

## **Analiza obciążenia dynamicznego wywołanego udarem swobodnie spadającej masy**

### *Streszczenie*

W artykule przedstawiono wyniki badań stanowiskowych i modelowych trzech materiałów obciążonych dynamicznie udarem swobodnie spadającej masy. Badania przeprowadzono dla stali, drewna i gumy, a ich zakres objął cztery wysokości, z jakich spadała masa uderowa. Na podstawie przeprowadzonych badań wyznaczono wielkości charakteryzujące zjawisko uderzenia oraz obliczono wartości współczynnika restytucji i współczynnika dynamicznego udaru. Przedstawiono także rozkłady naprężeń zredukowanych oraz stan odkształcenia w próbce stalowej.

**Słowa kluczowe:** badania laboratoryjne materiałów, badania modelowe, obciążenia dynamiczne.

**Keywords:** laboratory tests of materials, model tests, dynamic loads.

### *Summary*

This article presents the results of stand tests and model calculations for three types of material, dynamically loaded with an impact of freely falling mass. Tests were performed on samples made of steel, wood and rubber, and their range included four heights, from which an impact mass was falling. The characteristics of the phenomenon of impact determined and also coefficient of restitution and the dynamic impact factor defined. Distributions of reduced stress in sample made of steel were also presented and the state of deformation was determined.

## **1. Wprowadzenie**

Maszyny, urządzenia oraz konstrukcje mechaniczne pracujące w podziemnych wyrobiskach górniczych narażone są na działanie obciążeń statycznych i dynamicznych. Szczególnie niebezpieczne są obciążenia dynamiczne, które charakteryzują się dużą zmiennością w czasie i bardzo często powodują uszkodzenia tych maszyn i urządzeń. Uszkodzenia te mogą skutkować problemami w procesie eksploatacyjnym oraz wpływać na zmniejszenie bezpieczeństwa pracy załóg górniczych.

W zakładach górniczych obciążeniom dynamicznym poddane są przede wszystkim maszyny urabiające, transportujące oraz obudowy zabezpieczające wyrobiska górnicze. Z punktu widzenia zabezpieczenia wyrobisk górniczych, szczególnie niebezpieczne są obciążenia dynamiczne działające na obudowy górnicze. Przyczyną tych obciążeń jest dynamiczne, deformacyjne oddziaływanie górotworu (wstrząsy, odprężenia, tąpnięcia). Zarówno w przypadku obudowy zmechanizowanej, jak i obudowy wyrobisk korytarzowych obciążenia dynamiczne są przyczyną wielu awarii i trwałych uszkodzeń elementów tych obudów. Uszkodzenia, a w wielu przypadkach zniszczenia obudowy, prowadzą do utraty funkcjonalności wyrobisk oraz stanowią poważne zagrożenie bezpieczeństwa pracy załogi [6, 8, 9].

W przypadku maszyn urabiających obciążenia dynamiczne elementów napędowych są często wynikiem zmieniających się oporów urabiania oraz

stopienia narzędzi urabiających. Powoduje to, że poszczególne układy i elementy mechaniczne tych maszyn narażone są na impulsowe (udarowe) obciążenia. Na podobne obciążenia narażone są także urządzenia do transportu poziomego i pionowego. Przykładowo w przenośnikach zgrzebłowych w wyniku działania obciążeń dynamicznych często dochodzi do zerwania łańcucha. W wielu przypadkach dochodzi także do udarowego obciążania elementów maszyn i konstrukcji w wyniku spadających brył urobku.

Można zatem przyjąć, że większość maszyn, urządzeń i konstrukcji pracujących w podziemnych wyrobiskach górniczych jest narażona na obciążenia dynamiczne. Przebiegi tych obciążeń w sposób istotny odbiegają od obciążeń statycznych, dlatego też zasadnym staje się prowadzenie badań mających na celu poznanie przebiegów obciążeń dynamicznych oraz wyznaczenie charakteryzujących je parametrów.

W artykule przedstawiono wyniki badań stanowiskowych oraz modelowych, których celem było wyznaczenie parametrów uderzenia w badany materiał swobodnie spadającą masą uderową. Przyjęcie źródła obciążenia w postaci swobodnie spadającej masy wynika z faktu, iż taki sposób obciążenia często występuje w rzeczywistości. Badania przeprowadzono dla trzech różnych materiałów, to jest: stali, drewna i gumy. Polegały one na dynamicznym obciążaniu próbek o różnej grubości wykonanych z tych materiałów swobodnie spadającą z różnych wysokości masą uderową w postaci ciężarka stalowego.

Celem badań stanowiskowych było wyznaczenie czasowych przebiegów siły dynamicznej, działającej na próbkę oraz wartości współczynnika restytucji dla badanych materiałów.

W przypadku badań modelowych, przeprowadzonych z wykorzystaniem modeli strukturalnych, dodatkowo wyznaczono także rozkłady naprężeń i odkształceń badanych próbek.

