

Ryszard KOPKA\*  
Wiesław TARCZYŃSKI\*

## **SZACOWANIE RZĘDU POCHODNEJ MODELI SUPERKONDENSATORÓW O BARDZO DUŻYCH POJEMNOŚCIACH**

Coraz częściej podstawowym elementem w zakresie gromadzenia energii współczesnych systemów zasilania rezerwowego, pojazdach elektrycznych czy systemów odzyskiwania energii są superkondensatory. Dla potrzeb ich właściwej eksploatacji, diagnostyki czy sterowania wymagana jest znajomość parametrów ich modeli zastępczych. Szczególne właściwości użytych materiałów oraz zastosowanych rozwiązań powodują, że najlepszym modelem opisującym zależność pomiędzy prądem, a napięciem na zaciskach superkondensatora, jest model różniczkowy ułamkowego rzędu. Takie podejście pozwala na znaczne uproszczenie struktury samego modelu, zapewniając przy tym bardzo dobre dopasowanie charakterystyk zmierzonych i obliczonych. W artykule zawarto wyniki estymacji rzędu pochodnej modelu superkondensatora o pojemności  $1200F$ , wyznaczonej dla różnych wartości prądów ładowania i rozładowywania. Przedstawiono strukturę i właściwości układu pomiarowego oraz algorytm prowadzenia badań.

SŁOWA KLUCZOWE: superkondensatory, różniczko-całka ułamkowego rzędu, modelowanie

### **1. WPROWADZENIE**

Rozwój technologii w zakresie budowy superkondensatorów pozwala dzisiaj na ich powszechne zastosowanie w wielu dziedzinach naszego życia. Szczególne zdolności gromadzenia i wydawania ogromnych ilości energii w bardzo krótkim czasie predysponują tego typu elementy do zastosowań np. w układach odzyskiwania energii lub odnawialnych źródłach energii. Bardzo duża pojemność oraz niezawodność predysponuje je również do układów zasilania rezerwowego [2, 6, 7].

We wszystkich tych zastosowaniach istotnym czynnikiem pozwalającym na zapewnienie ich właściwego utrzymania i eksploatacji jest znajomość struktury ich modelu matematycznego oraz wartości występujących w niej elementów. Jednak zastosowanie klasycznego rachunku różniczkowego wymaga zastoso-

---

\* Politechnika Opolska.

wania rozbudowanych struktur złożonych z elementów  $RC$  dodatkowo zależnych od czasu oraz napięcia. Zdecydowanie dokładniejsze wyniki można uzyskać po zastosowaniu rachunku różniczkowego ułamkowego rzędu. Dzięki niemu model superkondensatora można przedstawić w postaci typowej struktury  $RC$ , dobierając jedynie rząd pochodnej. Takie podejście znacznie upraszcza strukturę modelu jak i procedurę estymacji nieznanymi parametrów, zapewniając przy tym bardzo dużą zgodność.

## 2. RACHUNEK RÓŻNICZKOWY UŁAMKOWEGO RZĘDU

Rachunek pochodnej lub całki niecałkowitego rzędu jest uogólnieniem klasycznego rachunku na rząd  $\alpha$ , należący do zbioru liczb rzeczywistych  $R$  [1, 3]. Operator różniczkowo całki rzędu  $\alpha \in R$  funkcji  $f(t)$  na przedziale  $[t_0, t]$  można zapisać jako:

$${}_{t_0}D_t^\alpha f(t) = \begin{cases} \frac{d^\alpha f(t)}{dt^\alpha} & \text{dla } \alpha > 0 \\ f'(t) & \text{dla } \alpha = 0, \\ \int_{t_0}^t f(\tau) d\tau^\alpha & \text{dla } \alpha < 0 \end{cases} \quad (1)$$

przy założeniu, że funkcja rzeczywista  $f(t)$  jest określona i wielokrotnie różniczkowalna i całkowalna. Dla tak zdefiniowanego operatora (1) istnieje wiele definicji jego realizacji zaproponowanych przez różnych autorów. Definicje te różnią się własnościami i obszarem stosowalności. Najbardziej popularne i najczęściej stosowane to definicje Riemanna-Liouville i Caputo dla sygnałów ciągłych oraz Grünwalda-Letnikowa dla sygnałów dyskretnych.

