

Antoni BIEGUS¹
Dariusz CZEPIŻAK²

OBCIĄŻENIE IMPERFEKCYJNE ELEMENTÓW WYŁĘŻONYCH ZNAKOZMIENNĄ WZDŁUŻNIE SIŁĄ OSIOWĄ

W modelu oceny obciążeń imperfekcyjnych q_d stężeń i płatwi w PN-EN 1993-1-1 przyjęto jako bezpieczne założenie, że stężany element jest ściskany siłą stałą na jego długości. Założenie to nie jest poprawne, gdyż rozkład siły osiowej zmienia się na długości stężanego elementu - jest on paraboliczny i znakovzmienny (występuje ściskanie i rozciąganie). Powoduje to generowanie przez stężany pręt oddziaływań imperfekcyjnych odmiennych od obciążenia q_d wg PN-EN 1993-1-1. Przedmiotem pracy są badania obciążeń imperfekcyjnych stężanego pasa górnego dźwigarów dachowych połączonych sztywno ze słupami. Siła osiowa w stężanym pasie zmienia się parabolicznie na jego długości, z rozciągającej w strefie podporowej, w ściskającą w strefie środkowej. Jest to znakovzmiennie wzdluznie obciazenie paraboliczne. Wartości sił osiowych rozciągających w strefie przypodporowej N_{hog} i ściskających w strefie środkowej N_{sag} zależą m.in. od charakterystyk sztywnościowych rygla dachowego, słupów i ich połączeń ze sobą. W pracy wykonano analizy parametryczne obciążeń imperfekcyjnych oraz wylęzenia plawki i stężeń w funkcji sił osiowych N_{hog} i N_{sag} w stężanym elemencie. Celem prezentowanych analiz jest określenie rzeczywistego obciążenia imperfekcyjnego i jego wplywu na wylęzenia plawki i stężeń w różnych, realnych sytuacjach projektowych.

Słowa kluczowe: obciążenie imperfekcyjne, znakovzmienna wzdluznie siła osiowa, stężany element, plawek, stęzenie

1. Wprowadzenie

Według PN-EN 1993-1-1 [1] w analizie globalnej prętowych konstrukcji stalowych uwzględnia się zastępcze imperfekcje geometryczne w postaci wstępnych wygięć łukowych (rys. 1a) jej np. słupów ram lub/i stężanych pasów dźwi-

¹ Autor do korespondencji / corresponding author: Antoni Biegus, Politechnika Wroclawska, Wydział Budownictwa Ładowego i Wodnego, Katedra Konstrukcji Metalowych, Wybrzeże Wyspiańskiego 27, 50-370 Wrocław; tel. 71 320 37 66; antoni.biegus@pwr.edu.pl

² Dariusz Czepizak, Politechnika Wroclawska, Wydział Budownictwa Ładowego i Wodnego, Katedra Konstrukcji Metalowych, Wybrzeże Wyspiańskiego 27, 50-370 Wrocław; tel. 71 320 23 67; dariusz.czepizak@pwr.edu.pl

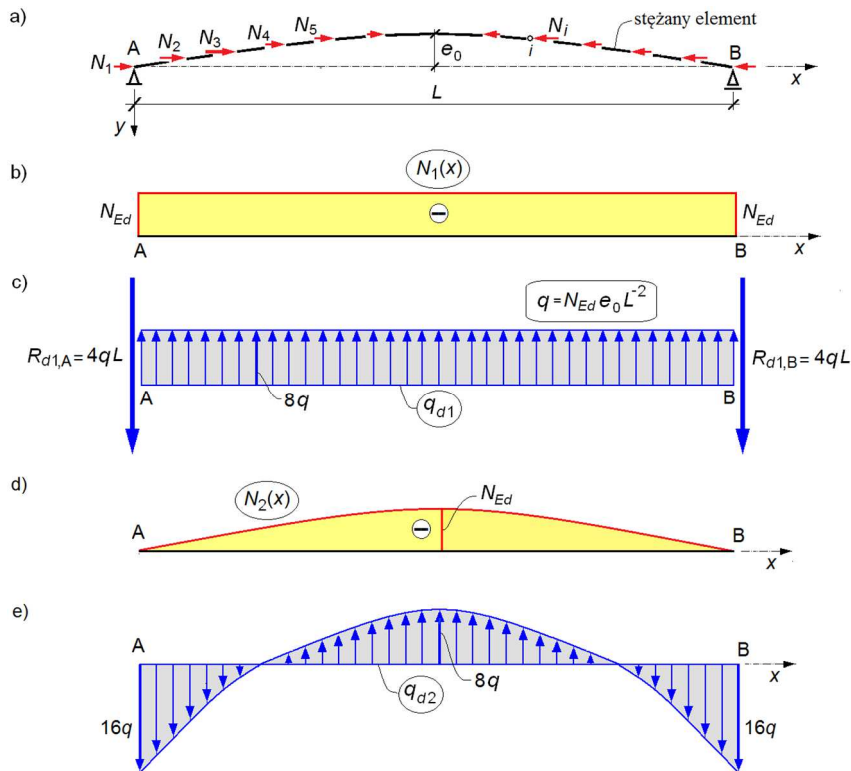
garów dachowych. W obliczeniach zastępuje się je równoważnymi obciążeniami imperfekcyjnymi q_{d1} oraz $R_{d1,A}$ i $R_{d1,B}$ (rys. 1c) wyznaczanymi ze wzorów:

$$q_{d1} = 8N_{Ed,max} \frac{e_0}{L^2} \quad (1)$$

$$R_{d1} = R_{d1,A} = R_{d1,B} = -4N_{Ed,max} \frac{e_0}{L} \quad (2)$$

gdzie:

$N_{Ed,max}$ – siła osiowa w stężonym elemencie,
 e_0 – strzałka wstępnego wygięcia stężonego elementu,
 L – rozpiętość stężonego elementu.