## 2. Wielkości charakteryzujące uderzenie

Zjawisko uderzenia spowodowane jest nagłym zetknięciem się co najmniej dwóch ciał stałych, z których przynajmniej jedno jest w ruchu lub może być wywołane oddziaływaniem fali ciśnienia wytworzonego w płynie na ciało stałe [4]. Uderzenie jest więc zjawiskiem dynamicznym, charakteryzującym się zmiennością obciążenia w czasie. Wielkościami bezpośrednio charakteryzującymi uderzenie są: maksymalna wartość siły uderzenia, czas trwania impulsu uderzenia oraz wartości prędkości zderzających się ciał przed i po uderzeniu. Wielkości te można wyznaczyć na podstawie pomiarów czasowych przebiegów siły uderzenia oraz przemieszczenia zderzających się ciał przed i po uderzeniu.

W sposób pośredni wyznacza się współczynniki restytucji i dynamicznego udaru, które opisują charakter uderzenia. Współczynnik restytucji wyznacza się w oparciu o czasowe przebiegi przemieszczenia zderzających się ciał. Wartość tego współczynnika zawiera się w przedziale od zera do jeden. W przypadku zderzenia idealnie sprężystego współczynnik restytucji przyjmuje wartość równą jeden ( $R = 1$ ). Wówczas odkształcenia zderzających się ciał są wyłącznie sprężyste i nie dochodzi do straty energii kinetycznej. Drugi skrajny przypadek stanowi zderzenie idealnie plastyczne, gdzie ciała doznają wyłącznie odkształceń trwałych, a wartość współczynnika restytucji wynosi zero ( $R = 0$ ). Oba wyżej opisane przypadki są wyidealizowane, w rzeczywistości występują zawsze zderzenia pośrednie, niesprężyste [1, 4]. Współczynnik restytucji jest różnie definiowany przez Newtona, Poissona oraz Strongea i nazywa się go odpowiednio kinematycznym, kinetycznym lub energetycznym [10].

Autorzy publikacji, do obliczenia wartości współczynnika restytucji, wykorzystali zależność podaną przez Newtona [1, 4, 10]. Zgodnie z tą zależnością współczynnik ten można zdefiniować jako stosunek względnych prędkości normalnych ciał po i przed uderzeniem. Jeśli jedno ze zderzających się ciał pozostaje w spoczynku, zależność tą można zapisać w postaci:

$$R = -\frac{v'_n}{v_n} \quad (1)$$

gdzie:

$v_n$  – prędkość normalna ciała przed uderzeniem, [m/s],

$v'_n$  – prędkość normalna ciała po uderzeniu, [m/s].

Z kinematycznego punktu widzenia współczynnik restytucji wskazuje, jaka część prędkości względnej ciał przed uderzeniem zostaje odzyskana po uderzeniu.

Charakter obciążenia dynamicznego można określić także za pomocą współczynnika dynamicznego udaru  $K_d$ . Współczynnik ten jest różnie określany w zależności od analizowanego obiektu oraz sposobu jego obciążenia. W przypadku udarowego działania obciążenia przyjmuje się, że wartość tego współczynnika jest równa stosunkowi maksymalnej wartości siły dynamicznej, działającej na skutek uderzenia swobodnie spadającą masą do wartości siły, jaka działałaby na dane ciało w wyniku statycznego obciążenia go tą samą masą [3]:

$$K_d = \frac{P_{d \max}}{P_{st}} \quad (2)$$

gdzie:

$P_{d \max}$  – maksymalna wartość siły dynamicznej, działającej na skutek uderzenia spadającą masą [N],

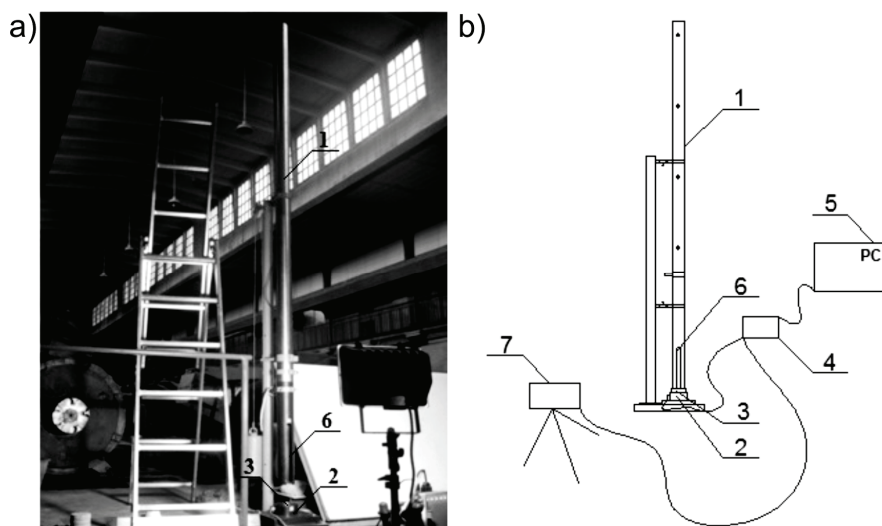
$P_{st}$  – wartość siły działającej w wyniku obciążenia statycznego, wywołanego taką samą masą [N].

