



# Probabilistyczny opis parametrów wytrzymałościowych stali EPSTAL i eksperymentalne potwierdzenie ich wartości

Prof. dr hab. inż. Tadeusz Chmielewski, Politechnika Opolska,  
mgr inż. Magdalena Piotrowska, Centrum Promocji Jakości Stali

## 1. Wprowadzenie

Stal EPSTAL jest stalą zbrojeniową, która spełnia wymagania dla gatunku B500SP według norm PN-H-93220 [1] i PN-EN 10080 [2]. Spełnia ona również wymagania klasy C wg Eurokodu 2 [3] i klasy A-IIIIN wg „starych” polskich norm PN-B-03264:2002 [4] i PN-S 10042:1991 [5]. Gatunek B500SP oznacza, że jest stalą przeznaczoną do stosowania w budownictwie (B), o wartości charakterystycznej granicy plastyczności równej 500 MPa, stalą spawalną (S) i o podwyższonej ciągliwości (P). EPSTAL jest znakiem jakości nadawanym w drodze dobrowolnej certyfikacji na wyroby do zbrojenia betonu w postaci prętów lub kręgów żebrowanych ze stali gorącowalcowanej o wysokiej ciągliwości gatunku B500SP. Proces certyfikacji prowadzonej przez Centrum Promocji Jakości Stali (CPJS) obejmuje sprawdzenie funkcjonowania systemu zarządzania jakością w zakładzie i wykonanie badań próbek stalowych w laboratorium producenta. Dodatkowo kolejny zestaw próbek wysyłany jest do badania w niezależnym zewnętrznym laboratorium (np. Instytucie Metalurgii Żelaza w Gliwicach). Utrzymanie certyfikatu EPSTAL wiąże się zaś z koniecznością odpowiedniego znakowania prętów (m.in. trwałym napisem EPSTAL i etykietą), przekazywania do CPJS kwartalnych i rocznych wyników zakładowej kontroli produkcji, posiadania dodatkowego ubezpieczenia na certyfikowane wyroby oraz poddania się corocznemu audytowi. Stal EPSTAL charakteryzują następujące właściwości mechaniczne:

- parametry wytrzymałościowo-odkształceniowe odznaczające się wysoką stabilnością,
- odporność na obciążenia dynamiczne: zmęczeniowe i cykliczne,
- odporność na zginanie z odginaniem,
- bardzo dobra przyczepność do betonu,
- spawalność w pełnym zakresie średnic prętów, tj. od średnicy 8 mm do średnicy 40 mm.

Statyczna próba rozciągania jest podstawowym sposobem określenia właściwości wytrzymałościowo-odkształceniowych stali. Pełna informacja dotycząca zasady przeprowadzania badania próby rozciągania stali, kształtu i wymiarów próbek oraz określenia parametrów badania, tj.: wartości wytrzymałości, wartości wydłużeń i przewężeń próbki wraz z informacją co powinien zawierać protokół badania jest podana w normie PN-EN ISO 6892-1 [6].

Przedmiotem niniejszego artykułu jest zbadanie zmienności parametrów wytrzymałościowych stali EPSTAL produkowanej w polskich hutach, tj. granicy plastyczności  $R_e$ , wytrzymałości na rozciąganie  $R_m$  i wydłużenia pod największym obciążeniem  $A_{gt}$ , na podstawie wyników statycznej próby rozciągania próbek stali wykonanej przez producentów w ramach zakładowej kontroli produkcji. Analiza statystyczna tych wyników wykazała, że zależność naprężenie – odkształcenie prób rozciągania stali należy opisać w języku rachunku prawdopodobieństwa jako jednowymiarowy proces stochastyczny, zaś trzy najważniejsze parametry wytrzymałościowe: granicę plastyczności, wytrzymałość na rozciąganie i wydłużenie pod największym obciążeniem, jako zmienne losowe. Na podstawie opracowania danych eksperymentalnych stwierdzono, że granica plastyczności i wytrzymałość na rozciąganie prętów produkowanych w latach 2016–2017 mają współczynniki zmienności na poziomie mniejszym niż 3%, ponadto istnieje uzasadniona podstawa, aby producent podwyższył wartość charakterystyczną granicy plastyczności prętów stalowych o kilka procent.

