WYKORZYSTANIE MODELI ANALITYCZNYCH W OCENIE STATECZNOŚCI TORU KOLEJOWEGO[1]

Dorota Karolina Błaszkiewicz
mgr inż., Politechnika Krakowska im. Tadeusza Kościuszki, Wydział Inżynierii Lądowej, Instytut Inżynierii Drogowej i Kolejowej, Katedra Infrastruktury Transportu Szynowego i Lotniczego, tel.: 12 628 2358, e-mail: dorotablaszkiewicz@gmail.com

Włodzimierz Czyczuła
Prof. dr hab. inż., Politechnika Krakowska im. Tadeusza Kościuszki, Wydział Inżynierii Lądowej, Instytut Inżynierii Drogowej i Kolejowej, Katedra Infrastruktury Transportu Szynowego iLotniczego, tel.: 12 628 2358, e-mail: czyczula@pk.edu.pl

Streszczenie. *W artykule przedstawiono analityczny model obliczeniowy nawierzchni kolejowej. Model ten służy do określenia stateczności toru kolejowego uwzględniając parametry geometryczne oraz mechaniczne nawierzchni.Opisany model pozwala na ocenę wpływu parametrów toru (rodzaju zastosowanego podkładu, szyny, przytwierdzenia, podsypki) oraz promienia łuku kołowego na temperaturę krytyczną. Scharakteryzowano zagadnienie oporu poprzecznego rusztu torowego oraz czynników, mających bezpośredni wpływ na stateczność toru bezstykowego. Przedstawiona została idea bezpieczeństwa eksploatacji toru bezstykowego. Pokazano przykładowe wyniki obliczeń temperatury krytycznej dla różnych konstrukcji nawierzchni.*

Słowa kluczowe*: nawierzchni kolejowa, tor bezstykowy, łuk o małym promieniu, stateczność nawierzchni, model analityczny, opór poprzeczny*

1. Wstęp

Zagadnienie stateczności toru bezstykowego, zarówno prostego, jak i znajdującego się włuku kołowym, stanowiło i nadal stanowi temat wielu rozpraw naukowych i technicznych. Badania doświadczalne dotyczą zarówno wyznaczenia oporów podsypki – poprzecznie iwzdłużnie do osi toru, rzadziej – przeprowadzanych sztucznych wyboczeń toru. Doświadczenia dotyczą także badań, mających na celu ocenę skuteczności zastosowania różnych środków wzmocnienia konstrukcji z uwagi na stateczność toru. Natomiast analizy teoretyczne, w tym doskonalenie modeli obliczeniowych, są niezbędne z uwagi na ocenę stopnia stateczności eksploatowanego toru bezstykowego. Dotyczy to w szczególności oceny skuteczności różnych metod zmniejszenia ryzyka utraty stateczności. Obszerny przegląd badań w tym zakresie przedstawiono w pracach [1,2,4,5,6].

W znowelizowanej wersji Rozporządzenia nr 151 z 2014 [3] praktycznie zrezygnowano zograniczenia na minimalną wartość promienia łuku poziomego, w którym można zastosować tor bezstykowy, ale przy zachowaniu warunku zwiększenia

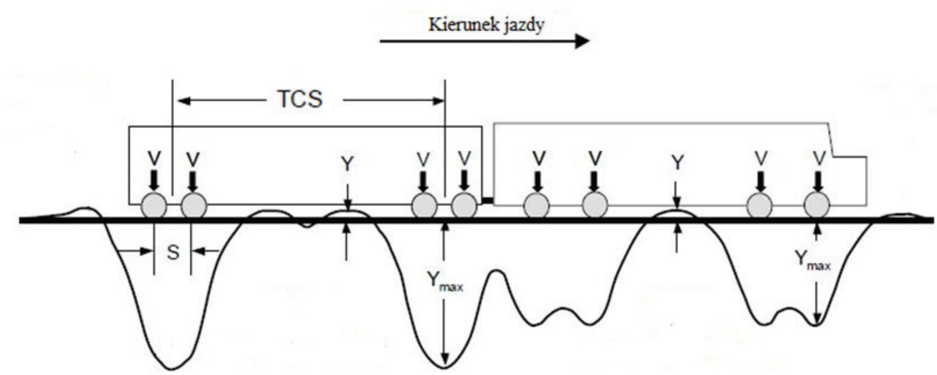
1 Wkład autorów w publikację: Błaszkiewicz D. 50 %, Czyczuła W. 50%.

stopnia stateczności poprzez zabiegi eksploatacyjne (np. wyższa, wymuszona tzw. temperatura neutralna) lub wprowadzenie zabiegów konstrukcyjnych, zwiększających stateczność toru – w skrajnym przypadku zastosowanie konstrukcji bezpodsypkowej. Sytuacja ta prowadzi do konieczności doskonalenia modeli obliczeniowych, w których można by ocenić ryzyko wyboczenia toru przy różnych zabiegach, zwłaszcza konstrukcyjnych.