Można przyjąć, że tak zdefiniowany współczynnik dynamiczny udaru określa przeciążenie, jakie działa na uderzane ciało w stosunku do obciążenia go statycznie masą ciała uderzającego.

## 3. Badania stanowiskowe uderzenia swobodnie spadającą masą

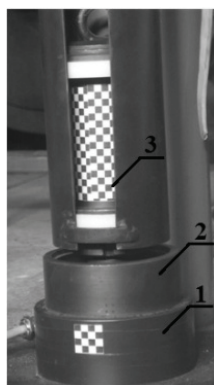
Badania stanowiskowe uderzenia swobodnie spadającą masą przeprowadzono w Instytucie Mechanizacji Górnictwa Politechniki Śląskiej na specjalistycznym stanowisku badawczym, którego widok i schemat przedstawiono na rysunku 1.

Głównymi elementami stanowiska są prowadnica (1), wewnątrz której swobodnie spada masa udarowa w postaci ciężarka oraz uchwyt (3), w którym mocowana jest próbka wykonana z badanego materiału. W dolnej części prowadnicy wykonany jest otwór (6) umożliwiający rejestrację czasowych przebiegów przemieszczenia masy udarowej. Stanowisko wyposażone jest w układ pomiarowy, w skład którego wchodzi czujnik siły (2), wzmacniacz pomiarowy wraz z przetwornikiem analogowo-cyfrowym (4), kamera szybkoobrazkowa (7) oraz komputer (5).



Rys.1. Stanowisko badawcze: widok ogólny (a) i schemat (b): 1 – prowadnica, 2 – czujnik siły, 3 – uchwyt próbki, 4 – wzmacniacz pomiarowy, 5 – komputer rejestrujący, 6 – otwór w prowadnicy, 7 – kamera szybko obrazowa [Źródło: opracowanie własne]

Widok masy udarowej wraz z czujnikiem siły i badaną próbką w chwili uderzenia przedstawiono na rysunku 2.

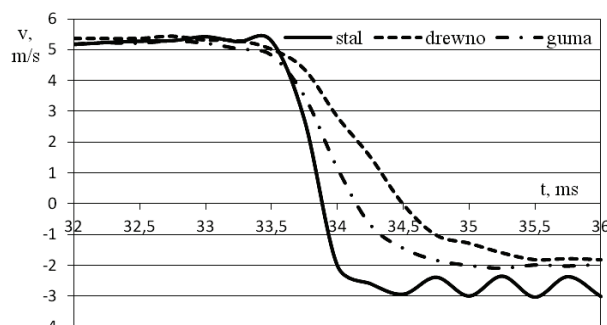


Rys.2. Widok układu w chwili uderzenia: 1 – czujnik siły, 2 – uchwyt próbki, 3 – masa udarowa [Źródło: opracowanie własne]

Badania uderzenia polegały na dynamicznym obciążeniu próbki badanego materiału za pomocą udaru swobodnie spadającej masy o wartości 2,5 kg. Badania przeprowadzono dla próbek walcowych o średnicy 80 mm i różnej wysokości, wykonanych z trzech materiałów: stali, drewna oraz gumy. Zakres badań objął cztery wysokości, z jakich spadała masa udarowa, a mianowicie: 1,0 m; 1,5 m; 2,0 m oraz 2,5 m.

Podczas badań rejestrowano czasowe przebiegi wartości siły dynamicznej za pomocą czujnika siły (1) (rys. 2) oraz przemieszczeń masy udarowej za pomocą kamery szybko obrazkowej (7) (rys. 1).

Na podstawie uzyskanych przebiegów wartości przemieszczenia masy udarowej wyznaczono jej prędkości. Na rysunku 3 przedstawiono czasowe przebiegi prędkości masy udarowej, spadającej z wysokości 1,5 m i uderzającej w próbki ze stali, drewna i gumy o grubości 30 mm.



Rys.3. Czasowe przebiegi prędkości ( $v$ ) masy udarowej spadającej z wysokości 1,5 m w czasie uderzenia w próbki ze stali, drewna i gumy [Źródło: opracowanie własne]

W oparciu o wyznaczone bezpośrednio przed udarem wartości prędkości masy udarowej określono wartość energii kinetycznej udaru:

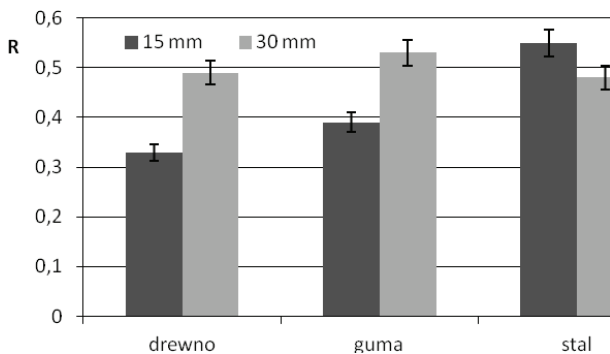
$$E_k = \frac{mv_n^2}{2} \quad (3)$$

gdzie:

- $m$  – masa ciała uderzającego [kg],
- $v_n$  – prędkość normalna ciała przed uderzeniem [m/s].