Pochodną ułamkową funkcji  $f(t)$  według definicji Grünwalda-Letnikowa, wyznacza się rozpatrując wartość tej funkcji w stosunku do zmiennej  $t$ , zdefiniowanej z jednakowym odstępem  $h$ , z przedziału  $[t_0, t]$ . Postać tej funkcji zdefiniowana jest więc jako:

$${}_{t_0}D_t^\alpha f(t) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{1}{h^\alpha} \sum_{j=0}^{t/h} (-1)^j \binom{\alpha}{j} f(t - jh), \quad (2)$$

gdzie uogólniony symbol Newtona określony jest wzorem:

$$\binom{\alpha}{j} = \begin{cases} 1 & \text{dla } j = 0 \\ \frac{\alpha(\alpha-1)\dots(\alpha-j+1)}{j!} & \text{dla } j > 0 \end{cases} \quad (3)$$

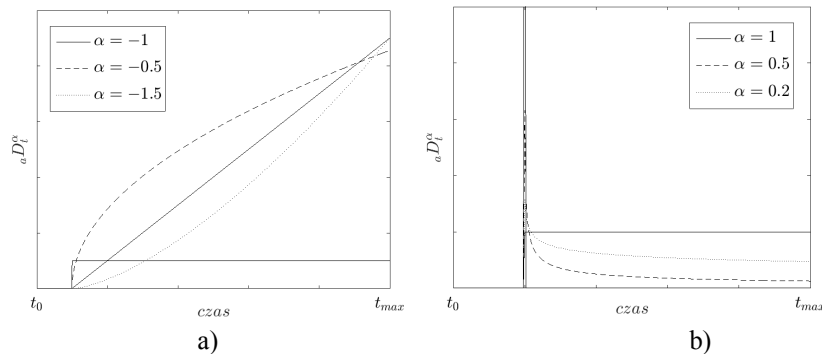
Uwzględniając postać dyskretną równania (2) oraz wprowadzając metodę dyskretyzacji różnic wstecznych Eulera, pochodna ułamkowego rzędu w dyskretnych chwilach czasu  $k$  może być obliczona jako:

$$\Delta^\alpha x_k = \frac{1}{h^\alpha} \sum_{j=0}^k (-1)^j \binom{\alpha}{j} x_{k-j}. \quad (4)$$

Zgodnie z równaniem (4), pochodna ułamkowego rzędu dla chwili  $t$ , jest sumą wszystkich wcześniejszych próbek funkcji  $f(t)$ , pomnożonych przez odpowiednie współczynniki wagowe. Jest to podstawowa zaleta rachunku ułamkowego w stosunku do całkowitego rzędu. Jednak nieskończona suma wszystkich wcześniejszych próbek, musi być w rzeczywistych układach, ograniczona do skończonej wartości  $L + 1$ , ze względu na ograniczoną pamięć oraz ograniczony czas obliczeń. Z tego powodu, rzeczywista postać równania (4), jest przedstawiana jako:

$$\Delta^\alpha x_k = \frac{1}{h^\alpha} \sum_{j=0}^L (-1)^j \binom{\alpha}{j} x_{k-j}. \quad (5)$$

Ograniczenie liczby próbek, zmniejsza dokładność obliczeń. Ma to szczególne znaczenie dla systemów pracujących w sposób ciągły. Ograniczenie to w pewnym stopniu można wyeliminować wprowadzając algorytmy aproksymacji. W niniejszej pracy – ze względu na krótki czas obserwacji – wszystkie przedstawione wyniki identyfikacji otrzymane są na podstawie wszystkich uzyskanych próbek.



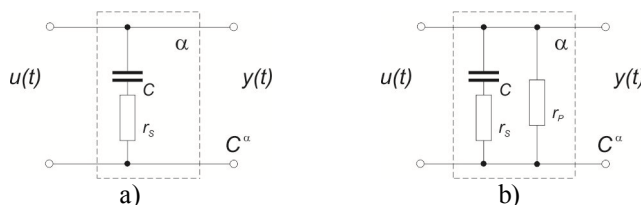
Rys. 1. Odpowiedź układu całującego (a) oraz różniczkującego (b) ułamkowego rzędu na skok sygnału dla różnych wartości rzędu różniczko – całki

### 3. MODEL SUPERKONDENSATORA

W literaturze można spotkać wiele publikacji dotyczących modeli superkondensatora. Uwzględniając jedynie rachunek różniczkowy całkowitego rzędu dla potrzeb dokładnego dopasowania odpowiedzi na zmiany sygnału na jego wejściu, proponuje się równoległe połączenie wielu gałęzi  $RC$ . Dodatkowo w modelach tych uwzględnia się pojemności czy rezystancje o parametrach zależ-

nych od poziomu napięcia superkondensatora. To wszystko sprawia, że proces identyfikacji takiego modelu jest bardzo złożony [6].

Przyjmując rachunek różniczkowy ułamkowego rzędu, model superkondensatora może być opisany jedynie trzema parametrami:  $\alpha$ ,  $C^\alpha$ ,  $r_s$ , tj. rzędem pochodnej, pojemnością zastępczą oraz szeregową rezystancją zastępczą (rys. 2a). Dodatkowo model ten można rozszerzyć jeszcze o rezystancję równoległą charakteryzującą prąd upływu  $r_p$  (rys. 2b) [1, 2, 8]. Jednak w artykule, ze względu na krótkie czasy cykli ładowania i rozładowywania superkondensatora, przyjęto model pierwszy.



