

WPLYW PODATNOŚCI GŁÓWKI SZYNY NA ROZKŁAD PRZEMIESZCZEŃ WZDŁUŻNYCH PRZY HAMOWANIU POCIĄGU¹

Włodzimierz CZYCUŁA, Małgorzata URBANEK
Politechnika Krakowska, Wydział Inżynierii Lądowej

Praca dotyczy analizy przemieszczeń wzdłużnych główki i osi szyny przy występowaniu obciążeń, jakie pojawiają się przy hamowaniu pociągu. Analiza została przeprowadzona przy użyciu numerycznego, trójwymiarowego modelu szyny. Wyniki analizy zilustrowano przykładami obliczeniowymi. Dokonano także porównania rezultatów analizy numerycznej z wynikami, uzyskanymi przy użyciu modelu analitycznego.

Słowa kluczowe: przemieszczenie wzdłużne szyny, efekt „head on web”, hamowanie pociągu.

1. WPPROWADZENIE

Efekt „head on web” (HOW), czyli przemieszczenia główki szyny na sprężystej szyjce, jest rzadko analizowanym zagadnieniem. Pierwsze analizy tego problemu zostały przeprowadzone w roku 1926 [5]. Następnie, w latach osiemdziesiątych ubiegłego wieku, przeprowadzone zostały badania tego efektu przy użyciu metod analitycznych i numerycznych [1,3,4]. W pracach tych badano głównie efekt pionowych przemieszczeń [1], ale także – w niewielkim zakresie – poziomych, w kierunku poprzecznym do osi toru [3,4]. W pracy [3] nie badano stricte efektu HOW, bowiem wydzielono główkę, jako jedną warstwę, a szyjkę i stopkę powiązano z podkładami. Według rozeznania autorów praca [6] jest pierwszą próbą w miarę kompleksowego, ilościowego badania zagadnienia HOW dla różnych przekrojów poprzecznych szyn, stosowanych na sieci PKP PLK oraz w innych krajach. W pracy tej uwzględniono również, dotychczas nieanalizowany, kierunek wzdłużny.

Celem pracy jest analiza przemieszczeń wzdłużnych osi główki oraz osi szyny przy hamowaniu pociągu. Analiza będzie przeprowadzona przy użyciu trójwymiarowego modelu numerycznego szyny, wykorzystanego w pracy [6], przy występowaniu sił pionowych i wzdłużnych. Przemieszczenia osi szyny zostaną porównane z rozwiązaniem analitycznym, opisanym w pracy [2].

¹ DOI 10.21008/j.1897-4007.2017.25.08

2. MODEL OBLICZENIOWY

2.1. Model analityczny

Droga szynowa modelowana jest jako zastępcza belka, spoczywająca na sprężysto lepkiem podłożu. Belka składa się z dwóch szyn, opisanych dwoma parametrami: sztywność wzdłużna EA (gdzie E – moduł Younga stali szynowej [N/m^2], A – pole powierzchni przekroju poprzecznego dwóch szyn [m^2]) oraz masa jednostkowa m [kg/m], która dotyczy zarówno masy jednostkowej dwóch szyn, jak również masy podkładów, przypadającej na jednostkę długości toru.

Podłoże szynowe opisane jest dwoma parametrami: jednostkową sztywnością k [N/m^2] oraz jednostkowym współczynnikiem tłumienia c [Ns/m^2]. Parametry te charakteryzują wzdłużne właściwości przytwierdzeń szyn do podkładów oraz opory wzdłużne przy ruchu podkładów w podsypce. Przyjęto, że sztywność wzdłużna nie zależy od obciążenia pionowego (por. [2]). W odniesieniu do pozostałych parametrów drogi szynowej zakładamy, że są stałe wzdłuż toru.

