

Estimating Voltage Asymmetry Making by One Phase Micro-generator in Low Voltage Network

Authors

Marian Sobierajski
Wilhelm Rojewski

Keywords

micro-generation, voltage asymmetry, low voltage network

Abstract

Connection of one phase micro-generator to the low voltage network increases voltage asymmetry. The voltage asymmetry is defined as the quotient of negative and positive voltage components. The mathematical background of exact and rough computation of the asymmetry quotient is presented in the paper. Considerations are illustrated by simple examples.

DOI: 10.12736/issn.2300-3022.2014409

1. Introduction

For several years rapid growth has been observed worldwide in the number of 3- and 1-phase micro-generators connected to low voltage networks. A similar development is expected in Poland once the law on renewable energy sources [1] comes into effect. Single-phase micro-generators induce network voltage asymmetry, which is quantified by an asymmetry factor defined as the ratio of negative to positive sequence symmetrical components at the point of common coupling. The maximum asymmetry factor allowable in a low voltage network is 2% [2].

Let's analyse a 1-phase micro-generator connected to a MV/LV transformer with a line with impedance Z_L (Fig. 1). The line impedance can be incorporated into the impedance of a source modelling the system. As a result, connection of the micro-generator is equivalent to connecting to an external system of an ideal current source through an impedance,

$$\underline{Z} = \underline{Z}_Q + \underline{Z}_T + \underline{Z}_L \quad (1)$$

where:

Z_Q – impedance of external medium voltage network,
 Z_T – Impedance of MV/LV transformer, Z_L – impedance of line connection between micro-generator and MV/LV transformer substation.

In PCC node the micro-generator inputs active and reactive power to the LV network's selected phase.

TnN node corresponds to LV terminals of MV/LV transformer, and is characterized by short-circuit power S_{kT} . S node corresponds to MV terminals of MV/LV transformer, and is characterized by short-circuit power S_{kQ} representing the external network. Short-circuit power in PCC node is:

$$S_{kV} = \frac{U_{nN}^2}{|Z_{Q1} + Z_{T1} + Z_{L1}|} \quad (2)$$

where:

U_{nN} – rated voltage of LV network, Z_{Q1} – external system impedance for positive sequence symmetrical component, Z_{T1} – transformer impedance for positive sequence symmetrical component, Z_{L1} – line impedance for positive sequence symmetrical component.

It should be noted that equivalent impedance Z in formula (1) accounts for self-impedance of phase L1 and mutual impedances between phases L1L2 and L1L3.

In practice, equivalent impedance Z can be determined based on known impedances for positive, negative, and zero symmetrical components.

The aim of the study is to develop a mathematical model that describes the power system shown in Fig. 1, and allows for analytical determination of PCC node voltages for positive and negative sequence components. The analytical dependencies determined are used to derive formulas for accurate and approximate calculations of the asymmetry factor.

2. Analysis of electrical circuit with connected micro-generator

2.1. 3-phase power system diagram

Fig. 2 shows a 3-phase circuit modelling a power system with connected 1-phase micro-generator.

The system's electromotive force E results from the whole system's operation, and can be treated as EMF of an ideal 3-phase source of voltage independent of the 1-phase micro-generator's

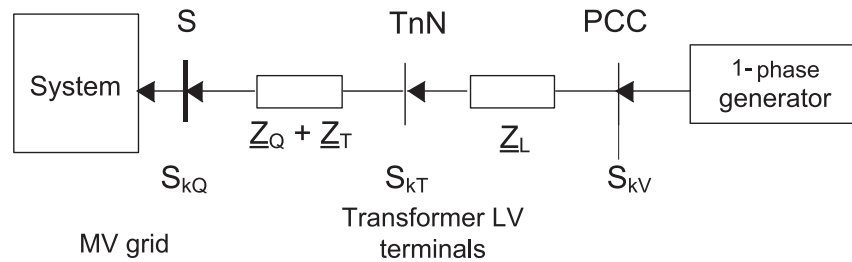


Fig. 1. Schematic diagram of 1-phase micro-generator connection to power system

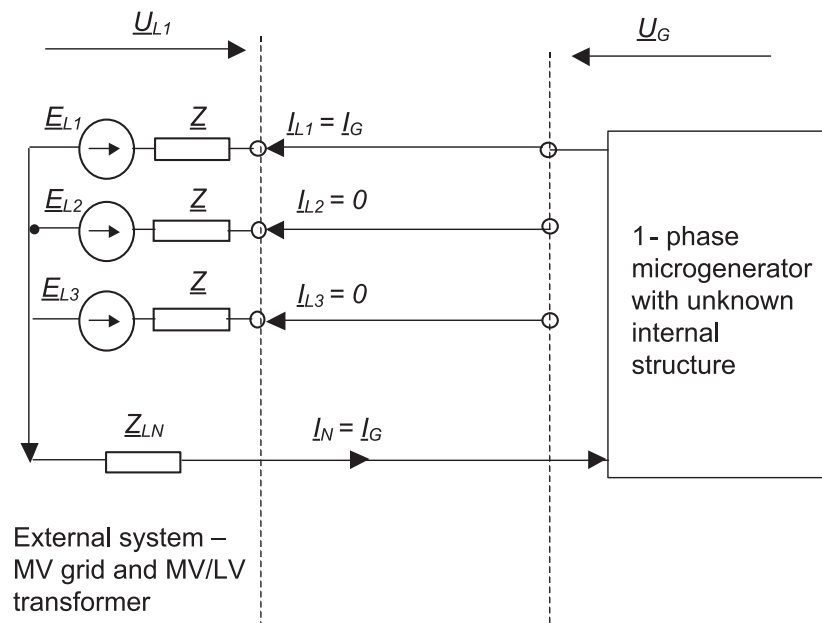


Fig. 2. Model circuit of power system with connected 1-phase micro-generator

connection/disconnection. The system operation is planned and directed by the distribution system operator (DSO) in such a way that the voltages in consumer service lines are close to the rated value. It can therefore be assumed that EMF E is equal to the rated network voltage. Provided that EMF vector in phase L1 lies in the real numbers axis:

$$\underline{E}_{L1} = E = U_{fn} = \frac{U_{nN}}{\sqrt{3}}, \quad \underline{E}_{L2} = a^2 E, \quad \underline{E}_{L3} = aE \quad (3)$$

where:

$a = e^{j2\pi/3}$ – operator of rotation by angle of 120 grades.

The micro-generator may be a synchronous or asynchronous generator, or a DC current source connected to the external system through a DC-AC inverter. The reference vector for electrical values that describe the micro-generator is the external system EMF $\underline{E}_{L1} = E + j0$. A micro-generator with unknown structure can be treated as an ideal source of current I_G , the flow of which through branch with impedance Z changes the vector moduli and arguments of node voltages in phase L1 (Fig. 3).

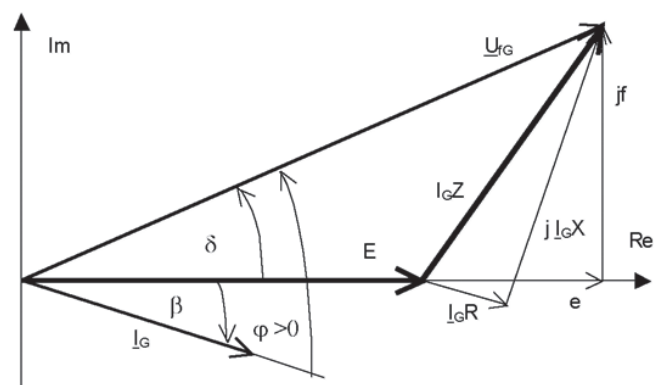


Fig. 3. Diagram of voltages and currents of micro-generator connected to phase L1 of LV network, and generating active and inductive reactive power

$$\underline{U}_{jG} = U_{jG} e^{j\delta}, \quad \underline{I}_G = I_G e^{j\beta} \quad (4)$$

where: β – vector angle of micro-generator current, δ – vector angle of voltage on micro-generator terminals.

The diagram in Fig. 3 reflects a micro- 1-phase micro-generator's active and reactive power output to the network. The micro-generator's current is offset from its voltage by angle φ , which may be positive, zero or negative, depending on its reactive power nature. Micro-generator power complex output:

$$\underline{S}_G = \underline{U}_{jG} \underline{I}_G^* = U_{jG} I_G e^{j(\delta-\beta)} = U_{jG} I_G e^{j\varphi} \quad (5)$$

where:

$$\varphi = \delta - \beta \text{ micro-generator power angle.}$$

Active and passive micro-generator power output is given by the formulas:

$$P_G = U_{jG} I_G \cos \varphi, \quad Q_G = U_{jG} I_G \sin \varphi \quad (6)$$

If angle $\varphi = \varphi_{ind} > 0$, the micro-generator generates inductive reactive power, i.e. it outputs the reactive power to the LV network. The micro-generator's reactive power is positive $Q_{Gind} > 0$. If angle $\varphi = -\varphi_{cap}, < 0$, the micro-generator generates capacitive reactive power, i.e. it intakes the reactive power from the LV network, and then the generator's reactive power is negative $Q_{Gcap} < 0$.

Typically, it is assumed that a micro-generator should generate active power at a power factor within the range $0.95_{cap} \leq \cos \varphi \leq 0.95_{ind}$, which corresponds to a power angle in degrees $-18.2 \leq \varphi \leq +18.2$.

2.2. Power flow nodal equations. Determination of generator voltage modulus and angle

The reference values are micro-generator's active and reactive power outputs. The searched for values are voltage modulus and angle on generator terminals. The easiest way to determine micro-generator voltage is to use nodal equations for phase L1 in relative units, at base voltage U_b and base impedance Z_b .

$$U_b = E = U_{fn} = \frac{U_{nN}}{\sqrt{3}}, \quad Z_b = 1 \Omega \quad (7)$$

The base voltage and base impedance allow determining base power:

$$S_b = \frac{E^2}{Z_b} = \frac{U_{nN}^2}{3} \quad (8)$$

After entering relative units, the nodal power flow equations have the following form [3]:

$$P = G(e^2 + f^2) - Ge - Bf \quad (9a)$$

$$Q = -B(e^2 + f^2) + Be - Gf \quad (9b)$$

where:

$$\underline{Y} = G + jB = \frac{Z_b}{\underline{Z}}$$

– admittance of the branch connecting the system with 1-phase micro-generator,

$$\underline{U}_{jG} = e + jf - \text{micro-generator voltage}$$

$$\underline{S} = P + jQ = \left(\frac{P_G}{S_b} + j \frac{Q_G}{S_b} \right) - \text{micro-generator power}$$

$$\underline{E}_{L1} = \frac{E}{U_b} = 1 + j0 - \text{system EMF}$$

2.3. Determination of generator voltage modulus and angle

Nodal equations (9a, 9b) are quadratic equations, which for one-loop circuit can be solved analytically.