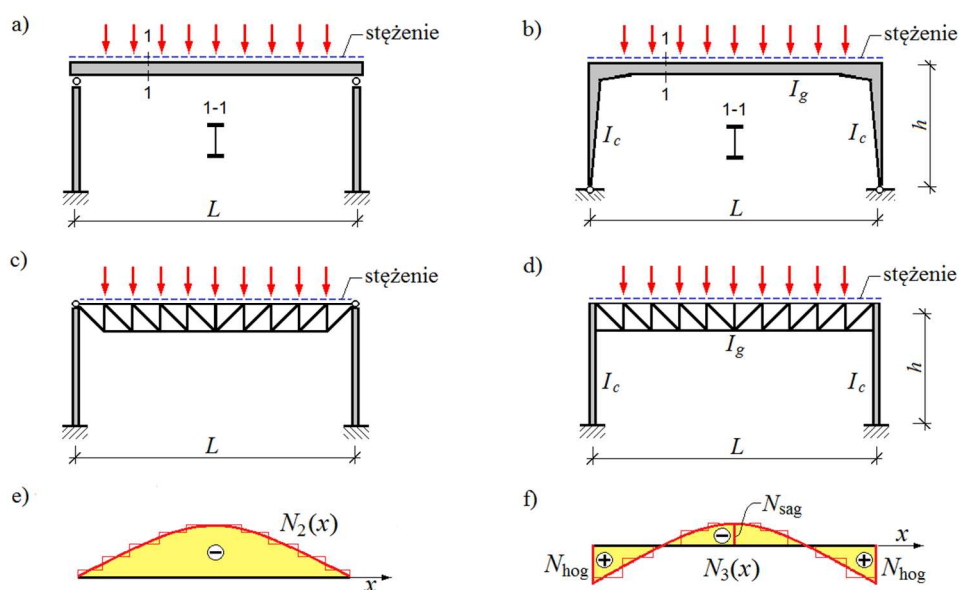
Rys. 1. Schemat: a) stężonego elementu, b) stałej wzdłużnie siły osiowej w elemencie, c) obciążenia imperfekcyjnego elementu ściskanego stałą siłą osiową, d) zmiennej parabolicznie siły osiowej w elemencie, e) obciążenia imperfekcyjne elementu ściskanego zmienną parabolicznie siłą osiową

Fig. 1. Scheme of: a) member to be restrained, b) uniform distribution of the axial force, c) imperfection force of the uniformly compressed member, d) parabolically variable axial force in the member, e) imperfection force of the compression member under parabolically variable axial force

Imperfekcyjne przęśłowe równomiernie rozłożone obciążenie $q_{d1} = \text{const}$ wg (1) i reakcje podporowe R_{d1} wg (2) wyznaczono zakładając, że element jest ściskany stałą na długości siłą osiową $N_1(x) = N_{Ed,max} = \text{const}$ (rys. 1b). To założenie spełniają słupy ram, gdyż są ściskane siłą nie zmieniającą się wzdłużnie.

W analizie stężeń, które zapewniają stateczność boczną pasów górnych dźwigarów dachowych, wpływ ich wstępnego wygięcia (w płaszczyźnie połąci dachu) wg PN-EN 1993-1-1 [1] uwzględnia się korzystając również z (1) i (2). W tym modelu obliczeniowym [2], [3], [4] pomimo, iż siła osiowa zmienia się na długości stęzanego elementu (np. jak na rys. 1d), przyjęto jako bezpieczne założenie, że jest on ściskany stałą na długości siłą osiową $N_1(x) = \text{const}$.

Należy stwierdzić, że w przypadku obciążeń imperfekcyjnych stęzanych pasów górnych dźwigarów dachowych (rys. 2a-d) założenie $N_1(x) = \text{const}$ nie jest poprawne. Nie odpowiada ono bowiem rzeczywistości, nierównomiernemu rozkładowi siły osiowej na długości stęzanego elementu. Zazwyczaj siła osiowa na długości elementu zmienia się parabolicznie lub skowo-parabolicznie (rys. 2e, f), a także może być znakozmienna (rys. 2f; występuje ściskanie i rozciąganie). Jak udowodniono w [5], [6], [7], [8], to pozornie bezpieczne założenie o stałej sile osiowej $N_1(x) = \text{const}$, może prowadzić do zaniżenia oceny wyężenia płatwi oraz stężeń. Stanowi to zagrożenie bezpieczeństwa konstrukcji obliczonych na obciążenia imperfekcyjne $q_{d,1}$ (1) oraz $R_{d,1}$ (2) wg PN-EN 1993-1-1 [1].



Rys. 2. Schematy: a), c) rygli dachowych połączonych przebubowo ze słupami, b), d) rygli dachowych połączonych sztywno ze słupami, e), f) rozkład siły osiowej w stęzonym pasie górnym rygla dachowego

Fig. 2. Schemes of: a), c) roof rafters to columns pin joint, b), d) roof rafters to columns rigid joint, e), f) distribution of the axial force in the restrained upper flange of the roof rafter

W przypadku np. pełnościennego rygla dachowego, podpartego przegubowo i obciążonego równomiernie (rys. 2a), siła osiowa w stężanym pasie górnym $N_2(x)$ ma rozkład paraboliczny (rys. 2e). Dla takiej siły osiowej (rys. 2e), rozkład obciążenia imperfekcyjnego $q_{d2}(x)$ (rys. 1e) [7], jest też zmienny na długości pasa - jest on nierównomierny i znakozmienny. Obciążenie imperfekcyjne $q_{d2}(x)$ różni się zasadniczo od obciążenia q_{d1} , czego skutkiem są istotne różnice w ocenie bezpieczeństwa płatwi i stężenia [6], [7] w stosunku do obliczonego wg [1].

Na rys. 2b i d pokazano schematy statyczne układów poprzecznych hal stalowych, w których rygiel dachowy jest połączony sztywno ze słupami. Rozkłady siły osiowej $N_3(x)$ w stężanych pasach górnych rygli dachowych pokazano na rys. 2f. W tym przypadku siła osiowa zmienia znak na długości stężanego pasa, z rozciągającej w strefie przypodporowej, na ściskającą w strefie środkowej.

W przypodporowej strefie stężany pas górny rygla dachowego o schemacie jak na rys. 2b, d jest rozciągany (rys. 2f). Powszechnie uważa się, że imperfekcje geometryczne elementów rozciąganych nie są istotne w ocenie nośności konstrukcji [3], [4]. Tymczasem, jak wykazano w [5], [6] wstępnie wygięty element rozciągany generuje identyczne oddziaływanie imperfekcyjne q_{d1} , jak element ściskany. Gdy jest on rozciągany siłą wzdłużnie stałą, to jego oddziaływanie imperfekcyjne oblicza się jak dla elementu ściskanego tj. wg (1) i (2).

Przedmiotem pracy są badania identyfikacyjne obciążeń imperfekcyjnych stężanego pasa górnego rygli dachowych sztywno połączonych ze słupami (rys. 2b, d). Ich stężany pas jest obciążony siłą osiową, która zmienia się długości parabolicznie i znakozmiennie - z rozciągającej w strefie podporowej, w ściskającą w strefie środkowej. Jest to znakozmienne wzdłużnie obciążenie paraboliczne. Wartości rozciągających sił osiowych w strefie przypodporowej N_{hog} i ściskającej siły w strefie środkowej N_{sag} stężanego elementu zależą od momentu bezwładności I_g i rozpiętości L rygla dachowego, momentu bezwładności I_c i wysokości h słupa i podatności połączenia rygla ze słupem (rys. 2b, d). W pracy wykonano analizy parametryczne obciążeń imperfekcyjnych oraz wyteżenia płatwi i stężeń w zależności od sił osiowych N_{hog} i N_{sag} w stężanym elemencie.

