

## **dr inż. Adrian Gill**

Institute of Combustion Engines and Transport  
Poznan University of Technology  
Piotrowo 3 str., 60-965 Poznan, Poland  
E-mail: [adrian.gill@put.poznan.pl](mailto:adrian.gill@put.poznan.pl)  
Tel. 61 6652017

## **dr hab inż. Adam Kadziński**

Institute of Combustion Engines and Transport  
Poznan University of Technology  
Piotrowo 3 str., 60-965 Poznan, Poland  
E-mail: [adam.kadzinski@put.poznan.pl](mailto:adam.kadzinski@put.poznan.pl)  
Tel. 61 6652267

### **Procedura wyznaczania początku starzenia się obiektów na podstawie monitorowania empirycznej funkcji intensywności uszkodzeń**

**Słowa kluczowe:** *funkcja intensywności uszkodzeń, starzenie, obiekty nieodnawiane, prognozowanie liczby uszkodzeń*

**Streszczenie:** Oszacowanie liczby uszkodzeń obiektów technicznych ma kluczowe znaczenie we wszystkich okresach cyklu życia obiektów, szczególnie w okresie uszkodzeń starzeniowych, kiedy to liczba uszkodzeń zaczyna znacząco rosnąć. W bibliografii tego zagadnienia przytoczone są przykłady rozwiązań (modeli matematycznych), którymi można wspomagać m.in. szacowanie liczby uszkodzeń. Do opisu cyklu życia obiektów technicznych wykorzystuje się zwykle funkcje o znanych postaciach rozkładów prawdopodobieństwa liczb uszkodzeń tych obiektów. Przedstawiona w niniejszym artykule procedura, zakłada korzystanie ze statystycznych danych o uszkodzeniach jednorodnej zbiorowości nieodnawianych obiektów technicznych, zapisanych w postaci empirycznej funkcji intensywności uszkodzeń. Służy ona w szczególności do wyznaczenia charakterystycznego punktu życia tych obiektów tj. chwili rozpoczynania się okresu uszkodzeń starzeniowych. W ramach procedury zastosowano model wnioskowania rozmytego, który odwzorowuje rozumowanie człowieka (eksperta systemu) obserwującego/badającego obiekty. Wyniki opracowanej procedury mogą stać się podstawą prognozowania uszkodzeń nieodnawianych obiektów technicznych typu mechanicznego.

## **1. Wprowadzenie**

We wszystkich okresach cyklu życia obiektów technicznych istnieje potrzeba przewidywania liczby ich uszkodzeń. Wymagają tego procesy szacowania zapotrzebowania na obiekty wymienne, konieczność konfigurowania systemów obsługiowania uwzględniających liczby ich wymian, a także postępowanie uprzedzające uszkodzenia obiektów, które mogą generować zagrożenia o nieakceptowanym ryzyku.

Szczególne znaczenie zagadnienia dostrzega się biorąc pod uwagę okres uszkodzeń starzeniowych i zwykle "gwałtownie" wzrastającą w tym okresie liczbę uszkodzonych obiektów (zakładając, że badana ich zbiorowość jest odpowiednio duża). W literaturze przedmiotu można zatem znaleźć modele matematyczne, którymi m.in. wspomaga się proces reagowania na uszkodzenia obiektów – np. prace [2, 3, 10, 12], procedury, które opisują i porównują klasy modeli prognostycznych (np. prace [4, 17]), bądź wspomagają

prognozowanie uszkodzeń nieodnawianych obiektów technicznych w okresie uszkodzeń starzeniowych (np. prace [10, 12]). W pracy [2] przykładowo, proponuje się metodę wykrywania starzenia się obiektów i określania skuteczności obsługi, opartą na - nazywanym przez autorów pracy [2] – krokowym (etapowym) modelu starzenia (tzw. *step model of aging*) i na technikach Bayesa. W pracy [3] prezentowany jest nowy model niezawodnościowy złożonych naprawianych obiektów/systemów technicznych, oparty na krzywej wannowej.

Procedura prezentowana w niniejszym artykule, dedykowana jest natomiast jednorodnym nieodnawianym obiektom technicznym typu mechanicznego. Jako punkt wyjścia przyjęto odniesienie do narzędzi prognozowania uszkodzeń nieodnawianych obiektów technicznych, których opracowania podjął się współautor niniejszego artykułu (m.in. prace [10, 11, 12]). Podstawą opracowanych tam modeli prognozowania uszkodzeń, jest oszacowanie parametrów rozkładu czasu pracy obiektów do wystąpienia uszkodzeń starzeniowych. Przyjęto, że parametry tego rozkładu szacuje się na podstawie danych statystycznych dotyczących:

- liczby uszkodzeń obiektów powstałych w okresie wyznaczanym chwilą początku uszkodzeń starzeniowych oraz chwilą końca czasu obserwacji obiektów,
- liczności obiektów, dla których przewiduje się, że ulegną uszkodzeniom na skutek ich starzenia.

Newralgicznym punktem wspomnianych modeli jest wyznaczenie chwili rozpoczynania się okresu uszkodzeń starzeniowych, która jest niezbędną m.in. do szacowania parametrów rozkładu czasu pracy do uszkodzenia. Na istotność tego zagadnienia zwracają także uwagę inni badacze np. autorzy pracy [1], mówiąc o punkcie zwrotnym funkcji intensywności uszkodzeń, jako użytecznym w zagadnieniach obsługiwanego a także analizy zagrożeń związanych z uszkodzeniami. Prezentują oni pewien sposób rozwiązywania problemu bazując na zmodyfikowanej funkcji rozkładu Weibulla.