Obciążenie wzdłużne będzie rozważane, jako siły rozpędzania i hamowania pociągu. Będziemy zakładać, że w małych przedziałach czasu Δt , zarówno siły rozpędzania, jak i siły hamowania nie zmieniają istotnie prędkości pociągu – dlatego będziemy rozważać stacjonarną odpowiedź nawierzchni. W pracy będzie rozważany następujący model obciążenia: siły wzdłużne na styku kół z szynami są równomiernie rozłożone na całej długości pociągu. Założenie to, w rozwiązaniu statycznym, było zweryfikowane w pracy [2]. Wykazano, że równomierne obciążenie w stosunku do statycznie równoważnego obciążenia dyskretnego nie wprowadza istotnych błędów. Dotyczy to zwłaszcza maksymalnych wartości przemieszczeń wzdłużnych.

Obciążenie wzdłużne θ [N/m] zależy od obciążenia pionowego q [N/m], a zależność tę opisuje formuła:

$$\theta = \mu \cdot q, \quad (1)$$

gdzie: μ – bezwymiarowy współczynnik (mniejszy od współczynnika tarcia ślizgowego) - w pracy przyjęto 0,25 (por. [2]).

Równanie ruchu toru bez tłumienia, przy stałej sztywności podłoża szynowego k i obciążeniu θ , równomiernie rozłożonym na całej długości pociągu $2l$, ma postać (por. [2]):

$$EA \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - m \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} - ku = -\theta(x, t) ; \text{ pod pociągiem,} \quad (2a)$$

$$EA \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - m \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} - ku = 0 ; \text{ poza pociągiem,} \quad (2b)$$

gdzie: $u(x, t)$ – przemieszczenie wzdłużne zastępczej belki (szyn).

W ruchomym układzie współrzędnych ($\eta = u$, $\xi = x - vt$, gdzie v – prędkość pociągu), jeśli obciążenie nie zmienia się w czasie, równania (2) można zapisać w postaci równań zwyczajnych:

$$\frac{d^2 u}{d\xi^2} - \beta^2 u = -\frac{\theta}{EA - mv^2}; \text{ dla } |\xi| \leq l_t, \quad (3a)$$

$$\frac{d^2 u}{d\xi^2} - \beta^2 u = 0; \text{ dla } |\xi| > l_t, \quad (3b)$$

gdzie:

$$\beta = \sqrt{\frac{k}{EA - mv^2}}. \quad (4)$$

Jak można zaobserwować rozwiązanie równania (3a) istnieje dla prędkości v , która jest mniejsza od v_{cr} , tj.:

$$v < v_{cr} = \sqrt{\frac{EA}{m}} \quad (5)$$

Ogólnie rozwiązanie niejednorodnego równania (2a), z uwzględnieniem całki szczególnej, może być opisane poprzez wyrażenie:

$$u(\xi) = C_1 \cdot ch(\beta\xi) + C_2 \cdot sh(\beta\xi) + \frac{\theta}{k}; \text{ dla } |\xi| \leq l_t \quad (6)$$

Natomiast ogólne rozwiązanie jednorodnego równania (2b) przyjmuje formę:

$$u(\xi) = D_1 \cdot e^{-\beta(\xi-l_t)} + D_2 \cdot e^{\beta(\xi-l_t)}; \text{ dla } |\xi| > l_t \quad (7)$$

gdzie: C_1, C_2, D_1, D_2 – stałe.

Symetryczne rozwiązanie względem punktu $\xi = 0$, w odniesieniu do dodatnich wartości ξ , można uzyskać poprzez uwzględnienie następujących warunków brzegowych i warunków zgodności przemieszczeń oraz pochodnych na końcu pociągu (por. [2]):

$$\begin{aligned} \text{dla } \xi \rightarrow 0^+; \frac{du}{d\xi} &\rightarrow 0; \\ \text{dla } \xi \rightarrow \infty; u &\rightarrow 0; \\ u(\xi = l_t^+) &= u(\xi = l_t^-); \\ \frac{du}{d\xi}(\xi = l_t^+) &= \frac{du}{d\xi}(\xi = l_t^-) \end{aligned} \quad (8)$$

