

SYSTEM WSPOMAGANIA DECYZJI W WARUNKACH RYZYKA PRZY UŻYCIU OPTYMALIZACJI WIELOKRYTERIALNEJ

Andrzej ŁODZIŃSKI

Szkoła Główna Gospodarstwa Wiejskiego w Warszawie; andrzej_lodzinski@sggw.pl

Streszczenie: W pracy przedstawiono metodę wspomaganie decyzji w warunkach ryzyka opartą na optymalizacji wielokryterialnej. Decyzje w warunkach ryzyka wyrażają preferencje nie tylko w odniesieniu do możliwych rezultatów decyzji, ale i stopnia niepewności co do uzyskania takich wyników. Wspomaganie podejmowanie decyzji w warunkach ryzyka modeluje się przy pomocy specjalnego zadania optymalizacji wielokryterialnej. Jest to zadanie z uporządkowanymi niemalejąco funkcjami. Metoda wspomaganie decyzji polega na interaktywnym prowadzeniu procesu podejmowania decyzji tzn. wybór decyzji dokonuje się przez rozwiązywanie zadania z parametrami sterującymi, które określają aspiracje decydenta i ocenie otrzymywanych rozwiązań. Praca zawiera przykład wspomaganie wyboru decyzji w warunkach ryzyka – problem wyboru inwestycji finansowej.

Słowa kluczowe: decyzje w warunkach ryzyka, optymalizacja wielokryterialna, decyzja symetrycznie efektywna, funkcja skalaryzująca, metoda wyboru decyzji.

DECISION SUPPORT SYSTEM UNDER RISK WITH THE USE MULTI-CRITERIA OPTIMIZATION

Abstract: The paper presents a method of decision support under risk based on multi-criteria optimization. Decisions under risk express preferences not only in relation to the possible results of the decision, but also the degree of uncertainty as to obtaining such results. The decision making process is modeled using a special multi-criteria optimization problem. It is a problem with functionally ordered functions. The decision support method involves interactive decision making, ie the decision is made by solving the problem with control parameters that determine the decision maker's aspirations and the evaluation of the solutions received. The work contains an example of decision support under risk – the problem of choosing a financial investment.

Keywords: decision under risk, multi-criteria optimization, symmetrically efficient decision, scalarizing function, method of decision selection.

1. Wprowadzanie

Działanie w warunkach ryzyka, dotyczy podejmowania decyzji dotyczących zdarzeń, które mogą wystąpić z określonym prawdopodobieństwem. Każde przedsięwzięcie jest bowiem obarczone ryzykiem. Ryzyko oznacza możliwość osiągnięcia wyniku decyzji różniącej się od tego, co się oczekuje. Z doświadczenia znany tylko przeszłość, obserwujemy teraźniejszość i próbujemy przewidzieć przyszłość. Przewidywanie jest związane z konstruowaniem prawdopodobnych scenariuszy opartych na analizie statystycznej danych przeszłości tak, aby znaleźć przesłanki o przyszłości i przewidzieć ją jak najlepiej.

W pracy przedstawiono metodę wspomagania wyboru decyzji w warunkach ryzyka opartą na optymalizacji wielokryterialnej. Ryzyko jest modelowane za pomocą zbioru scenariuszy o określonych prawdopodobieństwach. Scenariusze są to wystąpienia nieprzewidzianych okoliczności lub czynników zakłócających. Są one powodowane przez czynniki niezależne od decydenta, a mające istotny wpływ na wyniki decyzji. Jednocześnie każdy scenariusz określa jednoznacznie realizację wyników dla poszczególnych decyzji. Podejmujący decyzje nie jest w stanie ustalić z całą pewnością, do którego wyniku doprowadzi każde z działań, potrafi natomiast przypisać prawdopodobieństwo temu, że dany wynik wystąpi (Heilpen, 2001; Luce, and Raiffa, 1966; Samuelson., and Mark, 1998).

Podejmowanie decyzji w warunkach ryzyka modeluje się przy pomocy specjalnego zadania optymalizacji wielokryterialnej. Jest to zadanie z uporządkowanymi niemalejąco funkcjami. Decydent powinien dokonywać wyboru decyzji przy pomocy interaktywnego systemu komputerowego. System taki umożliwi sterowany przegląd zbioru rozwiązań. Na podstawie podawanych przez decydenta wartości parametrów sterujących rozwiązywane jest zadanie i system przedstawia do analizy rozwiązanie odpowiadające bieżącym wartościom tych parametrów.