In order to determine the imaginary rectangular component of voltage f , some transformations have to be made. First, active power equation (9a) is multiplied by B , and reactive power equation (9b) by G , and then they are added side to side. Then, after simple transformations, the following is obtained:

$$f = -(PB + QG) / Y^2 \quad (10)$$

where: $Y^2 = G^2 + B^2$ – square of admittance modulus of the branch connecting micro-generator with the system.

In order to determine the real rectangular component e , the active power equation is divided by G , and arranged in descending power order:

$$e^2 - e - w_f = 0 \quad (11)$$

where:

$$w_f = \frac{P}{G} - f^2 + \frac{B}{G} f - \text{equation's constant term with a value}$$

resulting from the component determined from formula (10).

Equation (11) has two solutions, but only the positive solution is of practical relevance.

$$e = \frac{1 + \sqrt{1 + 4w_f}}{2} \quad (12)$$

Once components e, f are known, voltage modulus and angle on micro-generator terminals can be easily determined. Voltage modulus on micro-generator terminals is:

$$U_{jG} = \sqrt{e^2 + f^2} \quad (13)$$

Angle offset in radians between system EMF and generator voltage can be determined from inverse tangent function:

$$\delta = \arctg\left(\frac{f}{e}\right) \quad (14)$$

Consequently, complex voltage on 1-phase micro-generator terminals is now known, which allows determining $L1$ phase current that induces the low voltage network asymmetry:

$$\underline{I}_{L1} = \underline{I}_G = \frac{S_G^*}{U_{jG}^*} = \frac{S_G e^{-j\varphi}}{U_{jG} e^{-j\delta}} = \frac{S_G}{U_{jG}} e^{j(\delta-\varphi)} = I_G e^{j\beta} \quad (15)$$

The prerequisite for an analytical solution of the nodal equations is the existence of positive value of the expression under the root in formula (12):

$$I + 4w_f = I + 4\left(\frac{P}{G} - f^2 + \frac{B}{G}\right) \geq 0 \quad (16)$$

Since power output P is positive, and angle offset between voltages in low voltage network are close to zero (rectangular component is f close to zero), inequality (16) is in this case always satisfied.

3. Voltage asymmetry induced by micro-generator

3.1. Positive and negative sequence voltage components in system with 1-phase micro-generator

Inputting current to one phase only gives rise to voltage asymmetry in 3-phase circuit. Unbalanced operating conditions in the configuration of L1L2L3 voltages can be analysed using 012 symmetrical components [3].

Voltages in an unbalanced condition of the circuit shown in Fig. 2 originate from 1-phase micro-generator's output current I_{L1} . The current's complex value was determined from formula (15) following analytical solution of the nodal equations.

$$\begin{bmatrix} \underline{U}_{L1} \\ \underline{U}_{L2} \\ \underline{U}_{L3} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \underline{E}_{L1} \\ \underline{E}_{L2} \\ \underline{E}_{L3} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} K & L & M \\ M & K & L \\ L & M & K \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{I}_{L1} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \underline{E}_{L1} + K\underline{I}_{L1} \\ \underline{E}_{L2} + M\underline{I}_{L1} \\ \underline{E}_{L3} + L\underline{I}_{L1} \end{bmatrix} \quad (17)$$

where:

K – self impedance of the system's equivalent source, L, M – the source's mutual impedances.

In general, impedances K, L, M are unknown, whereas known are source impedances $\underline{Z}_1, \underline{Z}_2, \underline{Z}_0$ for positive, negative, and zero sequence components, respectively. Source impedance matrix in 012 configuration has the following form [3]:

$$\mathbf{Z}_{012} = \begin{bmatrix} \underline{Z}_0 & 0 & 0 \\ 0 & \underline{Z}_1 & 0 \\ 0 & 0 & \underline{Z}_2 \end{bmatrix} \quad (18a)$$

$$\mathbf{Z}_{012} = \begin{bmatrix} K+L+M & 0 & 0 \\ 0 & K+a^2L+aM & 0 \\ 0 & 0 & K+aL+a^2M \end{bmatrix} \quad (18b)$$

If the external system is described by its impedances for positive, negative, and zero sequence components, the source impedances in L1L2L3 configuration can be determined by way of inverse transformation:

$$\mathbf{Z} = \begin{bmatrix} K & L & M \\ M & K & L \\ L & M & K \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a^2 & a \\ 1 & a & a^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{Z}_0 & 0 & 0 \\ 0 & \underline{Z}_1 & 0 \\ 0 & 0 & \underline{Z}_2 \end{bmatrix} \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a & a^2 \\ 1 & a^2 & a \end{bmatrix} \quad (19)$$

Multiplication of all three matrices produces the following:

$$\mathbf{Z} = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} \underline{Z}_0 + \underline{Z}_1 + \underline{Z}_2 & \underline{Z}_0 + a\underline{Z}_1 + a^2\underline{Z}_2 & \underline{Z}_0 + a^2\underline{Z}_1 + a\underline{Z}_2 \\ \underline{Z}_0 + a^2\underline{Z}_1 + a\underline{Z}_2 & \underline{Z}_0 + \underline{Z}_1 + \underline{Z}_2 & \underline{Z}_0 + a\underline{Z}_1 + a^2\underline{Z}_2 \\ \underline{Z}_0 + a\underline{Z}_1 + a^2\underline{Z}_2 & \underline{Z}_0 + a^2\underline{Z}_1 + a\underline{Z}_2 & \underline{Z}_0 + \underline{Z}_1 + \underline{Z}_2 \end{bmatrix} \quad (20)$$

Consequently, there are the following relationships between impedances in L1L2L3 and 012 configurations:

$$K = (\underline{Z}_0 + \underline{Z}_1 + \underline{Z}_2) / 3 \quad (21a)$$

$$L = (\underline{Z}_0 + a\underline{Z}_1 + a^2\underline{Z}_2) / 3 \quad (21b)$$

$$M = (\underline{Z}_0 + a^2\underline{Z}_1 + a\underline{Z}_2) / 3 \quad (21c)$$

In practical power engineering calculations it is assumed that the positive and negative sequence impedances are equal $Z_1 = Z_2$, which means that $L = M$. The zero-sequence impedance depends on zero-sequence impedances of the transformer and lines, as usually MV winding of MV/LV transformer is delta-connected. In turn, the zero-sequence transformer impedance depends on the transformer design, and may be less than or equal to the positive-sequence impedance. The zero-sequence line impedance depends on the number of line circuits. For a single-circuit line it can be assumed that $R_0 = R_f + 3R_N$, where R_f is the phase conductor resistance, and R_N is the neutral conductor resistance. The reactance of such a line is in the range $2.9X_1 - 5X_1$ (usually assumed at $3X_1$), where X_1 is positive-sequence line reactance. Consequently:

$$K = (\underline{Z}_0 + \underline{Z}_1 + \underline{Z}_1) / 3 = (\underline{Z}_0 + 2\underline{Z}_1) / 3 \quad (22)$$

$$L = (\underline{Z}_0 + a\underline{Z}_1 + a^2\underline{Z}_1) / 3 = (\underline{Z}_0 - \underline{Z}_1) / 3 \quad (23)$$

$$M = (\underline{Z}_0 + a^2\underline{Z}_1 + a\underline{Z}_1) / 3 = (\underline{Z}_0 - \underline{Z}_1) / 3 \quad (24)$$

$$K - M = \underline{Z}_1 \quad (25)$$

As a result, phase voltages in L1L2L3 configuration at unbalanced operation are:

$$\begin{bmatrix} \underline{U}_{L1} \\ \underline{U}_{L2} \\ \underline{U}_{L3} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \underline{E}_{L1} + K\underline{I}_{L1} \\ \underline{E}_{L2} + M\underline{I}_{L1} \\ \underline{E}_{L3} + L\underline{I}_{L1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} E + K\underline{I}_{L1} \\ a^2E + M\underline{I}_{L1} \\ aE + M\underline{I}_{L1} \end{bmatrix} \quad (26)$$

From the positive-sequence phase voltage formula the following are derived in succession:

$$\underline{U}_1 = \frac{1}{3}(\underline{U}_{L1} + a\underline{U}_{L2} + a^2\underline{U}_{L3}) \quad (27a)$$

$$\underline{U}_1 = \frac{1}{3}(E + K\underline{I}_{L1} + a^3 E + aM\underline{I}_{L1} + a^3 E + a^2 M\underline{I}_{L1}) \quad (27b)$$

$$\underline{U}_1 = \frac{1}{3}(3E + \underline{I}_{L1}(K + aM + a^2 M)) \quad (27c)$$

$$\underline{U}_1 = E + \frac{1}{3}\underline{I}_{L1}(K - M) \quad (27d)$$

$$\underline{U}_1 = E + \frac{1}{3}\underline{I}_{L1}\underline{Z}_1 \quad (27e)$$

In a similar way a formula can be determined for negative-sequence component of the phase voltage on micro-generator terminals:

$$\underline{U}_2 = \frac{1}{3}(\underline{U}_{L1} + a^2 \underline{U}_{L2} + a \underline{U}_{L3}) \quad (28a)$$

$$\underline{U}_2 = \frac{1}{3}(E + K\underline{I}_{L1} + a^4 E + a^2 M\underline{I}_{L1} + a^2 E + aM\underline{I}_{L1}) \quad (28b)$$

$$\underline{U}_2 = \frac{1}{3}(0E + \underline{I}_{L1}(K + aM + a^2 M)) \quad (28c)$$

$$\underline{U}_2 = \frac{1}{3}\underline{I}_{L1}(K - M) \quad (28d)$$

$$\underline{U}_2 = \frac{1}{3}\underline{I}_{L1}\underline{Z}_1 \quad (28e)$$

3.2. Voltage asymmetry factor resulting from connection of 1-phase micro-generator to low-voltage network

Voltage asymmetry is quantified by asymmetry factor was obtained by dividing the root-mean-square positive by negative sequence voltage:

$$w_{as} = \left| \frac{\underline{U}_2}{\underline{U}_1} \right| = \left| \frac{\underline{Z}_1 \underline{I}_G}{3E + \underline{Z}_1 \underline{I}_G} \right| \quad (29)$$

Example 1

Determination of the voltage asymmetry factor in the circuit shown in Fig. 1. The 20 kV grid's short-circuit power is 100 MVA, the three-column 22/0.42 kV transformer's power is 63–800 kVA, length of the 0.4 kV line, with cross section 35 mm² and symmetrical zero to positive sequence reactance components ratio $X_0/X_1=3$, changes from 100 m to 1 km. The connection of a 1-phase micro-generator with rated power 4.6 kVA is contemplated.