## 2. Próba rozciągania stali EPSTAL jako zjawisko losowe opisane jednowymiarowym procesem stochastycznym

Rozważmy eksperyment, w którym poddano statycznej próbie rozciągania  $n$  próbek stali EPSTAL jednakowej średnicy. Na przykład dla pręta zbrojeniowego o średnicy 16 mm, po zbadaniu na rozciąganie 10 próbek otrzymano następujące wyniki dla: granicy plastyczności, wytrzymałości na rozciąganie i wydłużenia pod największym obciążeniem, które przedstawiono w tabeli 1.

Powstaje pytanie: które wartości uznać za granicę plastyczności, wytrzymałość na rozciąganie i wydłużenie pod największym obciążeniem? Dla tak postawionego pytania nie ma odpowiedzi w zbiorze wielkości deterministycznych, tj. w zbiorze wielkości, które są dokładnie znane. Można na nie odpowiedzieć jedynie w zbiorze pojęć probabilistycznych, tj. z zastosowaniem pojęć rachunku prawdopodobieństwa, który opisuje zjawiska losowe. Obserwując takie zjawiska stwierdzamy, że przy danym eksperymencie wyniki obserwacji nie są jednakowe, że zachodzą między nimi pewne, nieokreślone rozbieżności. W przypadku stali EPSTAL – głównymi źródłami zmienności wartości parametrów mechanicznych  $R_e$ ,  $R_m$  i  $A_{gt}$  są:

**Tabela 1.** Wartości granicy plastyczności, wytrzymałości na rozciąganie i wydłużenia dla 10 prób rozciągania pręta zbrojeniowego o średnicy 16 mm

$R_e$ [MPa]	535	539	539	535	555	566	538	535	548	553
$R_m$ [MPa]	621	631	636	638	652	652	636	635	638	646
$A_{gt}$ [%]	14,5	15,0	14,0	13,1	14,3	13,1	13,0	13,4	15,6	15,1

- zmienność właściwości cech materiałów do produkcji wlewków, tj. złomu, żelazostopów (szczególnie zmienność składu chemicznego złomu ma tu decydujące znaczenie i przełożenie na zmienność własności),
- w procesie walcowania: rozrzut temperatury wlewka na jego długości i zmienność parametrów wody w kontrolowanym chłodzeniu za ostatnią kłatką walcowniczą (ciśnienie i przepływ).

Istnieje możliwość kontroli tych zmienności tylko w pewnych granicach, np. poprzez korekty przepływu wody celem uzyskania jak najbardziej jednorodnych własności wytrzymałościowych oraz dodatkowo przez ustawienia odpowiedniej strategii nagrzewania wlewków w celu zmniejszenia rozrzutu temperatur na długości pasma. Po wykonaniu jednej próby rozciągania próbki stalowej otrzymujemy wykres naprężenie-odkształcenie, który zapisujemy funkcją  $\sigma(\epsilon)$ . Rozpatrzmy doświadczenie, w którym dokonano 15 prób rozciągania próbek stalowych i otrzymano 15 wykresów naprężenie-odkształcenie. Przyjmijmy, że wykresy te zestawiono na jednym wspólnym rysunku (rys. 1). Na podstawie tego rysunku stwierdzamy, że wykresy nie pokrywają się i że występują między nimi nieokreślone, przypadkowe rozbieżności. Dlatego na obecnym etapie wiedzy próby rozciągania próbek stalowych i otrzymywane na ich podstawie wykresy naprężenie-odkształcenie opisujemy jako jednowymiarowy proces stochastyczny, który matematycznie opisujemy zależnością  $\sigma(\epsilon, e)$ , gdzie  $e$  oznacza zdarzenie elementarne polegające na wykonaniu próby rozciągania próbki stalowej.