2. Modelowanie sytuacji decyzyjnej w warunkach ryzyka

Podejmowanie decyzji w warunkach ryzyka jest wtedy, gdy istnieje więcej niż jeden możliwy wynik dla każdej decyzji. Każda decyzja prowadzi do wyniku z pewnego określonego zbioru możliwych wyników, z których każdy ma znane prawdopodobieństwo pojawienia się. Prawdopodobieństwa te są znane podejmującemu decyzję.

Problem wyboru decyzji w warunkach ryzyka modelujemy wprowadzając do problemu wyboru decyzji scenariusze, które reprezentują możliwe stany otoczenia. Dla scenariuszy dany jest ich rozkład prawdopodobieństwa. Jeżeli założymy, że prawdopodobieństwa wystąpienia poszczególnych scenariuszy są liczbami wymiernymi, to można przez wielokrotne

powtarzanie odpowiednich scenariuszy doprowadzić do sytuacji, gdzie prawdopodobieństwo wystąpienia każdego scenariusza jest takie samo. Liczba wystąpień określonego scenariusza odpowiada przypisanemu mu prawdopodobieństwu. Określonym scenariuszom $S_i, i = 1, \dots, m$ odpowiadają odpowiednie realizacje funkcji oceny $f_i(x), i = 1, \dots, m$. Przy każdym scenariuszu preferowana jest większa wartość funkcji oceny.

Rozpatrujemy sytuację, w której dla każdej decyzji $x \in X_0$ pojawia się jeden z m możliwych wyników $y_i = f_i(x), i = 1, \dots, m$. Prawdopodobieństwa tych wyników są jednakowe i wynoszą $p = 1/m$.

Problem wyboru decyzji w warunkach ryzyka modeluje się, jako zadanie optymalizacji wielokryterialnej:

$$\max_x \{ (f_1(x), \dots, f_m(x)) : x \in X_0 \}, \quad (1)$$

gdzie:

$x \in X_0$ – decyzja należąca do zbioru decyzji dopuszczalnych, $X_0 \subset R^n$,

$S_i, i = 1, \dots, m$ – scenariusze (stany otoczenia),

$f = (f_1, \dots, f_m)$ – funkcja wektorowa, która przyporządkowuje każdemu wektorowi zmiennych decyzyjnych $x \in X_0$ wektor ocen $y = f(x)$; poszczególne współrzędne $y_i = f_i(x), i = 1, \dots, m$ – reprezentują skalarne funkcje ocen – wynik decyzji x przy zajściu scenariusza $S_i, i = 1, \dots, m$,

X_0 – zbiór decyzji dopuszczalnych.

Jest to zadanie optymalizacji wielokryterialnej sprowadzone do jednakowo prawdopodobnych scenariuszy. Wyniki są tak samo prawdopodobne – każda współrzędna funkcji oceny ma taką samą wagę.

Funkcja wektorowa $y = f(x)$ przyporządkowuje każdemu wektorowi zmiennych decyzyjnych x wektor ocen $y \in Y_0$, który mierzy jakość decyzji x z punktu widzenia ustalonego układu wskaźników jakości y_1, \dots, y_m . Obraz zbioru dopuszczalnego X_0 dla funkcji f stanowi zbiór osiągalnych wektorów ocen Y_0 .

Zadanie to może być zapisane w równoważnej formie w przestrzeni ocen, tzn. rozpatruje się następujące zadanie:

$$\max_x \{ (y_1, \dots, y_m) : y \in Y_0 \}, \quad (2)$$

gdzie:

x – wektor zmiennych decyzyjnych,

$y = (y_1, \dots, y_m)$ – wektorowy wskaźnik jakości, poszczególne współrzędne $y_i = f_i(x), i = 1, \dots, m$ reprezentują pojedyncze, skalarne kryteria,

Y_0 – zbiór osiągalnych wektorów ocen.

Wektor ocen $y = (y_1, \dots, y_m)$ w problemie wielokryterialnym (2) reprezentuje wynik decyzji x w postaci wektora o m jednakowo prawdopodobnych $p = 1/m$ współrzędnych $y_i, i = 1, \dots, m$.