The calculation results for line length 500 m and increasing transformer rated power are shown in Tab. 1 and Fig. 4. Symbols U_{ind} , U_{cap} designate voltage moduli at inductive and capacitive power factors. It can be seen that the connection of 1-phase 4.6 kVA micro-generator through a line shorter than 500 m does not exceed the 2% voltage asymmetry limit, regardless of the

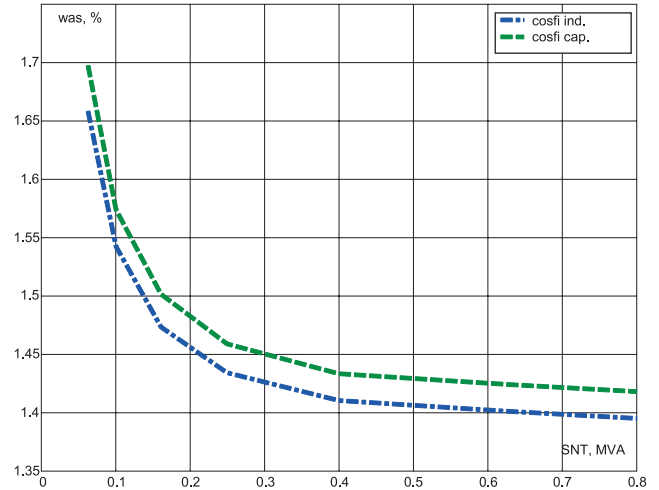


Fig. 4. Changes in voltage asymmetry factor with increasing MV/LV transformer rated power

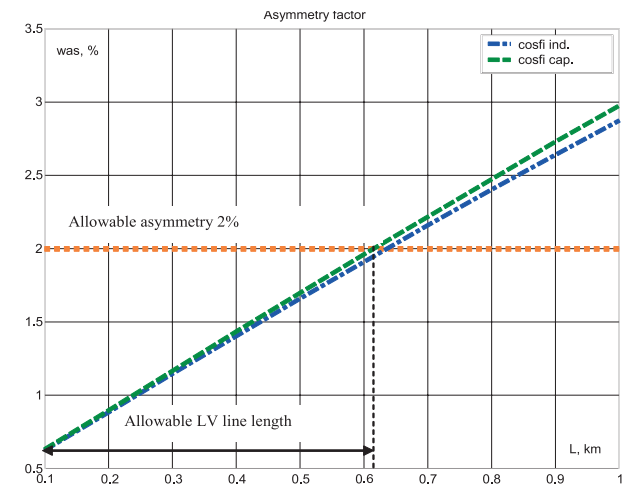


Fig. 5. Changes in voltage asymmetry factor with increasing LV line length

MV/LV transformer rated power. Moreover, as the transformer rated power increases, the voltage asymmetry factor decreases. The calculation results for 63 kVA transformer and line length increasing from 100 m to 1 km are shown in Tab. 2 and Fig. 5. The horizontal line in Fig. 5 represents the 2% allowable voltage asymmetry. For the conditions of 1-phase micro-generator inter-operation with LV network adopted in the calculation example, the line length should be less than 700 m. To eliminate the excess over 2% voltage asymmetry limit, more MV/LV transformer power will be needed, and the analysis will have to be repeated until the voltage asymmetry is reduced below 2%.

4. Estimation of 1-phase micro-generator allowable power

4.1. Estimation of asymmetry factor on the basis of short-circuit power

The asymmetry factor inverse is determined by the following formula:

S _{NT}	R _{Q1}	X _{Q1}	R _{L1}	X _{L1}	R _{T1}	X _{T1}	R	X	U _{IND}	U _{CAP}	W _{ASIND}	W _{ASCAP}
kVA	Ω	Ω	Ω	Ω	Ω	Ω	Ω	Ω	pu	pu	%	%
63	0.0002	0.0018	0.43	0.209	0.0556	0.1131	0.9123	0.4594	1.0806	1.0573	1.57	1.57
100	0.0002	0.0018	0.43	0.209	0.0300	0.0735	0.8883	0.4208	1.0780	1.0566	1.46	1.46
160	0.0002	0.0018	0.43	0.209	0.0165	0.0468	0.8757	0.3948	1.0765	1.0564	1.39	1.39
250	0.0002	0.0018	0.43	0.209	0.0090	0.0304	0.8686	0.3790	1.0756	1.0564	1.35	1.35
400	0.0002	0.0018	0.43	0.209	0.0053	0.0191	0.8651	0.3680	1.0751	1.0564	1.33	1.33
630	0.0002	0.0018	0.43	0.209	0.0028	0.0166	0.8627	0.3655	1.0749	1.0563	1.32	1.32
800	0.0002	0.0018	0.43	0.209	0.0023	0.0130	0.8623	0.3621	1.0748	1.0564	1.31	1.31

Tab. 1. Voltages and asymmetry factors at changes in MV/LV transformer rated power from 63 to 800 kVA and fixed line length of 500 m

No.	L	S _{NT}	R _{Q1}	X _{Q1}	R _{L1}	X _{L1}	R _{T1}	X _{T1}	R	X	U _{IND}	U _{CAP}	W _{ASIND}	W _{ASCAP}
-	m	kVA	Ω	Ω	Ω	Ω	Ω	Ω	Ω	Ω	pu	pu	%	%
1	100	63	0.0002	0.0018	0.0860	0.0418	0.0556	0.1131	0.2243	0.1807	1.0227	1.0131	0.59	0.60
2	200	63	0.0002	0.0018	0.1720	0.0836	0.0556	0.1131	0.3963	0.2504	1.0377	1.0246	0.83	0.84
3	300	63	0.0002	0.0018	0.2580	0.1254	0.0556	0.1131	0.5683	0.3201	1.0524	1.0358	1.07	1.09
4	400	63	0.0002	0.0018	0.3440	0.1672	0.0556	0.1131	0.7403	0.3897	1.0666	1.0467	1.30	1.33
5	500	63	0.0002	0.0018	0.4300	0.2090	0.0556	0.1131	0.9123	0.4594	1.0806	1.0573	1.53	1.57
6	600	63	0.0002	0.0018	0.5160	0.2508	0.0556	0.1131	1.0843	0.5291	1.0941	1.0676	1.75	1.81
7	700	63	0.0002	0.0018	0.6020	0.2926	0.0556	0.1131	1.2563	0.5987	1.1074	1.0776	1.97	2.04
8	800	63	0.0002	0.0018	0.6880	0.3344	0.0556	0.1131	1.4283	0.6684	1.1204	1.0874	2.18	2.27
9	900	63	0.0002	0.0018	0.7740	0.3762	0.0556	0.1131	1.6003	0.7381	1.1331	1.0969	2.39	2.49
10	1000	63	0.0002	0.0018	0.8600	0.4180	0.0556	0.1131	1.7723	0.8077	1.1456	1.1063	2.59	2.71

Tab. 2. Voltages and asymmetry factors at transformer rated power 63 kVA and line length increasing to 1 km

$$m = \frac{I}{w_{as}} = \left| \frac{3E + \underline{Z}_I \underline{I}_G}{\underline{Z}_I \underline{I}_G} \right| = \left| \frac{3E}{\underline{Z}_I \underline{I}_G} + 1 \right| \quad (30)$$

Complex variable m , with modulus equal to the asymmetry factor inverse (30), can be represented in exponential form. Subsequent transformations of equation (30) lead to the following formulas:

The impedance for a positive sequence component can be expressed by means of short-circuit power S_{kV} at the micro-generator's common coupling point PCC:

$$\underline{m} = \frac{3U_{fn}}{Z_I e^{j\psi} I_G e^{j\beta}} + 1 = \frac{3U_{fn}}{Z_I I_G e^{j(\psi+\beta)}} + 1 \quad (33a)$$

$$\underline{Z}_I = Z_I e^{j\psi} = \frac{U_{nN}^2}{S_{kV}} e^{j\psi} = \frac{3U_{fn}^2}{S_{kV}} e^{j\psi} \quad (31)$$

$$\underline{m} = \frac{3U_{fn}}{Z_I I_G} e^{-j(\psi+\beta)} + 1 = \frac{3U_{fn}}{Z_I \frac{S_{nG}}{U_{fn}}} e^{-j(\psi+\beta)} + 1 \quad (33b)$$

If generator current modulus $|\underline{I}_G|$ equals the rated current, the current output to the network can be expressed by means of 1-phase micro-generator rated power:

$$\underline{m} = \frac{S_{kV}}{S_{nG}} e^{-j(\psi+\beta)} + 1 = r_{sce} e^{-j(\psi+\beta)} + 1 \quad (33c)$$

where:

$$\underline{I}_{L1} = \underline{I}_G = I_G e^{j\beta} = \frac{U_{fn}}{Z_{nG}} e^{j\beta} \quad (32)$$

$$r_{sce} = \frac{S_{kV}}{S_{nG}} \text{ short-circuit ratio at PCC.}$$

In order to determine modulus m of complex variable \underline{m} , the trigonometric form of a complex number can be used:

$$\underline{m} = I + r_{sce} \cos(-\psi - \beta) + jr_{sce} \sin(-\psi - \beta) \quad (34a)$$

$$\underline{m} = I + r_{sce} \cos(\psi + \delta - \varphi) - jr_{sce} \sin(\psi + \delta - \varphi) \quad (34b)$$

The modulus of complex variable \underline{m} is

$$m = \sqrt{I + 2r_{sce} \cos(\psi + \delta - \varphi) + r_{sce}^2} \quad (35)$$

In a low voltage network the offset angle between voltage vectors is close to zero, so the following is approximately obtained:

$$m \approx \sqrt{I + 2r_{sce} \cos(\psi - \varphi) + r_{sce}^2} \quad (36)$$

It follows from dependency (35) that for approximate analysis of voltage asymmetry it is enough to know the complex short-circuit impedance for the positive sequence component at the point of a micro-generator's common coupling with a low voltage network. If complex short-circuit impedance is known, its angle ψ , short-circuit power S_{kV} and short-circuit ratio r_{sce} can be determined.