Z inżynierskiego punktu widzenia korzystna jest następująca interpretacja procesu stochastycznego  $\sigma(\epsilon, e)$  [7,8]:

- założmy, że zaszło zdarzenie elementarne  $e_1$ , czyli wykonaliśmy próbę rozciągania jednej próbki, wówczas otrzymaliśmy funkcję  $\sigma(\epsilon, e_1) = \sigma(\epsilon)$  (ponieważ  $e_1$  jest ustalone), którą nazywamy realizacją procesu stochastycznego. Po

wykonaniu  $n$  prób rozciągania otrzymamy  $n$  realizacji procesu. Przykład 15 realizacji przedstawiono na rysunku 1,

- niech  $\epsilon$  jest ustalone, np.  $\epsilon = 1\%$ , zaś  $e$  jest zmienne. Wówczas otrzymujemy przekrój procesu, który jest zmienną losową ciągłą. Dla inżynierów budownictwa ważne są dwa przekroje, pierwszy dla granicy plastyczności  $R_e$ , drugi dla wytrzymałości na rozciąganie  $R_m$ ,
- niech  $\epsilon$  jest ustalone i  $e$  ustalone, wówczas otrzymujemy tylko liczbę, którą nazywamy stanem procesu.

### 3. Badania eksperymentalne zmiennych losowych $R_e$ , $R_m$ i $A_{gt}$ , ich histogramy i parametry liczbowe

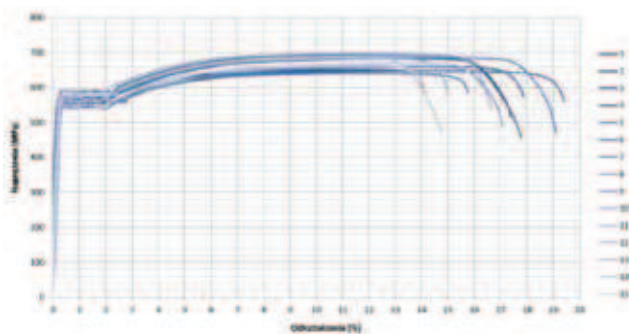
Pełnym probabilistycznym opisem zmiennych losowych ciągłych  $R_e$ ,  $R_m$  i  $A_{gt}$  są ich rozkłady prawdopodobieństwa, tj. dystrybuanty lub funkcje gęstości prawdopodobieństwa. Gdy je znamy, to na ich podstawie możemy obliczyć prawdopodobieństwa możliwych zdarzeń, a także parametry liczbowe zmiennych losowych, tj. wartości średnie, wariancje, odchylenia standardowe itd.

Aby wymienione powyżej wielkości i wartości poznać, koniecznością jest zebranie danych eksperymentalnych, które w naszym przypadku są wykonywane przez producentów w ramach zakładowej kontroli produkcji. Dla autorów powyższe dane są podstawą przeprowadzenia wnioskowania statystycznego dla potrzeb inżynierów budownictwa.

Wnioskowanie statystyczne obejmuje następujące etapy:

- zebranie  $n$  danych eksperymentalnych dla każdej zmiennej losowej, które nazywamy próbami,
- sporządzenie histogramów i obliczenie dla nich wybranych parametrów liczbowych,
- przyjęcie teoretycznego rozkładu prawdopodobieństwa i przeprowadzenie jego weryfikacji na podstawie testów statystycznych.

W celu zbadania zmienności parametrów wytrzymałościowych prętów zbrojeniowych stali EPSTAL przyjęto następujące założenie dotyczące liczebności prób. Za liczebność próby przyjęto liczbę statycznych prób rozciągania próbek prętów o jednakowych średnicach wykonanych w ciągu jednego roku. Dla tak przyjętej liczby prób sporządzono histogramy trzech rozważanych parametrów wytrzymałościowych, na podstawie których obliczono wybrane estymatory liczbowe. Dla ilustracji, na rysunkach 3, 5 i 7 przedstawiono histogramy granicy plastyczności, wytrzymałości na rozciąganie i wydłużenia pod największym obciążeniem pręta zbrojeniowego o średnicy 16 mm wyprodukowanego w 2016 r. Histogramy granicy plastyczności, wytrzymałości na rozciąganie i wydłużenia pod największym obciążeniem pręta zbrojeniowego o średnicy 16 mm wyprodukowanego w 2017 r. przedstawiają



**Rys. 1.** Zbiorcze zestawienie wykresów naprężenie – odkształcenie dla 15 próbek stalowych poddanych rozciąganiu, które stanowią 15 realizacji procesu stochastycznego  $\sigma(\epsilon, e)$