2. Oddziaływanie imperfekcyjne wstępnie wygiętego, stężanego elementu obciążonego znakozmienną wzdłużnie siłą osiową

Wzdłużną zmienność siły osiowej $N(s)$ stężanego elementu zdefiniowano parametryczną funkcją paraboliczną (rys. 3.), którą opisuje zależność:

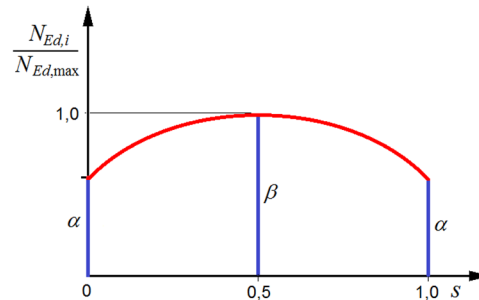
$$N(s) = N_{Ed,max} [\alpha(1-2s)^2 - 4\beta s(s-1)] \quad (3)$$

gdzie:

$N_{Ed,max}$ – wartość bezwzględna ekstremalnej siły osiowej w elemencie,
 α , β – bezwymiarowe współczynniki siły osiowej (rys. 3.) odpowiednio na lewym i prawym końcu oraz w środku stężanego elementu, które

przyjmują wartości z przedziału $\langle -1, 1 \rangle$; (wartość „+” - ściskanie, wartość „-” - rozciąganie),
 $s = x/L$ - położenie względne (rys. 3.), analizowanego przekroju, na długości stężanego elementu, które przyjmuje wartości z przedziału $\langle 0, 1 \rangle$.

Rys. 3. Schemat oznaczenia wzdłużnej zmienności siły osiowej w stężanym elemencie
 Fig. 3. Scheme of notation of distribution of the axial force within the length of the member to be restrained



Przyjęta funkcja zmienności siły osiowej (3) umożliwia analizę oddziaływań imperfekcyjnych q_{di} , R_{di} stężanych elementów obciążonych:

- stałą na długości siłą ściskającą $N_1(x) = \text{const}$ (wg modelu w [1]),
- stałą na długości siłą rozciągającą $N_1(x) = \text{const}$,
- zmienną wzdłużnie siłą osiową $N_2(x)$ o rozkładzie parabolicznym, która nie zmienia znaku np. w przypadku pasa górnego rygla dachowego o schemacie belki przegubowo podpartej (rys. 1d, 2e) oraz
- zmienną wzdłużnie siłą osiową $N_3(x)$ o rozkładzie parabolicznym, która zmienia znak (występuje rozciąganie i ściskanie), np. w przypadku pasa górnego rygla o schemacie belki obustronnie podatnie zamocowanej (rys. 2f), a ponadto pozwala wyjaśnić mechanizmy powstawania oddziaływań imperfekcyjnych wstępnie wygiętych, stabilizowanych elementów, które są rozciągane.

Wstępną, łukową imperfekcję geometryczną stężanego elementu przyjęto w postaci paraboli, którą opisuje zależność:

$$y(s) = 4e_0s(1-s), \quad (4)$$

gdzie:

$$e_0 - \text{strzałka wstępnej łukowej imperfekcji } e_0 = L/500.$$

W [6] wyprowadzono wzory ogólne na imperfekcyjne przęsłowe obciążenie $q(s)$ i reakcje podporowe R_d elementu obciążonego zmienną wzdłużnie siłą osiową o dowolnym rozkładzie $N_{Ed}(0) \neq N_{Ed}(1)$. Jeśli wzdłużna zmienność siły osiowej $N_3(s)$ w stężanym elemencie jest jak na rys. 2f, imperfekcyjne przęsłowe obciążenie $q_{d3}(s)$ i reakcje podporowe $R_{d3,A}$, $R_{d3,B}$ oblicza się ze wzorów:

$$q_{d3}(s) = 8 \frac{e_0}{L^2} N_{Ed,max} \left[3\alpha(1-2s)^2 - 2\beta(6s^2 - 6s + 1) \right] \quad (5)$$

$$R_{d3} = R_{d3,A} = R_{d3,B} = -4\alpha \frac{e_0}{L} N_{Ed,max} \quad (6)$$

Wykonano badania parametryczne oddziaływań imperfekcyjnych $q_{d3}(s)$, $R_{d3}(s)$ stężanych elementów, które są wyteżone wzdłużnie zmiennymi schematami rozkładu siły osiowej $N_3(s)$. Bezwymiarowe współczynniki α , β analizowanych schematów wzdłużnych zmienności siły osiowej $N_3(s)$ w stężanych elementach podano w tab. 1.

Tabela 1. Parametry α , β analizowanych schematów rozkładów siły podłużnej $N_3(s)$

Table 1. Parameters α , β of considered schemes of distribution of the axial force $N_3(s)$

Nr schematu	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
α	1	-1	-1	-1	-1	-0,75	-0,5	-0,25	0	-1
β	1	0,25	0,5	0,75	1	1	1	1	1	-1

Schemat 1 dotyczy elementu ściskanego siłą osiową stałą na jego długości (wg modelu w [1]).

Schemat 10 odpowiada stężanemu elementowi, który jest rozciągany siłą osiową stałą na jego długości.

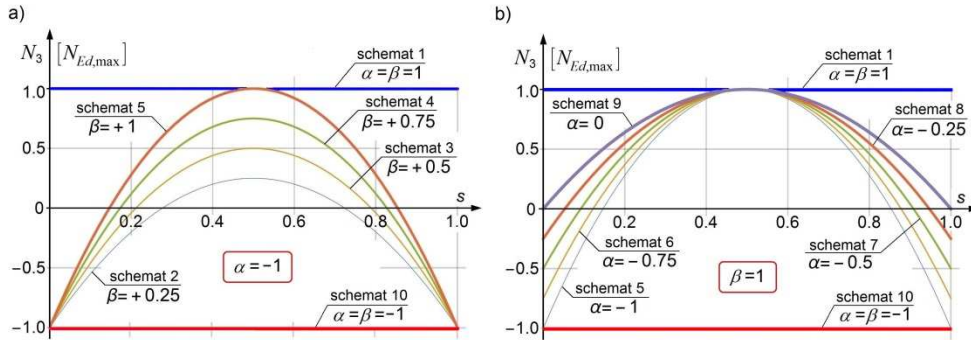
Schematy 2-9 rozpatrują parabolicznie zmienne oraz znakozmienne rozkłady siły osiowej w stężanych elementach jak na rys. 2f. Uwzględniają one zmienność wartości rozciągających sił osiowych w strefie przypodporowej N_{hog} (parametr α) i ściskającej siły w strefie środkowej N_{sag} (parametr β).

Analizowane schematy wzdłużnej zmienności siły osiowej $N_3(s)$ w stężanych elementach przedstawiono na rys. 4. Rozkłady obciążenia imperfekcyjnego $q_{d3}(s)$ i reakcji podporowych R_{d3} stężanych elementów w funkcji α , β odpowiadające badanym schematom sił osiowych $N_3(s)$ pokazano na rys. 5-6.

Z analizy otrzymanych rezultatów badań parametrycznych wynika, że parabolicznemu rozkładowi siły osiowej $N_3(s)$ w stężanym elemencie, odpowiada paraboliczny rozkład obciążenia imperfekcyjnego $q_{d3}(s)$ (porównaj rys. 4-5).