W literaturze zagadnienia trudno jest ponadto wskazać formalne algorytmy pozwalające na wyznaczenie chwili początku uszkodzeń starzeniowych. Nieliczne publikacje w tym zakresie dotyczą głównie prób znalezienia nowych postaci funkcji opisujących procesy eksploatacji obiektów [6, 9], bądź sprowadzają się do modelowania całego przebiegu funkcji intensywności uszkodzeń (przykładowo – praca [19]). Pewne rozwiązanie proponują autorzy pracy [2] ale dla znanych rozkładów typu ciągłego. Brakuje przede wszystkim rozwiązania zagadnienia w przypadku, gdy funkcja intensywności uszkodzeń jest charakterystyką nieciągłą i nie jest znana jej postać funkcyjna.

Intencją autorów niniejszego artykułu jest zatem prezentacja procedury szacowania położenia chwili początku okresu uszkodzeń starzeniowych obiektów na podstawie empirycznej funkcji intensywności uszkodzeń bez konieczności posiadania informacji o postaci funkcji niezawodności.

## **2. Formalny opis procedury**

### **2.1. Koncepcja i główne założenia**

Rozwiązywanie problemu sprowadza się w ogólności, do analizowania danych dotyczących liczby uszkodzeń w kolejnych przedziałach czasu ich badania/obserwacji a następnie wyborze chwili, w której liczba uszkodzeń zaczyna znacząco rosnać. W przypadku posługiwania się informacjami w postaci funkcji nieciągłych, przyjmuje się górną lub dolną granicę określonego przedziału klasowego (przedziału, w którym liczba uszkodzeń znacząco wzrasta a jej wzrost jest kontynuowany w kolejnych przedziałach).

Najprostszym, ale mało dokładnym i nieformalnym, sposobem rozwiązywania zagadnienia jest intuicyjny wybór chwili początku uszkodzeń starzeniowych przez badacza

(eksperta) na podstawie przeglądu przebiegu wybranych funkcji niezawodnościowych. Daje on jednak korzyści w przypadku funkcji o nietypowych przebiegach i pozwala (w związku z brakiem innych narzędzi) szybko uzyskać satysfakcjonujący wynik.

Pozwoliło to przyjąć następującą koncepcję procedury. Człowiek dobrze znający modelowany system/obiekt – tzw. ekspert systemu, może właściwie wskazać chwilę początku uszkodzeń starzeniowych obiektów nawet wtedy, gdy sędzi przy ograniczonej (częściowej) informacji o uszkodzeniach obiektów. Takiego subiektywnego wyboru dokonuje zwykle, kierując się doświadczeniem i wiedzą o obiekcie. Z obserwacji prowadzonych przez autorów niniejszej pracy wynika także, że człowiek, niebędący ekspertem systemu, a posiadający odpowiednie informacje o czasach utraty zdatności obiektów (dane np. w postaci przebiegów funkcji intensywności uszkodzeń) jest w stanie podjąć decyzję o położeniu chwili początku okresu uszkodzeń starzeniowych.

W niniejszym artykule odwzorowano zatem (za pomocą modeli wnioskowania rozmytego) rozumowanie eksperta systemu, które doprowadzi do wskazania chwili początku uszkodzeń starzeniowych na podstawie obserwacji przebiegu zmian empirycznej funkcji intensywności uszkodzeń. W literaturze przedmiotu znane są zastosowania elementów wnioskowania rozmytego do rozwiązywania różnych problemów dotyczących niezawodności obiektów. Przykładowo praca [18], prezentuje zastosowanie zbiorów rozmytych w problemie dopasowania krzywych do danych niezawodnościowych, praca [20] – w analizie niezawodnościowej elementów, a prace [7, 13] zastosowanie w metodach przewidzianych do wyznaczania miar niezawodności.

Koncepcja procedury polega na wyznaczeniu chwili  $t_p$  – początku okresu uszkodzeń starzeniowych obiektów technicznych za pomocą modeli matematycznych, które odwzorowują (symulują) rozumowanie eksperta systemu. Model matematyczny opracowano z uwzględnieniem następujących, głównych założeń:

- rozpatrywana jest jednorodna zbiorowość obiektów technicznych,
- znana jest liczba uszkodzeń obiektów w czasie (przedziałach czasu obserwacji obiektów) a dane statystyczne o uszkodzeniach gromadzone są w postaci szeregu rozdzielczego,
- nie jest znany typ rozkładu prawdopodobieństwa czasów pracy obiektów do uszkodzenia,
- możliwe jest wnioskowanie rozmyte oparte na wynikach monitorowania wartości empirycznej funkcji intensywności uszkodzeń  $\lambda_N(t)$ ,
- chwila początku okresu uszkodzeń starzeniowych  $t_p$  znajduje się w okresie między chwilą  $t_{p0}$  pierwszego wzrostu funkcji  $\lambda_N(t)$  a chwilą  $t_k$  – końca obserwacji obiektów,
- funkcja intensywności uszkodzeń jest funkcją przedziałami stałą i niemalejącą w okresie starzeniowym obiektów.

## 2.2. Ogólny model matematyczny

Strukturę modeli wnioskowania tworzą odpowiednio zapisane reguły wnioskowania, to jest implikacje rozmyte  $R_k$  ( $k = 1, 2, \dots, l$ ) [8, 14, 15]. Są to reguły typu: „jeżeli – to”, które w ogólnej postaci, można zapisać następująco:

$$R_k: \text{Jeżeli } x_{(1)} \text{ jest } A_{1j} \text{ i } x_{(2)} \text{ jest } A_{2j} \text{ i } \dots \text{ i } x_{(m)} \text{ jest } A_{mj}, \text{ to } y \text{ jest } B_j \quad (1)$$

gdzie:

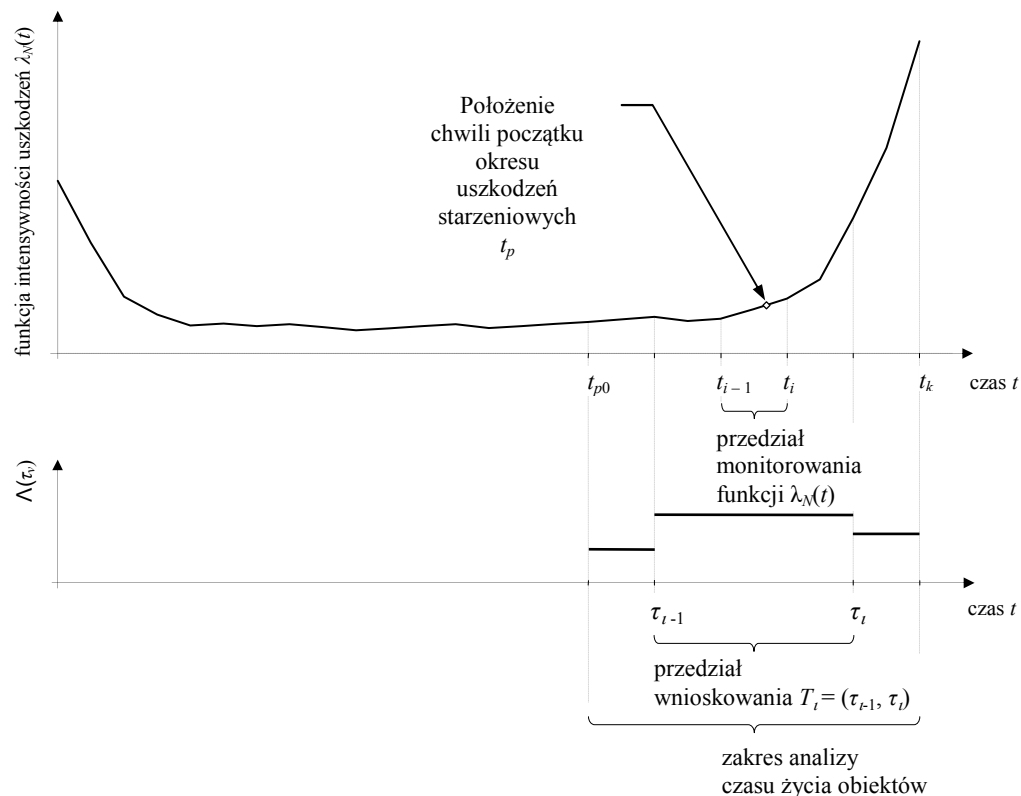
$x_{(i)}$  – zmienne wejściowe modelu wnioskowania tworzące  $m$ -wymiarowy wektor wejściowy  $x$ . Założono, że w pierwszym etapie obliczeń, zmienne  $x_{(i)}$  przyjmują

wartości empirycznej funkcji intensywności uszkodzeń obiektów  $\lambda(t_i)$  w kolejnych  $i$ -tych przedziałach  $(t_{i-1}, t_i)$  monitorowania funkcji  $\lambda_M(t)$  tzn.  $x_{(i)} = \lambda_M(t_i)$ ,  $(i = 1, 2, \dots, m)$ ;  $A_{ij}$  –  $(i = 1, 2, \dots, m; j = 1, 2, \dots, n)$  oznaczają wartości lingwistyczne (parametry modelu wnioskowania) zdefiniowane w sposób rozmyty przez odpowiednie funkcje przynależności  $\mu_{A_{ij}}$  określone na przestrzeniach  $X_i$ . Jeżeli  $A_{ij}$  jest zbiorem rozmytym w pewnej przestrzeni  $X_i$  to wartość  $\mu_{A_{ij}}(x_{(i)})$  oznaczać będzie stopień przynależności  $x_{(i)} \in X_i$  do zbioru  $A_{ij}$ ;

$y$  – zmienne wyjściowe modelu wnioskowania;

$B_j$  – zbiory rozmyte konkluzji reguł wnioskowania.

Graficzną interpretację założeń oraz rozumienia niektórych elementów prezentowanej procedury przedstawiono na rysunku 1.



Rys. 1. Graficzna interpretacja założeń procedury wyznaczania początku starzenia się obiektów na podstawie monitorowania funkcji intensywności uszkodzeń

W dalszych rozważaniach zastosowany został model wnioskowania typu konstruktywnego [8]. W modelach tego typu, wypadkowa wartość  $\mu_A(\mathbf{x})$  funkcji przynależności dotycząca przesłanki implikacji (poziomu zapłonu reguły), jest interpretowana w postaci iloczynu logicznego zbiorów rozmytych. W zbiorach rozmytych operację iloczynu (jak też i sumy tych zbiorów) można wykonać różnymi sposobami. W literaturze zagadnienia opracowanych i przedstawionych zostało wiele zależności, różnych dla każdej z tych operacji. Dla sumy logicznej zbiorów rozmytych istnieje grupa zależności zwana operatorami s-normy,

a dla iloczynu logicznego grupa tzw. operatorów t-normy. Przykładowo do obliczenia iloczynu logicznego zbiorów rozmytych można zastosować operator minimum (*MIN*) – zależność (2):

$$\mu_A(\mathbf{x}) = \mu_{A_{1j} \cap A_{2j} \cap \dots \cap A_{mj}}(\mathbf{x}) = \min\{\mu_{A_{1j}}(x_{(1)}), \mu_{A_{2j}}(x_{(2)}), \dots, \mu_{A_{mj}}(x_{(m)})\}, \quad (2)$$

Operator *MIN* ma szereg wad (o czym szerzej można przeczytać m.in. w pracy [15]). W związku z tym, częściej stosowany jest operator iloczynowy. Obliczanie funkcji przynależności iloczynu zbiorów rozmytych z użyciem tego operatora odbywa się według wzoru:

$$\mu_A(\mathbf{x}) = \mu_{A_{1j} \cap A_{2j} \cap \dots \cap A_{mj}}(\mathbf{x}) = \mu_{A_{1j}}(x_{(1)}) \cdot \mu_{A_{2j}}(x_{(2)}) \cdot \dots \cdot \mu_{A_{mj}}(x_{(m)}) \quad (3)$$

Przyjęto, że agregacja na poziomie implikacji jest realizowana jako iloczyn algebraiczny stopni przynależności zbiorów rozmytych (zależność (3)) i to zarówno dla przesłanki implikacji jak i następnika.