Stacjonarne rozwiązanie problemu, dla dodatnich wartości ξ , można zapisać w postaci:

$$u(\xi) = \frac{\theta}{k} \cdot \left(1 - \frac{ch(\beta\xi)}{ch(\beta l_t) + sh(\beta l_t)} \right); \text{ dla } \xi \leq l_t$$

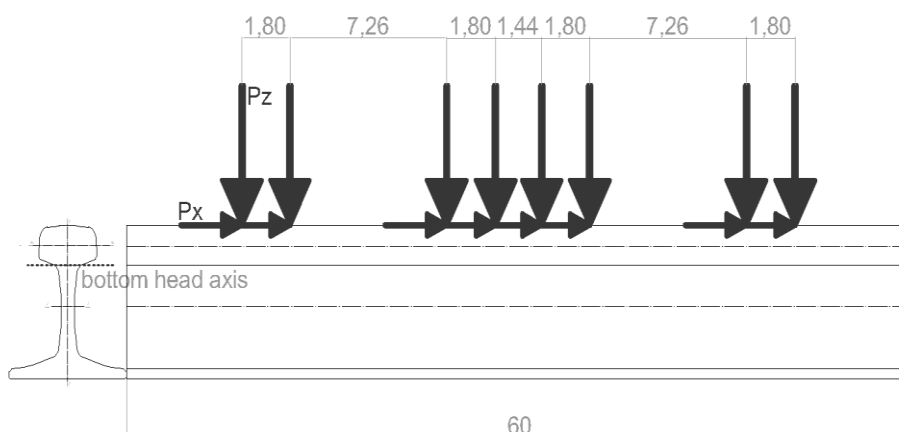
$$u(\xi) = \frac{\theta}{k} \cdot \left(\frac{sh(\beta l_t)}{ch(\beta l_t) + sh(\beta l_t)} \right) \cdot e^{-\beta(\xi - l_t)}; \text{ dla } \xi > l_t \quad (9)$$

i rozwiązanie jest symetryczne względem punktu $\xi = 0$.

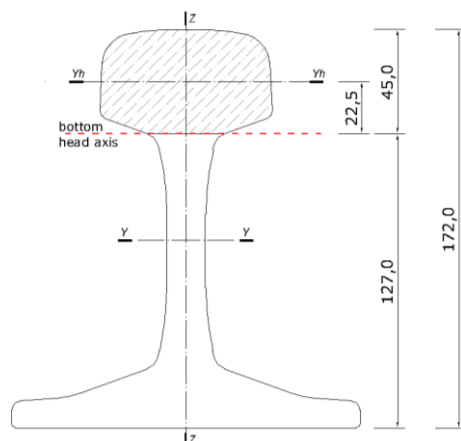
2.2. Model numeryczny

Symulację komputerową hamowania pociągu przeprowadzono w programie Autodesk Simulation Multiphysics. Model zbudowano z elementów trójwymiarowych, którym nadano właściwości materiałowe zgodne z elementami występującymi w torze, pominięto podłoże (podkłady, podsypkę i podtorze) zastępując je elementami typu spring o odpowiedniej sztywności. Przeprowadzono statyczną analizę naprężeń dla modelu liniowego.

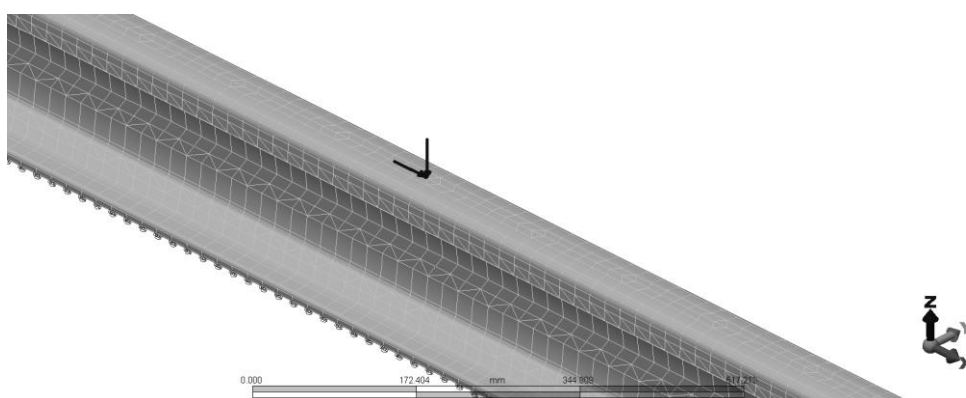
Model zbudowano z elementu szyny 60E1 (rys. 2) o długości 60 metrów. Obciążenie modelu stanowi zestaw sił o rozstawie kół zgodnym z wagonem Falns 441, na jedną szynę (układ symetryczny), który przedstawiono na rysunku (rys.1.)