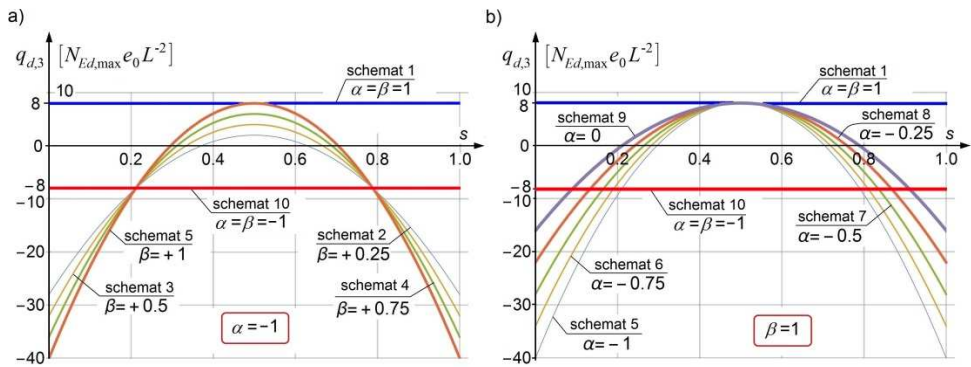
Obciążenie imperfekcyjne $q_{d3}(s)$ analizowanych schematów wzdłużnego wyteżenia stabilizowanych prętów jest liniową funkcją bezwymiarowych parametrów siły osiowej α , β . Reakcja podporowa R_{d3} nie zależy od parametru β . W przypadku schematów 5-9 jest ona liniową funkcją parametru α (rys. 6b), zaś dla schematów 1-5 jej wartość jest stała i wyznacza się ją ze wzoru (2).

Obciążenie imperfekcyjne stężanego elementu składa się z przęsłowego obciążenia $q_{d3}(s)$ (rys. 5.) oraz reakcji podporowych R_{d3} (rys. 6). Obciążenie $q_{d3}(s)$ wraz z reakcjami podporowymi R_{d3} tworzą samorzównoważony układ oddziaływań. W przypadku schematu 9 ($\alpha = 0$; stężany pas rygla dźwigara dachowego przegubowo podpartego - rys. 2 a, c) reakcja podporowa $R_{d3} = 0$. Wtedy obciążenie imperfekcyjne $q_{d3}(s)$ jest samorzównoważone na długości przęsła.



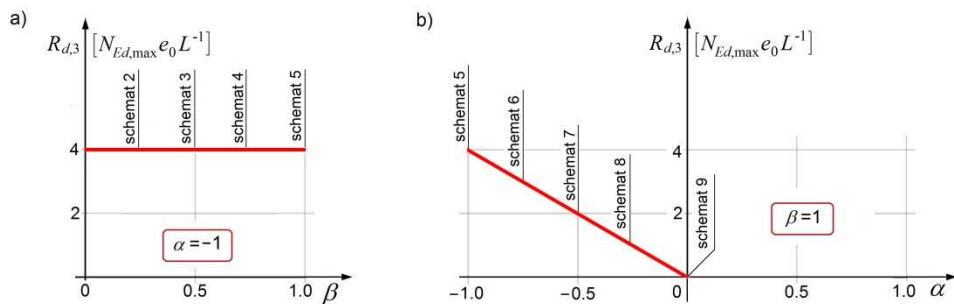
Rys. 4. Rozkład siły podłużnej $N_3(s)$ w stężonym elemencie w funkcji parametrów α, β

Fig. 4. Distributions of the axial force $N_3(s)$ in restrained members as a function of parameters α, β



Rys. 5. Rozkłady obciążenia imperfekcyjnego $q_{d3}(s)$ stężonych elementów w funkcji parametrów α, β

Fig. 5. Distributions of the equivalent imperfection force $q_{d3}(s)$ in restrained members as a function of parameters α, β



Rys. 6. Reakcje podporowe R_{d3} stężonych elementów w funkcji parametrów α, β

Fig. 6. Support reactions R_{d3} in restrained members as a function of parameters α, β

Prześłowe obciążenie imperfekcyjne $q_{d3}(s)$ (rys. 5) jest zmienne (nierównomierne) na długości stężanego elementu, a także wzdłużnie znakozmienne.

W strefach przypodporowych stężanych elementów występują największe obciążenia imperfekcyjne $q_{d3}(0) = q_{d3}(1)$ (rys. 5). Obciążenia imperfekcyjne $q_{d3}(0,5)$ w strefie środkowej stężanych elementów mają przeciwny zwrot, a także i są od nich mniejsze (rys. 5). Na przykład dla schematu 3 ($\alpha = -1, \beta = 0,5$) obciążenie imperfekcyjne w strefie podporowej $q_{d3}(0) = q_{d3}(1) = 32q$ (gdzie $q = N_{Ed,max}e_0L^{-2}$) jest aż ośmiokrotnie większe od obciążenia imperfekcyjnego w środku rozpiętości stężanego elementu $q_{d3}(0,5) = 4q$ (rys. 5a). Ponadto podporowe obciążenie $q_{d3}(0) = q_{d3}(1) = 32q$ jest cztery razy większe od obciążenia imperfekcyjnego $q_{d1} = 8q$ wg [1].

Porównanie obciążeń q_{d1} i $q_{d3}(s)$ jednoznacznie wskazuje, że występują zasadnicze rozbieżności oszacowań wg PN-EN 1993-1-1 [1] i analizowanego modelu oddziaływań imperfekcyjnych. Różnice te są o charakterze zarówno jakościowym, jak i ilościowym. Ma to istotne znaczenie w ocenie wyężenia zarówno płatwi, jak i połaciowych stężeń poprzecznych dachów hal.

Sumaryczne przeszłowe obciążenie imperfekcyjne $q_{d3,m}(s)$ oraz reakcje podporowe $R_{d3,m}$ od m stężanych elementów, z uwzględnieniem odkształcenia stężenia, wyznacza się ze wzoru:

$$q_{d3,m}(s) = 8 \left[3\alpha(1-2s)^2 - 2\beta(6s^2 - 6s + 1) \right] \frac{e + \delta_{q,w}}{L^2} \sum_{j=1}^m N_{Ed,max,j} \quad (7)$$

$$R_{d3,m} = -4\alpha \frac{e + \delta_{q,w}}{L} \sum_{j=1}^m N_{Ed,max,j} \quad (8)$$

gdzie:

$\delta_{q,w}$ – ugięcie stężenia w środku rozpiętości od obciążeń imperfekcyjnych q_{d3} i wszystkich obciążeń zewnętrznych, uzyskane z analizy I rzędu (gdy w analizie ustroju stosuje się teorię II rzędu, to można przyjąć $\delta_{q,w} = 0$),

m – liczba stężanych elementów,

e – imperfekcja sumaryczna stężanych m elementów, która wynosi:

$$e = \frac{L}{500} \sqrt{0,5 \left(1 + \frac{1}{m} \right)} \quad (9)$$

Prześłowe obciążenie $q_{d3}(s)$ przekazuje się na płatwie pośrednie i okapowe, reakcje podporowe R_{d3} zaś wyężają płatwie okapowe.

