

ZASTOSOWANIE SYMULACJI KOMPUTEROWYCH W BADANIACH ALGORYTMÓW REKONSTRUKCJI REZYSTANCJI SIATEK REZYSTORÓW

Piotr ZEGARMISTRZ ¹, Anna MALCHAREK ²

1. Akademia Górniczo-Hutnicza im. Stanisława Staszica w Krakowie, Wydział Elektrotechniki, Automatyki, Informatyki i Inżynierii Biomedycznej
e-mail: pzegar@agh.edu.pl
2. Akademia Górniczo-Hutnicza im. Stanisława Staszica w Krakowie, Wydział Elektrotechniki, Automatyki, Informatyki i Inżynierii Biomedycznej
e-mail: aamalcharek@gmail.com

Streszczenie: Przedmiotem niniejszej pracy jest analiza możliwości zastosowania logiki rozmytej i systemów ekspertowych w procesie doboru najlepszej metody rozwiązania problemu rekonstrukcji rezystancji kwadratowych siatek rezystorów. Bazując na badaniach skuteczności algorytmów rekonstrukcji oraz oprogramowaniu Fuzzy Logic Toolbox opracowano system pozwalający na wskazanie najlepszej metody odtwarzania parametrów siatki w zależności od ustalonych kryteriów, takich jak np. najkrótszy czas obliczeń czy najwyższa dokładność.

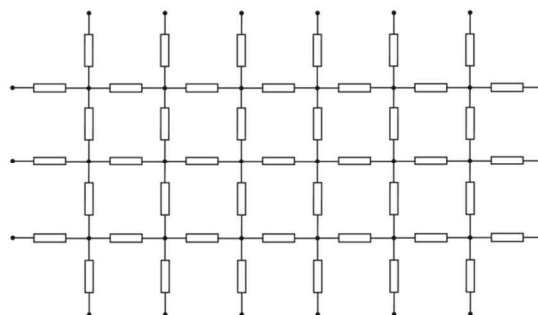
Słowa kluczowe: Rekonstrukcja siatki rezystorów. Funkcja celu. Systemy ekspertowe. Logika rozmyta.

1. WPROWADZENIE

Poniższy artykuł podzielono na dwie zasadnicze części. W pierwszej z nich przybliżono tematykę rekonstrukcji skończonych siatek rezystorów, zgłębiając i zaprezentowaną we wcześniejszych opracowaniach (m.in. [7,8]). W drugiej części pracy przedstawiono oryginalne wyniki uzyskane za pomocą opracowanego przez autorów systemu ekspertowego służącego do automatycznego wyboru optymalnej metody rekonstrukcji przy zadanych parametrach jakościowych uzyskanego wyniku. Ustalono trzy kryteria wyboru metody rekonstrukcji – rozmiar siatki, czas obliczeń oraz precyzja wyniku.

2. REKONSTRUKCJA SIATKI REZYSTORÓW

Kwadratowa siatka rezystorów jest to obwód elektryczny, w którym elementy rezystancyjne łączą sąsiednie węzły kratownicy o równej liczbie węzłów w wierszu i kolumnie. W pracy rozważany jest przypadek, gdy węzły siatki wypełniają kratownicę o kształcie kwadratu, jednak wszystkie definicje oraz obliczenia są prawdziwe dla siatek prostokątnych (porównaj rysunek 1). Każdy węzeł wewnętrzny jest połączony z czterema węzłami sąsiednimi za pomocą elementu o zadanej rezystancji, podczas gdy każdy węzeł brzegowy jest połączony z tylko jednym węzłem wewnętrznym [7]. Zaproponowane algorytmy rekonstrukcji mają za zadanie wyznaczenie wartości rezystancji wszystkich elementów siatki rezystancyjnej na podstawie pomiarów brzegowych.



