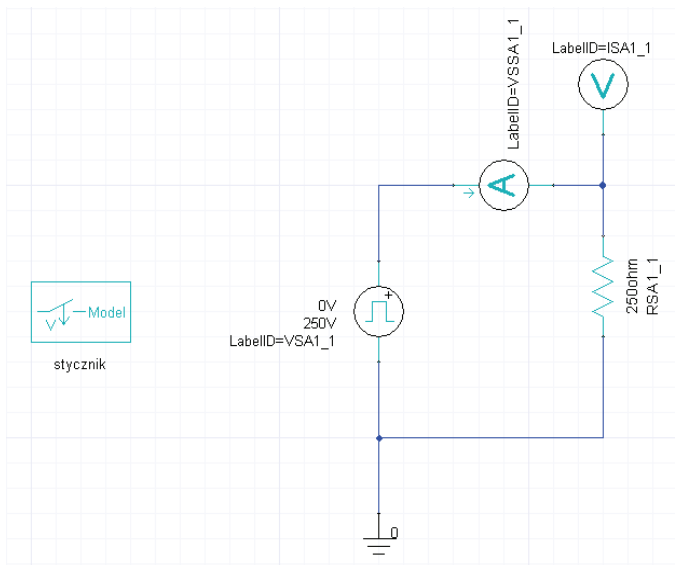
Rys. 3. Część połowa modelu silnika do badania zwarć zwojowych

Badany silnik zasilany był napięciem idealnie sinusoidalnym. Zwarć dokonywano przez obwód zwarciovymy zaprezentowany na rys. 4. W skład obwodu zwarciovymy wchodził stycznik ( $S_{A1\_1}$ ) oraz rezystor ( $R_{zwA1\_1}$ ) odpowiadający rezystancji punktu zwarcia równej  $1 \cdot 10^{-7} \Omega$ . Jeden zwoj reprezentowany był przez rezystancję zwoju ( $RR_{uzA1\_1}$ ) i indukcyjność połączenia czołowego ( $LL_{czA1\_1}$ ) oraz cewkę ( $L_{cewka\_A1\_1}$ ), której wartość wyznaczana jest w części połowej.



Rys. 4. Obwód zwarciovy pierwszego zwoju, pierwszej cewki w fazie A

Zastosowany stycznik posiada układ zasilania o parametrach przedstawionych na rys. 5. Każdy obwód zwarciovy posiadał swój stycznik, zasilany z oddzielnego źródła. W parametrach źródła napięciowego obwodu zasilania stycznika wprowadzono czas załączania, a więc moment wystąpienia zwarcia.



Rys. 5. Obwód zasilania stycznika

W skład uzwojenia fazy A wchodzi:

- pojedynczy zwój (nr 1÷12) cewki pierwszej (z obwodem zwarciowym),
- grupa zwojów nr 13÷51 cewki pierwszej,
- pojedyncze cewki nr 2÷6.

Uzwojenia fazy B i C mają parametry takie same, jak prezentowane dla fazy A. Zamodelowany silnik posiada: 3 fazy, 6 cewek w każdej fazie, 51 zwojów w każdej cewce. Możliwe jest modelowanie zwarć zwojowych w stojanie od 1 do 12 zwojów.

### 3. METODYKA BADAŃ

Badania symulacyjne wykonano na modelu połowo-obwodowym silnika Sh90L-4. Przeprowadzono zwarcia zwojowe w fazie A, B oraz C. Zwarcia wykonywano przez obwód zwarciovowy. Zwierano od 1 do 10 zwojów. Każde symulowane zwarcie trwało 2 sekundy. Całkowity czas symulacji dla jednej fazy trwał 22,2 sekundy:

- 0÷0,2 s – czas na uzyskanie stanu ustalonego,
- 0,2÷2,2 s – czas normalnej pracy maszyny,
- 2,2÷4,2 s – czas pracy z jednym zwartym zwojem,
- 4,2÷6,2 s – czas pracy z dwoma zwartymi zwojami,
- ...
- 20,2÷22,2 s – czas pracy z dziesięcioma zwartymi zwojami.

