

dr inż. Leopold KRUSZKA*
ppłk dr inż. Mariusz MAGIER**
dr inż. Mariusz ZIELENKIEWICZ**
* Wojskowa Akademia Techniczna
** Wojskowy Instytut Techniczny Uzbrojenia

WYZNACZENIE WSPÓŁCZYNNIKÓW DO RÓWNIANIA JOHNSONA-COOKA NA PODSTAWIE WYNIKÓW BADAŃ LEPKOPLASTYCZNYCH WŁASNOŚCI SPIEKU NA OSNOWIE WOLFRAMOWEJ

Streszczenie. W pracy przedstawiono wyniki badań granicy plastyczności spieku na osnowie wolframowej wykorzystywanego w produkcji penetratorów czołgowych pocisków podkalibrowych. Badania dynamiczne w zakresie dużych szybkości odkształcenia do $6 \cdot 10^3 \text{ s}^{-1}$ zrealizowano metodą zmodyfikowanego (dzielonego) pręta Hopkinsona. Na podstawie otrzymanych eksperymentalnych wyników badań dynamicznych wyznaczono współczynniki do równania Johnsona-Cooka.

Słowa kluczowe: penetrator, badania dynamiczne, granica plastyczności

COEFFICIENTS ESTIMATION FOR JOHNSON-COOK MODEL ON THE BASE OF THE EXPERIMENTAL RESULTS OF TUNGSTEN ALLOY VISCO-PLASTIC PROPERTIES

Abstract. Based on received experimental results of dynamic tests rates were estimated coefficients for Johnson-Cook model. Dynamic tests have been realized using the split Hopkinson pressure bars techniques at strain rate up to $6 \cdot 10^3 \text{ s}^{-1}$.

Keywords: penetrator, dynamic tests, plasticity limit

1. Wprowadzenie

W przypadku aplikacji militarnych związanych z fizyką wybuchu i balistyką końcową, celem prowadzenia badań własności mechanicznych materiału konstrukcyjnego pocisku (w tym przypadku penetratora podkalibrowego pocisku kinetycznego) jest przede wszystkim określenie zmian własności mechanicznych (wytrzymałość, plastyczność) w funkcji szybkości odkształceń, stanowiących podstawę dalszych analiz i optymalizacji konstrukcji pocisku w celu osiągnięcia pożądanej głębokości przebiccia. Pomiar własności mechanicznych penetratorów pocisków kinetycznych przeprowadza się poprzez badania próbek materiałów w testach rozciągania, ściskania lub skręcania. W badaniach z użyciem standardowych maszyn wytrzymałościowych wyznacza się parametry wytrzymałościowe materiału dla prędkości odkształceń do 5 s^{-1} . Przy zastosowaniu urządzeń wytrzymałościowych o specjalnej konstrukcji można wyznaczyć parametry wytrzymałościowe materiału dla prędkości odkształceń około 200 s^{-1} . Podstawową metodą pozwalającą określić doświadczalnie lepkoplastyczne właściwości materiałów konstrukcyjnych w zakresie szybkości odkształcenia

$500 \text{ s}^{-1} \div 10^4 \text{ s}^{-1}$ jest zaproponowana przez Kolskiego w pracy [1] metoda pręta Hopkinsona. Zmodyfikowaną wersję zastosowanej przez Kolskiego techniki zaproponował Lindholm w pracy [2] i wersja ta zwana jako dzielony pręt Hopkinsona (*split Hopkinson pressure bar* - dwa pręty pomiarowe: inicjujący i transmitujący, między którymi znajduje się badana próbka materiału), jest stosowana dotychczas. Metodę badania z użyciem pręta Hopkinsona można stosować zarówno w badaniach na ściskanie, jak też na rozciąganie, skręcanie i ścinanie [3]. W celu uzyskania szybkości deformacji wyższych od 10^4 s^{-1} Dharan i Hauser w pracy [4] zaproponowali modyfikację układu pręta Hopkinsona polegającą na usunięciu pierwszego pręta pomiarowego (inicjującego), umieszczonego przed próbką i bezpośrednim uderzeniu pocisku (pręta obciążającego) w próbkę opartą o pręt transmitujący. Modyfikacja ta jest określana jako bezpośrednie uderzenie (*direct impact*).

2. Wyniki eksperymentu

W niniejszej pracy zaprezentowano wyniki badań eksperymentalnych spieków na osnowie wolframowej w szerokim zakresie szybkości odkształcenia, ze szczególnym zwróceniem uwagi na odcinek plastyczny krzywej $\sigma(\epsilon)$. Na podstawie uzyskanych na drodze eksperymentalnej zależności „naprężenie - odkształcenie - szybkość odkształcenia” dla badanych materiałów, wyznaczono współczynniki do równania Johnsona-Cooka.