Rys. 1. Siatka rezystorów o rozmiarze 8x5 węzłów [7]

Zakłada się, że istnieje fizyczny dostęp jedynie do węzłów znajdujących się na brzegu siatki. Informację na temat rezystancji elementów siatki rezystancyjnej można uzyskać na dwa sposoby. W pierwszej wersji (odzworowanie Dirichlet-Neumann), wymuszeniem jest wektor potencjałów węzłów brzegowych. Odpowiedzią układu na to wymuszenie jest wektor prądów w elementach brzegowych. W drugiej wersji (odzworowanie Neumann-Dirichlet) wektor potencjałów w węzłach brzegowych jest odpowiedzią układu na wymuszenie w postaci wektora prądów w elementach brzegowych. Oba odzworowania w sposób jednoznaczny określają wartości wszystkich elementów siatki rezystancyjnej. Ponadto wykazano [1], że problem ten ma charakter ciągły. Jeżeli wartości pomiarów na brzegach siatki są do siebie zbliżone, to siatki, dla których uzyskano te wyniki są zbudowane z elementów o zbliżonych wartościach rezystancji.

3. ALGORYTMY REKONSTRUKCJI

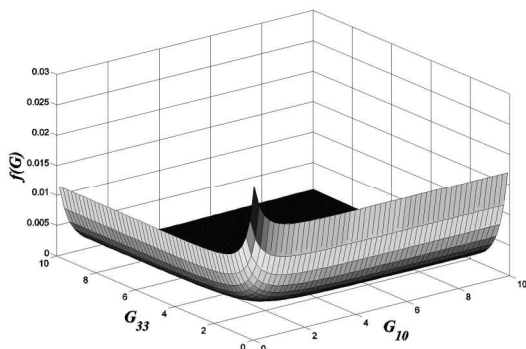
W procedurach rekonstrukcji siatek rezystorów zastosowano algorytmy metaheurystyczne, optymalizacyjne oraz algorytm analityczny wraz z modyfikacjami.

Algorytmy metaheurystyczne są grupą algorytmów poszukiwania rozwiązania w sposób pseudolosowy. Przeszukują zbiór możliwych rozwiązań i obliczają wartość funkcji celu. W każdym kroku, na podstawie wartości funkcji celu, podejmowana jest decyzja, czy badana próbka jest lepiej dopasowana do oryginału niż dotychczasowe

najlepsze rozwiązanie. Jeśli tak, to jest zapisywana w jego miejsce [2]. W przypadku algorytmów optymalizacyjnych, problem rekonstrukcji konduktancji należy sformułować jako problem poszukiwania minimum globalnego funkcji wielu zmiennych [6].

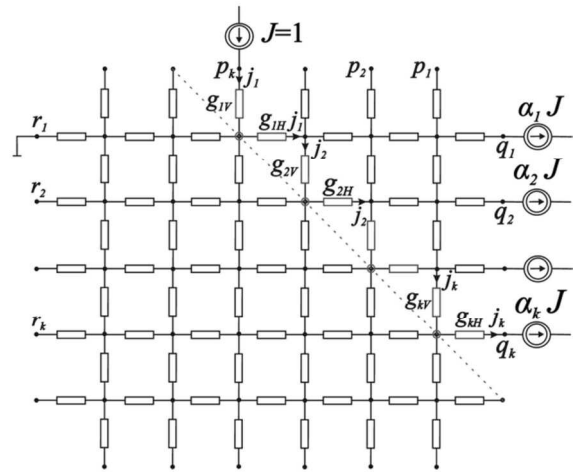
Dla obu powyższych grup algorytmów zdefiniowano funkcję celu w oparciu o odwzorowanie Neumann-Dirichlet [8]. Jej zmiennymi są wartości konduktancji wszystkich elementów siatki, a jej minimum odpowiada rozwiązaniu problemu rekonstrukcji. Funkcja celu jest zdefiniowana w taki sposób, aby wyliczać odchylenie standardowe wyników pomiarów brzegowych dokonywanych na siatce poddawanej ocenie względem wyników dla oryginalnej rekonstruowanej siatki. W każdej serii pomiarów wymuszone zostały odpowiednie prądy w elementach brzegowych, a następnie dokonywany jest pomiar napięć pomiędzy węzłami brzegowymi. Podczas obliczania wartości funkcji celu wykonywana jest seria pomiarów, tak aby po odpowiedniej liczbie kroków w każdym elemencie brzegowym przynajmniej raz popłynął prąd.