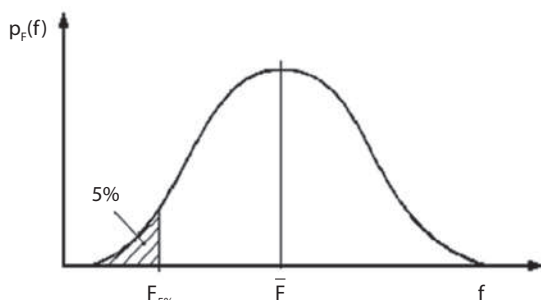
rysunki 4, 5 i 6. Histogramy granicy plastyczności łącznie dla wszystkich średnic, gdzie  $n$  jest liczebnością próby,  $\bar{R}_e$ ,  $\bar{R}_m$  i  $\bar{A}_{gt}$  są wartościami średnimi próby,  $s$  jest odchyleniem standardowym próby,  $v$  jest współczynnikiem zmienności próby,  $R_{emin}$  jest najmniejszą wartością próby,  $R_{emax}$  jest największą wartością próby, przedstawiają rysunki 9 i 10. Eksperymentalne wartości parametrów liczbowych histogramów granicy plastyczności dla prętów o różnych średnicach i zbiorczo dla wszystkich średnic zestawiono w tabeli 2.

#### 4. Wartości charakterystyczne trzech zmiennych losowych $R_e$ , $R_m$ i $A_{gt}$ stali EPSTAL

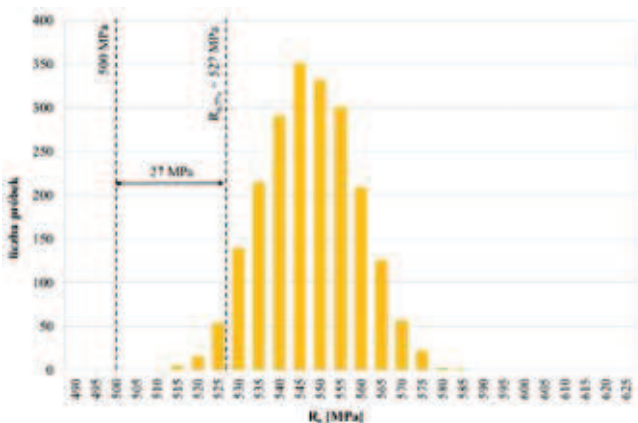
Norma [9], która jest podstawową normą inżynierów budownictwa, w punkcie 4.2 Właściwości materiałów i wyrobów – podaje następujące definicje właściwości materiałów:

- zaleca się, aby właściwości materiałów (łącznie z gruntem i skałą) lub wyrobów były określane z podaniem ich właściwości charakterystycznych,
- jeżeli w EN 1991 do EN 1999 nie podano inaczej to: kiedy dolna wartość materiału jest niekorzystna, wartość charakterystyczną zaleca się ustalać jako kwantyl 5%.

Na podstawie wymienionej normy wytrzymałość charakterystyczną zmiennych losowych granicy plastyczności i wytrzymałości



**Rys. 2.** Gęstość prawdopodobieństwa  $p_F(f)$  zmiennej losowej  $F$  z zaznaczeniem jej wytrzymałości charakterystycznej  $F_{,5\%}$



**Rys. 3.** Histogram granicy plastyczności pręta o średnicy 16 mm, wyniki z 2016 roku:  $n = 2124$ ,  $\bar{R}_e = 545$  MPa,  $s = 11,397$  MPa,  $v = 2,09\%$ ,  $R_{e,5\%} = 527$  MPa,  $R_{emin} = 513$  MPa,  $R_{emax} = 581$  MPa

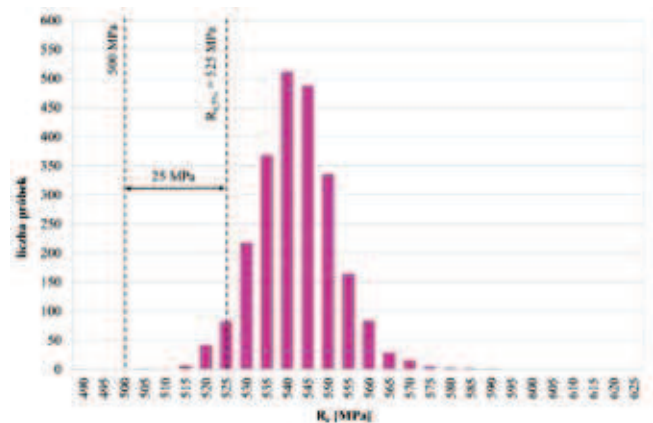
**Tabela 2.** Eksperymentalne wartości parametrów liczbowych histogramów granicy plastyczności dla prętów o różnych średnicach i zbiorczo dla wszystkich średnic