Let's take note now that the maximum of the cosine function does not exceed one. Thus, the maximum of coefficient m is approximately:

$$m \approx I + r_{sce} \quad (37)$$

From approximate relation (37) comes the approximate formula for estimating the asymmetry coefficient as a function of the short circuit-ratio at PCC:

$$w_{as} \approx \frac{I}{I + r_{sce}} \quad (38)$$

4.2. Estimation of 1-phase micro-generator allowable power on the basis of allowable voltage asymmetry

The asymmetry factor should be less than the allowable limit, which for a low voltage network is 0.02 (2%):

$$w_{as} \leq w_{asdop} \quad (39a)$$

$$w_{asdop} \geq \frac{I}{I + \frac{S_{kV}}{S_{nGdop}}} \quad (39b)$$

$$w_{asdop} + \frac{w_{asdop} S_{kV}}{S_{nGdop}} \geq I \quad (39c)$$

$$w_{asdop} S_{kV} \geq S_{nGdop} (I - w_{asdop}) \quad (39d)$$

This results in the following approximate formula for determination of the 1-phase micro-generator rated power allowable due to allowable voltage unbalance:

$$S_{nGdop} \leq \frac{w_{asdop} S_{kV}}{I - w_{asdop}} \quad (40)$$

Example 2

Estimation of the allowable power of a 1-phase micro-generator in the circuit shown in Fig. 1 for the data adopted in Example 1.

The micro-generator power estimation results for a 63 kVA transformer and line length increasing from 100 m to 1 km are shown in Tab. 3 and Fig. 6. It can be seen that the shorter the line, the higher the allowable 1-phase micro-generator power. For a line longer than 600 m, the allowable power is less than 4.6 kVA. The exact calculations in Example 1 demonstrate that a 1-phase 4.6 kVA micro-generator can be connected through a line ca. 700 m long. This means that the approximate calculations are pessimistic, and contain a decision margin.

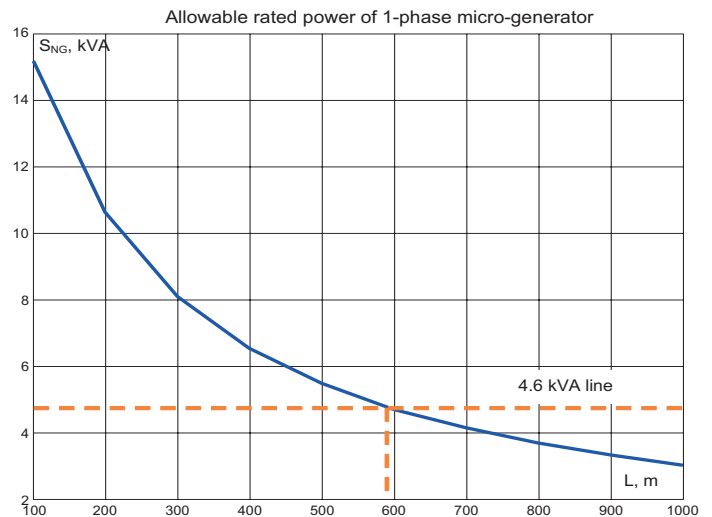


Fig. 6. Changes in 1-phase micro-generator allowable power with increasing LV line length

5. Concluding remarks

The paper presents a mathematical model that allows for analytical determination of voltage asymmetry in a low voltage network induced by a 1-phase generator. It also offers a method to estimate the 1-phase micro-generator power allowable due to the allowable voltage asymmetry factor. The study is illustrated by calculation examples.

No.	L	S_{NT}	R_{Q1}	X_{Q1}	R_{L1}	X_{L1}	R_{T1}	X_{T1}	R_1	X_1	U_{ind}	S_{kV}	w_{as}	$S_{nGallow}$
–	m	kVA	Ω	Ω	Ω	Ω	Ω	Ω	Ω	Ω	pu	kVA	%	kVA
1	100	63	0.0002	0.0018	0.0860	0.0418	0.0556	0.1131	0.1417	0.1566	1.0164	757	0.64	15.1
2	200	63	0.0002	0.0018	0.1720	0.0836	0.0556	0.1131	0.2277	0.1984	1.0246	530	0.91	10.6
3	300	63	0.0002	0.0018	0.2580	0.1254	0.0556	0.1131	0.3137	0.2402	1.0327	405	1.18	8.1
4	400	63	0.0002	0.0018	0.3440	0.1672	0.0556	0.1131	0.3997	0.2820	1.0407	327	1.46	6.5
5	500	63	0.0002	0.0018	0.4300	0.2090	0.0556	0.1131	0.4857	0.3238	1.0486	274	1.74	5.5
6	600	63	0.0002	0.0018	0.5160	0.2508	0.0556	0.1131	0.5717	0.3656	1.0564	236	2.01	4.7
7	700	63	0.0002	0.0018	0.6020	0.2926	0.0556	0.1131	0.6577	0.4074	1.0640	207	2.29	4.1
8	800	63	0.0002	0.0018	0.6880	0.3344	0.0556	0.1131	0.7437	0.4492	1.0716	184	2.56	3.7
9	900	63	0.0002	0.0018	0.7740	0.3762	0.0556	0.1131	0.8297	0.4910	1.0791	166	2.84	3.3
10	1000	63	0.0002	0.0018	0.8600	0.4180	0.0556	0.1131	0.9157	0.5328	1.0864	151	3.11	3.0

Tab. 3. Allowable rated power of 1-phase micro-generator estimated on the basis of short-circuit power at PCC

REFERENCES

1. The Act on the renewable energy sources, the most current draft of which (labelled Rev. 6.3) is dated 28 March 2014.
2. <http://odnawialneźródłaenergii.pl/oze-aktualnosci/item/808-projekt-ustawy-o-oze-nowa-wersja-6-3>.
3. Regulation of the Minister of Economy of 4 May 2007 on the detailed conditions for the operation of the power system.
4. Kremens Z., Sobierajski M., Analiza systemów elektroenergetycznych [Analysis of power systems], Warsaw 1996, pp. 122, 244.

Marian Sobierajski

Wrocław University of Technology

e-mail: marian.sobierajski@pwr.edu.pl

Full professor of Wrocław University of Technology. He deals with scientific issues related to planning and controlling power systems. His works mainly refer to probabilistic power flow, voltage stability and electricity quality. His recent research concerns smart grids and interoperation of small power plants with the power system.

Wilhelm Rojewski

Wrocław University of Technology

e-mail: wilhelm.rojewski@pwr.edu.pl

A graduate of the Electrical Engineering Department of Wrocław University of Technology (1973). He received the title of Doctor of Technical Sciences at his alma mater (1977). An assistant professor. He deals with power system automatic protections, control and regulation in the power system and interoperation conditions of distributed energy sources and the power system.

This is a supporting translation of the original text published in this issue of "Acta Energetica" on pages 102–109. When referring to the article please refer to the original text.

PL

Szacowanie asymetrii napięć w sieci niskiego napięcia wprowadzanej przez jednofazową mikrogenerację

Autorzy

Marian Sobierajski
Wilhelm Rojewski

Słowa kluczowe

mikrogeneracja, asymetria napięć, sieć niskiego napięcia

Streszczenie

Przyłączanie do sieci niskiego napięcia 1-fazowych mikrogeneratorów powoduje wzrost asymetrii napięcia, definiowanej jako stosunek wartości skutecznej składowej symetrycznej przeciwnej napięcia do składowej symetrycznej zgodnej. W artykule autorzy przedstawili model matematyczny, pozwalający wyznaczać współczynnik asymetrii napięć w sposób dokładny oraz przybliżony. Rozważania zilustrowano przykładem obliczeniowym.

1. Wprowadzenie

Od kilku lat obserwuje się na świecie szybki wzrost liczby 3- i 1-fazowych mikrogeneratorów, przyłączanych do sieci niskiego napięcia. Podobny rozwój jest oczekiwany w Polsce po wprowadzeniu w życie ustawy o odnawialnych źródłach energii [1]. Mikrogeneratory 1-fazowe powodują w sieci asymetrię napięć, która jest charakteryzowana przez współczynnik asymetrii napięć, definiowany jako stosunek składowej symetrycznej przeciwnej do zgodnej w miejscu przyłączenia. Dopuszczalna wartość współczynnika asymetrii w sieci niskiego napięcia nie powinna przekroczyć 2% [2].

Rozpatrzmy mikrogenerator 1-fazowy przyłączony do stacji transformatorowej SN/nN za pomocą linii o impedancji Z_L (rys. 1). Impedancja linii może być włączona do impedancji źródła modelującego system. W rezultacie przyłączenie mikrogeneratora jest równoważne przyłączeniu do zewnętrznego systemu idealnego źródła prądowego przez impedancję

$$\underline{Z} = \underline{Z}_Q + \underline{Z}_T + \underline{Z}_L \quad (1)$$

gdzie:

\underline{Z}_Q – impedancja zewnętrznej sieci średniego napięcia, \underline{Z}_T – impedancja transformatora SN/nN, \underline{Z}_L – impedancja linii łączącej mikrogenerator ze stacją transformatorową SN/nN.