W artykule omówiono problematykę stateczności toru bezstykowego oraz przedstawionoanalizę stateczności w przypadkutoru położonego włuku kołowym omałym promieniu, przy różnych wartościach oporów poprzecznych podsypki i ustalonych pozostałych parametrach nawierzchni.

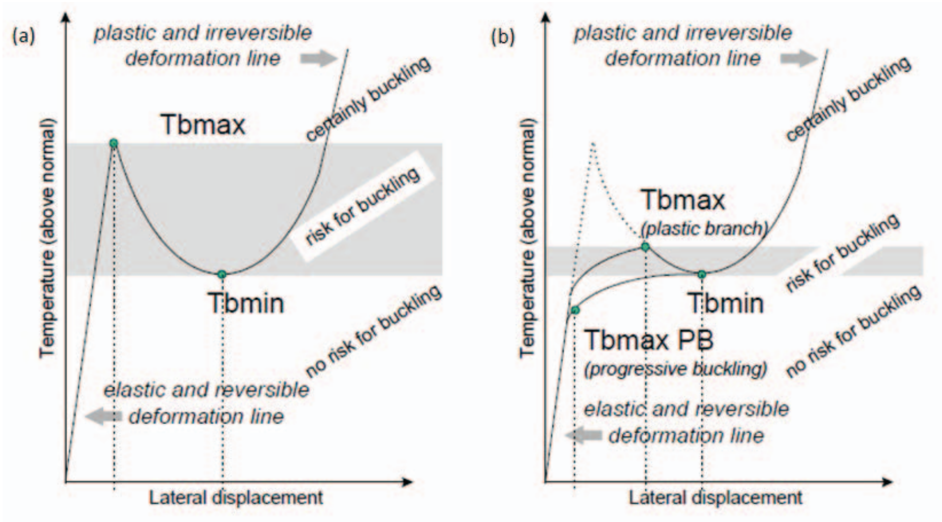
2. Stateczność toru bezstykowego zuwagi na bezpieczeństwo jego eksploatacji

Analizując tor bezstykowy wpostaci belki torowej na podłożu sprężystym, obciążonej układem sił skupionych (odzwierciedlających naciski od kół przejeżdżającego pociągu), uwzględnia się współpracę ramy torowej zpodłożem wczasie przejazdu taboru. Na rys. 1 przedstawiono schemat ugięć toru podczas przejazdu pociągu. Na przedstawionym wykresie widać chwilową utratę kontaktu ramy toru zpodłożem(pomiędzy wózkami). Bezpośrednio pod kołami opór poprzeczny zwiększa się wwyniku obciążenia siłą pionową (V). Inaczej wygląda sytuacja wczęści środkowej (TCS), gdzie unoszący się tor (Y) powoduje osłabienie oporów poprzecznych. W rezultacie tor w obszarze pociągu jest bardziej narażony na odkształcenia, co może doprowadzić do utraty stateczności ramy torowej oraz do wyboczenia. Oznacza to, że obciążenie pionowe od pojazdów ma znaczący wpływ na analizę stateczności toru w kierunku poprzecznym [4].



Rys. 1. Wykres ugięć toru w czasie przejazdu pociągu [4]

Model obliczeniowy uwzględniający wpływ wyżej opisanej sytuacji określa się mianem tzw. ścieżki równowagi dla wybranego punktu toru. Graficznie przedstawia się, jako największe przemieszczenie poprzeczne wybranego punktu toru wfunkcji przyrostu temperatury szyny ΔT. Na rys. 2 przedstawiono typową ścieżkę równowagi dla toru wdobrym stanie technicznym nawierzchni (a) – taka ścieżka równowagi została potwierdzona przez liczne badania eksploatacyjne. Natomiast wykres–druga ścieżka równowagi (b) – ilustruje przypadek progresywnego odkształcenia toru, prowadzącego do jego wyboczenia. Takie zachowanie jest związane ze zbyt niskim oporem poprzecznym spowodowanym złym stanem utrzymania nawierzchni [5].



Rys. 2. Ścieżka równowagi dla toru bezstykowego a) wprzypadku dobrze utrzymanej nawierzchni, b) dla złego stanu toru [5]

W dalszej części artykułu opisano typowy przypadek ścieżki równowagi dla toru bezstykowego (Rysa), gdzie T_{bmax} odpowiada ΔT_{max} oraz T_{bmin} odpowiada ΔT_{min}). Krzywa podzielona jest zasadniczo na trzy obszary stateczności toru:

- równowagi statecznej (no risk for buckling) – obszar I,
- ryzyka utraty stateczności (risk for buckling) – obszar II,
- równowagi niestatecznej (certainlybuckling) – obszar III.

