



Optimalizacja cieplna doprowadzeń prądowych do urządzeń nadprzewodzących chłodzonych kondukcyjnie

Paweł Wojcieszak

*Politechnika Wroclawska, Wydział Mechaniczno-Energetyczny
Katedra Inżynierii Kriogenicznej, Procesowej i Maszyn Energetycznych
E-mail: pawel.wojcieszak@pwr.edu.pl*

REKOMENDACJA: *prof. dr hab. inż. Maciej Chorowski*

STRESZCZENIE

Doprowadzenia prądowe są najistotniejszym źródłem dopływów ciepła do krio-statów magnesów nadprzewodzących. Głównym celem projektowania doprowadzeń prądowych jest minimalizacja całkowitego dopływu ciepła do części niskotemperaturowych urządzenia. W artykule przedstawiono obliczenia dopływu ciepła przez kondukcyjnie chłodzone doprowadzenia prądowe wykonane z miedzi o różnym stopniu czystości. Przeanalizowano również doprowadzenia prądowe z dodatkowym odprowadzeniem ciepła w pośredniej temperaturze.

SŁOWA KLUCZOWE: *doprowadzenia prądowe, kriogenika, wymiana ciepła, optymalizacja*

1. WPROWADZENIE

Wiele dużych instalacji naukowych wymaga do przeprowadzenia eksperymentów wytworzenia dużych pól magnetycznych (nawet do 8,4 T w Wielkim Zderzaczu Hadronów LHC), które mogą być uzyskane za pomocą magnesów nadprzewodzących. Aby wytworzyć pole magnetyczne, należy doprowadzić prąd (od 30 A w przypadku małych magnesów badawczych do 20 kA w LHC [3]) do cewek magnesu za pomocą doprowadzeń prądowych (nazywanych też krioprzepustami prądowymi). Są one niezbędne również do zasilania innych urządzeń nadprzewodzących. Ponieważ maszyny elektryczne generujące prąd elektryczny pracują w temperaturach otoczenia, a urządzenia nadprzewodzące - w temperaturach kriogenicznych, doprowadzenia prądowe stanowią mostek cieplny między obszarami niskotemperaturowymi urządzeń nadprzewodzących a otoczeniem. Oczywiście jest zatem, że podczas projektowania doprowadzeń prądowych,

należy dążyć do zminimalizowania dopływów ciepła. W przypadku doprowadzeń prądowych są to dopływy ciepła przez przewodzenie:

$$Q_{przew} = -\lambda(T)A \cdot \text{grad } T \quad (1)$$

oraz ciepło Joule'a:

$$Q_{Joule} = \rho(T)J^2 \frac{L}{A(z)} \quad (2)$$

gdzie: λ – współczynnik przewodzenia ciepła, ρ – oporność elektryczna, T – temperatura, J – wartość prądu, A – przekrój doprowadzenia, L – długość doprowadzenia.

Optymalizacja konwencjonalnych doprowadzeń prądowych (tzn. wykonanych bez użycia nadprzewodników), polega na doborze odpowiedniego materiału oraz przekroju i długości. Zmniejszenie pola przekroju oraz zwiększenie długości doprowadzenia w celu zmniejszenia dopływu ciepła przez przewodzenie, spowoduje zwiększenie jego rezytacji, a co za tym idzie ciepła Joule'a. W odwrotnym przypadku (zwiększenie przekroju poprzecznego oraz zmniejszenie długości), ciepło Joule'a jest mniejsze, ale rośnie dopływ ciepła przez przewodzenie. Dla optymalnego dopływu ciepła do części niskotemperaturowej, gradient temperatury na ciepłym końcu doprowadzenia powinien wynosić 0. W artykule przedstawiony zostanie model matematyczny i optymalizacja miedzianych doprowadzeń prądowych chłodzonych kondukcyjnie. Takie doprowadzenia prądowe są stosowane w systemach ziębienia magnesów, które wykorzystują chłodziarkę kriogeniczną (bez wykorzystania ciekłych kriogenów).