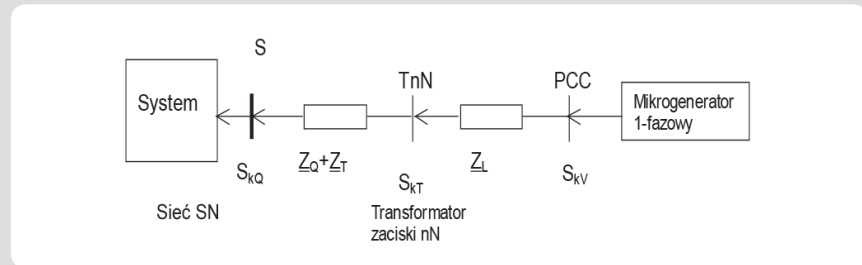
W węźle PCC mikrogenerator wprowadza do wybranej fazy sieci nN moc czynną i bierną.

Węzeł TnN odpowiada zaciskom dolnego napięcia transformatora SN/nN i charakteryzuje go moc zwarciova S_{KT} . Węzeł S odpowiada zaciskom SN transformatora SN/nN i charakteryzuje go moc zwarciova S_{kQ} reprezentująca sieć zewnętrzną. Moc zwarciova w węźle PCC wynosi:

$$S_{kV} = \frac{U_{nN}^2}{|\underline{Z}_{Q1} + \underline{Z}_{T1} + \underline{Z}_{L1}|} \quad (2)$$

gdzie:

U_{nN} – znamionowe napięcie sieci niskiego napięcia, \underline{Z}_{Q1} – impedancja systemu zewnętrznego dla składowej symetrycznej zgodnej, \underline{Z}_{T1} – impedancja transformatora



Rys. 1. Schemat ideowy przyłączenia mikrogeneratora 1-fazowego do systemu elektroenergetycznego

dla składowej symetrycznej zgodnej, Z_{L1} – impedancja linii dla składowej symetrycznej zgodnej.

Należy zwrócić uwagę na fakt, że zastępcza impedancja Z we wzorze (1) ujmuje w sobie impedancję własną fazy L1 oraz impedancje wzajemne między fazami L1L2 i L1L3. W praktyce impedancja zastępcza Z może być wyznaczona w oparciu o znane wartości impedancji dla składowej symetrycznej zgodnej, przeciwnej i zerowej.

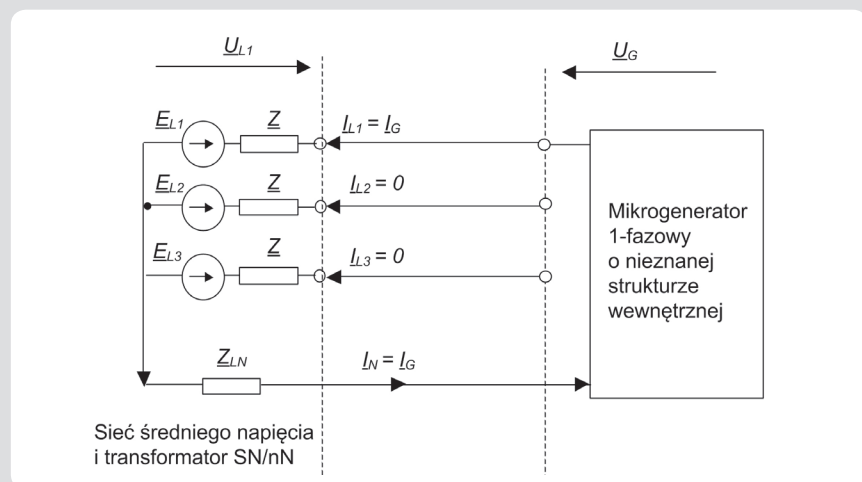
Celem rozważań jest zbudowanie modelu matematycznego, opisującego układ elektroenergetyczny pokazany na rys. 1, pozwalającego na analityczne wyznaczenie

napięć w węźle PCC dla składowej symetrycznej zgodnej i przeciwnej. Wyznaczone zależności analityczne są wykorzystane do wyprowadzenia wzorów pozwalających na obliczenia współczynnika asymetrii napięć w sposób dokładny i przybliżony.

2. Analiza obwodu elektrycznego z przyłączonym mikrogeneratorem

2.1. Schemat 3-fazowy układu elektroenergetycznego

Na rys. 2. pokazano obwód 3-fazowy modelujący system elektroenergetyczny z przyłączonym 1-fazowym mikrogeneratorem.



Rys. 2. Obwód modelujący układ elektroenergetyczny z przyłączonym mikrogeneratorem 1-fazowym

Sem E systemu wynika z warunków pracy całego systemu i może być traktowana jako sem idealnego 3-fazowego źródła napięcia o wartości niezależnej od załączenia/wyłączenia mikrogeneratora 1-fazowego. Praca systemu jest planowana i prowadzona przez operatora systemu dystrybucyjnego (OSD) w taki sposób, że napięcia u odbiorcy są bliskie wartości znamionowej. Można zatem przyjąć, że sem E jest równa napięciu znamionowemu sieci. Przyjmując, że wektor sem w fazie $L1$ leży w osi liczb rzeczywistych, otrzymujemy:

$$\underline{E}_{L1} = E = U_{fn} = \frac{U_{nN}}{\sqrt{3}}, \quad (3)$$

$$\underline{E}_{L2} = a^2 E, \quad \underline{E}_{L3} = aE$$

gdzie:
 $a = e^{j2\pi/3}$ – operator obrotu o kąt 120 st.

Mikrogeneratorem może być generator synchroniczny, asynchroniczny lub źródło prądu stałego, przyłączone do systemu zewnętrznego poprzez przekształtnik DC-AC. Wektorem odniesienia dla wielkości elektrycznych charakteryzujących mikrogenerator jest sem systemu zewnętrznego $\underline{E}_{L1} = E + j0$. Mikrogenerator o nieznannej strukturze może być traktowany jako idealne źródło prądu wprowadzające do sieci prąd I_G , który płynąc gałęzią o impedancji Z , powoduje zmianę modułu i argumentu wektorów napięć węzłowych w fazie $L1$ (rys. 3).

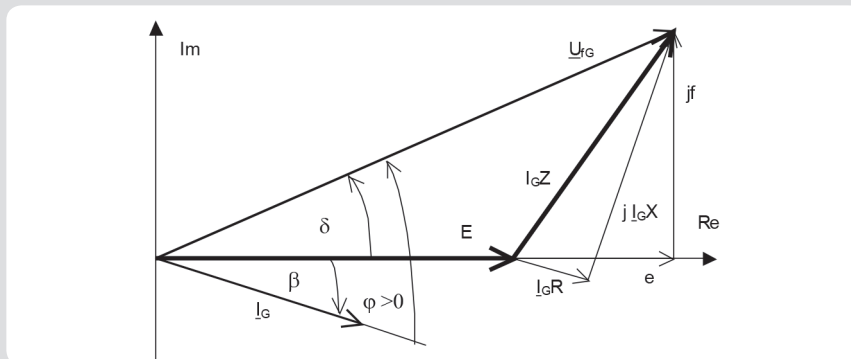
$$\underline{U}_{jG} = U_{jG} e^{j\delta}, \quad \underline{I}_G = I_G e^{j\beta} \quad (4)$$

gdzie:
 β – kąt wektora prądu mikrogeneratora,
 δ – kąt wektora napięcia na zaciskach mikrogeneratora.

Wykres na rys. 3. odpowiada wprowadzaniu do sieci mocy czynnej i biernej wytwarzanej przez mikrogenerator 1-fazowy. Prąd mikrogeneratorski jest przesunięty względem napięcia mikrogeneratorskiego o kąt φ dodatni, zerowy lub ujemny, zależnie od charakteru wytwarzanej mocy biernej. Moc zespolona mikrogeneratorska wynosi:

$$\underline{S}_G = \underline{U}_{jG} \underline{I}_G^* = U_{jG} I_G e^{j(\delta-\beta)} = U_{jG} I_G e^{j\varphi} \quad (5)$$

gdzie:
 $\varphi = \delta - \beta$ – kąt mocy mikrogeneratorskiej.



Rys. 3. Wykres napięć i prądu mikrogeneratorskiego przyłączonego do fazy $L1$ sieci nN i generującego moc czynną i moc bierną indukcyjną

Moc czynną i bierną mikrogeneratorską wyrażają wzory:

$$P_G = U_{jG} I_G \cos \varphi, \quad Q_G = U_{jG} I_G \sin \varphi \quad (6)$$

Jeżeli kąt $\varphi = \varphi_{ind} > 0$, to mikrogenerator wytwarza moc bierną indukcyjną, czyli wysyła moc bierną do sieci nN . Moc bierna indukcyjna mikrogeneratorska jest dodatnia $Q_{Gind} > 0$.

Jeżeli kąt $\varphi = -\varphi_{poj} < 0$, to mikrogenerator wytwarza moc bierną pojemnościową, czyli pobiera moc bierną z sieci nN i wtedy moc bierna generatorska jest ujemna $Q_{Gpoj} < 0$.

Zwykle uważa się, że mikrogenerator powinien wytwarzać moc czynną przy współczynniku mocy zawierającym się w przedziale $0,95_{poj} \leq \cos \varphi \leq 0,95_{ind}$, co odpowiada kątom mocy w stopniach $-18,2 \leq \varphi \leq +18,2$.

2.2. Równania węzłowe rozplywu mocy. Wyznaczanie modułu i kąta napięcia generatorskiego

Wielkościami zadanymi są moc czynna i bierna wytwarzana przez mikrogenerator. Szukane są moduł i kąt napięcia na zaciskach generatorskiego. Najprościej można wyznaczyć napięcie mikrogeneratorskiego, korzystając z równań węzłowych dla fazy $L1$ w jednostkach względnych przy napięciu bazowym U_b oraz impedancji bazowej Z_b .

$$U_b = E = U_{fn} = \frac{U_{nN}}{\sqrt{3}}, \quad Z_b = 1 \Omega \quad (7)$$

Bazowe napięcie i bazowa impedancja pozwalają wyznaczyć bazową moc:

$$S_b = \frac{E^2}{Z_b} = \frac{U_{nN}^2}{3} \quad (8)$$

Po wprowadzeniu jednostek względnych równania węzłowe rozplywu mocy mają następującą postać [3]:

$$P = G(e^2 + f^2) - Ge - Bf \quad (9a)$$

$$Q = -B(e^2 + f^2) + Be - Gf \quad (9b)$$

gdzie:

$$\underline{Y} = G + jB = \frac{Z_b}{Z}$$

– admitancja gałęzi łączącej system z 1-fazowym mikrogeneratorem,

$\underline{U}_{jG} = e + jf$ – napięcie mikrogeneratorskie

$$\underline{S} = P + jQ = \left(\frac{P_G}{S_b} + j \frac{Q_G}{S_b} \right)$$

– moc mikrogeneratorska

$$\underline{E}_{L1} = \frac{E}{U_b} = 1 + j0 \text{ – sem systemu.}$$

2.3. Wyznaczanie modułu i kąta napięcia generatorskiego

Równania węzłowe (9a, 9b) są równaniami kwadratowymi, które w przypadku obwodu jednooczkowego mogą być rozwiązane analitycznie.