Przejście toru pomiędzy kolejne obszary jest związanez przyrostem temperatury szyny ponad temperaturę odniesienia, określane mianem przyrostu temperatury ekwiwalentnej szyny. Może być on spowodowany wzrostem temperatury otoczenia lub zwiększeniem sił osiowych wszynach. Można stwierdzić, że dla toru bezstykowego istnieją dwa poziomy bezpieczeństwa:

- pierwszy związany z osiągnięciem ΔT_{min}, poniżej którego nie dojdzie do wyboczenia toru pomimo wystąpienia oddziaływań zewnętrznych (wykluczając zmiany geometryczno-mechaniczne); ΔT_{min} stanowi, więc granicę pomiędzy obszarem I, a obszarem II,
- drugi związany z osiągnięciem ΔT_{max}, gdzie wyboczenie toru, czyli gwałtowne zniekształcenie nastąpi samoistnie; ΔT_{max} stanowi, zatem granicę pomiędzy obszarem II, a obszarem III.

Krzywa ścieżki równowagi toru bezstykowego wrzeczywistości składa się ztrzech odcinków:

- aktualna krzywa równowagi statecznej – od 0 do osiągnięcia maksymalnego przyrostu temperatury wyboczeniowej ΔT_{max}; w tym przedziale zakłada się, że występujące odkształcenia toru są sprężyste (elastic and reversible de formation line),
- krzywa równowagi niestatecznej – wprzedziale wartości przemieszczeń, dla których ΔT obniża się do ΔT_{min}; krzywa, na której może znaleźć się układ, pod wpływem oddziaływań zewnętrznych,
- krzywa równowagi niestatecznej – w przedziale wartości przemieszczenia, dla których ΔT ponownie wzrasta ponad minimalny przyrost temperatury wyboczeniowej ΔT_{min}; pod wpływem znacznych oddziaływań zewnętrznych odkształcenia toru są nieodwracalne (elastic and irreversiblede formation line).

Wobec powyższych stwierdzeń, wyznaczenie stateczności toru bezstykowego pod względem obliczeniowym wiąże się nie tylko zokreśleniem minimalnego przyrostu temperatury wyboczeniowej ΔT_{min}, ale sprowadza się do wyznaczenia całej krzywej równowagi (rys. 2). Teoretyczne podejście do wyznaczenia ścieżki równowagi polega, więc na rozwiązaniu układu równań różniczkowych [1]:

$$
\begin{gathered}
EI_y \cdot \frac{d^4 v}{dx^4} + (N - \theta) \cdot \frac{d^2 v}{dx^2} = -F[v(x), w(x)] - N \cdot \frac{d^2 v_0}{dx^2} \\
EA \frac{d^2 u}{dx^2} + k \cdot u = 0 \\
EI_z \cdot \frac{d^4 w}{dx^4} + K_v \cdot w = \sum_{i=1}^{n} \delta(x_i) \cdot P(x_i) \\
N(x) = EA \cdot \left[\frac{du}{dx} + \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{dw}{dx}\right)^2 + \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{dv}{dx}\right)^2 - \alpha \cdot \Delta T \right]
\end{gathered}
\tag{1}
$$

gdzie:
v – przemieszczenie poprzeczne osi toru [m],
u – przemieszczenie wzdłuż osi toru [m],
w – przemieszczenie pionowe toru [m],
v_0 – początkowa nierówność geometryczna toru wpłaszczyźnie poziomej [m],
I_y – suma momentów bezwładności dwóch szyn wpłaszczyźnie poziomej [m^4],
I_z – suma momentów bezwładności dwóch szyn wpłaszczyźnie pionowej [m^4],
N– siła podłużna w obu szynach [kN],
θ – jednostkowy, zastępczy opór obrotu w przytwierdzeniach [Nm/rad na metr toru],
A – suma pola powierzchni przekroju poprzecznego dwóch szyn [m^2],
k – podłużna sztywność toru, podsypki i przytwierdzeń [kN/m^2],
K_v – sztywność podłoża szynowego w płaszczyźnie pionowej [kN/m^2],

P – pionowe obciążenie osi taboru w punkcie x_i [kN],
δ – delta Diraca,
n – liczba osi taboru,
E – moduł Younga dla stali szynowej [MPa],
α – współczynnik rozszerzalności termicznej stali szynowej [1/Δ°C]
ΔT – przyrost temperatury szyn wstosunku do temperatury odniesienia [°C]
F – funkcja zależności oporu poprzecznego podsypki od v oraz w.

Wynik rozwiązania powyższego układu równań obejmuje ścieżkę równowagi dla przemieszczeń zarówno przed, jak ipo utracie stateczności. Model zakłada: nawierzchnię jako belkę sprężystą, sprężyste podłoże wkierunku pionowym, liniowy opór podłużny, sprężysty charakter oporu na obrót wprzytwierdzeniu oraz nieliniowy opór poprzeczny podsypki zależny od przemieszczeń pionowych, a – w ogólności – także poziomych.