Rys. 1. Rozkład sił w modelu numerycznym – wymiary podane w [m]



Rys. 2. Szyna 60E1-podział szyny na główkę i szyjkę. Wymiary w [mm]

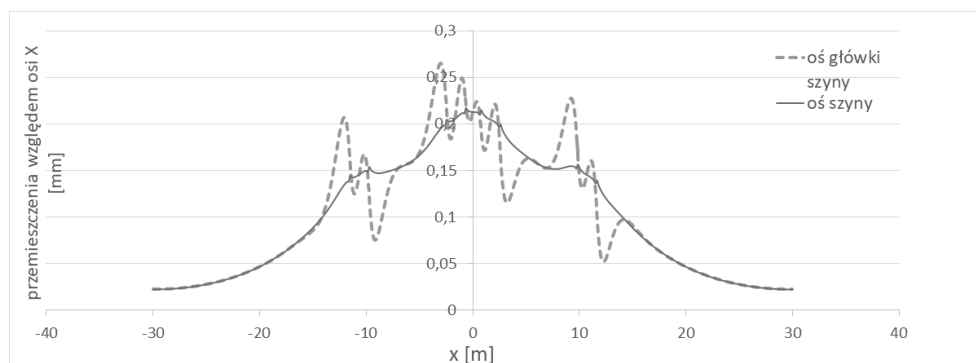


Rys. 3. Fragment modelu numerycznego obrazującego sposób przyłożenia sił

3. PRZYKŁADY OBLICZEŃ

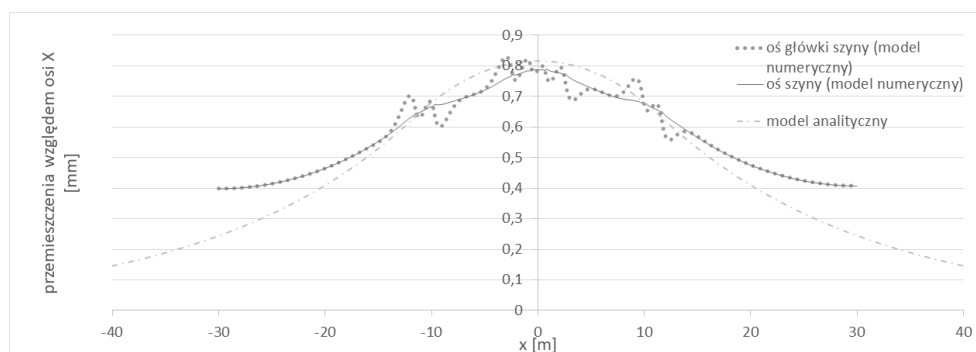
Do obliczeń przyjęto podłoże o współczynniku $C_b = 8,5 \text{ MN/m}^3$. Sztywność wzdłużna przytwierdzeń $5,47 \cdot 10^7 \text{ N/m}^2$, sztywność podłoża wynosi $8,01 \cdot 10^6 \text{ N/m}^2$. Zastępcza sztywność wzdłużna podłoża szynowego (oznaczenie k – w modelu analitycznym) jest równa $6,98 \cdot 10^6 \text{ N/m}^2$. Siła pionowa $P_z = 11250 \text{ N}$, natomiast wzdłużna $P_x = 2250 \text{ N}$ (co stanowi 25% siły pionowej). Prędkość $v = 0,0005 \text{ km/h}$, masa jest równa masie szyny i wynosi 60 kg/m , $E = 2,1 \cdot 10^{11} \text{ N/m}^2$ oraz $A = 2 \cdot 7687 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2$. Przy tak małej prędkości rozwiązanie stacjonarne, wynikające ze wzorów (9), jest bliskie statycznemu. Procedura obliczeniowa, jaką zastosowano w modelu analitycznym, wymaga przyjęcia niezerowej wartości prędkości. Przy porównaniu rozwiązania analitycznego z numerycznym, rozpatrywano jedną szynę, a rozkład przemieszczeń dotyczy osi szyny.