Średnica	n	$\bar{R}_e$	s	v	$R_{e,5\%}$	$R_{emin}$	$R_{emax}$
2016 rok							
10 mm	1836	543	14,175	2,61	521	500	608
12 mm	3537	540	13,328	2,47	520	500	608
16 mm	2124	545	11,397	2,09	527	513	581
20 mm	1777	539	11,858	2,20	519	503	574
25 mm	1405	552	13,568	2,46	531	510	598
28 mm	338	547	13,745	2,51	524	504	593
32 mm	446	557	11,815	2,12	536	525	586
10-32 mm	11570	543	14,175	2,61	521	500	608
2017 rok							
10 mm	1776	539	15,478	2,87	514	500	598
12 mm	3870	537	13,669	2,54	517	502	596
16 mm	2356	540	9,677	1,79	525	502	590
20 mm	1712	540	12,134	2,25	521	505	597
25 mm	1184	550	9,691	1,76	534	518	589
28 mm	260	557	9,316	1,67	542	536	599
32 mm	603	553	15,081	2,73	528	505	591
10-32 mm	11924	541	13,680	2,53	519	500	599

na rozciąganie, które oznaczamy jako  $R_{e,5\%}$  i  $R_{m,5\%}$ , definiujemy następująco: „są to wartości wytrzymałości, poniżej której może się znaleźć 5% populacji wszystkich możliwych oznaczeń wytrzymałości”, czyli są to wartości obu wytrzymałości osiągnane przez minimum 95% zbadanych próbek dla danej serii prób. W analogiczny sposób definiujemy wartość charakterystyczną zmiennej losowej wydłużenia,  $A_{gt,5\%}$ . Z rachunku prawdopodobieństwa wartość wytrzymałości charakterystycznej danej zmiennej losowej  $F$  definiuje się precyzyjnie jako kwantyl rzędu 0,05 (5%). Dla znanej gęstości prawdopodobieństwa  $p_F(f)$  wartość charakterystyczną  $F_{,5\%}$  określa się z zależności:

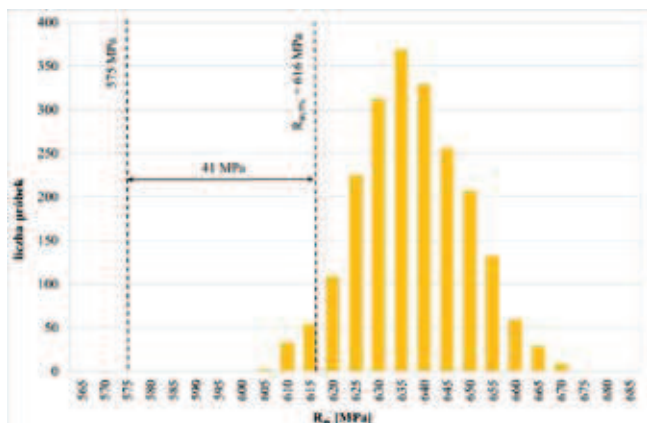
$$\int_{-\infty}^{F_{,5\%}} p_F(f)df = 0,05 \tag{1}$$

Graficzną interpretację zależności 1) przedstawiono na rysunku 2.