Imperfekcyjne siły osiowe w płatwiach okapowych $F_{d3,A,m} = F_{d3,B,m}$ i w płatwiach pośrednich $F_{d3,i,m}$ od m stężanych pasów dźwigarów dachowych oblicza się ze wzorów:

$$F_{d3,A,m} = F_{d3,B,m} = R_{d3,m} + \int_0^{0.5a/L} q_{d3}(s) ds =$$

$$= 4 \frac{e + \delta_{q,w}}{L} \left(\frac{a}{L} - 1 \right) \left[\alpha \left(\frac{a}{L} - 1 \right)^2 - \beta \left(\frac{a}{L} - 2 \right) \frac{a}{L} \right] \sum_{j=1}^m N_{Ed,j}$$
(10)

$$F_{d3,i,m} = \int_{s_j - 0.5a/L}^{s_j + 0.5a/L} q_{d3}(s) ds =$$

$$= 8a \frac{e + \delta_{q,w}}{L^2} \left[\alpha \left(\frac{a^2}{L^2} + 3(1 - 2s_i)^2 \right) - \beta \left(2 + \frac{a^2}{L^2} - 12s_i + 12s_i^2 \right) \right] \sum_{j=1}^m N_{Ed,j}$$
(11)

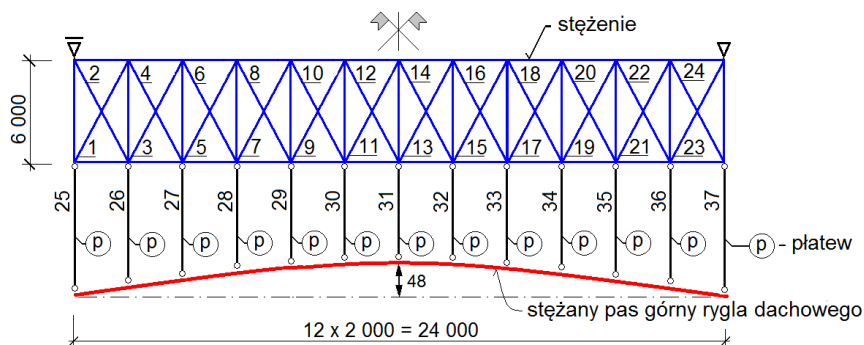
gdzie: a – rozstaw płatwi.

W badanych schematach 2-9 (tab. 1), o parabolicznych rozkładach siły osiowej w stężanych elementach, wszystkie imperfekcyjne siły osiowe w płatwiach pośrednich $F_{d3,i,m}$ mają zmienne wartości. Również ich zwroty zmieniają się na długości stężanego elementu. W przypadku modelu wg [1] imperfekcyjne siły osiowe w płatwiach pośrednich $F_{d1,i,m}$ są jednakowe i mają ten sam zwrot.

3. Analiza parametryczna wyężenia płatwi i stężeń od wyięcia stężanego pasa górnego dźwigara dachowego

Schemat analizowanej konstrukcji dachowej pokazano na rys. 7. [8]. Dane:

- pełnościenny rygiel dachowy (rys. 2b) o rozpiętości $L = 12 \times 2 \text{ m} = 24 \text{ m}$,
- maksymalna siła osiowa w stężanym pasie górnym rygla $N_{Ed,max} = 163,64 \text{ kN}$,
- krzyżulce stężenia są prętami wiotkimi i nie przenoszą sił ściskających.



Rys. 7. Schemat stężenia dachowego

Fig. 7. Scheme of roof bracing

Analizowano siły osiowe w płatwiach i krzyżulcach stężenia od obciążeń imperfekcyjnych generowanych przez 1 stabilizowany pas górny rygla dachowego. Rozpatrzono 10 schematów zmienności siły osiowej w stężanym pasie górnym rygla dachowego. Wartości sił osiowych w krzyżulcach stężenia oraz płatwiach badanych schematów 1-10 zestawiono w tab. 2. W górnej części tab. 2. podano parametry α , β analizowanych schematów 1-10. W kolumnie 1 tab. 2. podano numer pręta analizowanej konstrukcji dachowej (numerację prętów pokazano na rys. 7.), w wierszu 5 podano zaś numerację kolumn w tab. 2.

Przeanalizowano siły osiowe w płatwiach i krzyżulcach stężenia obliczone wg modeli w których przyjęto:

- stałą na długości osiową siłę ściskającą w elemencie - wg schematu 1 ($\alpha = 1$, $\beta = 1$); od oddziaływań imperfekcyjnych q_{d1} i R_{d1} – kolumna 2 w tab. 2.,
- zmienne parabolicznie i znakozmienne rozkłady siły osiowej na długości stężanego elementu wg:
 - schematu 2 ($\alpha = -1$, $\beta = 0,25$),
 - schematu 3 ($\alpha = -1$, $\beta = 0,50$),
 - schematu 4 ($\alpha = -1$, $\beta = 0,75$),
 - schematu 5 ($\alpha = -1$, $\beta = 1$),
 - schematu 6 ($\alpha = -0,75$, $\beta = 1$),
 - schematu 7 ($\alpha = -0,50$, $\beta = 1$),
 - schematu 8 ($\alpha = -0,25$, $\beta = 1$),
 - schematu 9 ($\alpha = 0$, $\beta = 1$; stężany pas rygla dachowego przegubowo podpartego - wg rys. 2 a, c);
 od oddziaływań imperfekcyjnych q_{d3} i R_{d3} – kolumny 3-10 tab. 2.,
- stałą na długości osiową siłę rozciągającą w elemencie - wg schematu 10 ($\alpha = -1$, $\beta = -1$); od obciążeń q_{d1} i R_{d1} – kolumna 11 w tab. 2.