Wyjście modelu wnioskowania jest skonstruowane przez superpozycję wyjść poszczególnych reguł wnioskowania. Polega to na odwzorowaniu, na podstawie reguł  $R_k$ , realizacji zmiennych wejściowych  $x_{(i)}$  w pewną wielkość wyjściową  $y$  przedstawiającą położenie chwili  $\hat{t}_p$ .

Pierwszy krok tej procedury polega na łączeniu dla określonych danych wejściowych, przesłanek (poprzedników)  $k$ -tej reguły rozmytej. Można korzystać tutaj np. z operacji iloczynu zbiorów – zależność (2) lub (3). W ten sposób określa się  $\zeta$  – stopień zapłonu (aktywności) reguły. Ponieważ wejścia są wartościami nierozmytymi to stopień zapłonu  $\zeta$  każdej z reguł, które tworzyć będą tzw. bazę reguł wnioskowania, można wyznaczyć w następujący sposób:

$$\zeta = \mu_A(\mathbf{x}). \quad (4)$$

Zakładając, że baza reguł wnioskowania składa się z  $l$ -tej liczby reguł wnioskowania, kolejnym krokiem niniejszej procedury jest wyznaczenie zbiorów rozmytych  $C_k$  ( $k = 1, 2, \dots, l$ ) wyprowadzonych przez  $k$ -tą regułę. Niech zbiory  $C_k$  są określone na pewnej przestrzeni  $y$  w następujący sposób:

$$\mu_{C_k}(y) = \zeta_k \cdot \mu_{B_j}(y) \quad (5)$$

gdzie:

$\zeta_k$  – oznacza stopień zapłonu (aktywności)  $k$ -tej reguły wnioskowania wyznaczony zgodnie z zależnością (4).

Przeprowadzając agregację zbiorów  $C_k$  można otrzymać wartość  $C$  dla wartości wyjściowej  $y$  jako relację

$$y \text{ jest } C \quad (6)$$

przy czym  $C$  jest podzbiorem rozmytym określonym na przestrzeni  $y$ .

Agregację zbiorów rozmytych  $C_k$  można przeprowadzać na wiele sposobów [8, 15, 16]. Można skorzystać na przykład z operacji połączenia – sumy logicznej zbiorów rozmytych tj.:

$$C = \bigcup_{k=1}^l C_k, \quad (7)$$

$$\mu_C(y) = \mu_{C_1 \cup C_2 \cup \dots \cup C_l}(y) = \max[\mu_{C_1}(y), \mu_{C_2}(y), \dots, \mu_{C_l}(y)] \quad (8)$$

### 2.3. Szczegółowy model matematyczny i algorytm metody

Pierwszym etapem wyznaczania chwili  $t_p$  jest dokonanie oceny wartości wejściowej  $x_{(i)}$  modelu wnioskowania. Przyjęto, że ocena ta może być dokonana za pomocą minimalnej liczby (tj. dwóch) terminów lingwistycznych ( $w = 2$ ). Skończony zbiór  $\Phi$  tych terminów przyjmuje zatem postać:

$$\Phi = \{\text{mała}, \text{duża}\}. \quad (9)$$

Terminy lingwistyczne zapisano w postaci zbiorów rozmytych  $A_j$  ( $j = 1, 2$ ) o wielokątnych [8, 15] (trójkątnych i trapezowych) funkcjach przynależności. Zbiory te są ponadto normalnymi, wypukłymi zbiorami rozmytymi [16] o nośniku ograniczonym wartościami  $a, b, c, d$ .

Baza reguł modelu wnioskowania, przy stosunkowo dużej liczbie przedziałów monitorowania funkcji  $\lambda_N(t)$ , może zawierać nadmierną liczbę reguł. Aby zmniejszyć ich liczbę, proponuje się poszukiwać chwili  $t_p$  w ograniczonym zakresie. Nazwano go *zakresem analizy czasu życia obiektów* (zaznaczony na rys. 1). Zakres ten obejmuje okres między chwilą  $t_{p0}$  – pierwszego wzrostu funkcji  $\lambda_N(t)$ , a chwilą  $t_k$  – końca czasu obserwacji obiektów. Przyjęto, że chwila  $t_{p0}$  jest równa chwili początku tego z przedziałów monitorowania, w którym następuje pierwszy dodatni przyrost funkcji  $\lambda_N(t)$ .

W zakresie analizy ( $t_{p0}, t_k$ ) wprowadza się następnie cztery *przedziały wnioskowania*  $T_i = (\tau_{i-1}; \tau_i)$ , ( $i = 1, 2, 3, 4$ ). Zostały one utworzone poprzez połączenie (rys. 1) kolejnych *przedziałów monitorowania* ( $t_{i-1}; t_i$ ) ( $i = 1, 2, \dots, m$ ). Należy w takim przypadku, wstępnie wyznaczyć liczbę  $s$  tj. liczbę przedziałów monitorowania, które składają się na jeden przedział wnioskowania ( $\tau_{i-1}; \tau_i$ ). Wstępną liczbę  $s$  przedziałów monitorowania wyznacza się z zależności:

$$s = \text{ent} \left( \frac{t_k - t_{p0}}{4 \cdot \Delta t_{i-1,i}} + \frac{1}{2} \right), \quad (10)$$

gdzie:

$\Delta t_{i-1,i}$  – długość przedziału monitorowania funkcji  $\lambda_N(t)$ .