Rys. 2. Podstawowy model zastępczy superkondensatora (a) oraz uwzględniający dodatkowo prąd upływu (b)

Ładując superkondensator ze źródła napięciowego przez rezystancję  $R$  i uwzględniając rezystancję szeregową  $r_s$ , obiekt taki można traktować jako obiekt korygujący opóźniający fazę, opisany transmitancją:

$$G(s) = \frac{T_2 s^\alpha + 1}{T_1 s^\alpha + 1} \quad (6)$$

ze stałą czasową  $T_1 = (R + r_s)C$  oraz  $T_2 = r_s C$ . Zasilając zaś superkondensator ze źródła prądowego, zarówno podczas cyklu ładowania jak i rozładowywania, obiekt taki należy traktować jako układ całkujący, opisany transmitancją:

$$G(s) = k \left( 1 + \frac{1}{T s^\alpha} \right) \quad (7)$$

gdzie  $k = r_s$  oraz  $T = r_s C$ .

#### 4. UKŁAD I PROCEDURA BADAWCZA

Do pomiaru wartości parametrów superkondensatorów zastosowano układ pomiarowy, którego schemat przedstawiono na rys. 3 oraz rys. 5. Aby proces ładowania i rozładowywania kondensatorów o dużych pojemnościach (tj. powyżej 1000F) przebiegał stosunkowo szybko, potrzebne jest źródło o odpowiednio

dużej wydajności prądowej. W opracowanym systemie wykorzystano zasilacz programowalny o maksymalnym prądzie wyjściowym  $I_{\max} = 150A$ .

W celu umożliwienia ładowania i rozładowania kondensatora z jednego źródła i o jednej polaryzacji, konieczne było zastosowanie układu, w którym było możliwe zamienianie miejscami końcówek kondensatora. Zmianę biegunowości kondensatora względem źródła zrealizowano w układzie mostka zbudowanego z przełączników  $Pk_1 - Pk_4$ . W przekątnej mostka włączony był badany kondensator  $C^\alpha$ . W czasie ładowania kondensatora załączane były przełączniki  $Pk_1$  i  $Pk_4$ , a w czasie rozładowania odpowiednio przełączniki  $Pk_3$  i  $Pk_2$ . Zastosowano układ zasilacza napięcia i prądu  $E_z - I_z$ , z programowaną wartością maksymalnego prądu wyjściowego  $I_{z\max}$  i maksymalnego napięcia  $E_{z\max}$  między końcówkami. Oznacza to, że układ zasilacza pracował jako źródło napięcia o wartości  $E_{z\max}$ , jeżeli wartość prądu płynącego  $I_z$  była mniejsza od wartości zadanej  $I_{z\max}$ , lub jako źródło prądowe o wydajności  $I_{z\max}$  jeżeli wartość napięcia  $U_z$  między zaciskami była mniejsza od wartości zadanej  $E_{z\max}$ . Zasilacze tego typu w celu ochrony tranzystorów przed wymuszeniem odwrotnej polaryzacji napięcia na zaciskach, posiadają dołączoną między zaciskami diodę  $D_z$ . Zainstalowanie tej diody wymusza z kolei zastosowanie w układzie pomiarowym dodatkowych diod  $D_1 - D_n$  połączonych szeregowo, w celu uzyskania spadku napięcia o wartości nie mniejszej niż wartość napięcia  $U_{C\max}$ , do której ładowany jest kondensator  $C^\alpha$ . Zapewnia to, że przy zamianie końcówek naładowanego kondensatora  $C^\alpha$  w celu jego rozładowania, napięcie tego kondensatora nie wymusi zmiany polaryzacji napięcia  $U_z$  na zaciskach zasilacza  $E_z - I_z$ .

Ponieważ w układzie do ładowania kondensatora  $C^\alpha$  stosowane są duże wartości prądu (nawet do  $150A$ ), dlatego diody  $D_1 - D_n$  były zamocowane na radiatorach i dodatkowo chłodzone w układzie z wymuszonym obiegiem powietrza.

Prąd  $I_C$  płynący przez kondensator  $C^\alpha$  mierzony był z zastosowaniem przekładnika hallotronowego  $PH$ . Wartość tego prądu mierzona była pośrednio przez pomiar napięcia  $U_{Ic}$  na rezystorze  $R_H$  obciążającym obwód wyjściowy przekładnika. Z kolei wartość napięcia  $U_C$  na kondensatorze  $C^\alpha$  była mierzona bezpośrednio między jego końcówkami z pominięciem ewentualnego spadku napięcia na połączeniach śrubowych.