3. Rozwiązania symetrycznie efektywne

Podjęcie decyzji w warunkach ryzyka modeluje się jako specjalne zadanie optymalizacji wielokryterialnej z relacją preferencji spełniającą własność anonimowości. Nie rozróżnia się wyników, które różnią się uporządkowaniem współrzędnych. Rozwiązaniem problemu wyboru decyzji jest decyzja symetrycznie efektywna. Jest to decyzja efektywna, która spełnia dodatkową własność – własność anonimowości relacji preferencji.

Rozwiązania niezdominowane (Pareto-optymalne) są definiowane przy pomocy relacji preferencji, która odpowiada na pytanie, który z danej pary danych wektorów ocen $y^1, y^2 \in R^m$ jest lepszy. Jest to następująca relacja:

$$y^1 \succ y^2 \Leftrightarrow y_i^1 \geq y_i^2 \quad \forall i = 1, \dots, m \wedge \exists j \quad y_j^1 > y_j^2. \quad (3)$$

Wektor ocen $\hat{y} \in Y_0$ jest niezdominowanym wektorem ocen, jeśli nie istnieje taki wektor $y \in Y_0$, który dominuje \hat{y} . W przestrzeni decyzji określa się odpowiednie decyzje dopuszczalne. Decyzję $\hat{x} \in X_0$ nazywa się decyzją efektywną (Pareto-optymalną), jeśli odpowiadający mu wektor ocen $\hat{y} = f(\hat{x})$ jest wektorem niezdominowanym.

W problemie wielokryterialnym (1), który służy do podejmowania decyzji w warunkach ryzyka przy danym zestawie funkcji oceny ważny jest tylko rozkład wartości osiągniętych przez te funkcje, a nie jest ważne, która funkcja, jaką wartość przyjęła. Nie rozróżnia się wyników, które różnią się uporządkowaniem. Wymaganie to formułuje się jako własność anonimowości (bezstronności) relacji preferencji.

Relację nazywa się relacją anonimową wtedy, gdy dla każdego wektora ocen $y = (y_1, y_2, \dots, y_m) \in R^m$ i dla dowolnej permutacji P zbioru $\{1, \dots, m\}$ zachodzi następująca własność:

$$(y_{P(1)}, y_{P(2)}, \dots, y_{P(m)}) \approx (y_1, y_2, \dots, y_m). \quad (4)$$

Wektory ocen mające te same współrzędne, ale w innej kolejności są utożsamiane. Relacje preferencji spełniającą dodatkowy warunek anonimowości nazywa się anonimową relacją preferencji. Wektor niezdominowany spełniający własność anonimowości nazywa się wektorem symetrycznie niezdominowanym.

Zbiór wektorów symetrycznie niezdominowanych oznacza się \hat{Y}_{0S} . W przestrzeni decyzji określa się decyzję symetrycznie efektywną. Decyzję $\hat{x} \in X_0$ nazywa się decyzją symetrycznie efektywną, jeśli odpowiadający mu wektor ocen $\hat{y} = f(\hat{x})$ jest wektorem

symetrycznie niezdominowanym. Zbiór decyzji symetrycznie efektywnych oznacza się \hat{X}_{0S} (Ogryczak, 2002).

Relację symetrycznej dominacji można wyrazić jako relację nierówności dla wektorów ocen, których współrzędne są uporządkowane w porządku niemalejącym. Relację tę można zapisać z użyciem przekształcenia $T: R^m \rightarrow R^m$ porządkującego niemalejąco współrzędne wektorów ocen, czyli wektor $T(y)$ jest wektorem z uporządkowanymi niemalejąco współrzędnymi wektora y , tzn. $T(y) = (T_1(y), T_2(y), \dots, T_m(y))$, gdzie: $T_1(y) \leq T_2(y) \leq \dots \leq T_m(y)$ oraz istnieje permutacja P zbioru $\{1, \dots, m\}$ taka, że $T_i(y) = y_{P(i)}$ dla $i = 1, \dots, m$.

Wektor ocen y^1 dominuje symetrycznie preferuje wektor y^2 jeśli spełniony jest warunek:

$$y^1 \succ_a y^2 \Leftrightarrow T(y^1) \geq T(y^2). \quad (5)$$

Relacja symetrycznej dominacji \succ_a jest zwykłą dominacją wektorową dla uporządkowanych niemalejąco wektorów (Ogryczak, 2002).