Tak przyjęty sposób tworzenia przedziałów wnioskowania powoduje, że w niektórych przypadkach, suma długości tych przedziałów  $\Delta \tau_{i-1,i}$  przekracza koniec *zakresu analizy czasu życia obiektów*. Jeżeli wystąpi taka sytuacja to dopuszcza się skrócenie każdego z przedziałów  $T_i$  o długość  $\Delta t_{i-1,i}$  tj. o długość jednego przedziału monitorowania. Proponuje się przy tym także, aby skrócenie wykonać rozpoczynając od ostatniego ( $i = 4$ ) z przedziałów  $T_i$ . W wyniku takiej operacji, długości  $\Delta \tau_{i-1,i}$  przedziałów  $T_i$ , które ostatecznie wykorzystane zostaną w modelu wnioskowania, mogą różnić się od siebie. Liczba  $s$  (zależność (10)) będzie zatem zależna od numeru przedziału  $T_i$  co dalej oznaczono poprzez  $s^{(i)}$ .

W dalszych obliczeniach, jako zmienne wejściowe modelu wnioskowania, przyjęto wartości funkcji  $\Lambda(\tau_i)$  wyznaczone według zależności (11):

$$\Lambda(\tau_i) = \frac{1}{s^{(i)}} \cdot \sum_{i=p0-s^{(i)}+S}^{p0+S-1} \lambda_n(t_i), \text{ oraz } S = \sum_{j=1}^i s^{(j)} \quad (i = 1, 2, 3, 4), \quad (11)$$

gdzie  $p0$  jest numerem kolejnym przedziału  $(t_{i-1}; t_i)$ , w którym w wyniku monitorowania zauważono pierwszy wzrost wartości funkcji  $\lambda_M(t)$ .

Położenie chwili  $t_p$  określono liczbami rozmytymi  $L_{i,w}$  związanymi z poszczególnymi przedziałami wnioskowania  $T_i$ . Liczby rozmyte  $L_{i,w}$  zapisano w następujący sposób:

$$"po T_i" = L_{i1} \text{ i } "około T_i" = L_{i2}, \quad (12)$$

oraz wyrażono za pomocą odpowiednich zbiorów rozmytych  $B_j(y)$ , ( $j = 1, 2, \dots, 8$ ):

$$\forall_{i=1,2,3,4} L_{i1} \rightarrow B_j(y) \text{ oraz } L_{i2} \rightarrow B_{j+1}(y). \quad (13)$$

Do opisu zbiorów rozmytych  $B_j(y)$ ,  $j = 1, 2, \dots, 8$ , użyto trójkątnych postaci funkcji przynależności. Punkty podparcia zbiorów  $(a, b, c)$  znajdują się w granicach odpowiednich przedziałów monitorowania, co – korzystając z wcześniej przyjętych oznaczeń – zapisać można następująco:

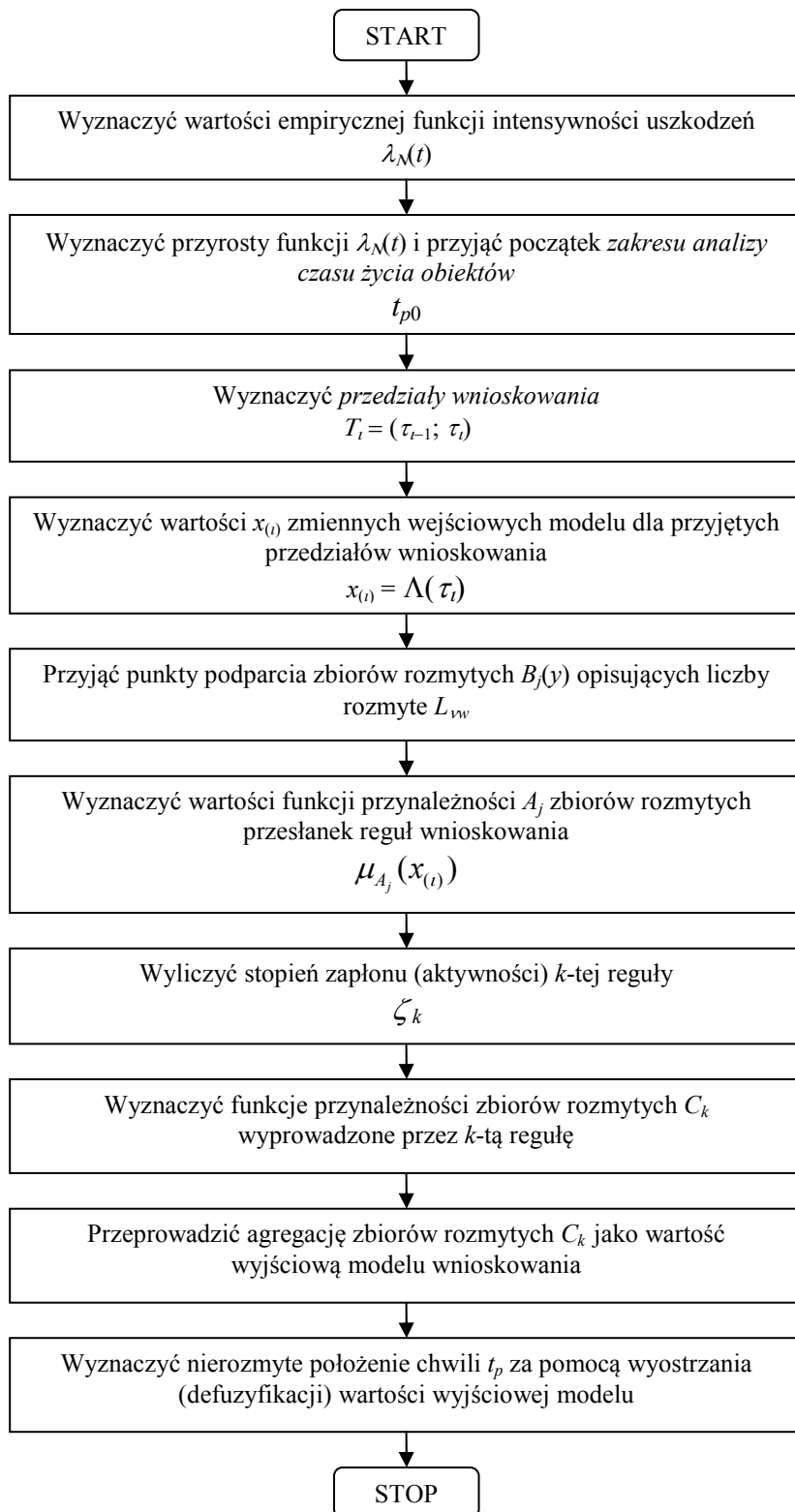
$$a = \begin{cases} t_{p0-s^{(i)}+S} & \text{dla } L_{i1} \\ t_{p0-s^{(i)}+S} + \frac{\Delta\tau_{i-1,t}}{2} & \text{dla } L_{i2} \end{cases},$$