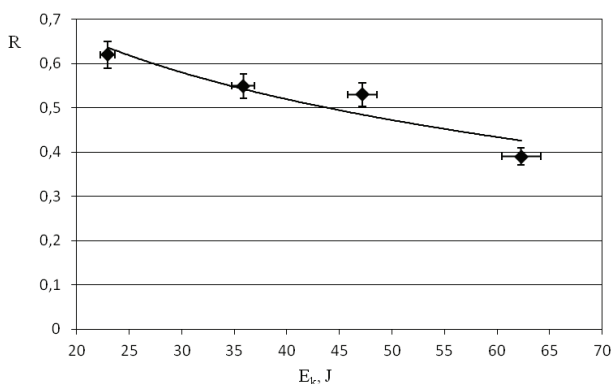
Wykorzystując czasowe przebiegi prędkości masy udarowej wyznaczono, zgodnie z hipotezą Newtona, wartości współczynników restytucji dla badanych materiałów. Wartości te, dla uderzenia masy udarowej spadającej z wysokości 1,5 m (przy energii udaru  $E_k = 36$  J) dla dwóch różnych wysokości badanych próbek (15 mm i 30 mm) przedstawiono na rysunku 4.

Dla drewna i gumy wzrost grubości próbki spowodował wzrost wartości współczynnika restytucji, natomiast dla stali zmniejszenie jego wartości.



Rys.4. Wartości współczynnika restytucji ( $R$ ) dla badanych materiałów, przy spadku masy uderowej z wysokości 1,5 m dla różnych wysokości próbek [Źródło: opracowanie własne]

Na rysunku 5 przedstawiono wartości współczynnika restytucji dla stali w zależności od energii uderu.



Rys.5. Zależność wartości współczynnika restytucji ( $R$ ) od energii kinetycznej uderu ( $E_k$ ) dla stali [Źródło: opracowanie własne]

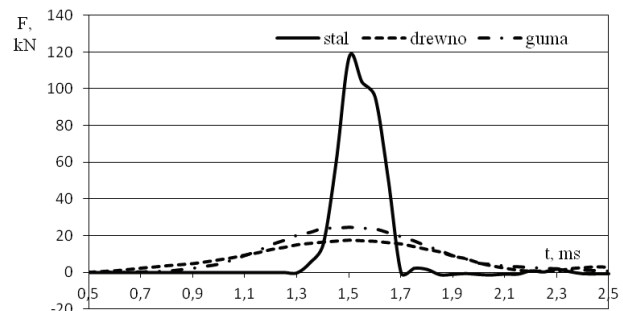
Na podstawie uzyskanych wyników można stwierdzić, że wartość współczynnika restytucji, a tym samym charakter uderzenia, zależy od rodzaju badanego materiału oraz od energii uderu, która bezpośrednio zależy od prędkości uderzenia oraz wielkości masy uderowej.

W zakresie przeprowadzonych badań najwyższą wartość współczynnika restytucji uzyskano dla stali, co oznacza, że w tym przypadku uderzenie ma charakter najbardziej sprężysty. Najniższą wartość tego współczynnika uzyskano dla drewna, w przypadku którego dochodzi do większych odkształceń trwałych, skutkujących większą dyssypacją energii.

Wraz ze wzrostem wysokości, z jakiej spadała masa uderowa (wzrostem energii uderu), a tym samym wzrostem prędkości uderzenia, wartość współczynnika restytucji maleje. Im większa prędkość uderzenia, tym większa dyssypacja energii, co spowodowane jest rosnącymi odkształceniami trwałymi.

Bardzo istotne znaczenie przy opisie zjawiska uderzenia ma także analiza przebiegu siły dynamicznej w czasie. Wyznaczone czasowe przebiegi wartości siły dynamicznej dla badanych materiałów o grubości 30 mm przy spadku masy uderowej z wysokości 1,5 m

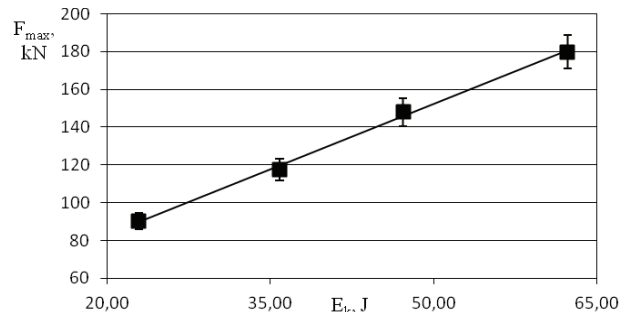
przedstawiono na rysunku 6. Jako siłę dynamiczną przyjęto wartość reakcji podłoża, zarejestrowaną przez czujnik umieszczony pod próbką badanego materiału.