3. Bezpieczeństwo eksploatacji toru bezstykowego – opis modelu analitycznego

3.1. Przed-wyboczeniowa ścieżka równowagi

Przy założeniu sprężystego oporu poprzecznego podsypki, przed-wyboczeniowa ścieżka równowagi dla toru bezstykowego ma postać:

$$y = f_0 \cdot \left(\frac{N}{N_E - N}\right) \cdot \sin\frac{\pi x}{L_0} \tag{2}$$

gdzie:
f_0 – amplituda początkowej nierówności,
y - sprężyste przemieszczenie poprzeczne toru przy wzdłużnej siły N,
N- siła podłużna wobu szynach,
N_E - siła Eulera dla belki wośrodku sprężystym,
L_0 – długość fali początkowej nierówności oraz sprężystego przemieszczenie poprzecznego toru.

Dla równania (2) siła Eulera N_E jest równa:

$$N_E = \frac{\pi^2 \cdot B}{L_0^2} + \frac{k_{bv} \cdot L_0^2}{\pi^2} \tag{3}$$

gdzie:
B – sztywność ramowa toru w płaszczyźnie poziomej [Nm^2],
k_{bv} – sztywność poprzeczna podsypki [kN/m^2].

Wiedząc, że nierówność początkowa $y = f_0 \cdot \sin\frac{\pi x}{L_0}$ ma kształt półfali sinusoidy, uwzględniając warunek zgodności pochodnej na końcach fali przyległych odcinków, wyprowadzamy postać nierówności początkowej równą:

$$y_0 = \frac{f_0}{2} \cdot \left(1 + cos\frac{\pi x}{L_0}\right) \tag{4}$$

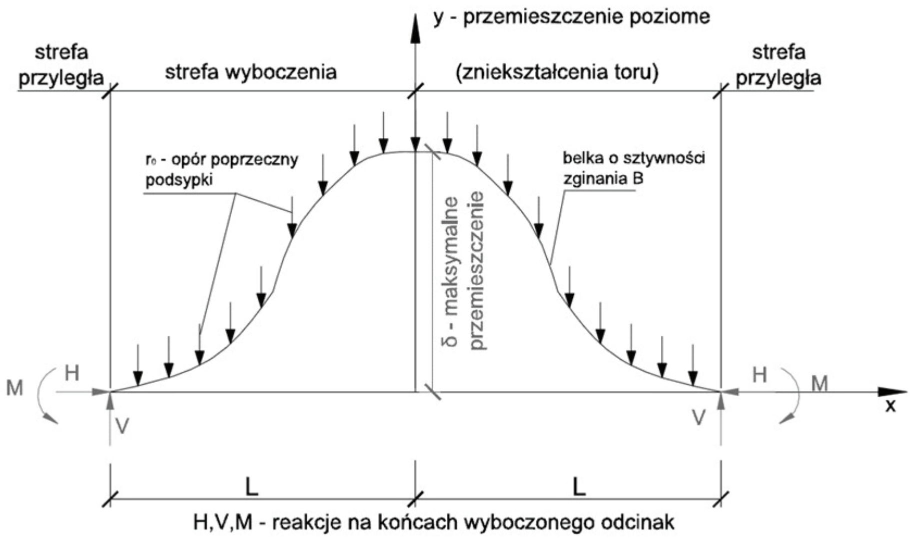
Przy takich założeniach przed-wyboczeniowa ścieżka równowagi dla toru bezstykowego przyjmuje postać:

$$y = \frac{f_0}{2} \cdot \left(\frac{N}{N_E - N}\right) \cdot \left(1 + cos\frac{\pi x}{L_0}\right) \tag{5}$$

3.2. Niestateczna i wyboczeniowa ścieżka równowagi

W opisywanym modelu analitycznym przyjęto układ współrzędnych (x, y), który jest symetryczny względem osi y (rys. 3). Zgodnie z tym założeniem długość fali zniekształcenia wynosi 2 L, a maksymalne przemieszczenie δ będzie w środkowej części układu. Opór poprzeczny podsypki wynosi r_0 na całej długości analizowanego odcinka.

Na końcach wyboczonego odcinka występują reakcje: od sił poprzecznych V, siły poziome H, które są różne od wartości sił wzdłużnych w belce N oraz moment obrotu M_0.



Rys. 3. Model obliczeniowy nawierzchni o oporze podsypki r_0.

Wdalszej części analizy przyjęto założenia:

- szyny tworzą zastępczą belkę osztywności zginania B,

- opór wzdłużny belki ma charakter sprężysty, opisany stałą *k* [kN/m^2],
- pole poprzeczne przekroju zastępczej belki *A* równe jest sumie pól powierzchni przekroju poprzecznego dwóch szyn,
- wzdłuż belki działa siła termiczna ipoza-termiczna *N*,
- stan równowagi dla niestatecznej i wyboczeniowej ścieżki równowagi toru bezstykowego jest układem symetrycznym względem punktu $x = 0$ przyjętego układu współrzędnych.