2. WŁASNOŚCI ELEKTRYCZNE I CIEPLNE MIEDZI

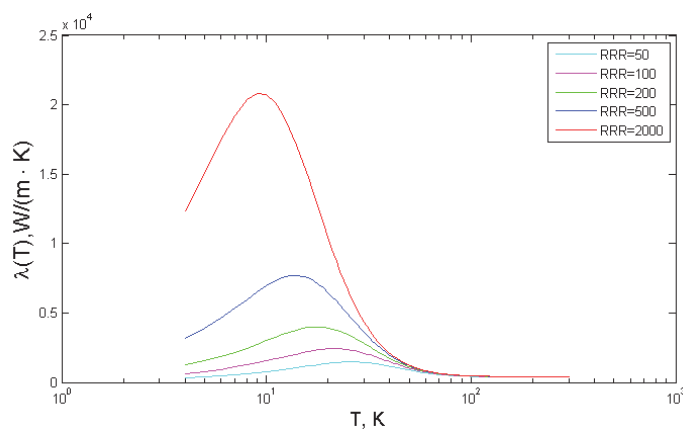
Oporność elektryczna oraz przewodność cieplna miedzi zależą w dużym stopniu od jej czystości. Popularnym wskaźnikiem czystości materiału jest iloraz oporności RRR , definiowany jako stosunek oporności elektrycznej materiału w temperaturze 273 K do oporności elektrycznej materiału w temperaturze 4 K:

$$RRR = \frac{\rho(T = 273 \text{ K})}{\rho(T = 4 \text{ K})} \quad (3)$$

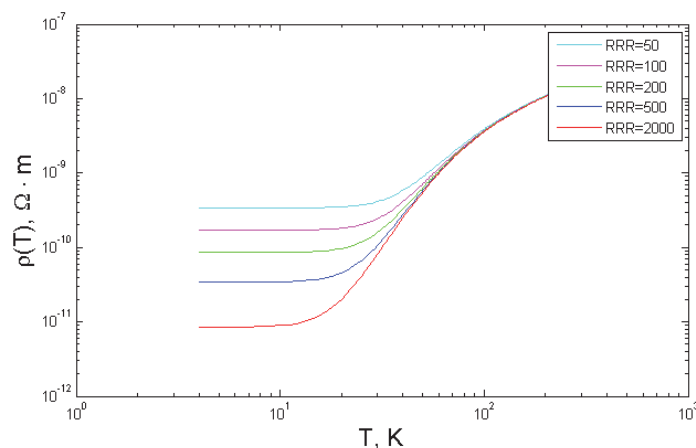
Niewielkie wartości RRR wskazują na dużą zawartość zanieczyszczeń lub defektów w sieci krystalicznej, im wyższy iloraz RRR , tym większa czystość. Na rysunkach 1 i 2 przedstawiono zależność przewodności cieplnej oraz oporności elektrycznej miedzi w zależności od temperatury oraz RRR . Wykresy otrzymano na podstawie zależności zaproponowanych przez *NIST* [7], które wykorzystano również w modelu. Z przedstawionych zależności wynika, że w zakresie niskich temperatur oporność zależy bardzo mocno od czystości miedzi i poniżej 10 K jest praktycznie stała. Wraz ze zmniejszeniem ruchliwości elektronów, oporność rośnie ze wzrostem temperatury. Wykres przewodności cieplnej ukazuje, że maksymalną wartość przyjmuje ona w przedziale temperatur 10–30 K (w zależności od czystości materiału).

3. MODEL MATEMATYCZNY

Ponieważ długość doprowadzenia jest znacznie większa od jego średnicy (założono kołowy przekrój doprowadzenia), zagadnienie można rozpatrywać jako jednowymiarowo. Otrzymane na podstawie wzorów (1) oraz (2) równanie bilansu cieplnego



Rys. 1: Zależność przewodności cieplnej miedzi od temperatury oraz ilorazu oporności RRR



Rys. 2: Zależność oporności elektrycznej miedzi od temperatury oraz ilorazu oporności RRR

przyjmuje postać:

$$\frac{d}{dT} \left(\lambda(T) A \frac{dT}{dx} \right) + \rho(T) \frac{I^2}{A} = 0 \quad (4)$$

gdzie I – prąd przepływający przez doprowadzenie, A – pole przekroju doprowadzenia.