Przyjęto krok obliczeniowy 0,5 ms. Badania przeprowadzono dla dwóch prędkości obrotowych:

- silnika nieobciążonego – 1497 obr./min,
- silnika obciążonego znamionowo – 1410 obr./min.

W części połowej ustawiono następujące wymiary siatki:

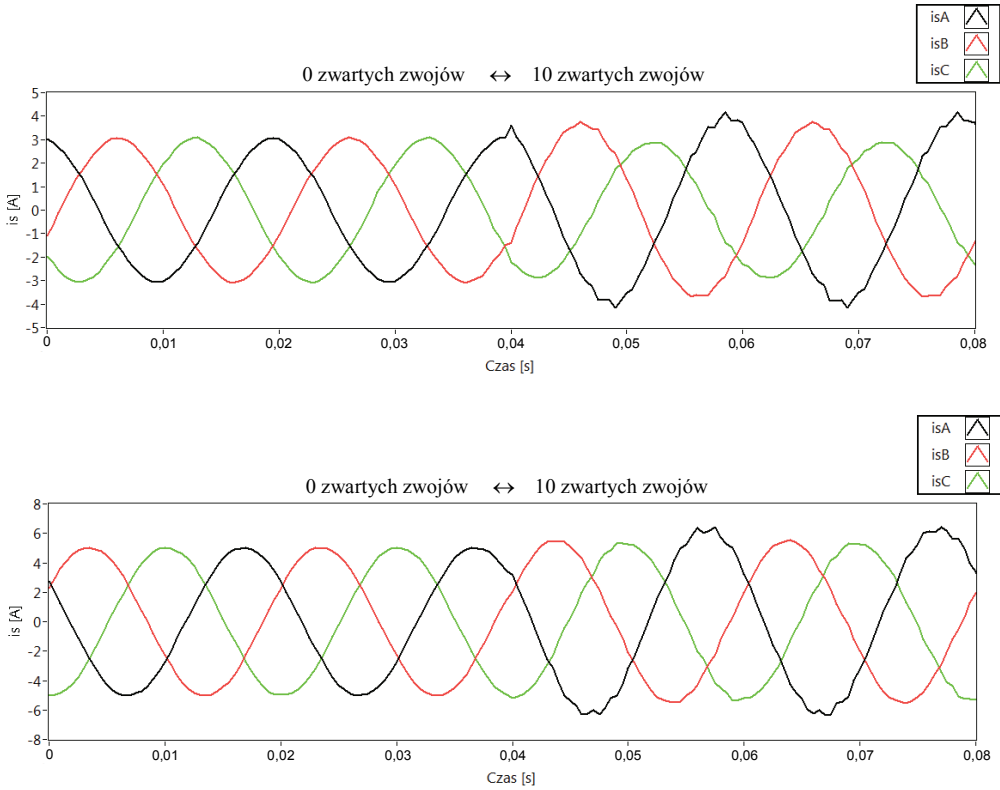
- żłobek wirnika – maksymalna długość elementu 3 mm,
- żłobek stojana – maksymalna długość elementu 3 mm,
- stojan i wirnik – maksymalna długość elementu 4 mm,
- obszar jednego zwoju w żłobku stojana – maksymalna długość elementu 3 mm,
- obszar 39 zwojów w żłobku stojana – maksymalna długość elementu 3 mm,
- długość maksymalnego odchylenia powierzchni żłobka wirnika – 0,04075 mm,
- kąt maksymalnego odchylenia powierzchni żłobka wirnika – 30°,
- długość maksymalnego odchylenia powierzchni stojana i wirnika – 0,0675 mm,
- kąt maksymalnego odchylenia powierzchni stojana i wirnika – 30°.

W prezentowanym modelu połowo-obwodowym napięcie zasilające podawane było na silnik, pracujący z założoną wcześniej prędkością.