Wobec powyższych równanie równowagi dla fali zniekształcenia długości 2 *L* oraz maksymalnego przemieszczenia wkierunku poprzecznym δ, ma postać:

$$\frac{d^2y}{dx^2} + \omega^2 \cdot y = \Psi(x) \tag{6}$$

gdzie:

$$\omega^2 = \frac{H}{B}, \tag{7}$$

H – reakcja pozioma na końcach strefy wyboczeniowej ($H \neq N$).

Natomiast moment w dowolnym punkcie układu Ψ(x) wynosi:

$$\Psi(x) = \frac{1}{B} * [(-0{,}5 * r_0) * x^2 + 0{,}5 * r_0 * L^2 - M_0 \tag{8}$$

Ponieważ równia równowagi ma postać równania różniczkowego niejednorodnego, celem jego rozwiązania musimy wyznaczyć całkę ogólną równania jednorodnego oraz całkę szczególną równania niejednorodnego. Znając wzór na całkę ogólną równania jednorodnego, która ma postać:

$$y = C_1 * \cos(\omega * x) + C_2 * \sin(\omega * x) \tag{9}$$

Przewidując równocześnie całkę szczególną równania niejednorodnego w formie funkcji kwadratowej, otrzymamy rozwiązanie ogólne równania niejednorodnego w postaci:

$$y = C_1 * \cos(\omega * x) + C_2 * \sin(\omega * x) - \frac{r_0}{2 * H} * x^2 + \frac{1}{H}(\frac{r_0 * L^2}{2} + \frac{r_0 * B}{H} - M_0) \tag{10}$$

W celu rozwiązania powyższego równania i uzyskania opisanej wcześniej symetrii układu, przyjmujemy następujące warunki brzegowe:

$$\begin{gathered} \frac{dy}{dx}(x = 0) = 0 \\ y(x = L) = 0 \end{gathered} \tag{11}$$

Ponieważ w równaniu (8) występują dwa parametry których wielkości nie znamy, tj. siła na końcu wyboczonego odcinka *H* oraz długość wyboczonego odcinka

L, musimy przyjąć dodatkowy warunek brzegowy. Warunkiem tym jest zerowanie się pochodnej na końcu wyboczonego odcinka, tzn.:

$$\frac{dy}{dx}(x = L) = 0 \tag{12}$$

W celu wyznaczenia wartości reakcji siły poziomej na końcu wyboczonego odcinka, wykorzystano koncepcję zgodności przemieszczeń wzdłużnych. Oryginalna koncepcja została opisana w [1] jako rozwinięcie prac polskich badaczy, głównie M.T. Hubera. Zgodnie z tą koncepcją spadek siły wzdłużnej N na odcinkach przyległych do strefy wyboczenia, powoduje wzajemne zbliżenie przekrojów ograniczających falę deformacji $2u_0$. Oznacza to spadek siły wzdłużnej zwartości równej sile N do wartości równej sile H na końcach zniekształconego odcinka. Zatem do wyznaczenia długości wyboczeniowej L wykorzystano równanie:

$$u_0 = u_1 - u_2 \tag{13}$$

gdzie:

u_1 – przemieszczenie powstałe w wyniku zakrzywienia części toru (bez zmian w długości),

u_2 – przemieszczenie powstałe w wyniku zmniejszenia sił ściskających na zakrzywionym odcinku toru.

Wartość przemieszczenia u_0 można wyznaczyć z równania na przemieszczenia wzdłużne toru, które ma postać:

$$u_0 = \frac{N - H}{\sqrt{k \cdot EA}} \tag{14}$$

Natomiast wartość przemieszczenia u_1 można wyznaczyć z przybliżenia pomiędzy długością łuku krzywej a jego cięciwą, które ma postać:

$$u_1 = \frac{1}{2}\int_0^{\lambda} \left(\frac{dy}{dx}\right)^2 dx \tag{15}$$

Przemieszczenie powstałe w wyniku zmniejszenia sił ściskających na zakrzywionym odcinku toru, wyraża się wzorem:

$$u_2 = \frac{N \cdot L}{EA} - \frac{H \cdot L}{EA} \tag{16}$$

Podstawiając wyrażenia (14), (15) oraz (16) do równania zgodności przemieszczeń wzdłużnych (13), wiedząc, że $N = \alpha \cdot EA \cdot \Delta T$ oraz $\beta = \sqrt{\frac{k}{EA}}$, otrzymamy równanie:

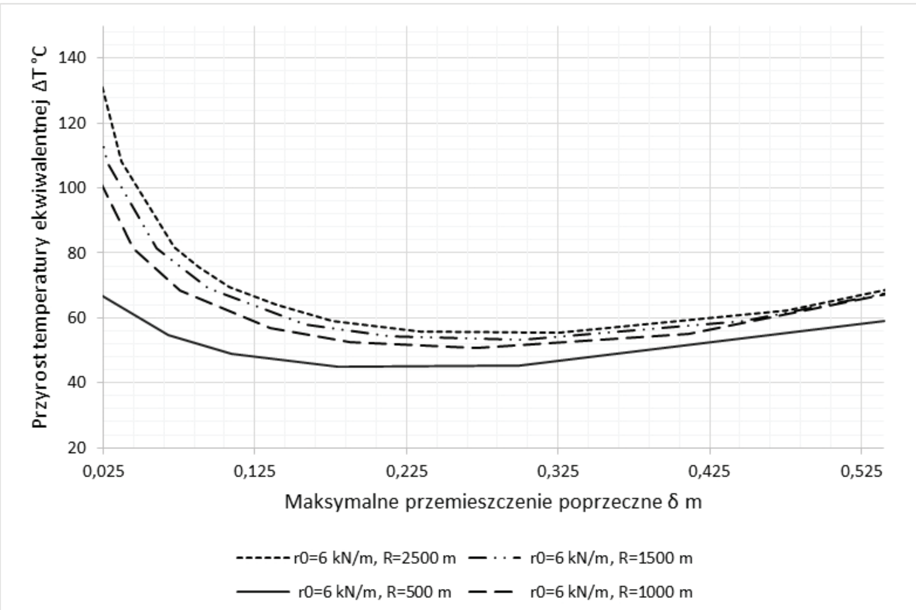
$$\alpha \cdot \Delta T = \frac{1}{\left(\frac{1}{\beta} + L\right)} \cdot \left[u_1 + H \cdot \left(\frac{L}{EA} + \frac{1}{\sqrt{k \cdot EA}}\right)\right] \tag{17}$$

4. Analiza parametryczna

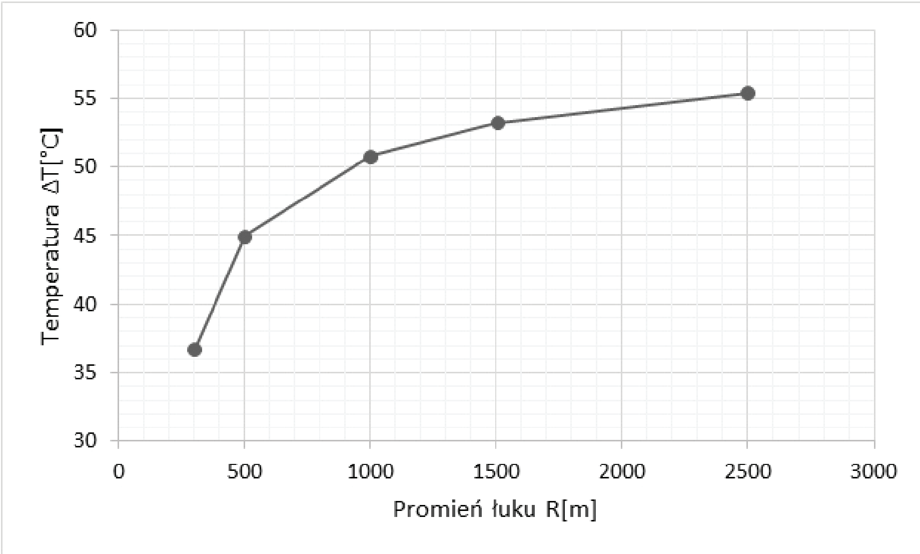
W analizach wykorzystano model analityczny opracowany w Katedrze Infrastruktury Transportu Szynowego i Lotniczego, Wydziału Inżynierii Lądowej i Kolejowej, Politechniki Krakowskiej. Analizy przeprowadzono w programie obliczeniowym Mathcad oraz – wspomagająco – w programie Excel.

Analizy wykonano dla następujących parametrów: szyna 60E1, zastępczy moment bezwładności $I_ż = 4104$ cm^4 (por. [1]), sztywność toru wkierunku wzdłużnym przyjmuje się kN/m^2. Analizy zostały przeprowadzone dla trzech różnych oporów podsypki w płaszczyźnie poziomej r_0, wynoszących odpowiednio: 6, 12 i 18 kN/m oraz dla różnych promieni łuków poziomych, z przedziału 150 m – 2500 m.