W pracy [9] przeprowadzono analizę zdefiniowanej funkcji celu. Zaprezentowano wykresy przedstawiające zależność wartości funkcji celu od dwóch wybranych konduktancji siatki. Wartość funkcji celu jest obliczana dla siatek, w których wszystkie konduktancje poza dwoma wybranymi do analizy mają wartości równe wartościom konduktancji oryginalnej siatki, a wybrane dwa parametry są zmieniane w całym zakresie wybranego przedziału z daną rozdzielczością. Jak widać (rysunek 2) funkcja celu może być bardzo płaska w otoczeniu minimum, więc znalezienie w przestrzeni poszukiwań punktu o bardzo małej wartości funkcji celu nie oznacza, że znalezione rozwiązanie jest blisko oryginału.



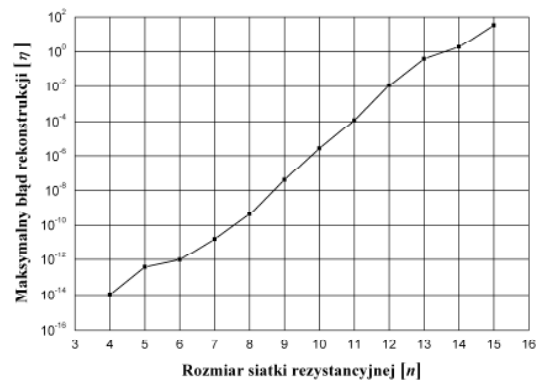
Rys. 2. Zależność wartości funkcji celu od dwóch konduktancji [9]

Analityczny algorytm rekonstrukcji rezystancji na podstawie pomiarów brzegowych został zaproponowany przez Edwarda B. Curtisa i Jamesa A. Morrowa [3]. Oryginalny algorytm Curtisa i Morrowa opierał się na spostrzeżeniu, że można tak dobrać współczynniki α (rysunek 3), żeby w węzłach na przerywanej linii i pod nią potencjały wynosiły zero. Oznacza to również zerowy przepływ prądów. Pozwala to na rekonstrukcję siatki ukośnymi warstwami począwszy od dowolnego narożnika siatki. Zaproponowano modyfikacje opisanego algorytmu [7], polegające na optymalizacji współczynników α przy pomocy metody najmniejszych kwadratów, uruchomieniu równocześnie ośmiu algorytmów z czterech narożników siatki w dwóch kierunkach, w celu minimalizacji liczby kroków niezbędnych do rekonstrukcji elementów siatki, oraz połączeniu obu tych modyfikacji.

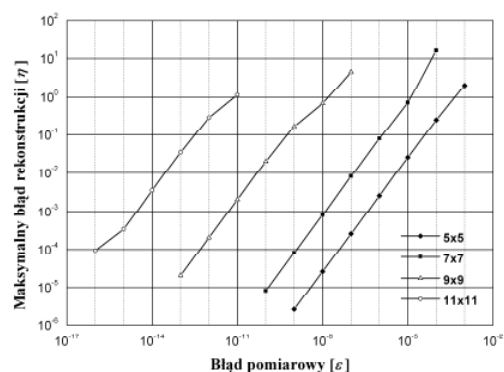


Rys. 3. Schemat algorytmu Curtisa i Morrowa [7]

Jako kryterium oceny algorytmów przyjęto czas obliczeń oraz maksymalny względny błąd rekonstrukcji [7]. Kolejne wykresy przedstawiają skuteczność rekonstrukcji algorytmu analitycznego oraz jego modyfikacji w zależności od rozmiaru siatki i założonego błędu pomiaru potencjałów w węzłach brzegowych.

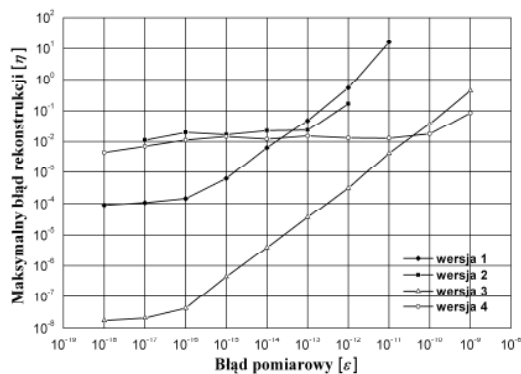


Rys. 4. Zależność maksymalnego błędu rekonstrukcji i rozmiaru siatki [7]



Rys. 5. Zależność maksymalnego błędu rekonstrukcji i błędu pomiarowego dla różnych rozmiarów siatek [7]

Maksymalny względny błąd rekonstrukcji (rysunek 4) rośnie wraz ze wzrostem rozmiaru siatki. Istnieje granica rozmiaru siatki, dla której procedura rekonstrukcji w zaproponowanej wersji jest bezużyteczna, gdyż generuje wyniki obarczone błędem o tym samym rzędzie wielkości co wartości konduktancji elementów siatki. Ponadto zauważono (rysunek 5), że dla ustalonego rozmiaru siatki zależność pomiędzy błędem pomiarowym, a błędem rekonstrukcji jest w przybliżeniu liniowa w skali logarytmicznej.