### 4. WYNIKI BADAŃ SYMULACYJNYCH

Na rys. 6 przedstawiono przykładowe przebiegi prądów fazowych silnika nieuszkodzonego oraz z 10 zwartymi zwojami w fazie A uzyskane z modelu połowo-obwodowego. Zwarcie zwojowe powoduje zmianę amplitud prądów fazowych. Naj-

większy wzrost amplitudy prądu widoczny jest w fazie, w której miało miejsce zwarcie. W pozostałych fazach występuje niewielki wzrost amplitud prądów.

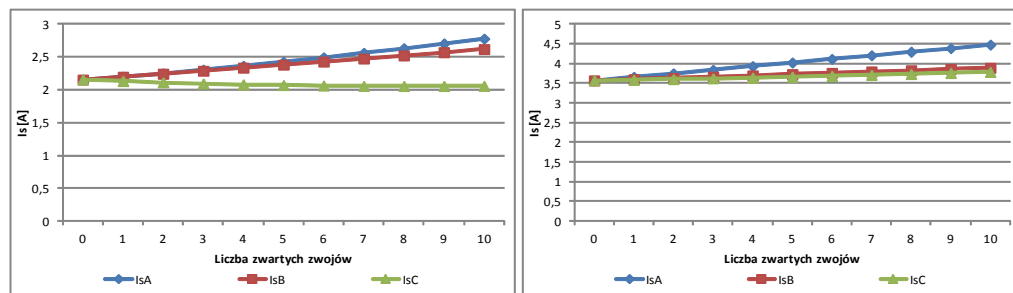


Rys. 6. Przebiegi prądów fazowych silnika z 0 oraz 10 zwartymi zwojami w fazie A (silnik nieobciążony u góry, obciążony na dole)

Na rysunku 7 zestawiono porównanie zależności wartości skutecznych prądów fazowych od liczby zwartych zwojów w fazie A. Z rysunku wynika, że zwarcie w fazie A (w przypadku silnika nieobciążonego) powoduje wyraźny wzrost wartości skutecznej w fazie A oraz nieco mniejszy wzrost w fazie B. W fazie C obserwuje się niewielkie zmniejszenie wartości skutecznej pobieranego prądu. W przypadku silnika obciążonego znamionowo, największy wzrost wartości skutecznej obserwujemy w fazie, w której miało miejsce zwarcie, natomiast w pozostałych fazach obserwuje się niewielki (zbliżony do siebie) wzrost wartości skutecznej.

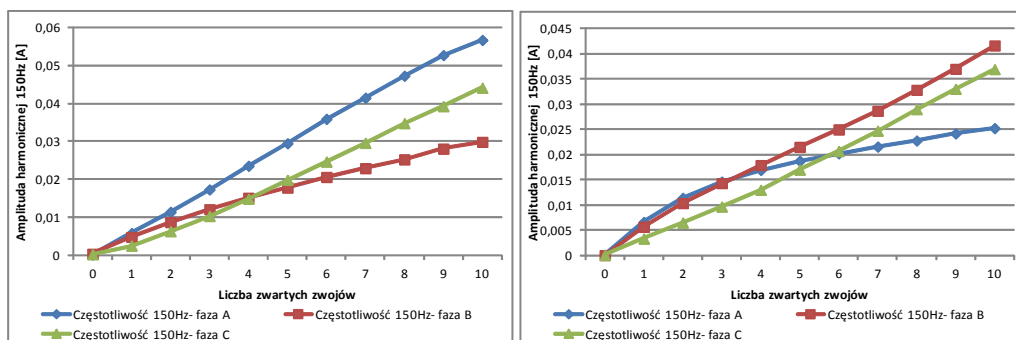
W przypadku składowej  $3f_s$  obserwuje się wzrost amplitudy w każdej z faz (rys. 8). W przypadku silnika nieobciążonego największe zmiany występują w fazie, w której miało miejsce zwarcie. Obciążenie silnika powoduje, że wzrost amplitudy harmonicznej o częstotliwości 150 Hz w fazie, w której wystąpiło zwarcie traci na

dynamice od ok. 4 zwartych zwojów. W pozostałych fazach zmiana amplitudy harmonicznej  $3f_s$  ma charakter liniowy.