4. Techniki generacji rozwiązań symetrycznie efektywnych

Dla wyznaczenia rozwiązań symetrycznie efektywnych zadania wielokryterialnego (1) rozwiązuje się szczególne zadanie wielokryterialne. Jest to zadanie z uporządkowanymi w kolejności niemalejącej współrzędnymi wektora ocen, tzn. następujące zadanie:

$$\max_y \{(T_1(y), T_2(y), \dots, T_m(y)) : y \in Y_0\}, \quad (6)$$

gdzie:

$y = (y_1, y_2, \dots, y_m)$ – wektor ocen,

$T(y) = (T_1(y), T_2(y), \dots, T_m(y))$, gdzie: $T_1(y) \leq T_2(y) \leq \dots \leq T_m(y)$ – uporządkowany niemalejąco wektor ocen,

Y_0 – zbiór osiągalnych wektorów ocen.

Rozwiązanie efektywne zadania optymalizacji wielokryterialnej (6) jest symetrycznie efektywnym rozwiązaniem zadania wielokryterialnego (1).

Aby wyznaczyć rozwiązanie zadania wielokryterialnego (6) rozwiązuje się skalaryzację tego zadania z funkcją skalaryzującą: $s: Y \times \Omega \rightarrow R^1$:

$$\max_x \{s(y, \bar{y}) : x \in X_0\}, \quad (7)$$

gdzie:

$y = (y_1, y_2, \dots, y_m)$ – wektor ocen,

$\bar{y} = (\bar{y}_1, \bar{y}_2, \dots, \bar{y}_m)$ – wektor parametrów sterujących.

Jest to zadanie optymalizacji jednokryterialnej specjalnie utworzonej funkcji skalaryzującej dwóch zmiennych – wektora ocen $y \in Y_0$ i wektora parametrów sterujących $\bar{y} \in \Omega \subset R^m$ o wartości rzeczywistej tzn. funkcji $s: Y_0 \times \Omega \rightarrow R^1$. Parametr $\bar{y} = (\bar{y}_1, \bar{y}_2, \dots, \bar{y}_m)$ jest w dyspozycji decydenta, co umożliwia mu przeglądanie zbioru rozwiązań symetrycznie efektywnych.

Rozwiązanie optymalne zadania (7) powinno być rozwiązaniem zadania wielokryterialnego (6). Funkcja skalaryzująca powinna mieć dwie własności:

- własność zupełności – za pomocą odpowiednich zmian parametru \bar{y} można osiągnąć dowolny rezultat $\hat{y} \in \hat{Y}_{0S}$.
- własność wystarczalności – dla każdego parametru sterującego \bar{y} rozwiązanie zadania skalaryzacji (7) jest rozwiązaniem symetrycznie efektywnym, tzn. $\hat{y} \in \hat{Y}_{0S}$.

Zupełną i wystarczającą parametryzację zbioru rozwiązań symetrycznie efektywnych \hat{Y}_{0S} otrzymuje się stosując metodę punktu odniesienia do zadania (6). Metoda ta używa jako parametrów sterujących poziomów aspiracji. Poziomy aspiracji są takimi wartościami funkcji ocen, które satysfakcjonują decydenta.

Funkcja skalaryzująca w metodzie punktu odniesienia ma następującą postać:

$$s(y, \bar{y}) = \min_{1 \leq i \leq m} (T_i(y) - T_i(\bar{y})) + \varepsilon \cdot \sum_{i=1}^m (T_i(y) - T_i(\bar{y})), \quad (8)$$

gdzie:

$y = (y_1, y_2, \dots, y_m)$ – wektor ocen,

$T(y) = (T_1(y), T_2(y), \dots, T_m(y))$, gdzie: $T_1(y) \leq T_2(y) \leq \dots \leq T_m(y)$ – uporządkowany niemalejąco wektor ocen,

$\bar{y} = (\bar{y}_1, \bar{y}_2, \dots, \bar{y}_m)$ – wektor poziomów aspiracji,

$T(\bar{y}) = (T_1(\bar{y}), T_2(\bar{y}), \dots, T_m(\bar{y}))$, gdzie: $T_1(\bar{y}) \leq T_2(\bar{y}) \leq \dots \leq T_m(\bar{y})$ – uporządkowany niemalejąco wektor poziomów aspiracji,

ε – arbitralnie mały, dodatni parametr regularyzacyjny.