W celu wyznaczenia wartości składowej prostokątnej urojonej napięcia f dokonajmy kilku przekształceń. Najpierw pomnożmy równanie mocy czynnej (9a) przez B , a równanie mocy biernej (9b) przez G i następnie dodajmy je stronami. Wówczas, po prostych przekształceniach, otrzymujemy:

$$f = -(PB + QG) / Y^2 \quad (10)$$

gdzie:

$$Y^2 = G^2 + B^2 \text{ – kwadrat modułu admittancji gałęzi łączącej mikrogenerator z sem systemu.}$$

W celu wyznaczenia wartości składowej prostokątnej rzeczywistej e podzielmy równanie na moc czynną przez G i uporządkujmy względem malejącej potęgi:

$$e^2 - e - w_f = 0 \quad (11)$$

gdzie:

$$w_f = \frac{P}{G} - f^2 + \frac{B}{G} f \text{ – składnik wolny równania o wartości wynikającej z wartości składowej } f \text{ wyznaczonej ze wzoru (10).}$$

Równanie (11) ma dwa rozwiązania, ale tylko rozwiązanie dodatnie ma znaczenie praktyczne

$$e = \frac{1 + \sqrt{1 + 4w_f}}{2} \quad (12)$$

Znając wartości składowych e, f można łatwo wyznaczyć wartość modułu i kąta napięcia na zaciskach mikrogeneratorskiego. Moduł napięcia na zaciskach mikrogeneratorskiego wynosi:

$$U_{jG} = \sqrt{e^2 + f^2} \quad (13)$$

Rozchył kątowy w radianach między sem systemu i napięciem generatorskiego można wyznaczyć z odwrotnej funkcji tangensa:

$$\delta = \arctg\left(\frac{f}{e}\right) \quad (14)$$

W konsekwencji znane jest teraz zespolone napięcie na zaciskach mikrogeneratorskiego 1-fazowego, co pozwala wyznaczyć prąd płynący w fazie $L1$, powodujący asymetrię napięć w sieci niskiego napięcia:

$$\begin{aligned} \underline{I}_{L1} = \underline{I}_G &= \frac{S_G^*}{U_{jG}} = \frac{S_G e^{-j\varphi}}{U_{jG} e^{-j\delta}} = \\ &= \frac{S_G}{U_{jG}} e^{j(\delta-\varphi)} = I_G e^{j\beta} \end{aligned} \quad (15)$$

Warunkiem istnienia rozwiązania analitycznego równań węzłowych jest istnienie dodatniej wartości wyrażenia pod pierwiastkiem we wzorze (12):

$$1 + 4w_f = 1 + 4 \left(\frac{P}{G} - f^2 + \frac{B}{G} \right) \geq 0 \quad (16)$$

Ze względu na fakt, że moc generowana P jest dodatnia, a rozchyły katowe napięć w sieci niskiego napięcia są bliskie zera (składowa prostokątna f ma wartość bliską zera), nierówność (16) jest w tym przypadku zawsze spełniona.

3. Asymetria napięć wprowadzana przez mikrogenerator

3.1. Składowa zgodna i przeciwna napięcia w układzie z 1-fazowym mikrogeneratorem

Wprowadzanie prądu tylko do jednej fazy powoduje powstanie asymetrii napięć w obwodzie 3-fazowym. Niesymetryczne stany pracy w układzie napięć $L1L2L3$ mogą być badane z wykorzystaniem składowych symetrycznych 012 [3].

Napięcia w stanie niesymetrycznym obwodu pokazanego na rys. 2 pochodzą od prądu I_{L1} , wprowadzanego do systemu przez 1-fazowy mikrogenerator. Wartość zespolona tego prądu została wyznaczona ze wzoru (15) po analitycznym rozwiązaniu równań węzłowych.

$$\begin{bmatrix} \underline{U}_{L1} \\ \underline{U}_{L2} \\ \underline{U}_{L3} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \underline{E}_{L1} \\ \underline{E}_{L2} \\ \underline{E}_{L3} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} K & L & M \\ M & K & L \\ L & M & K \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{I}_{L1} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \underline{E}_{L1} + K\underline{I}_{L1} \\ \underline{E}_{L2} + M\underline{I}_{L1} \\ \underline{E}_{L3} + L\underline{I}_{L1} \end{bmatrix} \quad (17)$$

gdzie: K – impedancja własna źródła zastępującego system, L, M – impedancje wzajemne tego źródła.

Na ogół impedancje K, L, M są nieznanymi, natomiast znane są wartości impedancji źródła dla składowej zgodnej \underline{Z}_1 , przeciwniej \underline{Z}_2 i zerowej \underline{Z}_0 . Macierz impedancji źródła w układzie 012 ma następującą postać [3]:

$$\underline{Z}_{012} = \begin{bmatrix} \underline{Z}_0 & 0 & 0 \\ 0 & \underline{Z}_1 & 0 \\ 0 & 0 & \underline{Z}_2 \end{bmatrix} \quad (18a)$$

$$\underline{Z}_{012} = \begin{bmatrix} K+L+M & 0 & 0 \\ 0 & K+a^2L+aM & 0 \\ 0 & 0 & K+aL+a^2M \end{bmatrix} \quad (18b)$$

Jeżeli system zewnętrzny jest opisany przez impedancje dla składowej zgodnej, przeciwniej i zerowej, to można wyznaczyć impedancje tego źródła w układzie $L1L2L3$, dokonując przekształcenia odwrotnego:

$$\underline{Z} = \begin{bmatrix} K & L & M \\ M & K & L \\ L & M & K \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a^2 & a \\ 1 & a & a^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{Z}_0 & 0 & 0 \\ 0 & \underline{Z}_1 & 0 \\ 0 & 0 & \underline{Z}_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a & a^2 \\ 1 & a^2 & a \end{bmatrix} \quad (19)$$

Po wymnożeniu wszystkich trzech macierzy otrzymujemy:

$$\underline{Z} = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} \underline{Z}_0 + \underline{Z}_1 + \underline{Z}_2 & \underline{Z}_0 + a\underline{Z}_1 + a^2\underline{Z}_2 & \underline{Z}_0 + a^2\underline{Z}_1 + a\underline{Z}_2 \\ \underline{Z}_0 + a^2\underline{Z}_1 + a\underline{Z}_2 & \underline{Z}_0 + \underline{Z}_1 + \underline{Z}_2 & \underline{Z}_0 + a\underline{Z}_1 + a^2\underline{Z}_2 \\ \underline{Z}_0 + a\underline{Z}_1 + a^2\underline{Z}_2 & \underline{Z}_0 + a^2\underline{Z}_1 + a\underline{Z}_2 & \underline{Z}_0 + \underline{Z}_1 + \underline{Z}_2 \end{bmatrix} \quad (20)$$

W konsekwencji, między impedancjami w układzie $L1L2L3$ i impedancjami w układzie 012 istnieją następujące zależności:

$$K = (\underline{Z}_0 + \underline{Z}_1 + \underline{Z}_2) / 3 \quad (21a)$$

$$L = (\underline{Z}_0 + a\underline{Z}_1 + a^2\underline{Z}_2) / 3 \quad (21b)$$

$$M = (\underline{Z}_0 + a^2\underline{Z}_1 + a\underline{Z}_2) / 3 \quad (21c)$$

W praktycznych obliczeniach elektroenergetycznych przyjmuje się, że impedancja dla składowej zgodnej i przeciwniej są sobie równe $\underline{Z}_1 = \underline{Z}_2$, co oznacza równość $L = M$. Impedancja dla składowej symetrycznej zerowej zależy od impedancji dla składowej zerowej transformatora i linii, gdyż zwykle uzwojenie SN transformatora SN/nN jest połączone w trójkąt. Z kolei impedancja dla składowej symetrycznej zerowej transformatora zależy od konstrukcji transformatora i może być mniejsza lub równa impedancji dla składowej zgodnej. Natomiast impedancja dla składowej symetrycznej zerowej linii zależy od liczby torów. W przypadku linii jednotorowych można przyjmować $R_0 = R_f + 3R_N$, gdzie R_f oznacza rezystancję przewodu fazowego, R_N – rezystancję przewodu neutralnego. Reaktancja takiej linii zawiera się w przedziale od $2,9X_1$ do $5X_1$ (zwykle przyjmuje się $3X_1$), gdzie X_1 oznacza reaktancję linii dla składowej symetrycznej zgodnej. W konsekwencji mamy:

$$K = (\underline{Z}_0 + \underline{Z}_1 + \underline{Z}_1) / 3 = (\underline{Z}_0 + 2\underline{Z}_1) / 3 \quad (22)$$

$$L = (\underline{Z}_0 + a\underline{Z}_1 + a^2\underline{Z}_1) / 3 = (\underline{Z}_0 - \underline{Z}_1) / 3 \quad (23)$$

$$M = (\underline{Z}_0 + a^2\underline{Z}_1 + a\underline{Z}_1) / 3 = (\underline{Z}_0 - \underline{Z}_1) / 3 \quad (24)$$

$$K - M = \underline{Z}_1 \quad (25)$$

W rezultacie napięcia fazowe w układzie $L1L2L3$ w stanie niesymetrycznym wynoszą:

$$\begin{bmatrix} \underline{U}_{L1} \\ \underline{U}_{L2} \\ \underline{U}_{L3} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \underline{E}_{L1} + K\underline{I}_{L1} \\ \underline{E}_{L2} + M\underline{I}_{L1} \\ \underline{E}_{L3} + L\underline{I}_{L1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} E + K\underline{I}_{L1} \\ a^2E + M\underline{I}_{L1} \\ aE + M\underline{I}_{L1} \end{bmatrix} \quad (26)$$