Rys. 6. Zależność maksymalnego błędu rekonstrukcji i błędu pomiarowego dla siatki 11x11 [7]

Dla siatek 7x7 widoczne są nieznaczne różnice między algorytmem oryginalnym a zmodyfikowanymi. Dla siatki 11x11 (rysunek 6) różnica ta jest znacząca – błąd rekonstrukcji w porównaniu do oryginalnego algorytmu został pomniejszony 1000 krotnie. Na rysunek 6 wersja 1 oznacza algorytm oryginalny Curtisa i Morrowa, wersja 2 – modyfikację, która polegała na optymalizacji współczynników α , wersja 3 – uruchomienie ośmiu algorytmów jednocześnie z 4 narożników siatki, wersja 4 – połączenie wersji 2 i 3.

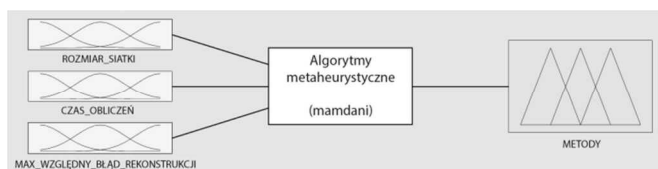
4. SYSTEMY EKSPERTOWE

W dalszej części pracy zajęto się porównaniem opisanych metod i opracowaniem uzyskanych wyników. Miało to na celu stworzenie narzędzia pozwalającego na dobór odpowiedniej metody do rekonstrukcji zadanej siatki. Użyto w tym celu nakładki Matlab Fuzzy Logic Toolbox i znajomości systemów ekspertowych oraz logiki rozmytej.

System ekspertowy jest to oprogramowanie zawierające wyspecjalizowaną wiedzę na temat określonego obszaru ludzkiej działalności. Wiedza ta jest tak zorganizowana, że umożliwia systemowi wejście w interakcyjny dialog z użytkownikiem, w wyniku czego system może oferować rady lub podpowiadać decyzje, jak również objaśniać proces prowadzonego wnioskowania.

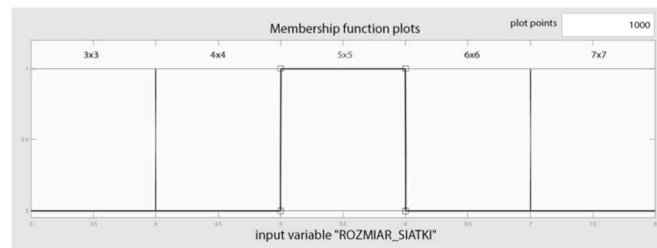
Logika rozmyta odbiega od logiki klasycznej tym, że między stanem 0 (fałsz) a stanem 1 (prawda) rozciąga się szereg wartości pośrednich określających stopień przynależności elementu do zbioru. Logika rozmyta bazuje na wiedzy zdroworozsądkowej eksperta. Nie rozwiązuje nowych problemów, ale korzysta z nowych metod rozwiązywania problemów już istniejących.

Zaprojektowany system ekspertowy analizuje najskuteczniejszą metodę rekonstrukcji siatki bazując na rozmiarze siatki, maksymalnym błędzie rekonstrukcji i czasie obliczeń. Jako metodę rozmycia danych wybrano MoM (Mean of Maximum) wybierającą najbardziej wiarygodne spośród wyników.