Analiza numeryczna dotyczy modelu statycznego, dla którego wykonano porównanie przemieszczeń wzdłużnych szyny występujących w osi szyny oraz w osi główki (rys. 4).



Rys. 4. Przemieszczenia podłużne szyny- model numeryczny

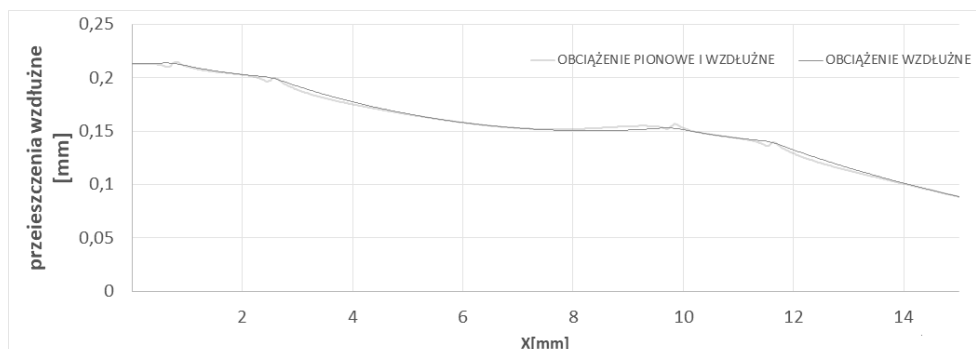
Na rysunku 5 przedstawiono porównanie rozwiązań modelu numerycznego z analitycznym.



Rys. 5. Przemieszczenia podłużne szyny, w przypadku występowania tylko sił wzdłużnych

W modelu analitycznym długości szyny stanowi 600 m natomiast w numerycznym jedynie 60 m. Rozbieżności pomiędzy modelami, na obszarze, na którym nie występują siły, wynikają z ograniczonej długości modelu numerycznego, w wyniku czego występują niezerowe przemieszczenia wzdłużne na końcach szyny. Model numeryczny o długości 60 m przyjęto jako testowy, ze względu na obserwację efektu „head on web”, którego występowanie ma charakter lokalny.

Przeprowadzono analizę przemieszczeń wzdłużnych szyny dla dwóch przypadków (rys. 6). Pierwszy, w którym model obciążono zarówno siłą pionową jak i wzdłużną oraz drugi, gdzie występuje tylko siła wzdłużna. Różnice wartości przemieszczeń wzdłużnych przedstawiono w osi szyny.



Rys. 6. Różnice wartości przemieszczeń wzdłużnych w osi szyny pomiędzy przypadkiem występowania samej siły pionowej a siły pionowej i wzdłużnej

4. PODSUMOWANIE I WNIOSKI

Praca dotyczy analizy przemieszczeń wzdłużnych szyny, jako struktury, w której wydzielono główkę. Metodą numeryczną wyznaczono przemieszczenia osi główki szyny oraz osi szyny. Przedstawiono przykład analizy numerycznej, a wyniki porównano z rezultatami analizy modelu analitycznego. Porównanie dotyczy przemieszczeń osi szyny.