W celu wykonania obliczeń zdyskretyzowano doprowadzenie prądowe, rozmieszczając N węzłów równomiernie wzdłuż długości doprowadzenia. Rysunek 3 przedstawia podział doprowadzenia na objętości kontrolne, wraz z zaznaczonymi strumieniami ciepła dopływającymi do węzła. Dla objętości kontrolnej można zapisać następujący bilans energii:

$$\dot{q}_g + \dot{q}_d + \dot{q}_{Joule} = 0 \quad (5)$$

gdzie:

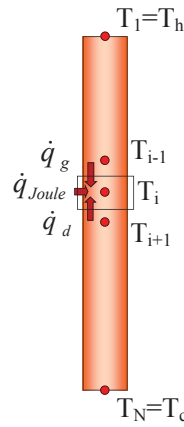
$$\dot{q}_g = \lambda \left(\frac{T_i + T_{i-1}}{2} \right) \frac{\pi D^2}{4 \Delta x} (T_{i-1} - T_i) \quad (6)$$

$$\dot{q}_d = \lambda \left(\frac{T_i + T_{i+1}}{2} \right) \frac{\pi D^2}{4\Delta x} (T_{i+1} - T_i) \quad (7)$$

$$\dot{q}_{Joule} = \rho(T_i) \frac{4\Delta x}{\pi D^2} I^2 \quad (8)$$

D – średnica doprowadzenia, Δx – odległość pomiędzy węzłami. Po podstawieniu równań (6), (7), (8) do (5) otrzymujemy:

$$\lambda \left(\frac{T_i + T_{i-1}}{2} \right) \frac{\pi D^2}{4\Delta x} (T_{i-1} - T_i) + \lambda \left(\frac{T_i + T_{i+1}}{2} \right) \frac{\pi D^2}{4\Delta x} (T_{i+1} - T_i) + \rho(T_i) \frac{4\Delta x}{\pi D^2} I^2 = 0 \quad (9)$$



Rys. 3: Dyskretyzacja doprowadzenia prądowego na objętości kontrolne

Obliczenia przeprowadzono dla założonej temperatury ciepłego oraz zimnego końca doprowadzenia ($T_1, T_N = 4.2$ K). Równanie (9) dla poszczególnych węzłów oraz warunki brzegowe można zapisać jako układ równań w postaci macierzowej:

$$Ax = b \quad (10)$$

gdzie: x – macierz niewiadomych (zawierająca wartości temperatury w poszczególnych węzłach), A – macierz zawierająca współczynniki każdego z równań, b – macierz wyrazów wolnych.

Ze względu na zależność współczynnika przewodzenia ciepła oraz oporności elektrycznej od temperatury, otrzymany układ wymaga rozwiązania za pomocą iteracyjnych metod numerycznych. Do tego celu opracowano algorytm obliczeniowy, który zaimplementowano w środowisku obliczeniowym MATLAB:

1. Wprowadzenie danych wejściowych (geometria doprowadzenia (D, L), ilość węzłów (N), warunki brzegowe (T_c, T_h, RRR)).
2. Obliczenie odległości pomiędzy węzłami $\Delta x = L/(N - 1)$.
3. Uzupełnienie macierzy z założonymi temperaturami poszczególnych węzłów T_g (dla pierwszej iteracji – założenie liniowego profilu temperatury).

4. Założenie dopuszczalnego błędu.
5. Uwzględnienie warunków brzegowych: $A_{(1,1)} = 1$, $b_{(1)} = T_h$, $A_{(N,N)} = 1$, $b_{(N)} = T_c$.
6. Dla węzłów $2 \dots N - 1$:

$$A_{(i,i)} = -\lambda \left(\frac{T_{g(i)} + T_{g(i-1)}}{2} \right) \frac{\pi D^2}{4\Delta x} - \lambda \left(\frac{T_{g(i)} + T_{g(i+1)}}{2} \right) \frac{\pi D^2}{4\Delta x} \quad (11)$$

$$A_{(i,i+1)} = \lambda \left(\frac{T_{g(i)} + T_{g(i+1)}}{2} \right) \frac{\pi D^2}{4\Delta x} \quad (12)$$

$$A_{(i,i-1)} = \lambda \left(\frac{T_{g(i)} + T_{g(i-1)}}{2} \right) \frac{\pi D^2}{4\Delta x} \quad (13)$$

$$b_{(i)} = \rho(T_{g(i)}) \frac{4\Delta x}{\pi D^2} I^2 \quad (14)$$

7. Rozwiązanie układu równań i umieszczenie rozwiązania w macierzy T .
8. Obliczenie błędu: $blad = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N |T_{g(i)} - T_{(i)}|$.
9. Uaktualnienie macierzy z założonymi temperaturami (T_g): $T_g = T$.
10. Jeśli błąd jest mniejszy niż dopuszczalny – przejdź do punktu 11, w przeciwnym wypadku – wróć do punktu 5.
11. Obliczenie strumienia ciepła dopływającego do zimnego końca doprowadzenia prądowego:

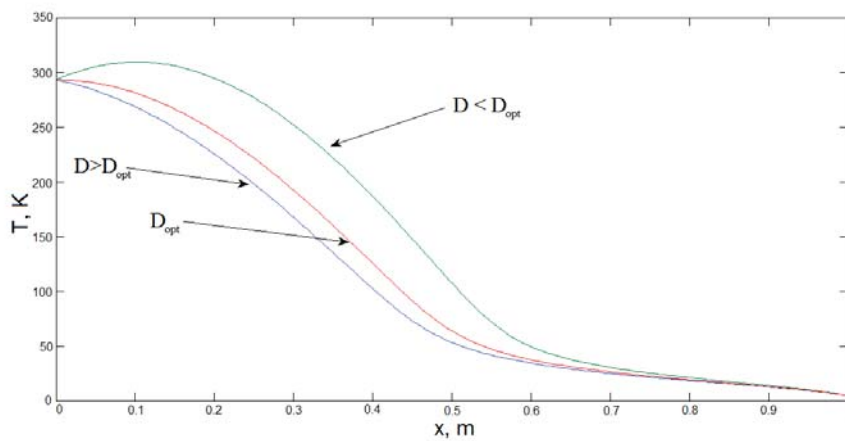
$$\dot{q}_c = -\lambda \left(\frac{T_{(N-1)} + T_{(N)}}{2} \right) \frac{\pi D^2}{4\Delta x} (T_{(N-1)} - T_{(N)}) + \rho \left(\frac{T_{(N-1)} + T_{(N)}}{2} \right) \frac{4\Delta x}{\pi D^2} I^2 \quad (15)$$

4. WYNIKI

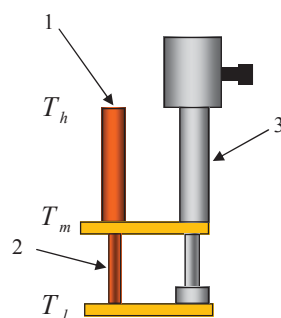
Obliczenia pozwoliły na wyznaczenie optymalnej geometrii doprowadzenia prądowego. W tabeli 1 przedstawiono zależność optymalnej średnicy doprowadzenia (założono długość $L = 1$ m) oraz minimalnego dopływu ciepła do urządzenia w zależności od czystości miedzi (RRR) oraz wartości prądu płynącego przez doprowadzenie. Dla temperatury $T_c = 80$ K optymalna średnica oraz minimalny dopływ ciepła są praktycznie niezależne od RRR miedzi – wynika to z faktu, że zarówno własności cieplne jak i elektryczne miedzi są niezależne od czystości miedzi (rys. 1 i 2). Przy założeniu temperatury zimnego końca doprowadzenia równej 4 K, miedź o niższej czystości sprawdza się lepiej, niż miedź o bardzo dużej czystości ($RRR = 2000$). Rysunek 4 przedstawia profil temperatury wzdłuż doprowadzenia prądowego. Z wykresu wynika, że im mniejsza średnica doprowadzenia, tym większa generacja ciepła Joule'a i doprowadzenie bardziej się nagrzewa. W przypadku średnic większych od optymalnej, zwiększa się dopływ ciepła z otoczenia. Często stosowanym rozwiązaniem jest kilkustopniowe doprowadzanie ciepła z doprowadzenia.

Tabela 1: Zależność optymalnej średnicy doprowadzenia oraz minimalnego dopływu ciepła do urządzenia w zależności od czystości miedzi oraz prądu

RRR	I, A	$T_c = 4$ K		$T_c = 80$ K	
		$q_{min},$ W	$d_{opt},$ mm	$q_{min},$ W	$d_{opt},$ mm
50	50	2,14	3,5	2,07	4,3
300	50	2,13	2,9	2,07	4,2
2000	50	2,62	2,5	2,07	4,2
50	200	8,54	7,0	8,29	8,6
300	200	8,52	5,8	8,30	8,4
2000	200	10,34	5,0	8,30	8,4
50	1000	42,71	15,7	41,42	19,2
300	1000	42,61	12,9	41,48	18,8
2000	1000	51,07	11,2	41,51	18,8



Rys. 4: Przykładowy profil temperatury w doprowadzeniu prądowym w zależności od średnicy doprowadzenia