Rys.6. Czasowe przebiegi siły dynamicznej ( $F$ ) dla masy uderowej spadającej z wysokości 1,5 m w czasie uderzenia w próbki ze stali, drewna i gumy [Źródło: opracowanie własne]

Na podstawie uzyskanych przebiegów można stwierdzić, że czas trwania impulsu siły oraz maksymalna jego wartość są zależne od rodzaju badanego materiału. Dla przebiegów przedstawionych na rysunku 6, największą wartość siły (ok. 120 kN) oraz najkrótszy czas trwania impulsu (ok. 0,4 ms) zanotowano dla próbki ze stali.

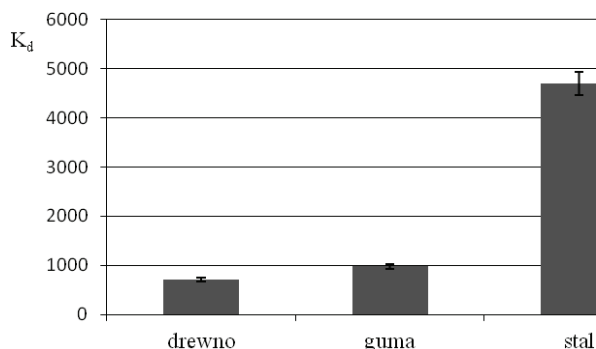
Na rysunku 7 przedstawiono maksymalne wartości zarejestrowanej siły dynamicznej dla próbki ze stali w zależności od energii uderu.



Rys.7. Maksymalne wartości siły dynamicznej ( $F_{max}$ ) w zależności od energii uderu ( $E_k$ ) dla stali [Źródło: opracowanie własne]

Analizując uzyskaną zależność (rys. 7) można stwierdzić, że rosnąca energia uderu skutkuje wzrostem maksymalnej wartości siły dynamicznej. Wzrost energii uderu związany jest z rosnącą prędkością uderzenia.

Wykorzystując zarejestrowane przebiegi siły dynamicznej, zgodnie z zależnością (2), wyznaczono wartości współczynnika dynamicznego uderu dla badanych materiałów. Wartość siły statycznej, wynikającej z obciążenia próbki masą uderową o wartości 2,5 kg wynosi 25 N. Obliczone wartości współczynnika dynamicznego dla badanych materiałów przy uderze masy spadającej z wysokości 1,5 m przedstawiono na rysunku 8.



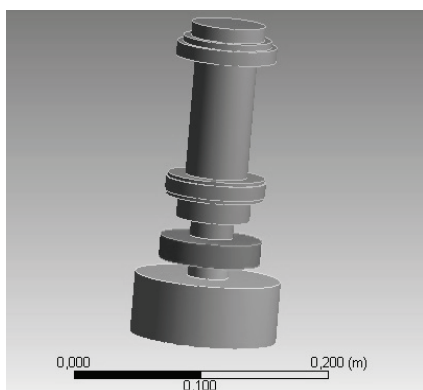
Rys.8. Wartości współczynnika dynamicznego ( $K_d$ ) dla badanych materiałów, przy spadku masy uderowej z wysokości 1,5 m [Źródło: opracowanie własne]

Analizując uzyskane wyniki można stwierdzić, że w przypadku dynamicznego obciążenia udarem swobodnie spadającej masy, zarejestrowane wartości siły dynamicznej działającej na badaną próbkę są kilkaset razy większe od siły statycznej, wynikającej ze statycznego obciążenia jej tą samą masą uderową ( $F_{st} = 25$  N, a  $F_{max} = 180$  kN). Można więc przyjąć, że obciążenie dynamiczne wywołuje w elementach maszyn bardzo duże przeciążenia, które mogą skutkować ich uszkodzeniami.

Analizując wyznaczone wartości siły dynamicznej oraz współczynnika dynamicznego należy uwzględnić także krótki czas działania obciążenia dynamicznego oraz fakt, iż charakterystyki wytrzymałościowe materiałów pod wpływem szybkich obciążeń znacznie odbiegają od charakterystyk uzyskiwanych w przypadku obciążeń statycznych lub quasi-statycznych [5].

#### 4. Badania modelowe uderzenia swobodnie spadającą masą

Badania modelowe uderzenia swobodnie spadającą masą przeprowadzono w programie ANSYS Workbench wykorzystującym metodę elementów skończonych (MES). Podstawą do opracowania modelu numerycznego uderzenia był układ stosowany w czasie badań stanowiskowych. Widok modelu geometrycznego do badań przedstawiono na rysunku 9.