Taka funkcja skalaryzująca nazywa się funkcją osiągnięcia. Funkcja ta mierzy bliskość danego rozwiązania od poziomu aspiracji. Dąży się do znalezienia rozwiązania, które zbliża się tak blisko, jak to możliwe do spełnienia określonych wymagań – poziomów aspiracji. Maksymalizacja takiej funkcji ze względu y wyznacza rozwiązanie symetrycznie efektywne \hat{y} i generującą je decyzję symetrycznie efektywną \hat{x} . Wyznaczone rozwiązanie

symetrycznie efektywne \hat{x} zależy od wartości poziomów aspiracji \bar{y} (Lewandowski, and Wierzbicki, 1989; Łodziński, 2007; Wierzbicki, Makowski, and Wessels, 2000).

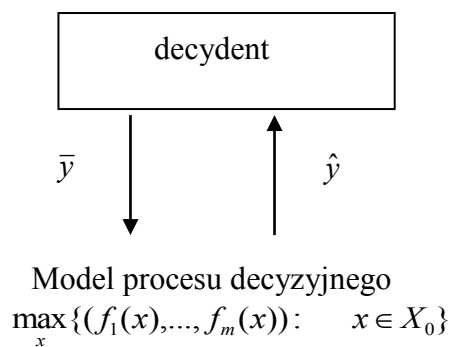
5. Metoda wspomagania wyboru decyzji symetrycznie efektywnych

Rozwiązaniem zadania optymalizacji wielokryterialnej jest cały zbiór rozwiązań. Narzędziem do przeglądania zbioru rozwiązań jest funkcja (8). Maksimum tej funkcji zależy od parametru \bar{y} , którego decydent używa do wyboru rozwiązania. W metodzie punktu odniesienia decydent wykorzystuje punkty aspiracji, które określają jego preferencje dla każdej funkcji oceny $\bar{y}_i, i = 1, \dots, m$ oraz maksymalizację funkcji osiągnięcia w celu organizacji interakcji z systemem. Wartości poziomów aspiracji jako parametrów sterujących są łatwo rozumiane przez decydenta jako wielkości rzeczywiste charakteryzujące jego preferencje.

Metoda wyboru decyzji jest metodą iteracyjną polegającą na przemiennym wykonywaniu:

- obliczeń – dających kolejne rozwiązania symetrycznie efektywne,
- dialogu z decydentem – będącym źródłem dodatkowej informacji o preferencjach decydenta.

Metoda wspomagania wyboru decyzji jest przedstawiona jest na rysunku (rysunek 1).



Rysunek 1. Metoda wspomagania wyboru decyzji.

Taki sposób wspomagania wyboru decyzji nie narzuca decydentowi żadnego sztywnego scenariusza analizy problemu decyzyjnego i dopuszcza możliwość modyfikacji jego preferencji w trakcie analizy problemu. W tym sposobie podejmowania decyzji decydent spełnia rolę nadrzędną.

6. Przykład – problem wyboru inwestycji

Dla ilustracji wspomaganego wyboru decyzji w warunkach ryzyka pokazany jest problem wyboru inwestycji (Portalfk.pl, 2018).

Firma posiada określoną kwotę środków finansowych, które chce przeznaczyć na inwestycje. W tym celu opracowano pięć wzajemnie wykluczających się projektów inwestycyjnych, dla których oszacowano osobno ich wartość obecną netto (ang. Net Present Value – NPV).

Dla każdego projektu przeprowadzono analizę scenariuszową, zakładając trzy stany koniunktury cen surowca, tj. S_1 – spadek cen, S_2 – stabilizacja cen i S_3 – wzrost cen. Prawdopodobieństwa wystąpienia poszczególnych scenariuszy są następujące: $P_1 = 0,35$, $P_2 = 0,45$ i $P_3 = 0,20$. Projekty różnią się od siebie na tyle, że dla jednego projektu spadek (wzrost) cen surowca wpływa na zwiększenie (zmniejszenie) wartości NPV, zaś dla innych odwrotnie. Dla każdego projektu i każdego scenariusza oszacowano wartość obecną netto (NPV), których wartości są w tabeli 1.

Tabela 1.