Wartość napięcia  $U_z(t)$  na zaciskach zasilacza  $E_z - I_z$  w czasie ładowania kondensatora  $C^\alpha$  stałym prądem  $I_z$  można wyznaczyć z zależności

$$U_z(t) = n \times U_{DP} + U_C(t), \quad (8)$$

a przy rozładowywaniu

$$U_z(t) = n \times U_{DP} - U_C(t), \quad (9)$$

gdzie  $U_{DP}$  – napięcie na jednej diodzie ( $D_1 - D_n$ ) przy polaryzacji w kierunku przewodzenia.

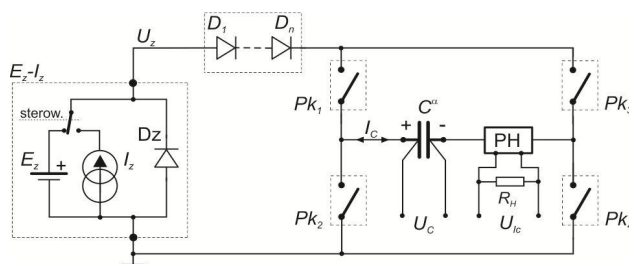
Dla prawidłowej i bezpiecznej pracy zasilacza musi być spełniony warunek

$$U_z(t) > 0. \quad (10)$$

Wynika z tego, że liczba  $n$  diod musi być taka, aby był spełniony warunek

$$n \times U_{DP} \geq U_{C \max}, \quad (11)$$

gdzie  $U_{C \max}$  – maksymalna wartość napięcia  $U_C$ , do której był ładowany kondensator  $C^\alpha$ .

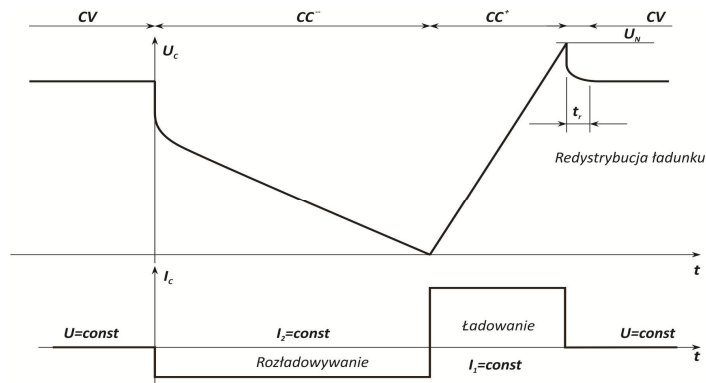


Rys. 3. Schemat połączeń obwodów prądowych stanowiska pomiarowego do wyznaczania rzędu pochodnej ułamkowej superkondensatorów dużej pojemności – opis oznaczeń w tekście

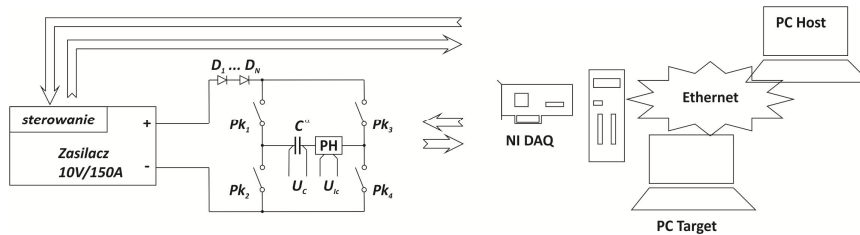
Cały cykl pomiarowy, przedstawiony na rys. 4, składał się z czterech okresów. W pierwszym okresie kondensator był ładowany do napięcia nominalnego  $U_n$  ze źródła prądowego o wydajności  $I_1$  ( $CC^+$ ). Następnie superkondensator został odłączony od układu zasilania na czas  $t_r$ , rzędu kilkunastu sekund. Okres ten związany jest z tzw. redystrybucją ładunku wewnątrz superkondensatora, wynikającą z materiału elektrod. Po tym czasie następował pomiar napięcia na zaciskach kondensatora i został on ponownie włączony do zasilacza, lecz tym razem pracującego już jako źródło napięciowe, utrzymujące na zaciskach kondensatora zmierzoną wartość napięcia (CV). Po czasie kilkudziesięciu sekund, następowało przełączenie pracy zasilacza z trybu stabilizacji napięcia na tryb stabilizacji prądu o stałej wydajności, z jednoczesnym przełączeniem przekaźników  $PK_1 - PK_4$ , do trybu rozładowywania ( $CC^-$ ). Po osiągnięciu napięcia minimalnego – w badanym systemie 0 V, nastąpiło ponowne przełączenie przekaźników do trybu ładowania ( $CC^+$ ) i cykl pomiarowy się powtarzał [4].