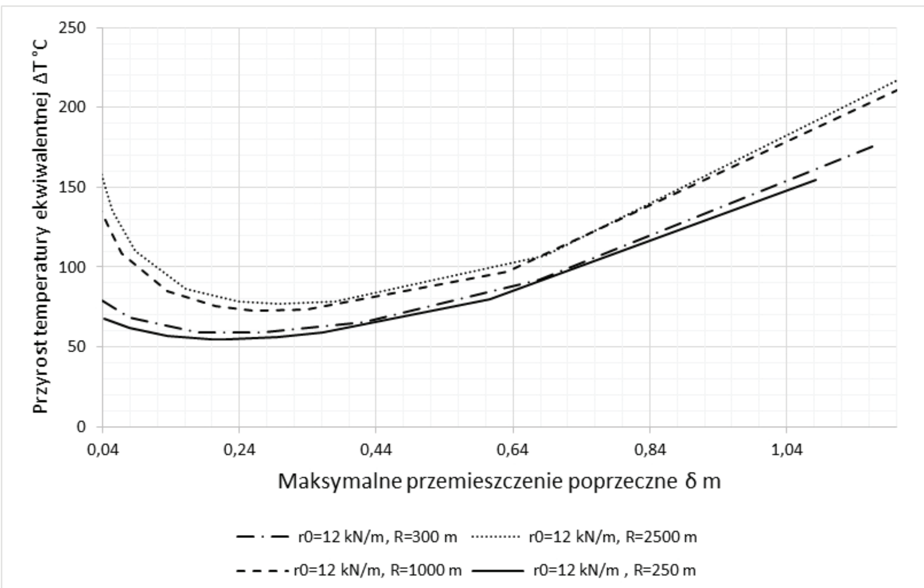
Na rysunkach 4, 6, 8 przedstawiono ścieżki równowagi po-wyboczeniowej, przy ustalonych oporach granicznych podsypki wpłaszczyźnie poziomej, natomiast rysunki 5, 6 i 9 ilustrują wartości przyrostu temperatury ekwiwalentnej ΔT [°C] w zależności od promienia łuku.



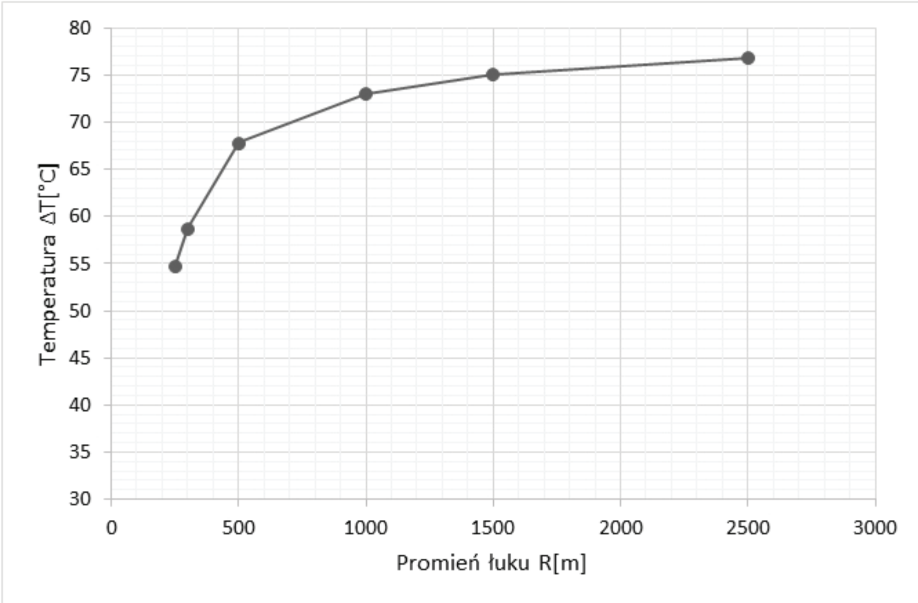
Rys. 4. Ścieżka równowagi po-wyboczeniowej, przy ustalonym oporze $r_0 = 6$ kN/m, dla szyny 60E1 $I_ż = 4104$ cm^4, $k = 4000$ kN/m^2



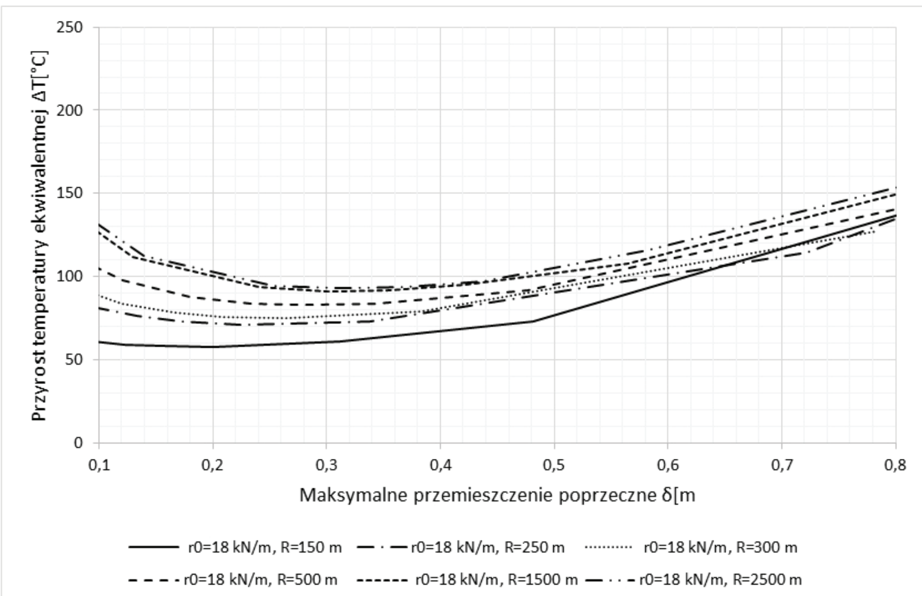
Rys. 5. Wartość przyrostu temperatury ekwiwalentnej ΔT °C w zależności od promienia łuku, stały opór $r_0 = 6$ kN/m