Scenariusze pięciu projektów inwestycyjnych

Projekt inwestycyjny	NPV (mln zł) według określonego scenariusza		
	Spadek cen	Stabilizacja	Wzrost cen
Projekt x_1	130	150	170
Projekt x_2	155	180	200
Projekt x_3	166	145	137
Projekt x_4	100	200	270
Projekt x_5	165	175	148

Wartość bieżąca netto (NPV) jest dobrym kryterium oceny finansowej opłacalności projektów inwestycyjnych. Wartość ta wyraża w pieniądzu nadwyżkę zdyskontowanych na moment bieżący dodatnich przepływów pieniężnych netto nad wartością obecną poniesionych nakładów inwestycyjnych – przepływów ujemnych. Większym wartościom NPV odpowiada lepsza ocena danego projektu inwestycyjnego, i symetrycznie mniejszym wartościom NPV odpowiada gorsza ocena.

Zadaniem inwestora w firmie jest wybór jednego z pięciu wzajemnie wykluczających się projektów inwestycyjnych przy trzech możliwych przyszłych scenariuszach. Ponieważ nie wiadomo, jaki układ warunków zrealizuje się w czasie inwestycji, zadanie to jest wyborem w warunkach ryzyka.

Problem decyzyjny przyjmuje postać zadania wielokryterialnego:

$$\max_x \{y^1, y^2, y^3, y^4, y^5 : x \in \{x_1, x_2, x_3, x_4, x_5\}\}, \quad (9)$$

gdzie wyniki poszczególnych decyzji są następującymi wektorami:

$$y^1 = (130, 150, 170) \text{ dla projektu } x_1,$$

$$y^2 = (155, 180, 200) \text{ dla projektu } x_2,$$

$$y^3 = (166, 145, 137) \text{ dla projektu } x_3,$$

$$y^4 = (100, 200, 270) \text{ dla projektu } x_4,$$

$$y^5 = (165, 175, 148) \text{ dla projektu } x_5,$$

w których poszczególne współrzędne wektorów ocen występują z prawdopodobieństwami $P_1 = 0,35$, $P_2 = 0,45$ i $P_3 = 0,20$.

Zadanie polega na wyborze takiej decyzji, dla której wektor ocen jest maksymalny w sensie symetrycznej dominacji.

Powtarzając odpowiednie scenariusze doprowadza do sytuacji, gdzie prawdopodobieństwo każdego scenariusza jest takie samo i wynosi $P=1/20$. Otrzymuje się zadanie równoważne zadaniu wyjściowemu, w której wynikami dla każdego projektu x_1, x_2, x_3, x_4, x_5 są następujące wektory ocen o jednakowo prawdopodobnych współrzędnych:

$$y^1 = (130, 130, 130, 130, 130, 130, 130, 130, 150, 150, 150, 150, 150, 150, 150, 150, 170, 170, 170, 170),$$

$$y^2 = (155, 155, 155, 155, 155, 155, 155, 155, 180, 180, 180, 180, 180, 180, 180, 180, 200, 200, 200, 200),$$

$$y^3 = (166, 166, 166, 166, 166, 166, 166, 166, 145, 145, 145, 145, 145, 145, 145, 145, 137, 137, 137, 137),$$

$$y^4 = (100, 100, 100, 100, 100, 100, 100, 100, 200, 200, 200, 200, 200, 200, 200, 200, 270, 270, 270, 270),$$

$$y^5 = (165, 165, 165, 165, 165, 165, 165, 165, 175, 175, 175, 175, 175, 175, 175, 175, 148, 148, 148, 148).$$

Aby móc porównywać wektory w sensie symetrycznej dominacji porządkuje się współrzędne wektorów niemalejąco i otrzymuje się następujące wektory ocen dla każdej decyzji:

$$T(y^1) = (130, 130, 130, 130, 130, 130, 130, 130, 150, 150, 150, 150, 150, 150, 150, 150, 170, 170, 170, 170),$$

$$T(y^2) = (155, 155, 155, 155, 155, 155, 155, 155, 180, 180, 180, 180, 180, 180, 180, 180, 200, 200, 200, 200),$$

$$T(y^3) = (137, 137, 137, 137, 145, 145, 145, 145, 145, 145, 145, 145, 145, 145, 145, 145, 166, 166, 166, 166),$$

$$T(y^4) = (100, 100, 100, 100, 100, 100, 100, 100, 200, 200, 200, 200, 200, 200, 200, 200, 270, 270, 270, 270),$$

$$T(y^5) = (148, 148, 148, 148, 165, 165, 165, 165, 165, 165, 165, 165, 175, 175, 175, 175, 175, 175, 175, 175).$$