Próbki walcowe badanego materiału walcowe o średnicy $D_o \approx 6 \text{ mm}$ i długości $L_o \approx 3 \text{ mm}$ poddano jednoosiowemu ścisaniu w temperaturach 20°C , 150°C i 300°C w warunkach obciążenia dynamicznego. Badania dynamiczne w zakresie szybkości odkształcenia $\sim 1 \times 10^3 \text{ s}^{-1} \div \sim 6 \times 10^3 \text{ s}^{-1}$ wykonano metodą zmodyfikowanego (dzielonego) pręta Hopkinsona. Na podstawie otrzymanych wyników eksperymentów przeprowadzono modelowanie zachowania się badanego materiału z uwzględnieniem efektów lepkoplastycznych. Analiza parametrów dynamicznych spieku na osnowie wolframowej dla dużych szybkości odkształceń oraz biliniowe aproksymacje krzywych naprężenie-odkształcenie zaprezentowano w pracy [5]. Główne parametry i wyniki poszczególnych prób przedstawiono w tabeli 1. Wyniki eksperymentu nr 8 odrzucono ze względu na brak rejestracji części danych, natomiast nr 27 ze względu na nieprawidłowy przebieg.

Tabela 1. Główne parametry i wyniki eksperymentów

Lp.	Ciśnienie bijnika [kg/cm ²]	Prędkość bijnika [m/s]	Średnica próbki [mm]	Wysokość próbki [mm]	Przekrój próbki [mm ²]	Nominalna szybkość odkształcenia [1/s]	Wysokość końcowa [mm]	Odształcenie plastyczne [%]	Temperatura początkowa [C deg]
1	3	15,0	6,02	2,93	28,46	1830	2,375	21,00	20
2	2	12,4	5,975	2,96	28,04	1000	2,66	10,69	20
3	7	23,5	5,97	2,96	27,99	4560	1,625	59,97	20
4	2	12,5	5,97	2,96	27,99	1000	2,64	11,44	20
5	7	24,0	5,97	2,96	27,99	4560	1,585	62,46	20
6	3	15,4	5,97	2,95	27,99	2032	2,37	21,89	20
7	2	12,6	5,97	2,95	27,99	1600	2,485	17,15	150
8	2	-	5,97	2,945	27,99	-	2,46	17,99	150
9	2	12,6	5,97	2,95	27,99	1750	2,58	13,40	150

Lp.	Cisnienie bijnika [kg/cm ²]	Prędkość bijnika [m/s]	Średnica próbki [mm]	Wysokość próbki [mm]	Przekrój próbki [mm ²]	Nominalna szybkość odkształcenia [1/s]	Wysokość końcowa [mm]	Odształcenie plastyczne [%]	Temperatura początkowa [C deg]
10	5	20,0	5,97	2,95	27,99	3750	1,8	49,40	150
11	5	19,8	5,97	2,95	27,99	3780	1,82	48,30	150
12	2	12,6	5,97	2,95	27,99	1776	2,375	21,68	300
13	2	12,6	5,97	2,95	27,99	1940	2,37	21,89	300
14	5	19,6	5,97	2,95	27,99	4180	1,65	58,10	300
15	5	19,8	5,97	2,95	27,99	4170	1,64	58,71	300
16	7	23,3	5,97	2,95	27,99	4280	1,55	64,36	20
17	9	26,3	5,97	3	27,99	5000	1,33	81,34	20
18	9	25,7	5,965	2,99	27,95	5000	1,24	88,02	20
19	9	26,8	5,97	2,97	27,99	5000	1,23	88,15	20
20	3	15,7	5,97	2,97	27,99	2000	2,33	24,27	20
21	3	15,8	5,97	2,95	27,99	2000	2,355	22,53	20
22	2	12,3	5,97	2,97	27,99	1000	2,63	12,16	20
23	7	23,3	5,975	2,97	28,04	4000	1,55	65,03	20
24	1,4	10,0	5,97	2,94	27,99	1000	2,7	8,52	150
25	1,4	10,0	5,98	3,16	28,09	1000	2,89	8,93	150
26	9	26,0	5,975	3,01	28,04	5000	1,24	88,68	150
27	9	26,3	5,97	2,96	27,99	5000	-	-	150
28	1,4	9,80	5,975	2,94	28,04	1000	2,63	11,14	300
29	1,4	10,6	5,975	2,97	28,04	1000	2,66	11,02	300
30	9	25,7	5,97	2,94	27,99	5000	1,23	87,14	300
31	9	26,8	5,975	2,97	28,04	5000	1,21	89,79	300
32	1,4	10,5	5,97	2,97	27,99	1000	2,65	11,40	300