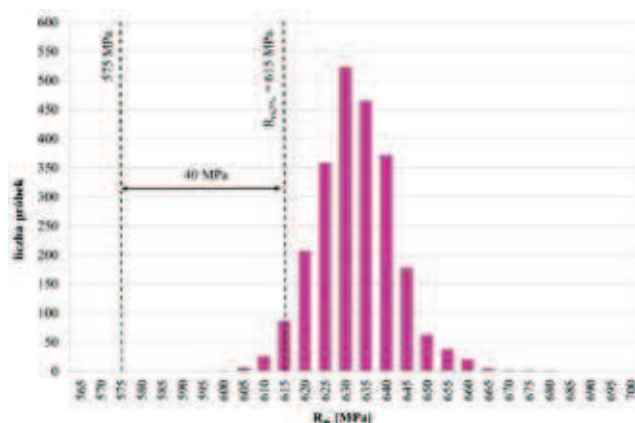


**Rys. 4.** Histogram granicy plastyczności pręta o średnicy 16 mm, wyniki z 2017 roku:  $n = 2356$ ,  $\bar{R}_e = 540$  MPa,  $s = 9,677$  MPa,  $v = 1,79\%$ ,  $R_{e,5\%} = 525$  MPa,  $R_{emin} = 502$  MPa,  $R_{emax} = 590$  MPa

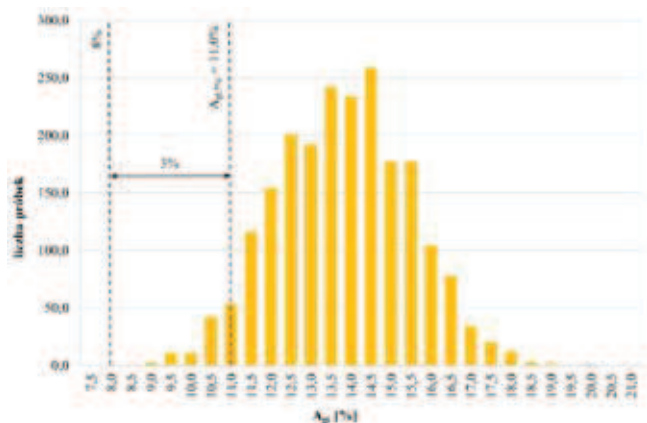




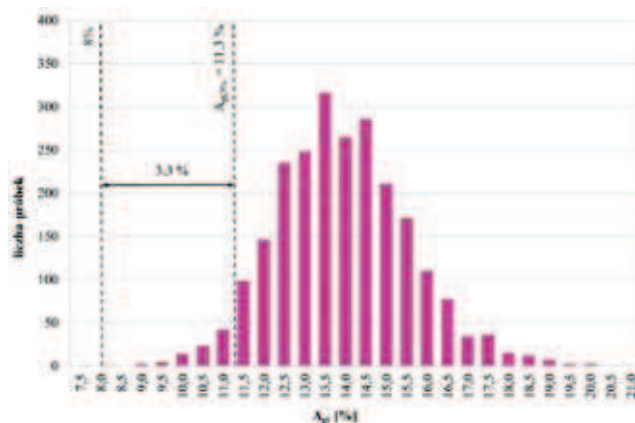
**Rys. 5.** Histogram wytrzymałości na rozciąganie pręta o średnicy 16 mm, wyniki z 2016 roku:  $n = 2124$ ,  $\bar{R}_m = 635$  MPa,  $s = 11,63$  MPa,  $v = 1,83\%$ ,  $R_{m,5\%} = 616$  MPa,  $R_{mmin} = 601$  MPa,  $R_{mmax} = 668$  MPa



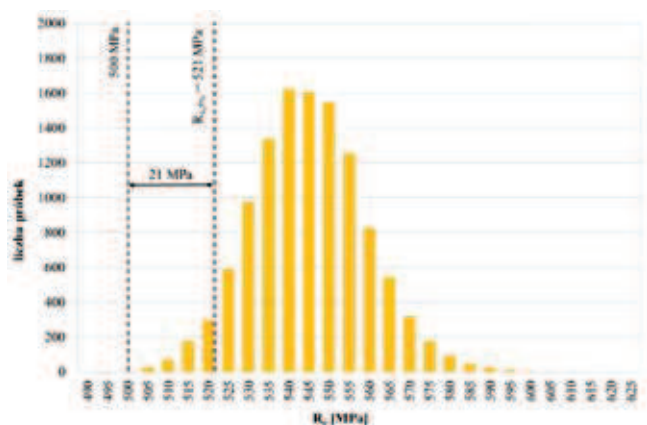
**Rys. 6.** Histogram wytrzymałości na rozciąganie pręta o średnicy 16 mm, wyniki z 2017 roku:  $n = 2356$ ,  $\bar{R}_m = 631$  MPa,  $s = 9,523$  MPa,  $v = 1,51\%$ ,  $R_{m,5\%} = 615$  MPa,  $R_{mmin} = 599$  MPa,  $R_{mmax} = 678$  MPa