$$b = \begin{cases} t_{p0-s^{(i)}+S} + \frac{\Delta\tau_{i-1,t}}{2} & \text{dla } L_{i1}, \\ t_{p0-1+S} & \text{dla } L_{i2} \end{cases}, \quad (14)$$

$$c = \begin{cases} t_{p0-1+S} & \text{dla } L_{i1} \\ t_{p0-1+S} + \frac{\Delta\tau_{i,t+1}}{2} & \text{dla } L_{i2} \end{cases},$$

W przypadku liczby rozmytej „około  $T_i$ ” =  $L_{i2}$  zastosowano trapezową skrajną funkcję przynależności.

Ogólny algorytm procedury przedstawiono w sposób graficzny na rysunku 2.



Rys. 2. Ogólny algorytm procedury wyznaczania początku starzenia się obiektów na podstawie monitorowania funkcji intensywności uszkodzeń



### 3. Przykład realizacji procedury

Przykład realizacji procedury monitorowania przebiegu funkcji intensywności uszkodzeń obiektów przedstawiono dla 100 nieodnawianych obiektów pojazdów szynowych (lokomotyw). Obiekty obserwowano przez czas odpowiadający 600 tys. km przebiegu lokomotyw. Podczas badań, rejestrowano w kolejnych przedziałach  $\Delta l_{i-1,i} = 50000$  km przebiegu lokomotyw, liczby uszkodzonych obiektów. Wyniki badań w postaci liczby uszkodzeń obiektów oraz wartości empirycznej funkcji intensywności uszkodzeń przedstawiono w tabeli 1.

**Tabela 1**

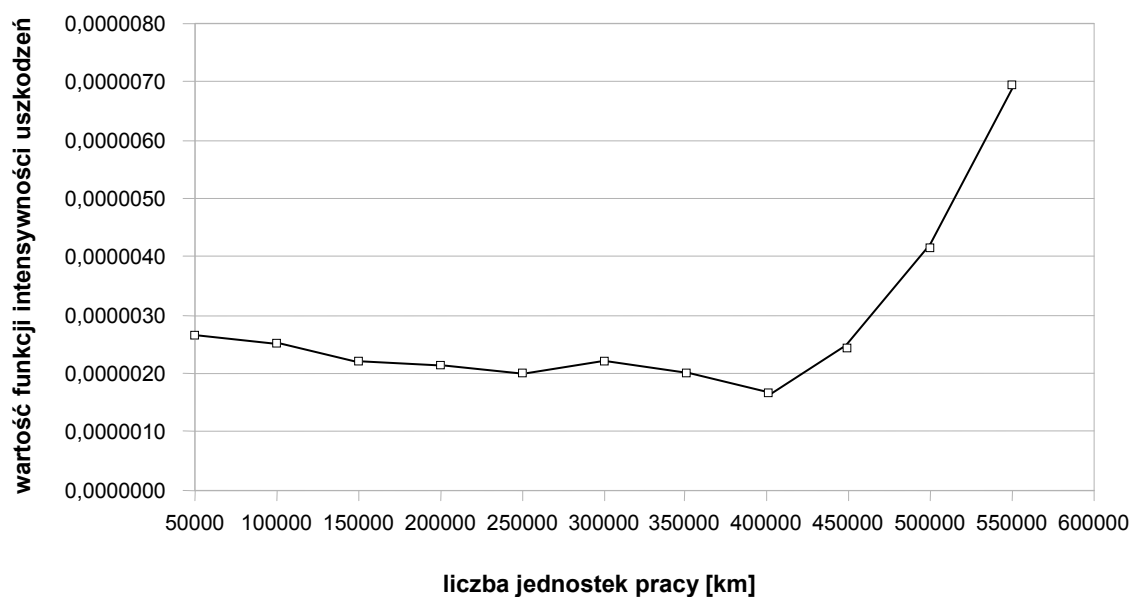
Zapis informacji o uszkodzeniach nieodnawianych obiektów pojazdów szynowych

Nr przedziału $i$	Dolna granica przedziału $t_{i-1}$	Górna granica przedziału $t_i$	Liczba uszkodzeń obiektów $n(\Delta t_{i-1,i})$	Skumulowana liczba uszkodzeń $n_{sk}(t_i)$	Wartości empirycznej funkcji intensywności uszkodzeń $\lambda_N(t_i)$
1	0	50	17	17	0,0000034
2	50	100	11	28	0,0000027
3	100	150	9	37	0,0000025
4	150	200	7	44	0,0000022
5	200	250	6	50	0,0000021
6	250	300	5	55	0,0000020
7	300	350	5	60	0,0000022
8	350	400	4	64	0,0000020
9	400	450	3	67	0,0000017
10	450	500	4	71	0,0000024
11	500	550	6	77	0,0000041
12	550	600	8	85	0,0000070

Zródło: opracowanie na podstawie [5]

Dalej przedstawiono wyniki realizacji wybranych kroków algorytmu procedury. Na rysunku 3 pokazano przebieg funkcji intensywności uszkodzeń obiektów.