Zbiór wektorów symetrycznie niezdominowanych jest następujący $\hat{Y}_{os} = \{y^2, y^4, y^5\}$. Trzy decyzje – projekt x_2 , projekt x_4 i projekt x_5 są decyzjami symetrycznie efektywnymi. Dokonując wyboru należy więc wybierać między nimi, a decyzje – projekt x_1 i projekt x_3 należy odrzucić, niezależnie od indywidualnych preferencji. Te trzy decyzje są nieporównywalne względem symetrycznej relacji preferencji. Wybór między nimi zależy od indywidualnych preferencji decydenta.

Do wyznaczania rozwiązań zadania (9) stosuje się metodę punktu odniesienia dla zadania z uporządkowanymi w kolejności niemalejącej współrzędnymi wektora ocen. Inwestor steruje wyborem decyzji podając pożądane wartości poziomu aspiracji dla każdego scenariusza:

$$\bar{y} = (\bar{y}_1, \bar{y}_2, \bar{y}_3), \text{ gdzie:}$$

\bar{y}_1 – wartość poziomu aspiracji dla scenariusza pierwszego,

\bar{y}_2 – wartość poziomu aspiracji dla scenariusza drugiego,

\bar{y}_3 – wartość poziomu aspiracji dla scenariusza trzeciego.

Przebieg analizy wielokryterialnej przedstawia tabela 2.

Tabela 2.

Interaktywne poszukiwanie satysfakcjonującego rozwiązania

Iteracja	
1. Poziom aspiracji \bar{y} Decyzja \hat{x}	$\bar{y} = (166, 200, 270)$ Projekt x_4
2. Poziom aspiracji \bar{y} Decyzja \hat{x}	$\bar{y} = (160, 190, 250)$ Projekt x_2
3. Poziom aspiracji \bar{y} Decyzja \hat{x}	$\bar{y} = (150, 180, 230)$ Projekt x_2
4. Poziom aspiracji \bar{y} Decyzja \hat{x}	$\bar{y} = (140, 170, 210)$ Projekt x_2
5. Poziom aspiracji \bar{y} Decyzja \hat{x}	$\bar{y} = (140, 170, 240)$ Projekt x_4
6. Poziom aspiracji \bar{y} Decyzja \hat{x}	$\bar{y} = (160, 170, 150)$ Projekt x_5

Źródło Obliczenie własne.

Na początku wyboru inwestor określa poziomy aspiracji jako najlepsze wartości jakie można osiągnąć dla każdego scenariusza oddzielnie, w kolejnych iteracjach zmienia poziomy aspiracji w zależności od swoich preferencji.

W pierwszej iteracji inwestor określa swoje preferencje jako poziom aspiracji równy wektorowi $\bar{y} = (166, 200, 270)$ i uzyskuje jako decyzję – projekt x_4 . W następnej iteracji inwestor zmniejsza wymagania dla wszystkich trzech scenariuszy i jako poziom aspiracji

podaje wektor $\bar{y} = (160, 190, 250)$ i otrzymuje jako decyzję – projekt x_2 . Inwestor w dalszym ciągu zmniejsza wymagania dla wszystkich scenariuszy i jako poziom aspiracji podaje wektor $\bar{y} = (150, 180, 230)$ i otrzymuje jako decyzję w dalszym ciągu – projekt x_2 . Inwestor w dalszym ciągu zmniejsza wymagania dla wszystkich scenariuszy i jako poziom aspiracji podaje wektor $\bar{y} = (140, 170, 210)$ i otrzymuje jako decyzję w dalszym ciągu – projekt x_2 . Inwestor nie zmienia wymagań dla pierwszego i drugiego scenariusza, a zwiększa wymagania dla trzeciego i jako poziom aspiracji podaje wektor $\bar{y} = (140, 170, 240)$ i otrzymuje jako decyzję – projekt x_4 . Inwestor zwiększa wymagania dla pierwszego scenariusza i bardzo zmniejsza wymagania dla trzeciego scenariusza S_3 i jako poziom aspiracji podaje wektor $\bar{y} = (160, 170, 150)$ i otrzymuje jako decyzję – projekt x_5 .