Rys. 7. Zależność wartości skutecznej prądów fazowych od liczby zwartych zwojów w fazie A (silnik nieobciążony po lewej stronie, obciążony po prawej stronie)

Sprawdzono również wpływ rezystancji punktu zwarcia na analizowane wcześniej parametry. Zwiększenie rezystancji punktu zwarcia z  $1 \cdot 10^{-7} \Omega$  do  $5 \cdot 10^{-3} \Omega$  powoduje niezauważalne zmiany wszystkich analizowanych parametrów (zmiany na poziomie ok. 1–3 mA).



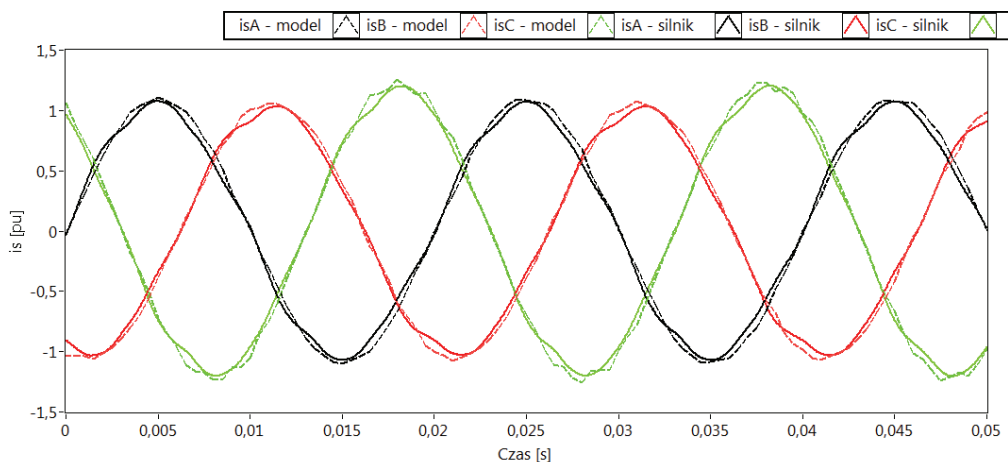
Rys. 8. Zależność amplitudy harmonicznej 150 Hz w każdej fazie od liczby zwartych zwojów w fazie A (silnik nieobciążony po lewej stronie, obciążony po prawej stronie)

## 5. WERYFIKACJA MODELU

Weryfikacji eksperymentalnej modelu połowo-obwodowego dokonano w oparciu o porównanie przebiegów chwilowych prądów w trzech fazach uzyskanych na drodze modelowania i pomiarów na obiekcie rzeczywistym. Porównania dokonano dla przypadku silnika obciążonego znamionowo nieuszkodzonego oraz z 8 zwartymi zwojami w fazie C. W przypadku modelu połowo-obwodowego czas symulacji ustawiono na



2 s z krokiem próbkowania 500  $\mu$ s. W przypadku obiektu rzeczywistego czas pomiaru ustawiono na 10 s z krokiem próbkowania 40  $\mu$ s.



Rys. 9. Przebiegi prądów fazowych silnika obciążonego znamionowo z 8 zwartymi zwojami, uzyskane na drodze symulacji (model) oraz zmierzone na obiekcie rzeczywistym (silnik)

Z rysunku 9 wynika, że przebiegi mają zbliżony do siebie kształt oraz amplitudy. Różnice wartości skutecznej prądu stojana uzyskiwanego z pomiarów i symulacji są na poziomie ok. 5%. Tak niewielkie rozbieżności mogą być spowodowane między innymi odmiennymi materiałami użytymi do konstrukcji stojana (blachami) przyjętymi w modelu polowo-obwodowym w porównaniu do tych użytych w rzeczywistym silniku. Dodatkowo na wynik porównania miał wpływ również różny krok próbkowania. Ponadto zamodelowany silnik zasilany był napięciem idealnie sinusoidalnym, podczas gdy rzeczywisty silnik zasilano napięciem z sieci.