W początkowym etapie obliczeń ustala się zakres analizy czasu życia obiektów na podstawie wartości funkcji  $\lambda_M(t)$ . W tym celu należy wyznaczyć przyrosty funkcji. Pierwszy jej wzrost został zarejestrowany w przedziale od 300000 do 350000 km pracy obiektów tj. w siódmym ( $p_0 = 7$ ) przedziale rejestracji uszkodzeń. Dla tego przedziału przyrost funkcji  $\lambda_M(t)$  wyniósł  $2,22222E-07$ . Kolejne przyrosty funkcji wyniosły:  $7,57576E-07$  (dla 10 przedziału),  $1,71369E-06$  (dla 11 przedziału),  $2,81859E-06$  (dla 12 przedziału). Przyjęto zatem początek zakresy analizy czasu życia obiektów równy 300000 km.



Rys. 3. Przebieg funkcji intensywności uszkodzeń przykładowych, nieodnawianych obiektów pojazdów szynowych

Na podstawie przyjętego początku zakresy analizy wyznaczono – korzystając z zależności (10) – liczby  $s^{(i)}$  połączonych przedziałów  $(t_{i-1}; t_i)$ . Liczby  $s^{(i)}$  wyniosły odpowiednio:  $s^{(1)} = 2$ ,  $s^{(2)} = 2$ ,  $s^{(3)} = 1$ ,  $s^{(4)} = 1$ . Wyznaczono także (zależność (11)) wartości zmiennej wejściowej modelu wnioskowania  $\Lambda(\tau_i)$ . Niektóre z wyników obliczeń przedstawiono w tabeli 2.

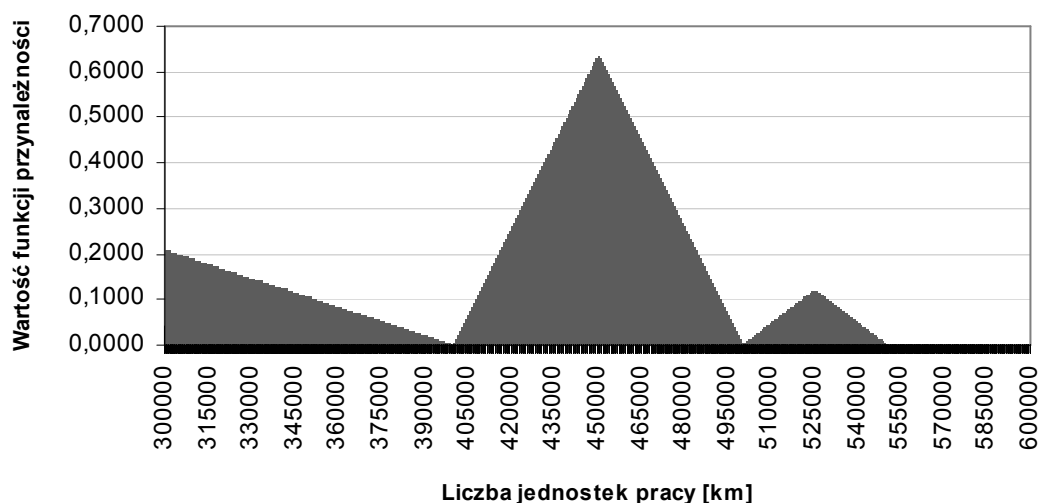
Tabela 2

Wartości funkcji przynależności zbiorów rozmytych związanych z przesłankami reguł wnioskowania w przykładowym problemie wyznaczania chwili początku uszkodzeń starzeniowych nieodnawianych obiektów pojazdów szynowych

Nr kolejny przedziału wnioskowania $i$	Dolne i górne wartości przedziałów wnioskowania $T_i = (\tau_{i-1}; \tau_i)$		Wartości zmiennej wejściowej modelu wnioskowania $\Lambda(\tau_i)$	Wartości funkcji przynależności zbiorów rozmytych	
	$\tau_{i-1}$	$\tau_i$		$\mu_{A_1}(x_{(i)})$	$\mu_{A_2}(x_{(i)})$
1	300000	400000	1,1111E-07	0,754	0,246
2	400000	500000	3,7879E-07	0,160	0,840
3	500000	550000	1,7137E-06	0,000	1,000
4	550000	600000	2,8186E-06	0,000	1,000

Źródło: opracowanie własne

Wartość wyjściową modelu wnioskowania tj. rozmyte położenie chwili początku okresu uszkodzeń starzeniowych nieodnawianych obiektów pojazdów szynowych, które poddano analizie, przedstawiono w sposób graficzny na rysunku 4.



Rys. 4. Rozmyte położenie chwili początku okresu uszkodzeń starzeniowych przykładowych nieodnawianych obiektów pojazdów szynowych

Aby wyznaczyć nierozmyte położenie chwili  $\hat{t}_p$  wykonano operację wyostrzania wartości wyjściowej modelu metodą środka obszaru (*Center Of Area* – COA). Nierozmyta wartość chwili początku okresu uszkodzeń starzeniowych, uzyskana zgodnie z prezentowaną procedurą, wynosi 428215 km.

#### 4. Podsumowanie

W artykule przedstawiono koncepcję wyznaczania chwili początku uszkodzeń starzeniowych jednorodnych, nieodnawianych obiektów technicznych typu mechanicznego. Według analiz prowadzonych m.in. przez autorów niniejszej pracy, wyznaczenie tej chwili jest istotnym zagadnieniem w prognozowaniu liczby uszkodzeń różnego typu obiektów.