3. Wyznaczanie parametrów materiałowych modelu Johnsona-Cooka

Wyniki pomiarów wykorzystano do wyznaczenia parametrów materiałowych spieku dla konstytutywnego modelu Johnsona-Cooka, który opisany jest równaniem:

$$\sigma = (A + B\varepsilon^n) [1 + C \ln(\dot{\varepsilon}^*)] [1 - (T^*)^m] \quad (1)$$

gdzie

σ – naprężenie rzeczywiste, ε – odkształcenie plastyczne rzeczywiste, $\dot{\varepsilon}^*$ – stosunek bieżącej szybkości odkształcenia $\dot{\varepsilon}$ do szybkości odkształcenia w próbie statycznej $\dot{\varepsilon}_0$, A – statyczna granica plastyczności materiału, B – moduł wzmocnienia, n – wykładnik wzmocnienia, C – współczynnik szybkości odkształceń, m – wykładnik uplastycznienia termicznego, T^* – wartość bezwymiarowa temperatury:

$$T^* = \frac{T - T_{room}}{T_{melt} - T_{room}} \quad (2)$$

Gdzie: T – temperatura bieżąca, T_{room} – temperatura pokojowa, T_{melt} – temperatura topnienia materiału próbki.

Do obliczeń przyjęto $T_{room} = 20^\circ\text{C}$ oraz $T_{melt} = 3400^\circ\text{C}$, natomiast potrzebny bieżący adiabatyczny przyrost temperatury próbki wyliczono całkując numerycznie ze wzoru:

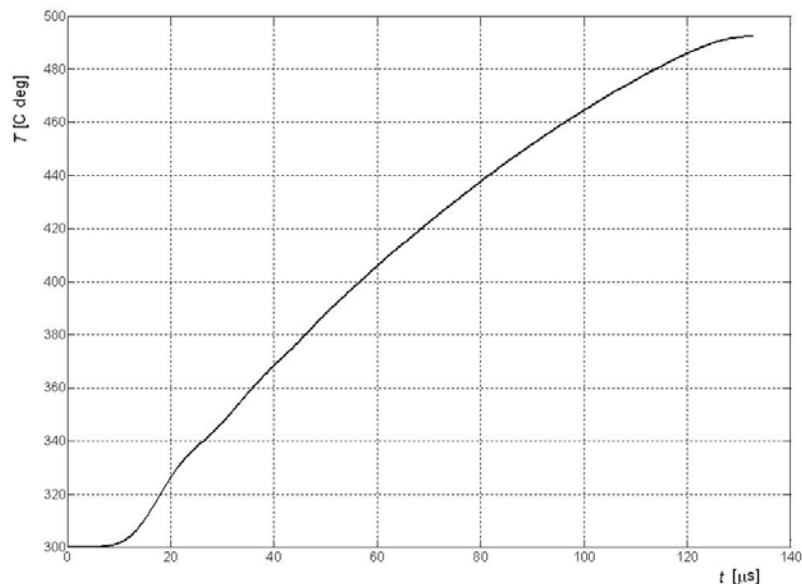
$$\Delta T = \int \frac{\sigma d\varepsilon}{\rho C_v} \quad (3)$$

gdzie:

$$\rho = 17300 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \text{ – gęstość spieku,}$$

$$C_v = 157 \frac{\text{J}}{\text{kg K}} \text{ – ciepło właściwe spieku wyliczone jako średnia ważona składników ze}$$

względu na skład procentowy. Typowy wyznaczony przebieg temperatury w czasie eksperymentu pokazano na rys. 1.



Rys. 1. Przykładowy wyznaczony przebieg temperatury w funkcji czasu, próbka nr 14, $T_0 = 300^\circ\text{C}$, $\dot{\varepsilon}_n = 4180 \text{1/s}$.

Parametry materiałowe modelu wyznaczono na podstawie otrzymanego zestawu punktów pomiarowych $\sigma_i(\varepsilon_i, \dot{\varepsilon}_i, T_i)$ poprzez aproksymację metodą minimalizacji sumy kwadratów odchyłek (aproksymacja średniokwadratowa):

$$f = \sum (\sigma_{obl_i} - \sigma_i)^2 \quad (4)$$

Ze względu na niejednorodność odkształcenia próbki w początkowej i końcowej fazie próby SHPB z obliczeń wykluczono punkty z tych faz.