W celu sprawdzenia wyników symulacyjnych oraz ocenie przydatności modelowania polowo-obwodowego w diagnostyce zwarc zwojowych dodatkowo porównano wyniki otrzymywane z:

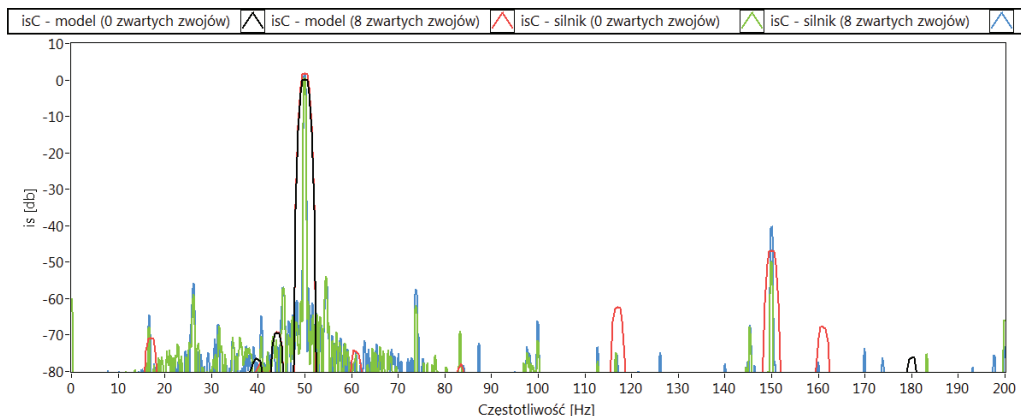
1. analizy widmowej prądu stojana,
2. analizy widmowej modułu wektora przestrzennego prądów fazowych,
3. analizy hodografu wektora prądu stojana.

Powyższe analizy zostały szczegółowo omówione w [6].

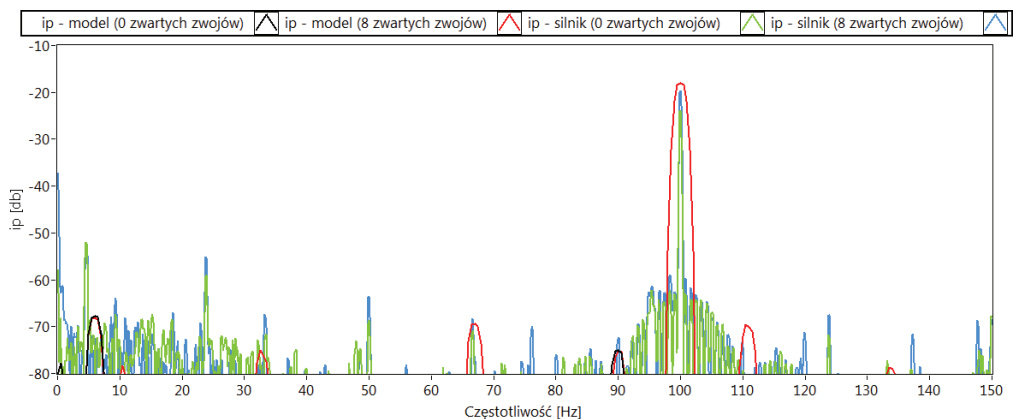
W każdym przypadku porównano ze sobą wyniki uzyskane z modelu polowo-obwodowego (silnik obciążony znamionowo nieuszkodzony i z 8 zwartymi zwojami) z wynikami uzyskanymi na obiekcie rzeczywistym.

Wykrywanie zwarc zwojowych na podstawie analizy widmowej prądu stojana odbywa się poprzez obserwację amplitudy składowej  $3f_s$ . Na rysunku 10 można zauważyć, że zwarcie 8 zwojów w fazie C objawia się wzrostem amplitudy składowej  $3f_s$ .