Cały system pomiarowy był sterowany z karty pomiarowej NI PCI6529, generującej odpowiednie sygnały sterujące cyfrowe i analogowe oraz prowa-

dzącej pomiary odpowiednich napięć i prądów (rys. 5). Całość była nadzorowana przez odpowiednio opracowany w Matlab'ie algorytm, pracujący w czasie rzeczywistym z wykorzystaniem przybornika xPC, z częstotliwością próbkowania  $t_S = 10 \text{ ms}$ .



Rys. 4. Definicja przedziałów określających warunki pracy superkondensatora podczas badań

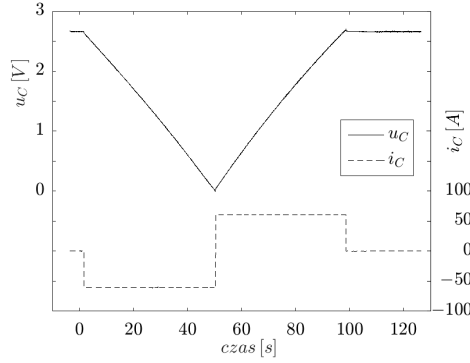


Rys. 5. Konfiguracja systemu pomiarowego użytego podczas procedury wyznaczania rzędu pochodnej superkondensatorów dużej pojemności

Proces estymacji parametrów przeprowadzono dla superkondensatora zgodnie z równaniem (7). Uwzględniono w nim pochodną ułamkowego rzędu obliczaną zgodnie z równaniem (5). Długość przedziału całkowania  $L + 1$  była równa okresowi obserwacji.

## 5. ANALIZA WYNIKÓW

Badania obejmowały proces identyfikacji trzech parametrów modelu superkondensatora:  $\alpha$ ,  $C^\alpha$ ,  $r_S$ , o pojemności  $C_n = 1200F$  i napięciu nominalnym  $U_n = 2.7V$ , podczas cyklu jego ładowania i rozładowywania w układzie ze źródłem prądowym, dla różnych wartości prądów. Przykładowy fragment cyklu przedstawiający okres rozładowywania oraz ładowania superkondensatora przedstawiono na rys. 6.



Rys. 6. Przykładowa zmiana napięcia superkondensatora podczas cyklu jego ładowania i rozładowywania;  $C_n = 1200F$ ,  $U_n = 2.7V$ , prąd ładowania i rozładowywania  $i_{C1} = i_{C2} = 60A$

Powiększając przedział czasu związany z ładowaniem i rozładowywaniem kondensatora (rys. 7a oraz 7b), widać, że proces ten nie przebiega wzdłuż linii prostej wynikającej z całkowania całkowitego rzędu ( $\alpha = -1$ ). Dopasowanie odpowiedzi modelu można natomiast łatwo uzyskać dobierając ułamkowy rząd całkowania ( $\alpha \neq -1$ ).

Procedura estymacji nieznanymi parametrów modelu superkondensatora związana była ze znalezieniem wektora parametrów  $\theta = (\alpha, C^\alpha, r_S)$  [4, 8], zawartego w zbiorze dopuszczalnych rozwiązań  $\Theta_{dop}$ , minimalizującego kryterium kwadratowe  $J$  tak, że:

$$\min_{\theta \in \Theta_{dop}} J, \quad (12)$$

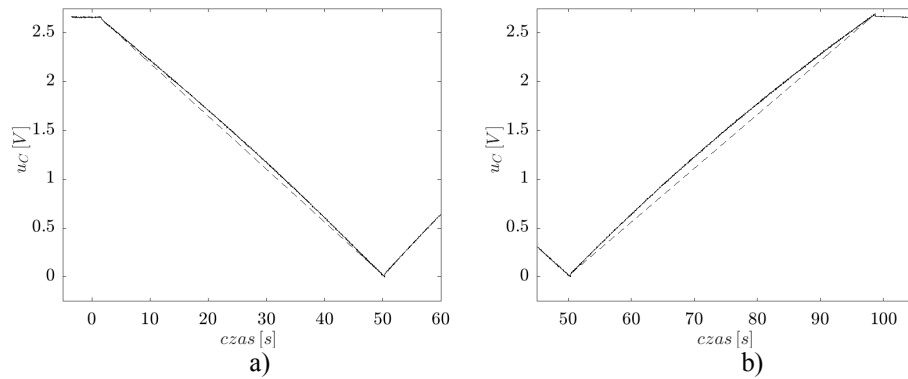
gdzie

$$J = \int_0^t \varepsilon(\tau)^T W \varepsilon(\tau) d\tau. \quad (13)$$

Jednocześnie  $W^T = W$  była dodatnio określoną macierzą wagową, a  $\varepsilon$  definiowała różnicę pomiędzy zmierzonym sygnałem wyjściowym  $u_C$ , a estymowaną wartością odpowiedzi modelu  $u_C^{est}$ .