Wykonane obliczenia sił wewnętrznych w płatwiach i krzyżulcach stężenia oraz ich analiza pozwalają sformułować następujące wnioski:

1. Uwzględnienie w modelu obliczeniowym parabolicznego, rzeczywistego rozkładu siły osiowej w stężanym elemencie skutkuje w stosunku do modelu zalecanego w PN-EN 1993-1-1 [1] zasadniczymi zmianami zarówno jakościowymi, jak i ilościowymi obciążeń imperfekcyjnych oraz sił osiowych w płatwiach i krzyżulcach stężenia.
2. Przyjęcie w analizie (patrz kol. 3-10 w tab. 2.) parabolicznego, znakozmiennego rozkładu siły osiowej w stężanym elemencie powoduje w stosunku do oceny wytężenia wg modelu w PN-EN 1993-1-1 [1] (kolumna 2 w tab. 2):
 - wzrost sił osiowych $F_{d,26}$ w płatwiach przedokapowych 26 dla schematów 2-9, który wynosi od 218,3% (dla schematu 5) do 9,2% (dla schematu 9),
 - wzrost sił osiowych $F_{d,27}$ w płatwiach 27 dla schematów 2-7, który wynosi od 68,3% (dla schematu 5) do 1,4% (dla schematu 7),
 - zmniejszenie sił osiowych $S_{d,i}$ we wszystkich krzyżulcach stężenia,

Tabela 2. Siły osiowe w krzyżulcach stężenia oraz płatwiach przy różnych modelach obciążenia imperfekcyjnego [kN]

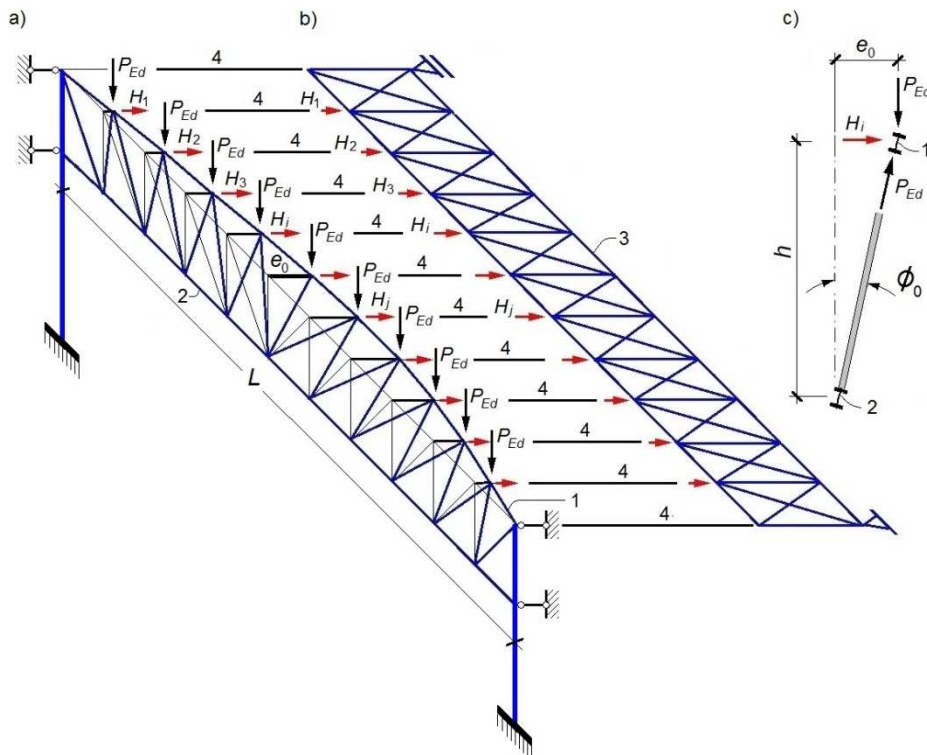
Table 2. Axial forces in bracing diagonals and purlins for different models of imperfection force [kN]

Nr schematu	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
α	1	-1	-1	-1	-1	-0,75	-0,50	-0,25	0	-1
β	1	0,25	0,50	0,75	1	1	1	1	1	-1
Nr pręta	Siły osiowe w krzyżulcach stężenia i płatwiach przy różnych schematach obciążenia imperfekcyjnego									
Siły osiowe w krzyżulcach stężenia $S_{d,i}$ [kN]										
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
1	-1,265	0	0	0	0	0	0	0	-0,202	0
2	0	-1,012	-0,962	-0,911	-0,861	-0,595	-0,330	-0,064	0	-1,265
3	-1,035	0	0	0	0	-0,016	-0,162	-0,307	-0,453	0
4	0	-0,469	-0,356	-0,243	-0,129	0	0	0	0	1,035
5	-0,805	0	0	-0,124	-0,257	-0,326	-0,394	-0,463	-0,531	0
6	0	-0,141	-0,008	0	0	0	0	0	0	0,805
7	-0,575	-0,019	-0,138	-0,257	-0,375	-0,400	-0,425	-0,450	-0,475	0
8	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0,575
9	-0,345	-0,059	-0,140	-0,221	-0,302	-0,307	-0,313	-0,318	-0,323	0
10	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0,345
11	-0,115	-0,028	-0,056	-0,085	-0,113	-0,114	-0,114	-0,114	-0,114	0
12	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0,115
Siły osiowe w płatwiach $F_{d,i}$ [kN]										
25	-1,200	0,960	0,913	0,865	0,817	0,565	0,313	0,060	-0,192	1,200
26	0,218	-0,516	-0,575	-0,635	-0,694	-0,580	-0,466	-0,352	-0,238	-0,218
27	0,218	-0,311	-0,330	-0,348	-0,367	-0,294	-0,221	-0,147	-0,074	-0,218
28	0,218	-0,152	-0,139	-0,125	-0,112	-0,071	-0,030	0,012	0,053	-0,218
29	0,218	-0,038	-0,002	0,034	0,070	0,088	0,107	0,125	0,144	-0,218
30	0,218	0,030	0,080	0,129	0,179	0,184	0,189	0,194	0,198	-0,218
31	0,218	0,053	0,107	0,161	0,215	0,216	0,216	0,216	0,217	-0,218
Oznaczenie znaku sił osiowych: (+) – ściskanie, (-) – rozciąganie										

- zmniejszenie sił osiowych $F_{d,i}$ w płatwiach w części środkowej dachu; np. w przypadku schematu 3 w płatwi 31 usytuowanej w środku rozpiętości zmniejszenie to wynosi 51%,
3. Wykonane obliczenia i analizy zidentyfikowały odmienną niż wg modelu w [1] redystrybucję sił osiowych w płatwiach i krzyżulcach stężenia.

4. Oddziaływanie imperfekcyjne od skręcenia płaszczyzny głównej kratownicy oraz analiza wyężenia płatwi i stężeń

W obliczeniach wg [1] analizuje się stężane pasy górne jako wstępnie wygięte pręty, które są „wyzolowane” z kratownicy (niepołączone wykratowaniem z pasami dolnymi). Taki model obliczeniowy nie odzwierciedla zachowania się i wyężenia rzeczywistej kratownicy, tj. skręcenia jej płaszczyzny głównej o kąt ϕ_0 , w wyniku wyięcia pasa o strzałce e_0 (rys. 8.).