W przypadku modelu połowo-obwodowego wzrost amplitudy charakterystycznej częstotliwości jest bardzo duży (przy braku zwarcia amplituda jest mniejsza od  $-80$  db, a dla 8 zwartych zwojów wynosi ok.  $-47$  db). Dla obiektu rzeczywistego zmiany amplitud są dużo mniejsze. Związane jest to z występowaniem asymetrii zasilania, która nie występowała w modelu połowo-obwodowym.



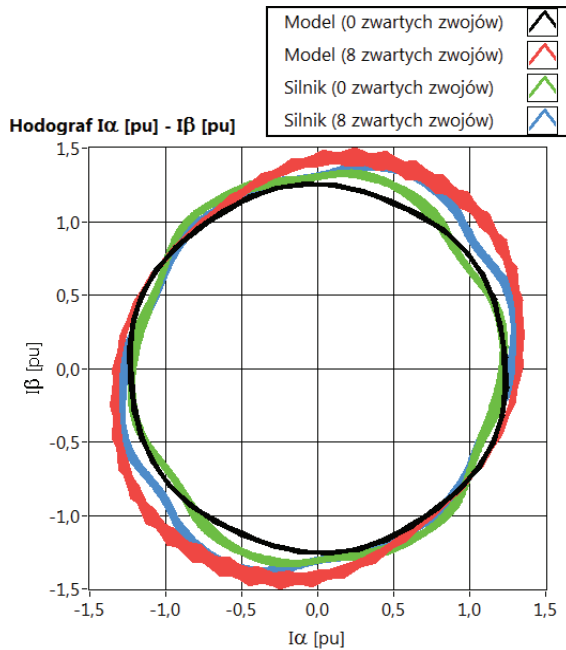
Rys. 10. Widma FFT prądów fazowych silnika obciążonego znamionowo nieuszkodzonego i z 8 zwartymi zwojami, uzyskane na drodze symulacji (model) oraz zmierzone na obiekcie rzeczywistym (silnik)



Rys. 11. Widma FFT modułu wektora przestrzennego silnika obciążonego znamionowo nieuszkodzonego i z 8 zwartymi zwojami, uzyskane na drodze symulacji (model) oraz zmierzone na obiekcie rzeczywistym (silnik)

Wykrywanie zwarcia zwojowych na podstawie analizy modułu wektora przestrzennego prądów stojana odbywa się poprzez obserwację amplitudy składowej  $2 f_s$ . Na

rysunku 11 można zauważyć, że zwarcie 8 zwojów w fazie C również objawia się wzrostem wartości amplitudy składowej  $2f_s$ . W przypadku modelu połowo-obwodowego wzrost amplitudy charakterystycznej częstotliwości również jest bardzo duży. Wynika to z faktu, że napięcie zasilania było symetryczne, dlatego przy braku zwartych zwojów amplituda składowej  $2f_s$  jest mniejsza od  $-80\text{db}$ . Dla obiektu rzeczywistego zmiany amplitud są dużo mniejsze. Dla 8 zwartych zwojów amplitudy charakterystycznej częstotliwości uzyskane z modelu połowo-obwodowego jak i z pomiarów na obiekcie rzeczywistym są do siebie zbliżone.



Rys. 12. Hodografy  $I\alpha - I\beta$  silnika obciążonego znamionowo nieuszkodzonego i z 8 zwartymi zwojami, uzyskane na drodze symulacji (model) oraz zmierzone na obiekcie rzeczywistym (silnik)

Analiza hodografu  $I\alpha - I\beta$  (rys. 12) również pozwala wykryć wystąpienie zwarcé zwojowych. Wystąpienie zwarcia objawia się odkształceniem hodografu od idealnego okręgu. Dla 8 zwartych zwojów hodografy uzyskane z modelu połowo-obwodowego jak i z pomiarów na obiekcie rzeczywistym są do siebie zbliżone. Różnice występują w przypadku silnika nieuszkodzonego. Odkształcenia od okręgu w przypadku obiektu rzeczywistego wynikają w głównej mierze z asymetrii zasilania oraz występowania wyższych harmonicznych.