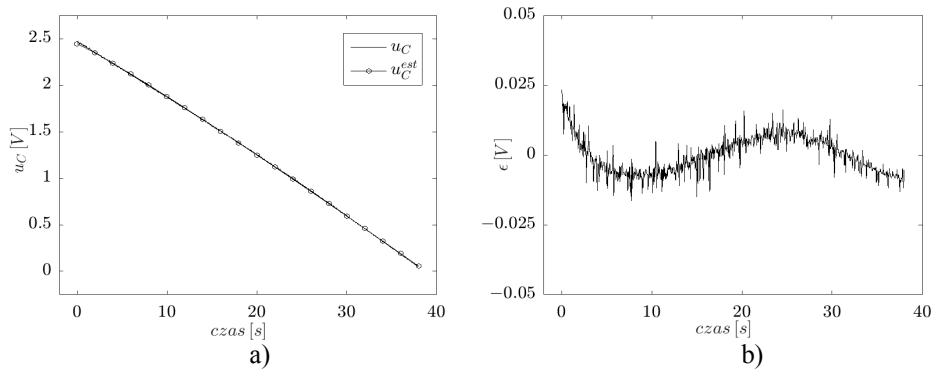
Spośród dostępnych wielu procedur wybrano metodę punktu wewnętrznego nieliniowej optymalizacji z ograniczeniami (funkcja `fmincon` pakietu Matlab). Pozwala ona na znalezienie minimum funkcji skalarnej wielu zmiennych, rozpoczynając proces estymacji z punktu początkowego  $\theta_0$ , z uwzględnieniem równościowych i nierównościowych ograniczeń.





Rys. 7. Różnice w własnościach całkujących superkondensatora podczas cyklu ładowania i rozładowywania;  $C_n = 1200F$ ,  $U_n = 2.7V$ , prąd ładowania i rozładowywania  $i_{C1} = i_{C2} = 70A$

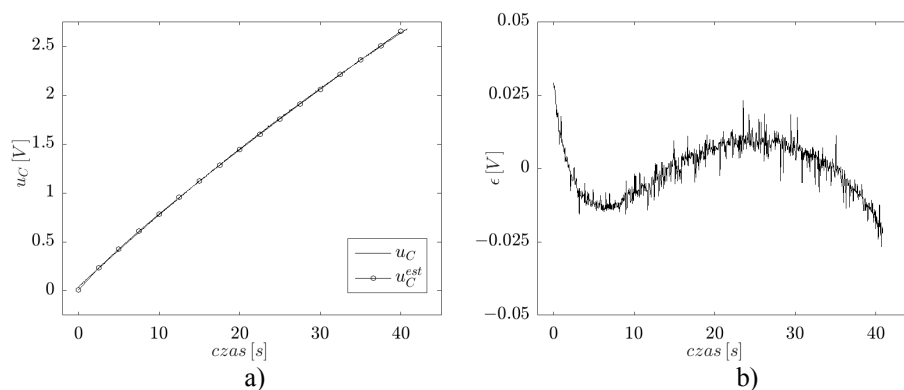
Badania identyfikacji parametrów superkondensatora przeprowadzono w zakresie od 0 V do 2.7 V dla cyklu ładowania oraz w zakresie od 2.5 V do 0 V dla cyklu rozładowania. Przykładowy wynik oraz błąd estymacji przedstawiono na rys. 8a oraz 8b dla cyklu rozładowania oraz na rys. 9a i 9b dla cyklu ładowania.



Rys. 8. Przykładowe wyniki procesu estymacji parametrów modelu superkondensatora oraz błąd estymacji podczas cyklu rozładowywania;  $C_n = 1200F$ ,  $U_n = 2.7V$ , prąd rozładowywania  $i_{C1} = 70A$

Zestawienie otrzymanych wyników dla różnych wartości prądu w zakresie od 10 A do 70 A zawarto w tabeli 1 oraz tabeli 2 odpowiednio dla cyklu rozładowywania oraz ładowania.

Na rysunkach 10 do 12 porównano wartości estymowanych parametrów superkondensatora dla przyjętych wartości prądów, uzyskanych z procesu identyfikacji podczas ładowania i rozładowywania superkondensatora [5].