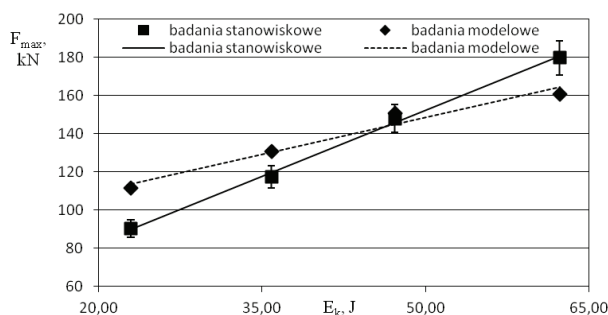


Rys.9. Widok modelu geometrycznego do badań symulacyjnych uderzenia [Źródło: opracowanie własne]

Opracowany model geometryczny po dyskretyzacji przez podział na skończoną liczbę elementów bryłowych i nałożeniu warunków brzegowych poddano analizie. Jednym z zadanych warunków brzegowych była prędkość masy uderowej bezpośrednio przed uderzeniem, odpowiadająca zarejestrowanej w czasie badań stanowiskowych wartości tej prędkości.

Do rozwiązania modelu matematycznego w postaci układu równań różniczkowych zwyczajnych wykorzystano metodę całkowania jawnego (explicit) [2]. Analiza objęła swoim zakresem badanie uderzenia masy uderowej w próbkę ze stali. Do obliczeń przyjęto biliniowy model materiału z liniowym wzmocnieniem [5, 7].

W wyniku przeprowadzonej analizy wyznaczono maksymalne wartości siły dynamicznej. Wartości te porównano z wynikami uzyskanymi z badań stanowiskowych (rys. 10).



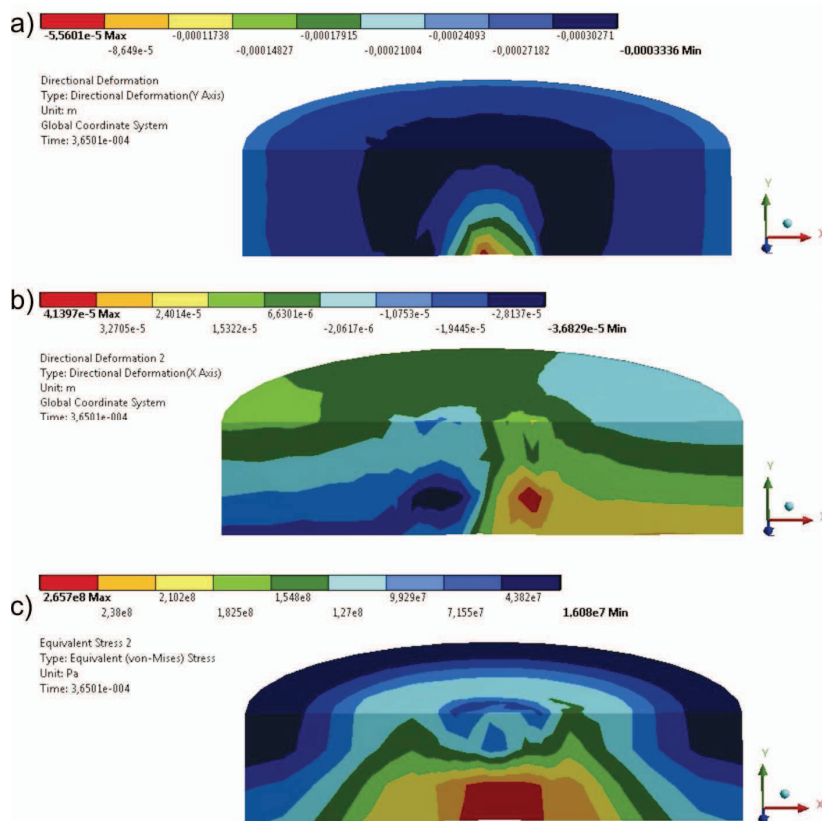
Rys.10. Maksymalne wartości siły dynamicznej ( $F_{max}$ ) w zależności od energii uderu ( $E_i$ ) uzyskane w wyniku badań stanowiskowych i modelowych [Źródło: opracowanie własne]

Na podstawie wyznaczonych zależności można stwierdzić, że uzyskane w trakcie badań stanowiskowych i modelowych wyniki wykazują zadowalającą zgodność.