Ze wzoru na składową zgodną napięcia fazowego mamy kolejno:

$$\underline{U}_1 = \frac{1}{3} (\underline{U}_{L1} + a\underline{U}_{L2} + a^2\underline{U}_{L3}) \quad (27a)$$

$$\underline{U}_1 = \frac{1}{3} (E + K\underline{I}_{L1} + a^3E + aM\underline{I}_{L1} + a^3E + a^2M\underline{I}_{L1}) \quad (27b)$$

$$\underline{U}_1 = \frac{1}{3} (3E + \underline{I}_{L1}(K + aM + a^2M)) \quad (27c)$$

$$\underline{U}_1 = E + \frac{1}{3} \underline{I}_{L1}(K - M) \quad (27d)$$

$$\underline{U}_1 = E + \frac{1}{3} \underline{I}_{L1} \underline{Z}_1 \quad (27e)$$

Postępując podobnie, można wyznaczyć wzór na składową symetryczną przeciwną napięcia fazowego na zaciskach mikrogenerатора:

$$\underline{U}_2 = \frac{1}{3} (\underline{U}_{L1} + a^2\underline{U}_{L2} + a\underline{U}_{L3}) \quad (28a)$$

$$\underline{U}_2 = \frac{1}{3} (E + K\underline{I}_{L1} + a^4E + a^2M\underline{I}_{L1} + a^2E + aM\underline{I}_{L1}) \quad (28b)$$

$$\underline{U}_2 = \frac{1}{3} (0E + \underline{I}_{L1}(K + aM + a^2M)) \quad (28c)$$

$$\underline{U}_2 = \frac{1}{3} \underline{I}_{L1}(K - M) \quad (28d)$$

$$\underline{U}_2 = \frac{1}{3} \underline{I}_{L1} \underline{Z}_1 \quad (28e)$$

3.2. Współczynnik asymetrii napięć wynikający z przyłączenia do sieci niskiego napięcia 1-fazowego mikrogeneratora

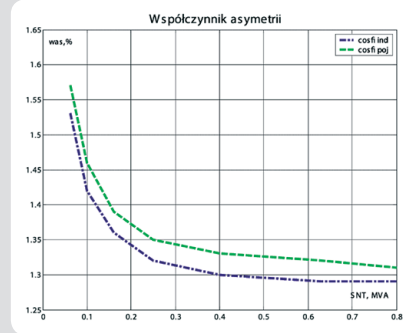
Asymetrię napięć charakteryzuje się współczynnikiem asymetrii w_{as} otrzymanym z podzielenia wartości skutecznej składowej przeciwnej i zgodnej napięcia:

$$w_{as} = \left| \frac{U_2}{U_1} \right| = \left| \frac{Z_1 I_G}{3E + Z_1 I_G} \right| \quad (29)$$

Przykład 1

Należy wyznaczyć współczynnik asymetrii napięć w układzie pokazanym na rys. 1. Moc zwarciova w sieci 20 kV wynosi 100 MVA, trójfazowy transformator 22/0,42 kV ma moc w przedziale 63–800 kVA, długość linii 0,4 kV o przekroju 35 mm² i stosunku reakcji dla składowej symetrycznej zerowej do zgodnej $X_0/X_1=3$ zmienia się od 100 m do 1 km. Rozważa się przyłączenie mikrogeneratora 1-fazowego o mocy znamionowej 4,6 kVA.

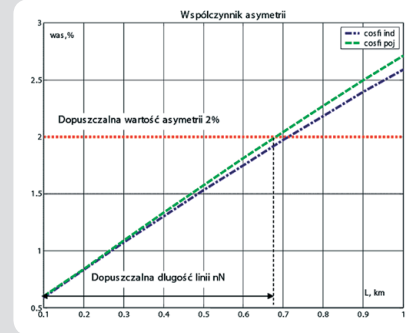
Wyniki obliczeń, odpowiadające długości linii 500 m oraz rosnącej mocy znamionowej transformatorów, pokazano w tab. 1 oraz na rys. 4. Symbole U_{ind} , U_{poj} oznaczają moduły napięcia przy indukcyjnym oraz pojemnościowym współczynniku mocy. Widać, że przyłączenie 1-fazowego mikrogeneratora o mocy 4,6 kVA za pomocą linii o długości mniejszej



Rys. 4. Zmiana współczynnika asymetrii napięć wraz ze wzrostem mocy znamionowej transformatora SN/nN

od 500 m nie powoduje przekroczenia dopuszczalnej 2-proc. asymetrii napięć, niezależnie od znamionowej mocy transformatora SN/nN. Ponadto, ze wzrostem mocy znamionowej transformatora współczynnik asymetrii napięć maleje.

Wyniki obliczeń odpowiadające transformatorowi 63 kVA i rosnącej długości linii od 100 m do 1 km pokazano w tab. 2 oraz na rys. 5. Na rys. 5 umieszczono linię poziomą, odpowiadającą dopuszczalnej 2-proc. asymetrii napięcia. Dla warunków współpracy 1-fazowego mikrogeneratora z siecią nN przyjętych w przykładzie obliczeniowym długość linii powinna być mniejsza od 700 m. Likwidacja przekroczenia dopuszczalnej 2-proc. asymetrii napięcia wymagać



Rys. 5. Zmiana współczynnika asymetrii napięć wraz ze wzrostem długości linii niskiego napięcia

będzie przyjęcia transformatora SN/nN o większej mocy i powtórzenia analizy aż do osiągnięcia asymetrii napięcia mniejszej od 2%.

4. Szacowanie dopuszczalnej mocy 1-fazowego mikrogeneratora

4.1. Szacowanie współczynnika asymetrii na podstawie mocy zwarciovej
Odwrotność współczynnika asymetrii napięć dana jest następującym wzorem:

$$m = \frac{1}{w_{as}} = \left| \frac{3E + Z_1 I_G}{Z_1 I_G} \right| = \left| \frac{3E}{Z_1 I_G} + 1 \right| \quad (30)$$

S _{NT} kVA	R _{Q1} Ω	X _{Q1} Ω	R _{L1} Ω	X _{L1} Ω	R _{T1} Ω	X _{T1} Ω	R Ω	X Ω	U _{ind} pu	U _{poj} pu	w _{asind} %	w _{aspoj} %
63	0,0002	0,0018	0,43	0,209	0,0556	0,1131	0,9123	0,4594	1,0806	1,0573	1,57	1,57
100	0,0002	0,0018	0,43	0,209	0,0300	0,0735	0,8883	0,4208	1,0780	1,0566	1,46	1,46
160	0,0002	0,0018	0,43	0,209	0,0165	0,0468	0,8757	0,3948	1,0765	1,0564	1,39	1,39
250	0,0002	0,0018	0,43	0,209	0,0090	0,0304	0,8686	0,3790	1,0756	1,0564	1,35	1,35
400	0,0002	0,0018	0,43	0,209	0,0053	0,0191	0,8651	0,3680	1,0751	1,0564	1,33	1,33
630	0,0002	0,0018	0,43	0,209	0,0028	0,0166	0,8627	0,3655	1,0749	1,0563	1,32	1,32
800	0,0002	0,0018	0,43	0,209	0,0023	0,0130	0,8623	0,3621	1,0748	1,0564	1,31	1,31

Tab. 1. Napięcia i współczynniki asymetrii przy zmianie mocy znamionowej transformatora SN/nN od 63 do 800 kVA i stałej długości linii, wynoszącej 500 m

Lp	L m	S _{NT} kVA	R _{Q1} Ω	X _{Q1} Ω	R _{L1} Ω	X _{L1} Ω	R _{T1} Ω	X _{T1} Ω	R Ω	X Ω	U _{ind} pu	U _{poj} pu	w _{asind} %	w _{aspoj} %
1	100	63	0,0002	0,0018	0,0860	0,0418	0,0556	0,1131	0,2243	0,1807	1,0227	1,0131	0,59	0,60
2	200	63	0,0002	0,0018	0,1720	0,0836	0,0556	0,1131	0,3963	0,2504	1,0377	1,0246	0,83	0,84
3	300	63	0,0002	0,0018	0,2580	0,1254	0,0556	0,1131	0,5683	0,3201	1,0524	1,0358	1,07	1,09
4	400	63	0,0002	0,0018	0,3440	0,1672	0,0556	0,1131	0,7403	0,3897	1,0666	1,0467	1,30	1,33
5	500	63	0,0002	0,0018	0,4300	0,2090	0,0556	0,1131	0,9123	0,4594	1,0806	1,0573	1,53	1,57
6	600	63	0,0002	0,0018	0,5160	0,2508	0,0556	0,1131	1,0843	0,5291	1,0941	1,0676	1,75	1,81
7	700	63	0,0002	0,0018	0,6020	0,2926	0,0556	0,1131	1,2563	0,5987	1,1074	1,0776	1,97	2,04
8	800	63	0,0002	0,0018	0,6880	0,3344	0,0556	0,1131	1,4283	0,6684	1,1204	1,0874	2,18	2,27
9	900	63	0,0002	0,0018	0,7740	0,3762	0,0556	0,1131	1,6003	0,7381	1,1331	1,0969	2,39	2,49
10	1000	63	0,0002	0,0018	0,8600	0,4180	0,0556	0,1131	1,7723	0,8077	1,1456	1,1063	2,59	2,71

Tab. 2. Napięcia i współczynniki asymetrii przy mocy znamionowej transformatora 63 kVA oraz rosnącej długości linii do 1 km

Impedancja dla składowej symetrycznej zgodnej może być wyrażona za pomocą mocy zwarciowej S_{kV} w punkcie przyłączenia mikrogeneratora PCC:

$$\underline{Z}_I = Z_I e^{j\psi} = \frac{U_{nN}^2}{S_{kV}} e^{j\psi} = \frac{3U_{fn}^2}{S_{kV}} e^{j\psi} \quad (31)$$