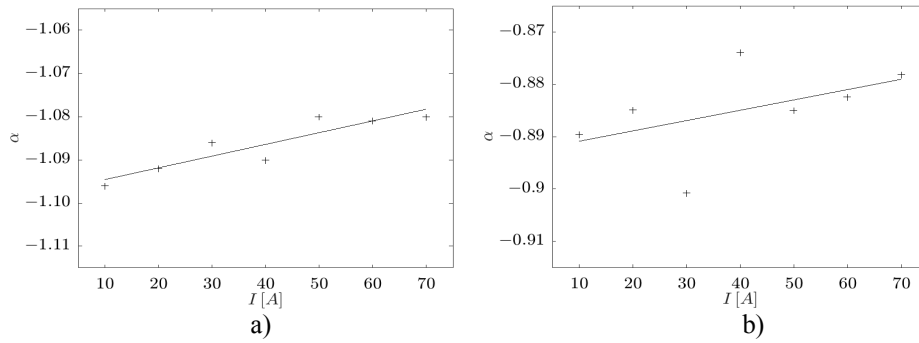
Rys. 9. Przykładowe wyniki procesu estymacji parametrów modelu superkondensatora oraz błąd estymacji podczas cyklu ładowania;  $C_n = 1200F$ ,  $U_n = 2.7V$ , prąd ładowania  $i_{C2} = 70A$

Tabela 1. Wyniki estymacji parametrów modelu superkondensatora dla różnych wartości prądu rozładowywania

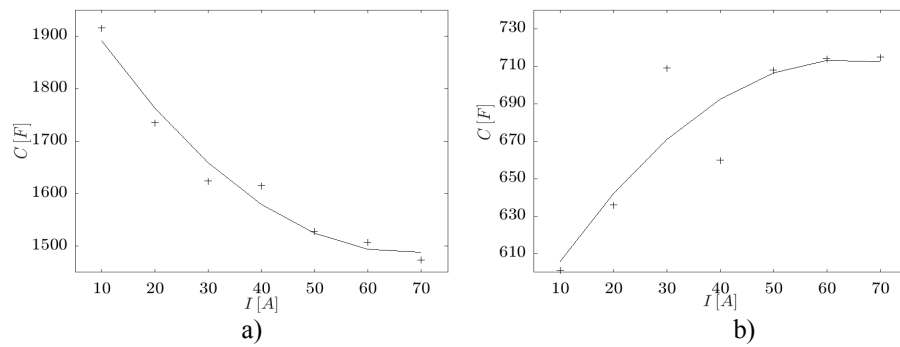
Rozładowywanie					
Lp.	$I_1$	$\alpha$	$C^\alpha$	$ESR$	$\varepsilon$
	$A$	–	$F$	$\Omega$	–
1	2	3	4	5	6
1	10	–1.096	1916	0.00230	0.052
2	20	–1.092	1735	0.00130	0.034
3	30	–1.086	1624	0.00076	0.042
4	40	–1.090	1615	0.00071	0.081
5	50	–1.080	1528	0.00048	0.064
6	60	–1.081	1507	0.00039	0.053
7	70	–1.080	1473	0.00022	0.261

Tabela 2. Wyniki estymacji parametrów modelu superkondensatora dla różnych wartości prądu ładowania

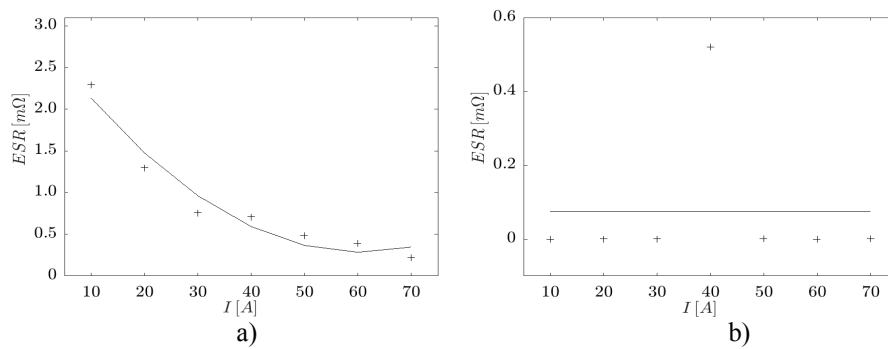
Ładowanie					
Lp.	$I_2$	$\alpha$	$C^\alpha$	$ESR$	$\varepsilon$
	$A$	–	$F$	$\Omega$	–
1	2	3	4	5	6
1	10	–0.8896	601	6.8e–13	0.337
2	20	–0.8849	636	3.1e–11	0.094
3	30	–0.9008	709	1.3e–11	0.088
4	40	–0.8739	660	5.2e–04	0.121
5	50	–0.8850	708	9.4e–12	0.114
6	60	–0.8824	714	6.0e–13	0.081
7	70	–0.8781	715	3.7e–09	0.332