Prezentowana koncepcja procedury, zakłada korzystanie ze statystycznych danych o czasie użytkowania obiektów do uszkodzenia, zapisanych w postaci empirycznej funkcji intensywności uszkodzeń. Zwykle, podczas obserwacji/badań obiektów, rejestruje się tego typu informacje o uszkodzeniach (liczby uszkodzeń) w kolejnych przedziałach czasu oraz wyznacza charakterystyki w postaci empirycznych funkcji niezawodności.

Zgodnie z prezentowaną procedurą, nie jest konieczne rozpoznanie rozkładu prawdopodobieństwa czasu pracy do uszkodzenia (i/lub parametrów), które charakteryzują uszkodzenia badanych obiektów. Nie ma także potrzeby korzystania z charakterystyk typu ciągłego i znanych modeli matematycznych odwzorowujących etap uszkodzeń starzeniowych. Pokazano, że wyznaczenie tej chwili jest możliwe z zastosowaniem modelu wnioskowania rozmytego, który odwzorowuje rozumowanie człowieka obserwującego/badającego obiekt (eksperta systemu) i nie wymagają wskazanych tutaj informacji.

Procedurę przeznaczono do prognozowania uszkodzeń nieodnawianych obiektów technicznych. Służy ona w szczególności do wyznaczenia charakterystycznego punktu użytkowania tych obiektów tj. chwili rozpoczynania się okresu uszkodzeń starzeniowych. Prezentowane podejście stanowi nowy, oryginalny sposób rozwiązywania zagadnienia.

Uniwersalność zastosowanego modelowania, polega na możliwości wykorzystania, zamiast estymacji teoretycznej funkcji intensywności uszkodzeń, jej empirycznego odpowiednika i metody wnioskowania rozmytego jako informacji wejściowych o obserwowanych obiektach. Wymaga to jednak zbudowania odpowiedniej bazy reguł wnioskowania, która „przechowuje” wiedzę eksperta systemu.

## Literatura

1. Bebbington M, Lai Chin-Diew, Zitikis R. Estimating the turning point of a bathtub-shaped failure distribution. *Journal of Statistical Planning and Inference* 2008; 138(4): 1157–1166.
2. Clarotti C, Lannoy A, Odin S, Procaccia H. Detection of equipment aging and determination of the efficiency of a corrective measure. *Reliability Engineering and System Safety* 2004; 84(1): 57–64.
3. Dijoux Y. A virtual age model based on a bathtub shaped initial intensity. *Reliability Engineering and System Safety* 2009; 94(5): 982–989.
4. Domma F, Condino F. A new class of distribution functions for lifetime data. *Reliability Engineering and System Safety* 2014; 129: 36–45.
5. Golovatyj A T, Borcov P I. *Èlektropodvižnoj sostav. Èkspluatacija, nadežnost' i remont.* Moskva: Izdatel'stvo Transport, 1983.
6. Hemmati F, Khorram E, Rezakhah S. A new three-parameter ageing distribution. *Journal of Statistical Planning and Inference* 2011; 141(7): 2266–2275.
7. Huang H Z. Structural reliability analysis using fuzzy sets theory. *Eksploatacja i Niezawodność – Maintenance and Reliability* 2012; 14 (4): 284–294.
8. Jager R, Filev D. *Podstawy modelowania i sterowania rozmytego.* Warszawa: Wydawnictwa Naukowo-Techniczne, 1995.
9. Jiang R. A new bathtub curve model with a finite support. *Reliability Engineering and System Safety* 2013; 119: 44–51.
10. Kadziński A. Modele prognozowania uszkodzeń nieodnawialnych obiektów typu mechanicznego w okresie uszkodzeń starzeniowych. *Zeszyty Naukowe Wyższej Szkoły Morskiej w Szczecinie* 2002; 66: 195–205.
11. Kadziński A. O komputerowym modelu do prognozowania uszkodzeń nieodnawianych obiektów typu mechanicznego na przykładzie obiektów pojazdów szynowych. *Materiały XV Konferencji Pojazdy Szynowe* 2002; 1: 313–320.
12. Kadziński A. *Studium wybranych aspektów niezawodności systemów oraz obiektów pojazdów szynowych.* Poznań: Wydawnictwo Politechniki Poznańskiej, 2013.
13. Li Y F, Huang H Z, Liu Y, Xiao N, Li H. A new fault tree analysis method: fuzzy dynamic fault tree analysis. *Eksploatacja i Niezawodność – Maintenance and Reliability* 2012; 14 (3): 208-214.

14. Osowski S. Sieci neuronowe do przetwarzania informacji. Warszawa: Oficyna Wydawnicza Politechniki Warszawskiej, 2000.
15. Piegat A. Modelowanie i sterowanie rozmyte. Warszawa: Akademicka Oficyna Wydawnicza EXIT, 2003.
16. Rutkowska D, Piliński M, Rutkowski L. Sieci neuronowe, algorytmy genetyczne i systemy rozmyte. Warszawa–Łódź: PWN, 1997.
17. Sikorska J Z, Hodkiewicz M, Ma L. Prognostic modeling options for remaining useful life estimation by industry. Mechanical Systems and Signal Processing 2011; 25: 1803–1836.
18. Sun R, Peng WW, Huang HZ, Ling D, Yang J. Improved reliability data curve fitting method by considering samples distinction. Eksploatacja i Niezawodność – Maintenance and Reliability 2012; 14 (1): 62–71.
19. Wong K S, Hsu F S, Liu P P. Modeling the bathtub shape hazard rate function in terms of reliability. Reliability Engineering and System Safety 2002; 75(3): 397–406.
20. Wu W, Huang HZ, Wang ZL, Li YF, Pang Y. Reliability analysis of mechanical vibration component using fuzzy sets theory. Eksploatacja i Niezawodność – Maintenance and Reliability 2012; 14 (2): 130–134.