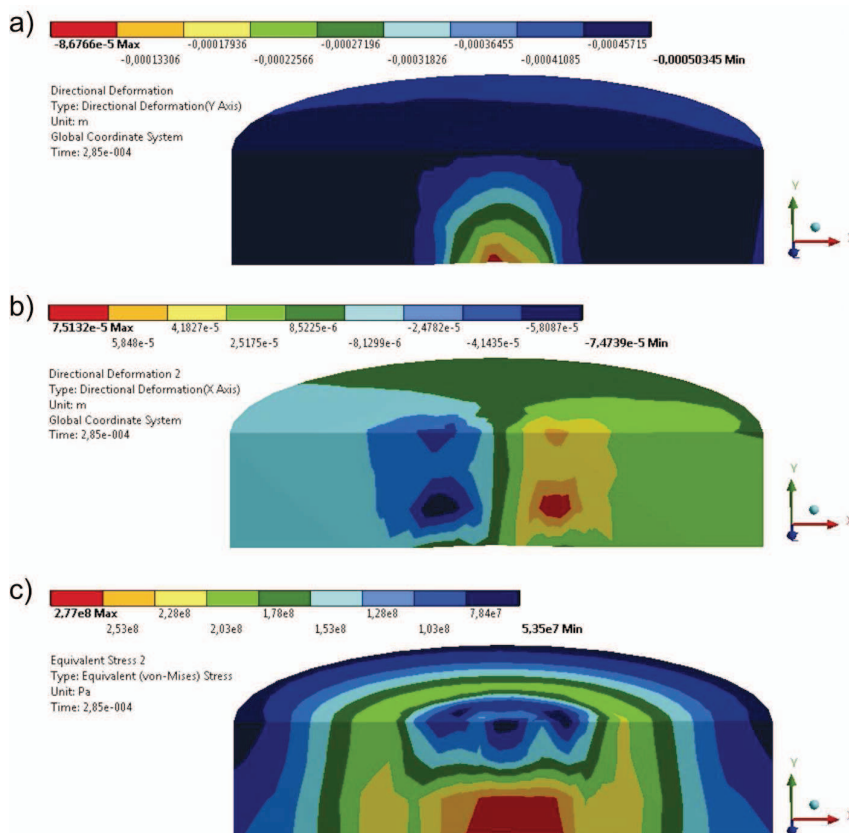
Największą rozbieżność (ok. 20%) między wynikami tych badań zanotowano w przypadku najmniejszej prędkości uderzenia (najmniejszej energii uderu). Różnice w otrzymanych wynikach związane są prawdopodobnie z przyjętym do analizy modelem stali oraz procesami zachodzącymi na powierzchniach kontaktu próbki z masą uderową i czujnikiem.

Uzyskane wyniki potwierdzają tezę, że w trakcie uderzenia dynamicznego, nawet przy stosunkowo niewielkiej energii uderu (w zakresie przeprowadzonych badań maksymalna energia uderu wynosiła ok. 63 J) dochodzi do dużych chwilowych wzrostów obciążenia. W tym kontekście można tylko przypuszczać jak duże wartości obciążenia działają na obudowy przy wstrząsach górotworu o energii równej lub wyższej niż  $10^5$  J lub podczas badania kotwi, gdzie testowa energia uderu wynosi 25 kJ.

Wykorzystanie do analizy uderzenia (obciążenia dynamicznego) metody elementów skończonych umożliwia dodatkowo wyznaczenie rozkładów stanu naprężenia i odkształcenia zderzających się ciał.



Rys. 11. Stan odkształcenia w kierunku osi Y (a) i X (b) oraz rozkład naprężeń zredukowanych (c) w próbce ze stali przy uderzeniu masy uderowej, spadającej z wysokości 1,0 m [Źródło: opracowanie własne]



Rys. 12. Stan odkształcenia w kierunku osi Y (a) i X (b) oraz rozkład naprężeń zredukowanych (c) w próbce ze stali przy uderzeniu masy uderowej, spadającej z wysokości 2,5 m [Źródło: opracowanie własne]

Na rysunkach 11 i 12 przedstawiono rozkłady naprężeń zredukowanych oraz stany odkształcenia w próbce ze stali dla dwóch różnych wysokości, z jakich dochodziło do spadku masy udarowej (1,0 m i 2,5 m).

Na podstawie uzyskanych wyników można stwierdzić, że wraz ze wzrostem wysokości, z jakiej dochodziło do spadku masy udarowej, rosną wartości naprężeń zredukowanych oraz składowe stanu odkształcenia w badanych próbkach. Proces ten jest konsekwencją wzrostu energii kinetycznej uderu, wynikającej z rosnącej wysokości, z jakiej spada masa udarowa.

## 5. Podsumowanie i wnioski

Badanie zjawisk dynamicznych, powszechnie występujących w maszynach, urządzeniach i konstrukcjach stosowanych w górnictwie podziemnym, ze względu na ich skutki ma bardzo istotne znaczenie dla ich projektantów i użytkowników.

W pracy dokonano analizy uderzenia swobodnie spadającą masą w nieruchomą próbkę materiału, wykonaną ze stali, drewna i gumy. Badania przeprowadzono dla różnych energii uderzenia, wynikających z wysokości, z jakich spadała masa udarowa.