Rys. 5: Doprowadzenie prądowe z dodatkowym odprowadzeniem ciepła, ziębione za pomocą chłodziarki kriogenicznej. 1 – część wysokotemperaturowa doprowadzenia prądowego, 2 – część niskotemperaturowa doprowadzenia prądowego, 3 – dwustopniowa chłodziarka kriogeniczna

Rysunek 5 przedstawia przykładową realizację tego pomysłu przy pomocy dwustopniowej chłodziarki kriogenicznej, gdzie pierwszy stopień chłodziarki odprowadza ciepło w pośredniej temperaturze T_m , a drugi stopień odprowadza ciepło w temperaturze T_c . Wykonano przykładowe obliczenia dla doprowadzenia prądowego o $T_c = 4,2$ K z dodatkowym odprowadzeniem ciepła w $T_m = 80$ K oraz dla porównania - bez dodatkowego odprowadzenia ciepła. Wymaganą pracę chłodziarki obliczono dla obiegu Carnot:

$$W = Q \cdot COP_{Carnot} = Q \frac{T_h - T_c}{T_c} \quad (16)$$

Wyniki przedstawiono w tabeli 2.

Tabela 2: Porównanie pracy chłodziarki Carnota odprowadzającej ciepło z doprowadzenia prądowego

Bez odprowadzenia ciepła w $T_m = 80$ K		Z odprowadzeniem ciepła w $T_m = 80$ K	
$q_{@4\text{ K}}$	42,61 W	$q_{@4\text{ K}}$	9,88 W
		$q_{@80\text{ K}}$	41,48 W
$W_{@4\text{ K}}$	3001 W	$W_{@4\text{ K}}$	695,83 W
		$W_{@80\text{ K}}$	114,07 W
ΣW	3001 W	ΣW	809,90 W

Zauważyć można, że dodatkowe odprowadzenie ciepła w pośredniej temperaturze pozwala na znaczne ograniczenie dopływów ciepła w temperaturze 4,2 K oraz znaczące zmniejszenie pracy chłodziarki, a więc zmniejszenie kosztów pracy urządzenia.

5. WNIOSKI

Modelowanie numeryczne pozwala na optymalizację doprowadzeń prądowych do zastosowań kriogenicznych. Opracowany model pozwala na znalezienie optymalnej geometrii doprowadzenia w zależności od materiału doprowadzenia i parametrów pracy i minimalizację dopływów ciepła do urządzeń nadprzewodzących. Doprowadzenia prądowe do urządzeń wykonanych z nadprzewodników niskotemperaturowych generują duży dopływ ciepła do obszarów niskotemperaturowych (ok. 42 W/kA). Może on zostać zredukowany poprzez wprowadzenie odprowadzenia ciepła w pośrednich temperaturach, dzięki czemu praca niezbędna do napędu chłodziarki zostaje zredukowana niemal czterokrotnie.

LITERATURA

- [1] Cengel Y.A., Boles M.A. *Thermodynamics. An engineering approach.*, 5th Edition, McGraw-Hill, 2005.
- [2] Chorowski M. *Kriogenika. Podstawy i zastosowania*, IPPU MASTA, Gdańsk 2007.
- [3] Seeber B. *Handbook of applied superconductivity*, IOP Publishing Ltd, 1998.
- [4] Ballarino A. *Conduction-cooled 60A Resistive Current Leads For LHC dipole correctors*, LHC Project Report 691, 2004.
- [5] Ballarino A. *Current Leads, Links and Buses*, Proceedings of the CAS-CERN Accelerator School: Superconductivity for Accelerators, Erice, Italy, 24 April–4 May 2013, edited by R. Bailey, CERN–2014–005, Geneva, 2014.

-
- [6] Lee H.G. i inni, *Conduction-Cooled Brass Current Leads for a Resistive Superconducting Fault Current Limiter (SFCL) System*, IEEE Transactions on applied superconductivity, **17**(2), 2007.
 - [7] Manfreda G., *Review of ROXIEs Material Properties Database for Quench Simulations*, CERN Internal Note 2011-24 EDMS Nr:1178007, 2011.
 - [8] McFee R. *Optimum Input Leads for Cryogenic Apparatus*, Review of Scientific Instruments **30**(98), 1959.
 - [9] White M.J. i inni. *Numerical Model for Conduction-Cooled Current Lead Heat Loads*, AIP Conf.Proc. 1434, 565–572, 2011.