Rys. 8. Schemat: a) skręcenia płaszczyzny głównej kratownicy, b) obciążenia stężenia, c) wyięcia pasa górnego; 1 – pas górny kratownicy, 2 – pas dolny kratownicy, 3 – stężenie, 4 – płatwę

Fig. 8. Scheme of: a) torsion of the truss main plane, b) loads of bracing system, c) bow of the bottom chord; 1 – truss upper chord, 2 – truss bottom chord, 3 – lateral bracing system, 4 - purlin

Na rysunku 8a pokazano wyięcie o strzałce e_0 pasa górnego kratownicy w płaszczyźnie połąci dachu. Jego następstwem jest skręcenie płaszczyzny głównej kratownicy, gdyż pas górny jest krzywoliniowy, a pas dolny jest prostoliniowy. Dlatego oprócz imperfekcji wyięcia osi pasa górnego $y(s)$, występuje imperfekcja skręcenia o kąt $\phi_0(s)$ płaszczyzny głównej kratownicy. W efekcie działania w węzłach górnych i pionowych obciążeń $P_{Ed,i}$ na skręconą o kąt $\phi_0(s_i)$

kratownicę powstają poziome siły imperfekcyjne H_i . Przekazują się one na płatwie i stężenie (rys. 8b), powodując ich dodatkowe wyężenie.

Przyjmując jednakowe siły pionowe P_{Ed} oraz paraboliczne wyięcie pasa górnego wg (4), poziome imperfekcyjne siły $H_{i,m}$ w węźle i , od stężanych m kratownic, oblicza się ze wzoru [5], [7]:

$$H_{i,m} = 4 \sum_{j=1}^m P_{Ed,j} (e + \delta_{q,H,w}) \frac{s_i(1-s_i)}{h_i} \quad (12)$$

gdzie:

h_i – wysokość konstrukcyjna kratownicy w węźle i ,

$\delta_{q,H,w}$ – ugięcie stężenia w środku rozpiętości od obciążeń q_d i H oraz wszystkich obciążeń zewnętrznych (np. wiatru W), uzyskane z analizy I rzędu (gdy stosuje się teorię II rzędu, to można przyjąć $\delta_{q,H,w} = 0$).

Rozkład imperfekcyjnych sił poziomych od skręcenia płaszczyzny głównej kratownicy H_i zmienia się na jej długości. W analizowanym przypadku jest on paraboliczny, zgodny z przyjętym wyięciem osi stężanego elementu $y(s)$. Największe oddziaływania H_i są w środku rozpiętości kratownicy, gdy $y(0,5) = e_0$.

W celu ilościowej oceny oddziaływań imperfekcyjnych od skręcenia płaszczyzny głównej dźwigara dachowego na wyężenie płatwi i stężenia wykonano obliczenia przedstawione w tab. 3 i 4.

Schemat analizowanej konstrukcji pokazano na rys. 7-8. Stężanym prętem (rys. 7.) jest pas górny kratownicy (rys. 8a) o rozpiętości $L = 12 \times 2 \text{ m} = 24 \text{ m}$ i wysokości $h = 2,2 \text{ m}$. Rozkład sił osiowych w stężanym pasie górnym przyjęto wg schematu 3 ($\alpha = -1$, $\beta = 0,5$), a maksymalna siła osiowa $N_{Ed,max} = 163,64 \text{ kN}$. Krzyżulce stężenia (rys. 7.) są prętami wiotkimi i nie przenoszą sił ściskających.

W tabelach 3-4 podano siły osiowe w płatwiach i krzyżulcach stężenia od obciążeń imperfekcyjnych generowanych przez 1 stężaną kratownicę. W ich wierszach 3 i 4 podano siły w płatwiach i krzyżulcach stężenia odpowiednio od oddziaływań q_{d3} wg schematu 3 oraz od oddziaływań sił poziomych H .

Tabela 3. Siły osiowe w płatwiach od obciążenia q_{d3} wg schematu 3 i sił H [kN]

Table 3. Axial forces in purlins due to load q_{d3} according to scheme 3 and forces H [kN]

Nr pręta		25	26	27	28	29	30	31
Siły osiowe od obciążeń [kN]	q_{d1}	-1,200	0,218	0,218	0,218	0,218	0,218	0,218
	q_{d3}	0,913	-0,575	-0,330	-0,139	-0,002	0,080	0,107
	H	0	0,067	0,121	0,164	0,194	0,212	0,218
	$q_{d3} + H$	0,913	-0,508	-0,209	0,025	0,192	0,292	0,325
$(q_{d3} + H) / q_{d1}$		0,761	2,330	0,959	0,115	0,881	1,339	1,490
Oznaczenie znaku sił osiowych: (+) – ściskanie, (-) – rozciąganie								

Sumaryczne oddziaływanie $q_{d3} + H$ (wiersz 5 w tab. 3 i 4) powoduje w stosunku do obciążenia q_{d1} (wiersz 1 w tab. 3 i 4) wg PN-EN 1993-1-1 [1]:

- wzrost sił osiowych w płatwi przyokapowej o 133% i płatwi środkowej o 49%,
- zmniejszenie sił osiowych w płatwi okapowej o 23,9%,
- zmniejszenie sił w krzyżulcach w strefie przypodporowej stężenia,
- wzrost sił w krzyżulcach w strefie środkowej stężenia (od 18,4% do 48,7%).

Tabela 4. Siły osiowe w krzyżulcach stężenia od obciążenia q_{d3} wg schematu 3 i sił H [kN]

Table 4. Axial forces in bracing diagonals due to load q_{d3} according to scheme 3 and forces H [kN]

Nr pręta		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
Siły osiowe od obciążeń [kN]	q_{d1}	-1,265	0	-1,035	0	-0,805	0	-0,575	0	-0,345	0	-0,115
	q_{d3}	0	-1,012	0	-0,469	0	-0,141	-0,019	0	-0,059	0	-0,028
	H	-0,914	0	-0,843	0	-0,716	0	-0,543	0	-0,338	0	-0,115
	$q_{d3} + H$	0	-0,048	-0,487	0	-0,707	0	-0,681	0	-0,479	0	-0,171
$(q_{d3} + H)/q_{d1}$	0		0,471	1,000	0,878	1,000	1,184		1,388		1,487	

Oznaczenie znaku sił osiowych: (+) – ściskanie, (-) – rozciąganie

5. Wnioski

Wykonane analizy jednoznacznie wskazują, że model obliczeniowy oddziaływań imperfekcyjnych q_{d1} i R_{d1} wg [1] nie odzwierciedla zachowania się i wyęźnienia konstrukcji rzeczywistej. Jego stosowanie daje nieprawidłowe oszacowanie sił osiowych w płatwiach i prętach stężenia, które może prowadzić do błędnej oceny ich bezpieczeństwa. Wynika to z braku uwzględnienia w tym modelu rzeczywistego, parabolicznie zmiennego, a także często znakozmiennego rozkładu siły osiowej w stężanym elemencie i skręcenia dźwigara dachowego.

Jeśli rozkłady siły osiowej w stężanym pręcie są paraboliczne i znakozmienne (jak w analizowanych schematach 2-9) to ich przęsłowe obciążenia imperfekcyjne q_{d3} są nierównomierne i znakozmienne. Mogą one być zdecydowanie większe od obciążenia q_{d1} wg [1]. Na przykład dla schematu 3, w strefie podporowej obciążenie $q_{d3}(0) = q_{d3}(1) = 32q$ (gdzie $q = N_{Ed, \max} e_0 L^{-2}$) jest czterokrotnie większe od obciążenia imperfekcyjnego $q_{d1} = 8q$ wg [1].