Na podstawie uzyskanych wyników można stwierdzić, że udarowe działanie obciążenia wywołuje różne skutki w zależności od rodzaju materiału, na jaki obciążenie to działa. W zależności od badanego materiału, przy tych samych warunkach uderzenia, uzyskano różne czasy trwania impulsu siły dynamicznej oraz różne maksymalne wartości tej siły.

Rodzaj badanego materiału ma również istotny wpływ na skutki uderzenia. Uderzenie w próbkę ze stali wywołało mniejsze odkształcenia trwałe, przez co większa część początkowej energii ruchu względnego została odzyskana. Wpłynęło to na wyższe wartości współczynnika restytucji. Najniższe wartości tego współczynnika uzyskano dla drewna, w przypadku którego dochodziło do największych odkształceń trwałych.

Wartość współczynnika restytucji zależy nie tylko od rodzaju badanego materiału, ale również od energii uderu. Wraz ze wzrostem tej energii następował wzrost deformacji zderzających się ciał, co wpływało na zwiększenie dyssypacji energii oraz zmniejszenie wartości współczynnika restytucji.

Oprócz badań stanowiskowych, do analizy uderzenia wykorzystano także badania modelowe. Zastosowanie do tej analizy metody elementów skończonych umożliwiło wyznaczenie z zadowalającą dokładnością maksymalnych wartości siły dynamicznej przy uderzeniu. Występujące różnice między wartościami uzyskanymi w czasie badań

stanowiskowych i modelowych są akceptowalne i mieszczą się w przedziale od 2% do 20%. Zarówno w przypadku badań stanowiskowych, jak i modelowych, wraz ze wzrostem energii uderu, rośnie wartość maksymalnej siły dynamicznej.

Dynamiczne obciążenie wywołane uderem masy powoduje pojawienie się bardzo dużych chwilowych wartości siły dynamicznej działającej na uderzane ciało. Powoduje to wystąpienie dużych chwilowych przeciążeń, których miarą są wysokie wartości współczynnika dynamicznego uderu.

Na podstawie przeprowadzonych badań można stwierdzić, że obciążenie dynamiczne jest bardzo niekorzystnym sposobem obciążenia elementów mechanicznych maszyn, urządzeń i konstrukcji górniczych. Taki sposób obciążenia powoduje wystąpienie bardzo dużych chwilowych wartości obciążenia, co może skutkować uszkodzeniami tych elementów.

Uzyskane wyniki dowodzą, że nawet przy uderach o niewielkiej energii w badanych próbkach występowały duże lokalne spiętrzenia naprężeń oraz trwałe odkształcenia.

Zasadnym wydaje się zatem stwierdzenie, że przy konstrukcji i eksploatacji maszyn, urządzeń i konstrukcji wykorzystywanych w górnictwie konieczne jest uwzględnianie obciążeń wynikających z dynamicznego oddziaływania górotworu.

Przedstawiony w artykule materiał należy przyjąć jako wstępny do dalszych badań, mających na celu analizę obciążeń dynamicznych oraz ich wpływu na elementy mechaniczne.

## Literatura

1. Aryaei A., Hashemnia K., Jafarpur K.: Experimental and numerical study of ball size effect on restitution coefficient in low velocity impacts. *International Journal of Impact Engineering* 2010, nr 37, s. 1037-1044.
2. Brodny J.: Badania modelowe złącza ciernego obciążonego uderem masy. *Górnictwo i Geologia* 2012, T.7 z.1, s. 15-26.
3. Brodny J.: Wyznaczanie dynamicznego współczynnika uderu dla złącza ciernego. *Przegląd Górniczy* 2011, nr 3-4, s. 31-36.
4. Gryboś R.: Teoria uderzenia w dyskretnych układach mechanicznych. PWN, Warszawa 1969.
5. Iljuszyn A.A., Lenski W.S.: Wytrzymałość materiałów. PWN, Warszawa 1963.
6. Pytlík A.: Wpływ zginania na prace ciernych złączy łukowych odrzwi ŁP przy obciążeniach statycznych i dynamicznych. Praca doktorska. GIG, Katowice 2001.

- 
7. Seifried R., Schiehlen W., Eberhard P.: Numerical and experimental evaluation of the coefficient of restitution for repeated impacts. *International Journal of Impact Engineering* 2005, nr 32, s. 508-524.
  8. Stefaniak D.: Metoda analizy wstecznej uszkodzeń obudów chodnikowych wskutek wstrząsów górotworu i jej zastosowanie w optymalizacji konstrukcji. Praca doktorska GIG, Katowice 1995.
  9. Stoiński K.: Wybrane problemy współpracy obudowy wyrobisk górniczych z górotworem w warunkach obciążeń dynamicznych – tupań. *Zeszyty Naukowe Politechniki Śląskiej Zeszyt 171*, Gliwice 1988.
  10. Stronge W.J.: *Impact mechanics*. Cambridge University Press, Cambridge 2000.

*Artykuł wpłynął do redakcji w lutym 2014 r.*