## 6. PODSUMOWANIE

Badania symulacyjne wykazały, że model polowo-obwodowy jest dobrym źródłem do generowania wzorców diagnostycznych zwarć zwojowych. Wykazano, że zastosowanie modelu matematycznego umożliwia symulowanie różnych poziomów zwarć zwojowych w różnych fazach. Rozbudowana aplikacja Maxwell umożliwia precyzyjną symulację zwarć zwojowych, a zastosowanie modeli styczników umożliwia zautomatyzowanie procesu symulowania różnych poziomów zwarć zwojowych.

Weryfikacja eksperymentalna wykazała, że wyniki uzyskane z modelu polowo-obwodowego zbliżone są do wyników uzyskiwanych na obiekcie rzeczywistym. Zaobserwowane różnice wynikają z faktu, że silnik był zasilany napięciem z sieci zawierającym wyższe harmoniczne i posiadającym pewną asymetrię. W przypadku modelu polowo-obwodowego przyjęto idealne napięcie sinusoidalne.

Analiza widmowa prądów fazowych (oraz wielkości pochodnych - modułu wektora przestrzennego prądu oraz hodografów prądu stojana) otrzymywanych na drodze symulacyjnej zawierają wszystkie symptomy charakteryzujące zwarcia zwojowe. Analiza wartości skutecznej prądów fazowych oraz  $3 f_s$  pozwala określić fazę, w której wystąpiło zwarcie. Z rysunków wynika, że możliwe jest również wykrycie liczby zwartych zwojów.

Zaletą modelu polowo-obwodowego jest jego dokładność obliczeń, natomiast do jego głównej wady można zaliczyć bardzo długi czas obliczeń.

*Praca naukowa finansowana ze środków Narodowego Centrum Nauki w ramach projektu N N510 637340.*

## LITERATURA

- [1] ANTAL L., ANTAL M., *Weryfikacja eksperymentalna obwodowo-polowego modelu silnika indukcyjnego*, Prace Naukowe IMNIPE, Oficyna Wydawnicza Politechniki Wrocławskiej, 2003, Nr 54, seria: Studia i materiały, Nr 23, 39–48.
- [2] ANTAL M., *Badanie zjawisk elektromagnetycznych i cieplnych w silnikach indukcyjnych z uszkodzonymi obwodami elektrycznymi*, Rozprawa doktorska, Wrocław, Politechnika Wrocławska, 2007.
- [3] FISHER R., FERKOLJ S., *Application of a Finite Element Method to predict Damaged Induction Motor Performance*, IEEE Trans. on Magnetics, Vol. 37, No. 5, 2001, 3635–3639.
- [4] EWERT P., ZAWILAK T., *Zastosowanie modelu polowo-obwodowego do monitorowania ekscentryczności silników indukcyjnych*, Maszyny Elektryczne, Zeszyty Problemowe Nr 87, 2010, 161–166.
- [5] KOWALSKI C.T., *Diagnostyka układów napędowych z silnikiem indukcyjnym z zastosowaniem metod sztucznej inteligencji*, Oficyna wydawnicza Politechniki Wrocławskiej, Wrocław 2013.
- [6] WOLKIEWICZ M., KOWALSKI C.T., *Nieinwazyjne metody wczesnego wykrywania zwarć zwojowych w silniku indukcyjnym zasilanym z przemiennika częstotliwości*, cz. II, Maszyny Elektryczne, Zeszyty Problemowe. 2010, nr 87, 151–156.

FIELD-CIRCUIT MATHEMATICAL MODEL OF THE INDUCTION MOTOR  
WITH SHORTED TURNS IN THE STATOR WINDING

In the paper a field-circuit mathematical model of the induction motor is presented, which enables a simulation of short-circuits turns in the stator winding. The classical field-circuit model has been analyzed first, and next its modification was proposed. The extension of basic model was realized in Ansoft Maxwell Circuit Editor software. The developed model enables simulation of 12 short-circuit turns in each stator winding phase. Hodographs of the stator current vector in  $\alpha$ - $\beta$  plane as well as results of spectral analysis of the stator phase current and modulus of stator current vector are presented in the paper. The simulation results are verified by experimental tests.