Metoda wspomaganie wyboru decyzji pozwala decydentowi na wybór dowolnego rozwiązania symetrycznie efektywnego. Ostateczny wybór specyficznego rozwiązania zależy od preferencji decydenta. Przedstawiony przykład pokazuje, że taki sposób pozwala decydentowi poznać swoje możliwości decyzyjne w trakcie analizy interaktywnej i prowadzić poszukiwania satysfakcjonującego rozwiązania.

7. Zakończenie

W pracy przedstawiono metodę wspomaganie wyboru decyzji w warunkach ryzyka. Ryzyko modelowane jest za pomocą zbioru scenariuszy o określonych prawdopodobieństwach. Wybór decyzji dokonuje się przy pomocy specjalnego zadania optymalizacji wielokryterialnej. Metoda podaje cały zbiór rozwiązań symetrycznie efektywnych. Analiza interaktywna oparta na metodzie punktu odniesienia pozwala na wyznaczanie rozwiązań efektywnych do zgodnych z zadawanymi przez decydenta aspiracjami. Taki sposób wspomaganie decyzji nie zastępuje decydenta w podejmowaniu decyzji. Całym procesem podejmowania decyzji steruje decydent.

Bibliografia

1. Cabała, P. (2014). *Podjęcie decyzji w warunkach niepełnej informacji*. Kraków: Wydawnictwa Uniwersytetu Ekonomicznego.
2. Goodwin, P., and Wright, G. (2011). *Analiza decyzji*. Warszawa: Wolters Kluwer.

3. Heilpen, S. (2001). *Podjęmowanie decyzji w warunkach ryzyka*. Wrocław: Akademia Ekonomiczna.
4. Kaczmarek, T.T. (2005). *Ryzyko i zarządzanie ryzykiem, ujęcie interdyscyplinarne*. Warszawa: Difin.
5. Keeney, L., and Raiffa, H. (1993). *Decisions with Multiple Objectives. Preferences and Value Tradeoffs*. Cambridge-New York: Cambridge University Press.
6. Kisielnicki, J., and Sroka, H. (2005). *Systemy informacyjne biznesu. Informatyka dla zarządzania*. Warszawa: Agencja Wydawnicza Placet.
7. Lewandowski, A., and Wierzbicki, A. (Eds.) (1989). *Aspiration Based Decision Support Systems. Lecture Notes in Economics and Mathematical Systems, 331*. Berlin-Heidelberg: Springer Verlag.
8. Luce, D., and Raiffa, H. (1966). *Gry i decyzje*. Warszawa: PWN.
9. Łodziński, A. (2007). *System wspomaganie decydenta w podejmowaniu decyzji zadawających*. Zagadnienia techniczno-ekonomiczne. Kraków: Uczelniane Wydawnictwo Naukowo-Dydaktyczne AGH.
10. Łodziński, A. (2008). *Interaktywna sposób analizy i podejmowania decyzji wielokryterialnych*. Warszawa: Zeszyty Naukowe Politechniki Warszawskiej.
11. Ogryczak, W. (2002). *Multicriteria Optimization and Decisions under Risk. Control and Cybernetics, 31*. Warszawa.
12. Penc, J. (2002). *Decyzje w zarządzaniu*. Kraków: Wydawnictwo Profesjonalnej Szkoły Biznesu.
13. <https://www.portalfk.pl>, 15.05.2018.
14. Samuelson, W.F., and Marks, S.G. (1998). *Ekonomia menedżerska*. Warszawa: PWE.
15. Surma, J. (2009). *Business Intelligence. Systemy wspomaganie decyzji biznesowych*. Warszawa: PWN.
16. Szmit, M. (2003). *Informatyka w zarządzaniu*. Warszawa: Difin.
17. Tarczyński, W., and Mojsiewicz, M. (2001). *Zarządzanie ryzykiem*. Warszawa: PWE.
18. Trzaskalik, T. (2014). *Wielokryterialne wspomaganie decyzji. Metody i zastosowania*. Warszawa: PWN.
19. Wierzbicki, A., Makowski, N., and Wessels, J. (2000). *Model Based Decision Support Methodology with Environmental Applications*. Laxenburg, Dordrecht: IIASA Kluwer.