Przyjęcie w modelu obliczeniowym rzeczywistego, wzdłużnie zmiennego parabolicznie rozkładu siły osiowej w stężanym elemencie skutkuje w stosunku do modelu wg [1] zasadniczymi zmianami schematów i parametrów oddziaływań imperfekcyjnych. Porównanie obciążeń q_{d1} i $q_{d3}(s)$ oraz reakcji podporowych R_{d1} i R_{d3} jednoznacznie wskazują, że występują zasadnicze różnice oszacowań tych oddziaływań. W konsekwencji powoduje to odmienne wyęźnienie płatwi i stężeń. Oddziaływania $q_{d3}(s)$ i R_{d3} mogą powodować nie tylko wzrost, ale i odmienny rozkład sił osiowych w płatwiach pośrednich w porównaniu z obliczonymi wg

[1]. W podanej w pkt 3 analizie parametrycznej wyężenia płatwi i krzyżulców stężeń wykazano, że może to stanowić niepoprawną ocenę ich bezpieczeństwa.

Powszechnie uważa się, że w analizach wyężenia konstrukcji prętowych istotne są obciążenia imperfekcyjne elementów ściskanych. W pracy wykazano, że stężane elementy rozciągane (schemat 10), a także rozciągane strefy stężanych prętów (schematy 2-9) generują takie same oddziaływania imperfekcyjne jak elementy ściskane. Ich wartości mogą być większe od obliczonych wg [1].

Podane w pkt 2. wzory na $q_{ds}(s)$ i R_{ds} dotyczą ciągłej, parabolicznej funkcji opisującej rozkład siły osiowej w stężanym pasie dźwigara pełnościennego (rys. 2a, b). W przypadku kratownic (rys. 2c, d) rozkład siły osiowej w stężanym pasie jest „skokowo”-paraboliczny (rys. 2e, f) i wtedy należy go aproksymować odpowiednim ciągłym rozkładem parabolicznym. Imperfekcyjne oddziaływania pasów górnych kratownic można też wyznaczać metodą równoważenia sił w węzłach łukowego (wstępnie wyiętego) elementu stężanego [8].

W celu wyjaśnienia fizyki wyężania konstrukcji i powstawania sił imperfekcyjnych w analizowanych modelach rozdzielano je na siły od wyięcia stężanego pasa i od skręcenia płaszczyzny głównej dźwigara. Skutki tych obciążeń sumują się. W określaniu sumarycznych sił imperfekcyjnych można stosować analizę nieliniową (wg teorii II rzędu) prętowego modelu obliczeniowego 3D, uwzględniając rzeczywiste sztywności prętów oraz węzłów badanej konstrukcji.

Zaproponowana metoda oceny obciążeń imperfekcyjnych z uwzględnieniem rzeczywistego rozkładu siły osiowej w stężanym pręcie i skręcenia dźwigara dachowego pozwala analizować w sposób uściślony wyężenie płatwi i stężeń. Przedstawione ilościowe i jakościowe różnice proponowanych modeli obliczeniowych w stosunku do oceny wg [1] są znaczne. Dlatego należałoby rozważyć wprowadzenie (po dokonaniu dodatkowych analiz GMNA) odpowiednich korekt dotyczących analizowanego zagadnienia w nowelizacji PN-EN 1993-1-1.

Literatura

- [1] PN-EN 1993-1-1:2006 Eurokod 3: Projektowanie konstrukcji stalowych. Część 1-3: Reguły ogólne i reguły dla budynków, PKN, Warszawa, 2006.
- [2] Gardner M., Nethercot D., in: H. Gulvanessian (Eds.) Designers Guide to EN 1993-1-1: Eurocode 3 Design of Steel Structures. Part 1-1: General Rules and Rules for Building, Thomas Telford Limited, London, 2005.
- [3] Taylor J.C., et al, Interim Guidance on the Use of Eurocode 3: Eurocode 3 Part 1-1: for European Design of Steel Building Structures, The Steel Construction Institute, Ascot, 1995.
- [4] Trahair N.S., Bradford M.A., Nethercot D.A., Gardner L.: The Behavior and Design of Steel Structures to EC3, Taylor and Francis, London-New York, 2008.
- [5] Biegus A., D. Czepizak D.: Global geometrical imperfections for refined analysis of lateral roof bracing systems, Recent Progress in Steel and Composite Structures – Giżejowski et. al. (Eds). (XIII International Conference on Metal Structures ICMS2016, Zielona Góra, Poland 15-17 June 2016), CRC Press Taylor & Francis Group, London 2016, pp. 187-196.

- [6] Czepizak D., Biegus A.: Refined calculation of lateral bracing systems due to global geometrical imperfections, *Journal of Constructional Steel Research* 119 (2016) pp. 30-38.
- [7] Biegus A., D. Czepizak D.: Uściślony model imperfekcyjnych obciążeń płatwi i stężeń, *Czasopismo Inżynierii Ładowej, Środowiska i Architektury – Journal of Civil Engineering, Environment and Architecture, JCEEA*, t. XXXIII, z. 63, nr 1/I/2016, styczeń-marzec 2016, s. 307-314, DOI: 10.7862/rb.2016.36.
- [8] Pałkowski Sz., Piątkowski M.: O obliczaniu poprzecznych stężeń dachowych, *Inżynieria i Budownictwo* nr 4/2014, s. 210-213.

IMPERFECTION FORCE OF MEMBERS UNDER LONGITUDINAL ACTION HAVING A VARIABLE SIGN

Summary

In the calculation model of equivalent stabilizing force q_d (shorter – imperfection force) for both bracing system and purlins consistent with PN-EN 1993-1-1 it has been conservatively assumed that the member to be restrained is uniformly compressed within its length by an axial force. This is incorrect when the actual distribution of the axial force is considered as non – uniform, having a parabolic shape and sign – variable characteristic (compression and tension). Thus a different imperfection force is generated in comparison with this given in PN-EN 1993-1-1.

The actual imperfection loads of the upper flange of the restrained roof rafter being fully fixed to columns have been analyzed. The axial force in the restrained member changes parabolically along its length from tension at the support zone to compression at the central part. Values of tension axial forces N_{hog} and compression axial forces N_{sag} depend, among others, on the rigidity of the roof rafter, rigidity of columns and stiffness classification of the rafter to column connection. Parametrical analyzes of the imperfection forces together with evaluation of strains of purlins and bracing system versus axial forces N_{hog} , N_{sag} acting in the restrained member have been done. The result of presented analyzes is determination of the safe imperfection force and the strain of purlins and bracing system in different, real design situations and a comparison of obtained results with these based on the conservative model given by PN-EN 1993-1-1.

Keywords: equivalent stabilizing force, longitudinal action having a variable sign, member to be restrained, purlins, bracing system

Przesłano do redakcji: 03.06.2017 r.

Przyjęto do druku: 01.09.2017 r.