Jeżeli moduł prądu generatora I_G jest równy prądowi znamionowemu, to prąd wprowadzany do sieci może być wyrażony za pomocą mocy znamionowej 1-fazowego mikrogeneratora:

$$\underline{I}_{LI} = \underline{I}_G = I_G e^{j\beta} = \frac{U_{fn}}{Z_{nG}} e^{j\beta} \quad (32)$$

Zmienna zespolona \underline{m} , jej moduł jest równy odwrotności współczynnika asymetrii (30), może być przedstawiona w postaci wykładniczej. Kolejne przekształcenia zależności (30) prowadzą do następujących wzorów:

$$\underline{m} = \frac{3U_{fn}}{Z_I e^{j\psi} I_G e^{j\beta}} + I = \frac{3U_{fn}}{Z_I I_G e^{j(\psi+\beta)}} + I \quad (33a)$$

$$\underline{m} = \frac{3U_{fn}}{Z_I I_G} e^{-j(\psi+\beta)} + I = \frac{3U_{fn}}{Z_I} \frac{S_{nG}}{U_{fn}} e^{-j(\psi+\beta)} + I \quad (33b)$$

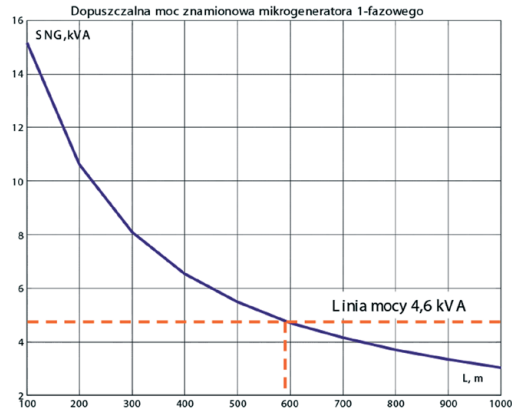
$$\underline{m} = \frac{S_{kV}}{S_{nG}} e^{-j(\psi+\beta)} + I = r_{sce} e^{-j(\psi+\beta)} + I \quad (33c)$$

gdzie: $r_{sce} = \frac{S_{kV}}{S_{nG}}$ – współczynnik zwarciowy w punkcie PCC.

W celu wyznaczenia modułu zmiennej zespolonej \underline{m} można wykorzystać postać trygonometryczną liczby zespolonej:

$$\underline{m} = I + r_{sce} \cos(-\psi - \beta) + jr_{sce} \sin(-\psi - \beta) \quad (34a)$$

$$m = I + r_{sce} \cos(\psi + \delta - \varphi) - jr_{sce} \sin(\psi + \delta - \varphi) \quad (34b)$$



Rys. 6. Zmiana dopuszczalnej mocy 1-fazowego mikrogenerатора wraz ze wzrostem długości linii niskiego napięcia

Moduł zmiennej zespolonej \underline{m} wynosi

$$m = \sqrt{I + 2r_{sce} \cos(\psi + \delta - \varphi) + r_{sce}^2} \quad (35)$$

W sieci niskiego napięcia przesunięcie kątowe między wektorami napięć jest bliskie zera, wobec tego w przybliżeniu osiągamy:

$$m \approx \sqrt{I + 2r_{sce} \cos(\psi - \varphi) + r_{sce}^2} \quad (36)$$

Z zależności (35) wynika, że do przybliżonej analizy asymetrii napięć konieczna jest jedynie znajomość zespolonej impedancji zwarciowej dla składowej symetrycznej zgodnej w punkcie przyłączenia mikrogeneracji do sieci niskiego napięcia. Znajomość zespolonej impedancji zwarciowej pozwala wyznaczyć jej kąt ψ , moc zwarciową S_{kV} oraz współczynnik zwarciowy r_{sce} . Następnie zauważmy, że maksymalna wartość funkcji cosinus nie przekracza jedności. Zatem maksymalna wartość współczynnika m wynosi w przybliżeniu:

$$m \approx I + r_{sce} \quad (37)$$

Z przybliżonej zależności (37) wynika przybliżony wzór na szacowanie współczynnika asymetrii napięć w funkcji współczynnika zwarciowego w miejscu PCC:

$$w_{as} \approx \frac{I}{I + r_{sce}} \quad (38)$$

4.2. Szacowanie dopuszczalnej mocy 1-fazowego mikrogenerатора w oparciu o dopuszczalną asymetrię napięć

Współczynnik asymetrii powinien być mniejszy od wartości dopuszczalnej, która dla sieci niskiego napięcia wynosi 0,02 (2%):

$$w_{as} \leq w_{asdop} \quad (39a)$$

$$w_{asdop} \geq \frac{I}{I + \frac{S_{kV}}{S_{nGdop}}} \quad (39b)$$

$$w_{asdop} + \frac{w_{asdop} S_{kV}}{S_{nGdop}} \geq I \quad (39c)$$

$$w_{asdop} S_{kV} \geq S_{nGdop} (I - w_{asdop}) \quad (39d)$$

W rezultacie otrzymujemy przybliżony wzór pozwalający wyznaczyć dopuszczalną moc znamionową 1-fazowego mikrogeneratora ze względu na dopuszczalną asymetrię napięć:

Lp	L	S _{NT}	R _{Q1}	X _{Q1}	R _{L1}	X _{L1}	R _{T1}	X _{T1}	R ₁	X ₁	U _{ind}	S _{kV}	w _{as}	S _{nGdop}
-	m	kVA	Ω	Ω	Ω	Ω	Ω	Ω	Ω	Ω	pu	kVA	%	kVA
1	100	63	0,0002	0,0018	0,0860	0,0418	0,0556	0,1131	0,1417	0,1566	1,0164	757	0,64	15,1
2	200	63	0,0002	0,0018	0,1720	0,0836	0,0556	0,1131	0,2277	0,1984	1,0246	530	0,91	10,6
3	300	63	0,0002	0,0018	0,2580	0,1254	0,0556	0,1131	0,3137	0,2402	1,0327	405	1,18	8,1
4	400	63	0,0002	0,0018	0,3440	0,1672	0,0556	0,1131	0,3997	0,2820	1,0407	327	1,46	6,5
5	500	63	0,0002	0,0018	0,4300	0,2090	0,0556	0,1131	0,4857	0,3238	1,0486	274	1,74	5,5
6	600	63	0,0002	0,0018	0,5160	0,2508	0,0556	0,1131	0,5717	0,3656	1,0564	236	2,01	4,7
7	700	63	0,0002	0,0018	0,6020	0,2926	0,0556	0,1131	0,6577	0,4074	1,0640	207	2,29	4,1
8	800	63	0,0002	0,0018	0,6880	0,3344	0,0556	0,1131	0,7437	0,4492	1,0716	184	2,56	3,7
9	900	63	0,0002	0,0018	0,7740	0,3762	0,0556	0,1131	0,8297	0,4910	1,0791	166	2,84	3,3
10	1000	63	0,0002	0,0018	0,8600	0,4180	0,0556	0,1131	0,9157	0,5328	1,0864	151	3,11	3,0

Tab. 3. Dopuszczalna znamionowa moc 1-fazowego mikrogenerатора oszacowana na podstawie mocy zwarciowej w punkcie PCC

$$S_{nGdop} \leq \frac{w_{asdop} S_{kV}}{1 - w_{asdop}} \quad (40)$$

Przykład 2

Należy oszacować dopuszczalną moc 1-fazowego mikrogeneratora w układzie pokazanym na rys. 1 dla danych przyjętych w przykładzie 1.

Wyniki szacowania mocy mikrogeneratora dla transformatora 63 kVA i rosnącej długości linii od 100 m do 1 km pokazano w tab. 3 oraz na rys. 6. Widać, że im krótsza linia, tym większa jest dopuszczalna moc 1-fazowego mikrogeneratora. Dla linii o długości powyżej 600 m dopuszczalna moc jest mniejsza od 4,6 kVA. Z dokładnych obliczeń w przykładzie 1 wynika,

że przyłączenie mikrogeneratora 1-fazowego o mocy 4,6 kVA możliwe jest przy linii o długości ok. 700 m. Oznacza to, że przybliżone obliczenia są pesymistyczne i zawierają w sobie margines decyzyjny.

5. Uwagi końcowe

W artykule przedstawiono model matematyczny pozwalający wyznaczyć analitycznie asymetrię napięć, wprowadzaną do sieci niskiego napięcia przez 1-fazowy mikrogeneratore. Podano również sposób szacowania dopuszczalnej mocy 1-fazowego mikrogeneratore ze względu na dopuszczalną wartość współczynnika asymetrii napięć. Rozważania zilustrowano przykładami obliczeniowymi.

Bibliografia

1. Ustawa o odnawialnych źródłach energii, projekt z 9 października 2012 roku, dostępny na stronie internetowej Ministerstwa Gospodarki.
2. http://www.ieo.pl/dokumenty/ustawaoze/dokument51290_ustawa_oze.pdf.
3. Rozporządzenie Ministra Gospodarki z 4 maja 2007 roku w sprawie szczególnych warunków funkcjonowania systemu elektroenergetycznego.
4. Kremens Z., Sobierajski M., Analiza systemów elektroenergetycznych, Warszawa 1996, s. 122, 244.

Marian Sobierajski

prof. dr hab. inż.
 Politechnika Wroclawska
 e-mail: marian.sobierajski@pwr.edu.pl

Profesor zwyczajny Politechniki Wroclawskiej. Zajmuje się problemami naukowymi związanymi z planowaniem i sterowaniem systemów elektroenergetycznych. Jego prace dotyczą głównie probabilistycznych rozplywów mocy, stabilności napięciowej i jakości energii elektrycznej. Ostatnie badania związane są z inteligentnymi sieciami elektroenergetycznymi oraz współpracą małych elektrowni z systemem elektroenergetycznym.

Wilhelm Rojewski

dr inż.
 Politechnika Wroclawska
 e-mail: wilhelm.rojewski@pwr.edu.pl

Absolwent Wydziału Elektrycznego Politechniki Wroclawskiej (1973). Uzyskał tytuł doktora nauk technicznych na macierzystej uczelni (1977). Pracuje na stanowisku adiunkta. Zajmuje się elektroenergetyczną automatyką zabezpieczeniową, sterowaniem i regulacją w systemie elektroenergetycznym oraz warunkami współpracy rozproszonych źródeł energii z systemem elektroenergetycznym.