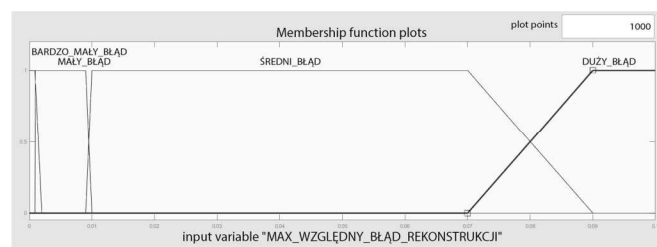


Rys. 7. Schemat budowy systemu ekspertowego mającego decydować o wyborze metody rekonstrukcji

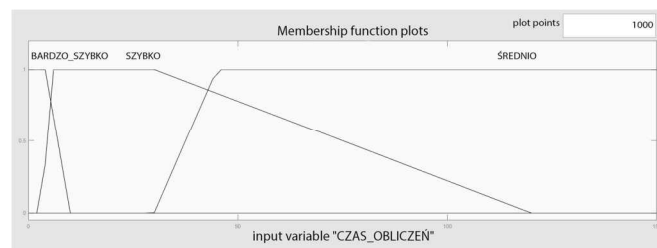
Zarówno rozmiar siatki (rysunek 8), jak i metody rekonstrukcji zostały przedstawione jako funkcje prostokątne rozpięte na pełnych przedziałach, przy czym wprowadzenie tego do programu polega na utworzeniu funkcji trapezowej o jednakowych współrzędnych wierzchołka górnej i dolnej podstawy (0, 0, 1, 1).



Rys. 8. Wartość wejściowa systemu ekspertowego – rozmiar siatki



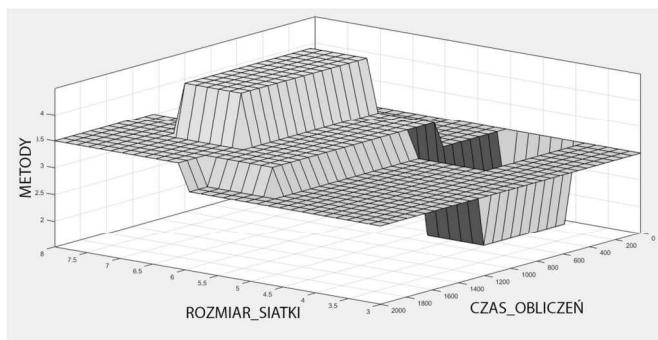
Rys. 9. Wartość wejściowa systemu ekspertowego – maksymalny względny błąd rekonstrukcji



Rys. 10. Wartość wejściowa systemu ekspertowego – czas obliczeń

Maksymalny względny błąd rekonstrukcji (rysunek 9) oraz czas obliczeń (rysunek 10) zostały przedstawione jako funkcje trapezowe sparametryzowane zdroworozsądkowo. W wyniku działania programu otrzymane zostały wykresy (rysunek 11) przedstawiające zależności między dwoma wybranymi kryteriami oceny, przy stałej wartości trzeciego z nich, i metody będącej najbardziej optymalną w danych przypadkach. Wykresy te mogą nie być czytelne dla użytkownika, dlatego wygenerowana została również tabela pozwalająca na proste manipulowanie wartością wszystkich kryteriów oceny i otrzymanie jednoznacznej odpowiedzi która lub które metody powinny zostać wybrane dla danych potrzeb i możliwości użytkownika (rysunek 12).

Przykładowo, chcąc zrekonstruować siatkę w rozmiarze 5x5 w krótkim czasie i z zachowaniem niewielkiego błędu rekonstrukcji otrzymuje się od programu informację, że najskuteczniejsza będzie metoda symulowanego wyżarzania. Decydując się na możliwość przeprowadzenia obliczeń w dłuższym czasie system podpowie, że możliwe jest użycie algorytmu symulowanego wyżarzania jak dotychczas, ale również algorytmu genetycznego.

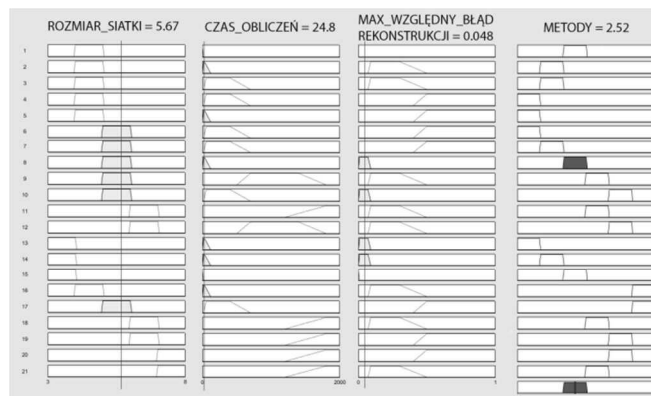


Rys. 11. Wykres zależności rozmiaru siatki i czasu obliczeń dla zadanej stałej wartości maksymalnego względnego błędu rekonstrukcji