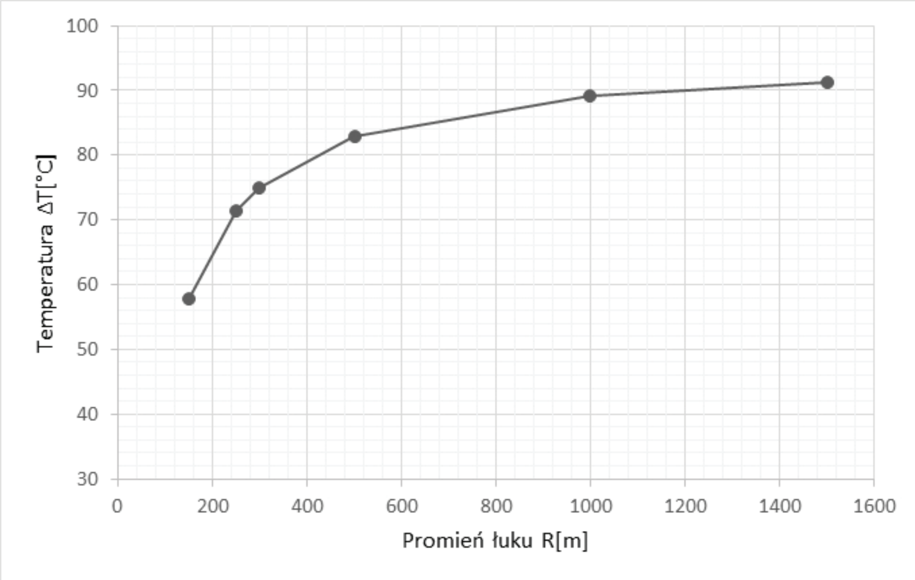
Rys. 6. Ścieżka równowagi po-wyboczeniowej, przy ustalonym oporze $r_0 = 12$ kN/m, dla szyny 60E1 $I_ż = 4104$ cm^4, $k = 4000$ kN/m^2



Rys. 7. Wartość przyrostu temperatury ekwiwalentnej ΔT °C w zależności od promienia łuku, stały opór $r_0 = 12$ kN/m



Rys. 8. Ścieżka równowagi po-wyboczeniowej, przy ustalonym oporze $r_0 = 18$ kN/m, dla szyny 60E1 $I_ż = 4104$ cm^4, $k = 4000$ kN/m^2



Rys. 9. Wartość przyrostu temperatury ekwiwalentnej ΔT °C w zależności od promienia łuku, stały opór r_0 = 18 kN/m

5. Wnioski

Przeprowadzone obliczenia pozwoliły na oszacowanie minimalnej temperatury wyboczeniowej ΔT_{min} oraz na określenie wartości przyrostu temperatury ekwiwalentnej dla danych parametrów geometrycznych imechanicznych toru. Uzyskane wyniki pozwoliły na sformułowanie następujących wniosków iuwag końcowych:

- wielkość oporu poprzecznego podsypki ma znaczący wpływ na wartość przyrostu temperatury ekwiwalentnej, co oznacza, że stan podsypki oraz utrzymania torowiska są bardzo istotne w eksploatacji toru bezstykowego;
- rezultaty przeprowadzonych analiz wzakresie wyznaczenia ścieżek równowagi dla różnych promieni łuków poziomych przy danych parametrach toru wykazały, że przy wartościach promienia krzywizny poniżej 1000 m, a zwłaszcza poniżej 600 m, następuje wyraźny spadek minimalnej temperatury wyboczeniowej ΔT_{min}.

Przeprowadzone obliczenia, których rezultaty pokazano w niniejszej pracy, stanowią tylko część z wielu kombinacji, jakie można stworzyć dla różnych parametrów geometrycznych oraz mechanicznych toru. Prowadzone są dalsze prace w tym zakresie, również przy założeniu zmiennego oporu poprzecznego. Planowane są także prace, zmierzające do wzmocnienia konstrukcji nawierzchni z uwagi na stateczność toru bezstykowego w łukach o małych promieniach.

Bibliografia

[1] Czyczuła W., Tor bezstykowy. Politechnika Krakowska, Kraków 2002.
[2] Towpik K., Infrastruktura transportu kolejowego. Politechnika Warszawska, Warszawa 2004.
[3] Rozporządzenie MTiGM nr 151 – nowela z 2014 roku.
[4] Kish A., Samavedam G., Track Buckling Prevention: Theory, Safety Concepts and Applications, Final Report, DOT/FRA/ORD-13/1, March 2013.
[5] Esveld C., Improved knowledge of forces in CWR track, 1999.
[6] Szabo J., Tests experiences in small radius curves of continuously welded rail tracks. Civil Eng. Periodica Polytechnica, Budapest, 2011, pp. 177-189.