Obliczenia dotyczące modelu numerycznego przeprowadzono dla dwóch przypadków. Pierwszy, w którym model obciążono zarówno siłą pionową jak i wzdłużną oraz drugi, gdzie występuje tylko siła wzdłużna. Z przeprowadzonych analiz można sformułować następujące spostrzeżenia:

- Różnice przemieszczeń wzdłużnych osi główki szyny i osi szyny w analizowanych przypadkach są poniżej 0,1 mm, co stanowi około 12%. Różnica ta jest niewielka, ale – z uwagi na zjawiska, występujące na styku koła z szyną – są to wartości znaczące.
- Porównując wyniki uzyskane z analizy modelu analitycznego i numerycznego należy stwierdzić, że w obszarze maksymalnych przemieszczeń wzdłużnych (strefa występowania sił) wartości są zbieżne.
- Wprowadzenie do analizy oprócz sił wzdłużnych także siły pionowe w niewielkim stopniu wpływa na maksymalne wartości przemieszczeń wzdłużnych, ale zmienia ich rozkład wzdłuż szyny.

Dalsze prace w tym zakresie będą koncentrować się na analizach dynamicznych efektu „head on web”, przy występowaniu sił pionowych i wzdłużnych, z uwzględnieniem zmiany oporu podłużnego w wyniku obciążeń pionowych.

LITERATURA

- [1] Czyczuła W. – Analiza stanu naprężeń w szynach na podstawie modeli uproszczonych. Drogi Kolejowe, 12, 1988, s. 256-267.

- [2] Czyczuła W. – Tor bezстыkowy. Książka akademicka, Wydawnictwo Politechniki Krakowskiej, Kraków 2002.
- [3] Hunt G.A. – Dynamic analysis of railway vehicle/track interaction forces. Doctoral thesis, Loughborough University of Technology, 1986.
- [4] Orringer O, Morris JM, Jeong DY. Detail fracture growth in rails: Test results. Theoretical and Applied Fracture Mechanics. [doi: DOI: 10.1016/0167- 8442(86)90019-4]. 1986;5(2):63-95.
- [5] Timoshenko S.P.: Method of analysis of statical and dynamical stresses in rail. Proceedings of the Second International Congress for Applied Mechanics, Zurich Switzerland, 1926, pp. 407-418.
- [6] Urbanek M., Czyczuła W. – Analiza stanu naprężeń i przemieszczeń w szynach kolejowych o różnych przekrojach poprzecznych. ; Zeszyty Naukowo-Techniczne Stowarzyszenia Inżynierów i Techników Komunikacji Rzeczpospolitej Polskiej, Oddział w Krakowie. Seria: Materiały Konferencyjne „Nowoczesne Technologie i Systemy Zarządzania w Transporcie Szynowym”, Zakopane, 30.11-02.12.2016 s. 191-208.
- [7] Polska Norma PN-EN 13674-1 Kolejnictwo-Tor-Szyna-Część 1: Szyny kolejowe Vignole’a o masie 46kg/m i większej.

EFFECT OF RAIL HEAD RECEPTANCE ON LONGITUDAL DISPLACEMENT DISTRIBUTION UNDER BREAKING FORCES

Summary

The paper deals with the analysis of longitudinal displacements of the rail head and rail axis under the loads that occur at the braking of the train. The analysis was carried out using a numerical three-dimensional rail model. The results of the analysis are illustrated by computational examples. The results from numerical and analytical models are compared.

Keywords: longitudinal rail displacements, effect „head on web”, train braking.

Dane autorów:

Prof. dr hab. inż. Włodzimierz Czyczuła
Politechnika Krakowska, Wydział Inżynierii Lądowej
Instytut Inżynierii Drogowej i Kolejowej
Katedra Infrastruktury Transportu Szynowego i Lotniczego
e-mail: czyczula@pk.edu.pl
telefon: +48 12 628 2358

Mgr. inż. Małgorzata Urbanek
Politechnika Krakowska, Wydział Inżynierii Lądowej
Instytut Inżynierii Drogowej i Kolejowej
Katedra Infrastruktury Transportu Szynowego i Lotniczego
e-mail: malgorzataurbanek@gmail.com
telefon: +48 12 628 2179