Rys. 10. Rząd pochodnej ułamkowej wyznaczony podczas procedury identyfikacji parametrycznej dla kondensatora  $C_n = 1200F$ ,  $U_n = 2.7V$  dla różnych wartości prądów, wyznaczony podczas cyklu rozładowywania (a) i ładowania (b) superkondensatora



Rys. 11. Wartości pojemności superkondensatora uzyskane podczas procedury identyfikacji dla różnych wartości prądu rozładowywania (a) i ładowania (b)



Rys. 12. Wartości szeregowej rezystancji zastępczej  $ESR$  superkondensatora otrzymane podczas procedury identyfikacji dla różnych wartości prądu ładowania i rozładowywania

## 6. UWAGI I WNIOSKI

Przedstawiona w artykule metoda modelowania superkondensatorów przy pomocy równań różniczkowych niecałkowitego rzędu pozwala uzyskać bardzo dobrą zgodność odpowiedzi modelu z charakterystyką rzeczywistą, zakładając jednocześnie bardzo prostą strukturę modelu. Przeprowadzone pomiary i ich analiza po raz pierwszy pokazują ułamkowy charakter superkondensatora w układzie całującym, tj. podczas procesu ładowania i rozładowywania ze źródeł prądowych. Ma to szczególne znaczenie, gdyż takie warunki pracy są typowe właśnie dla kondensatorów bardzo dużych pojemności.

Możliwość dokładnego modelowania zachowania się superkondensatorów pozwala zarówno na prowadzenie różnego rodzaju analiz związanych z pracami projektowymi nowych rozwiązań, jak również diagnostyki pod względem oceny niezawodności już pracujących systemów. Ma to szczególne znaczenie, gdyż ze względu na praktycznie bezobsługową eksploatację, dokładna ocena stanu technicznego pozwala na wczesne wykrycie zjawisk świadczących o rozpoczynających się procesach degradacyjnych prowadzących do późniejszych uszkodzeń.

## LITERATURA

- [1] Dzieliński D, Sierociuk D., Ultracapacitor Modelling and Control Using Discrete Fractional Order State–Space Model. *Acta Montanistica Slovaca*. 2013, Ročník 13, číslo 1:136–145.
- [2] Kaczorek T., *Selected problems of fractional systems theory*. Berlin, Springer–Verlag, 2011.
- [3] Kaczorek T., Singular fractional linear systems and electrical circuits. *International Journal of Applied Mathematics and Computer Science*, 2011, vol. 21, No. 3, pp. 379–384, doi:10.2478/v10006–011–0032–z.
- [4] Kopka R., Tarczyński W., Measurement system for supercapacitors equivalent parameters determination, *Metrology and Measurement Systems*, Vol. XX, No. 4, pp. 581–590, 2013.
- [5] Kopka R., Tarczyński W., Influence of the Operation Conditions on the Supercapacitors Reliability Parameters, *Pomiary, Automatyka, Robotyka*, R. 19, Nr 3/2015, pp. 49–54, 2015.
- [6] Nadeau A, Hassanalieragh M, Sharma G, Soyata T., Energy awareness for supercapacitors using Kalman filter state–of charge tracking, *Journal of Power Sources* 296 (2015), pp. 383–391. doi:10.1016/j.jpowsour.2015.07.050.
- [7] Oukaour A, Tala–Ighil B, AlSakka M, Gualous H, Gallay R, Boudart B., Calendar ageing and health diagnosis of supercapacitor. *Electric Power Systems Research* 95 (2013), pp. 330–338, doi:10.1016/j.epsr.2012.09.005.
- [8] Skruch P, Mitkowski W., Fractional–Orders Modelsof the Ultracapacitors. In: Mitkowski W. et al. (Eds.): *Advances in the Theory and Applications of Non–Integer Order Systems*, *Lecture Notes in Electrical Engineering* 257, Springer Switzerland, 2013, pp. 281–293; doi:10.1007/978–3–319–00939–9–26.

**ESTIMATION OF FRACTIONAL ORDER DERIVATIVE  
OF SUPERCAPACITOR MODEL WITH VERY HIGH CAPACITY**

The most important element of today modern energy systems, backup power, electric vehicles and energy recovery systems are supercapacitors. For the purpose of their proper operation, diagnostics and control are required to know the parameters of their mathematical models. The specific properties of the materials and the applied solutions make the best model to describe the relationship between current and voltage at the terminals of the supercapacitor as the fractional order differentiation. This approach will simplify the structure of the model, while providing a very good estimation of unknown parameters. The paper present the results of the estimation of the order of the derivative model for 1200F supercapacitor, for different values of the currents charging and discharging. It describes the structure and properties of the measurement system and implemented specific test algorithm.

*(Received: 13. 02. 2017, revised:23. 02. 2017 )*