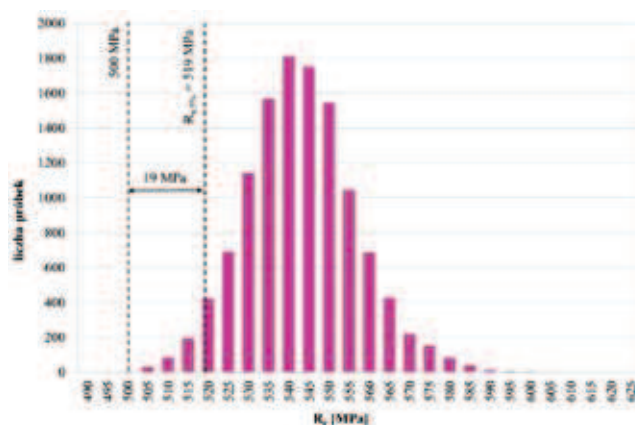
**Rys. 7.** Histogram wydłużenia próbki pręta pod największym obciążeniem, średnica 16 mm, wyniki z 2016 roku:  $n = 2124$ ,  $\bar{A}_{gt} = 13,60\%$ ,  $s = 1,65\%$ ,  $v = 12,10\%$ ,  $A_{gt,5\%} = 11,0\%$ ,  $A_{gt,min} = 8,7$ ,  $A_{gt,max} = 19,8\%$



**Rys. 8.** Histogram wydłużenia próbki pręta pod największym obciążeniem, średnica 16 mm, wyniki z 2017 roku:  $n = 2356$ ,  $\bar{A}_{gt} = 14,0\%$ ,  $s = 1,615\%$ ,  $v = 11,752\%$ ,  $A_{gt,5\%} = 11,3\%$ ,  $A_{gt,min} = 8,6\%$ ,  $A_{gt,max} = 19,6\%$



**Rys. 9.** Histogram granicy plastyczności prętów o średnicach 10-32 mm, wyniki z 2016 roku:  $n = 11570$ ,  $\bar{R}_e = 543$  MPa,  $s = 14,18$  MPa,  $v = 2,61\%$ ,  $R_{e,5\%} = 521$  MPa,  $R_{emin} = 500$  MPa,  $R_{emax} = 608$  MPa



**Rys. 10.** Histogram granicy plastyczności prętów o średnicach 10-32 mm, wyniki z 2017 roku:  $n = 11924$ ,  $\bar{R}_e = 541$  MPa,  $s = 13,68$  MPa,  $v = 2,53\%$ ,  $R_{e,5\%} = 519$  MPa,  $R_{emin} = 500$  MPa,  $R_{emax} = 599$  MPa

## 5. Podsumowanie

Producenci stali EPSTAL wykonują badania próbek prętów stalowych na rozciąganie tysiące razy w ciągu jednego roku (kilkaset razy dla niektórych średnic) w ramach zakładowej kontroli produkcji. Są to badania wielokrotne powtarzane w tych samych warunkach, dające różne wyniki. Istnieje więc pełna podstawa do probabilistycznego opisu parametrów mechanicznych prętów stali EPSTAL, który przedstawiono w niniejszej pracy. Na podstawie statystycznego opracowania danych dotyczących tych parametrów z ostatnich dwóch lat, tj. 2016 i 2017 roku, sformułowano następujące wnioski:

- zjawisko rozciągania próbek stali EPSTAL można opisać jednowymiarowym niestacjonarnym procesem stochastycznym  $\sigma(\varepsilon, e)$ ;
- wielkości mechaniczne prętów stalowych, tj.: granica plastyczności, wytrzymałość na rozciąganie i wydłużenie pod największym obciążeniem są jednowymiarowymi zmiennymi losowymi, dla których zbudowano histogramy tych wielkości dla poszczególnych produkowanych średnic i produkcji prętów w latach 2016 i 2017. Dla celów ilustracji kilka histogramów przedstawiono na rysunkach 3–10. Obliczono także estymatory parametrów liczbowych tych wielkości i tylko dla granicy plastyczności zestawiono tabeli 2;
- współczynniki zmienności granicy plastyczności prętów o średnicy od 10 do 32 mm, produkowanych w latach 2016 i 2017, przyjęły wartości w następujących przedziałach: 2,09–2,61% w 2016 roku i 1,79–2,87% w 2017 roku. Są to wartości małe, tzn. rozrzut granicy plastyczności jest mały. Produkowana stal jest bardzo dobrej jakości;

- współczynniki zmienności wytrzymałości na rozciąganie prętów o średnicy od 10 do 32 mm, produkowanych w latach 2016 i 2017, przyjęły wartości w następujących przedziałach: 1,60–2,24% w 2016 roku i 1,43–2,28% w 2017 roku. Są to wartości małe, tj. rozrzut wyników wytrzymałości na rozciąganie jest mały;
- doświadczalne wartości charakterystyczne granicy plastyczności, tj. wartości  $R_{e15\%}$  są zawarte w przedziałach 519–536 MPa w 2016 roku i 514–534 MPa w 2017 roku. Dotychczasowa wartość charakterystyczna przyjęta przez producenta na poziomie 500 MPa jest zaniżona, dla prętów o średnicy 10 mm około 3%, zaś dla prętów od średnicy 16 mm od 5 do nawet 6%.

Referat prezentowany na konferencji KRYNICA 2018

### BIBLIOGRAFIA

- [1] PN-H-93220:2018-02 Stal do zbrojenia betonu – Spawalna stal zbrojeniowa B500SP – Pręty i walcówka zębrowana
- [2] PN-EN 10080:2007 Stal do zbrojenia betonu – Spawalna stal zbrojeniowa – Postanowienia ogólne
- [3] PN-EN 1992-1-1:2008 Eurokod 2 – Projektowanie konstrukcji z betonu – Część 1-1: Reguły ogólne i reguły dla budynków
- [4] PN-B-03264:2002 Konstrukcje betonowe, żelbetowe i sprężone – Obliczenia statyczne i projektowanie
- [5] PN-S 10042:1991 Obiekty mostowe – Konstrukcje betonowe, żelbetowe i sprężone – Projektowanie
- [6] PN-EN ISO 6892-1:2016-09 Metale – Próba rozciągania – Część 1: Metoda badania w temperaturze pokojowej
- [7] Ang A.H.S., Tang W.H. Probability Concepts in Engineering Planning and Design, John Wiley & Sons, New York 1975
- [8] Chmielewski T. Metody probabilistyczne w dynamice konstrukcji, Wyższa Szkoła Inżynierska w Opolu, Studia i Monografie z. 1/1982
- [9] PN-EN 1990:2004 „Eurokod – Podstawy projektowania konstrukcji”

**BIM**

**BIM DLA INŻYNIERÓW BUDOWNICTWA**  
STUDIA PODYPLOMOWE



INSTYTUT TECHNOLOGII INFORMATYCZNYCH W INŻYNIERII ŁADOWEJ L-5  
WYDZIAŁ INŻYNIERII ŁADOWEJ POLITECHNIKI KRAKOWSKIEJ

Instytut Technologii Informatycznych w Inżynierii Ładowej  
Politechniki Krakowskiej zaprasza na dwusemestralne studia podyplomowe:

**Koordynator BIM**

– nowoczesne projektowanie i realizacja inwestycji

#BIMTeam

Program studiów obejmuje **168 godz.** zajęć i **11 bloków** tematycznych m.in.:

„Koordynacja międzybranżowa i wykrywanie kolizji”

„Platformy pracy zespołowej i koordynacji”

„Zarządzanie danymi BIM i otwarte standardy”

Zajęcia w 1. semestrze będą się odbywały podczas 7 sobotnich zjazdów,

co 2 tygodnie, od 6. października 2018 do 26. stycznia 2019,

Koszt jednego semestru studiów wynosi **2600 zł**

Dalsze informacje i formularz zgłoszeniowy pod adresem:

[www.L5.pk.edu.pl](http://www.L5.pk.edu.pl)