Zaprezentowane wykresy obrazują działanie programu dla metod metaheurystycznych, jednak narzędzie to działa analogicznie dla algorytmów optymalizacyjnych. Można z niego wywnioskować, że możliwa jest rekonstrukcja siatki w rozmiarze 9×9 z zachowaniem minimalnego błędu rekonstrukcji metodą najmniejszych kwadratów, jednak obliczenia muszą trwać kilkadziesiąt sekund. Możliwe jest sprawdzenie, że największą siatką możliwą do rekonstrukcji tą metodą w czasie jednej sekundy i z prawie zerowym błędem rekonstrukcji jest siatka 5×5 .

5. PODSUMOWANIE

Celem niniejszej pracy było pokazanie, że systemy ekspertowe i logika rozmyta znajdują swoje zastosowanie w problemie rekonstrukcji rezystancji kwadratowych siatek rezystorów, jako narzędzie wspomagające proces wyboru najlepszego algorytmu rekonstrukcji przy zadanych ograniczeniach. Pokróćce omówiono tematykę algorytmów rekonstrukcji oraz przedstawiono ich zasadnicze właściwości i ograniczenia. W zasadniczej części pracy szczegółowo zaprezentowano ideę stosowania systemów ekspertowych w procesie rozwiązywania opisanego wcześniej zagadnienia. Zawartość powyższego opracowania powinna służyć za dowód celowości stosowania systemów ekspertowych opartych na logice rozmytej w rozwiązywaniu zadań inżynierskich z dziedziny elektrotechniki.



Rys. 12. Rule viewer – panel, który wskazuje metodę najbardziej optymalną dla zadanych parametrów

6. BIBLIOGRAFIA

1. Curtis E. B., Morrow J. A., The Dirichlet to Neumann map for a resistor network, *SIAM J. Appl. Math.*, nr 51, 1991, s. 1011–1029.
2. Trojanowski K., *Metaheurystyki praktycznie*, wyd.2 poprawione, Podręczniki WSISiZ, Wydawnictwo Wyższej Szkoły Informatyki Stosowanej i Zarządzania (WIT), 2008.
3. Curtis E. B., Morrow J. A., Determining the resistors in a network, *SIAM J. Appl. Math.*, nr 50, 1990, s. 918–930.
4. Lee V., Mills M., Recovering the conductance of a resistor network, *REU Summer Research, Inverse Problems, University of Washington*, 1991, s. 1-31.
5. Goff M., Recovering networks with signed conductivities, *REU Summer Research, Inverse Problems, University of Washington*, 2003, s. 1-18.
6. Kozieł S., Yang X. S., *Computational Optimization, Methods and Algorithms, Studies in Computational Intelligence*, t. 356, Springer, 2011.
7. Zegarmistrz P., *Numeryczne algorytmy tomografii rezystancji siatek rezystorów*, rozprawa doktorska, Akademia Górniczo-Hutnicza w Krakowie, 2012.
8. Zegarmistrz P., *Algorytmy metaheurystyczne i optymalizacyjne w rekonstrukcji konduktancji siatek rezystorów*, Warsztaty Doktoranckie WD 2012, Lublin 9-11.07.2012.
9. Zegarmistrz P., Galias Z., *Zastosowanie i porównanie algorytmów metaheurystycznych i optymalizacyjnych w rekonstrukcji konduktancji siatek rezystorów*, *Informatyka Automatyka Pomiary w Gospodarce i Ochronie Środowiska*, 2012 nr 3, s. 19–24.

COMPUTER-AIDED ANALYSIS OF ALGORITHMS FOR RECONSTRUCTION OF RESISTANCES IN RESISTIVE GRIDS

This paper describes simulation tests of the effectiveness of numerical algorithms for reconstruction of resistances in square resistive grids. Both metaheuristic and optimization algorithms based on defined objective function, as well as analytical algorithm is analyzed. Authors propose an application allowing to choose a best method for a given conditions, based on fuzzy logic and expert systems.

Keywords: resistive grid reconstruction, objective function, expert systems, fuzzy logic.