Na podstawie opisanych w pracy [6] wyników z serii statycznych prób ściskania można przyjąć, że dla średniej szybkości $\dot{\varepsilon}_0 = 0,051/s$ uzyskuje się $A = 1208 \text{ MPa}$. Pozwoliło to sprowadzić zagadnienie do poszukiwania minimum funkcji czterech zmiennych B , n , C i m . Jednakże wciąż ze względu na ilość zmiennych oraz nieliniowość i skomplikowaną postać funkcji aproksymującej, kształt funkcji celu był trudny do określenia, a obszar przeszukiwania rozległy. Próby wykonane za pomocą funkcji minimalizującej zaimplementowanej w programie MathWorks MATLAB 6.1 dawały różne wyniki dla różnych punktów startowych, co świadczy o istnieniu minimów lokalnych, dlatego też do rozwiązania problemu zastosowano algorytm genetyczny [7].

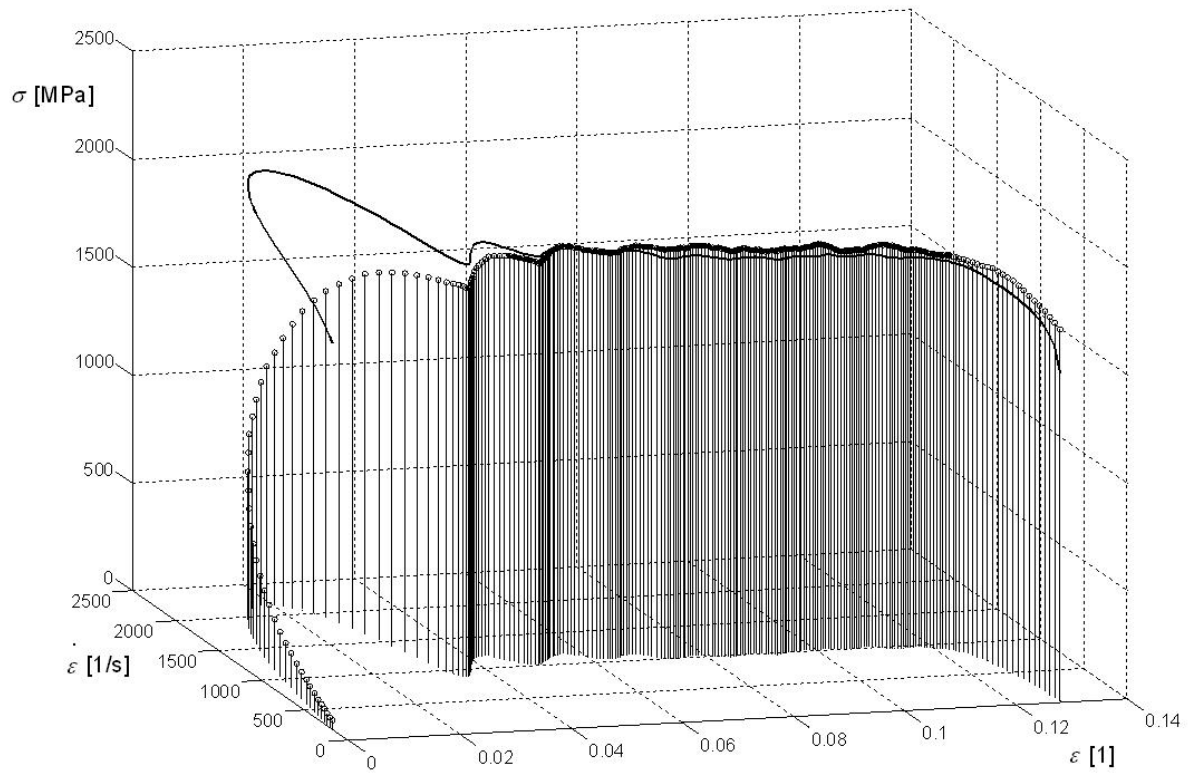
Algorytm zrealizowano w programie napisanym w języku MATLAB. Genom osobnika reprezentowały cztery liczby rzeczywiste podwójnej precyzji (64 bity). Jest to jedyny typ zmiennych w pakiecie umożliwiający operacje arytmetyczne. Minimum funkcji celu poszukiwano metodą rankingową z selekcją ruletkową, krzyżowaniem liniowym z ekstrapolacją i mutacją gaussowską dla populacji 10000 osobników. Uzyskany wynik potwierdzono ponownie funkcją minimalizującą. Na bazie zestawu 4634 punktów pomiarowych otrzymano następujące wartości poszukiwanych parametrów: $B = 457,5 \text{ MPa}$, $n = 0,3071$, $C = 0,05450 \text{ MPa}$, $m = 0,4293$.

4. Wizualizacja i analiza wyników obliczeń

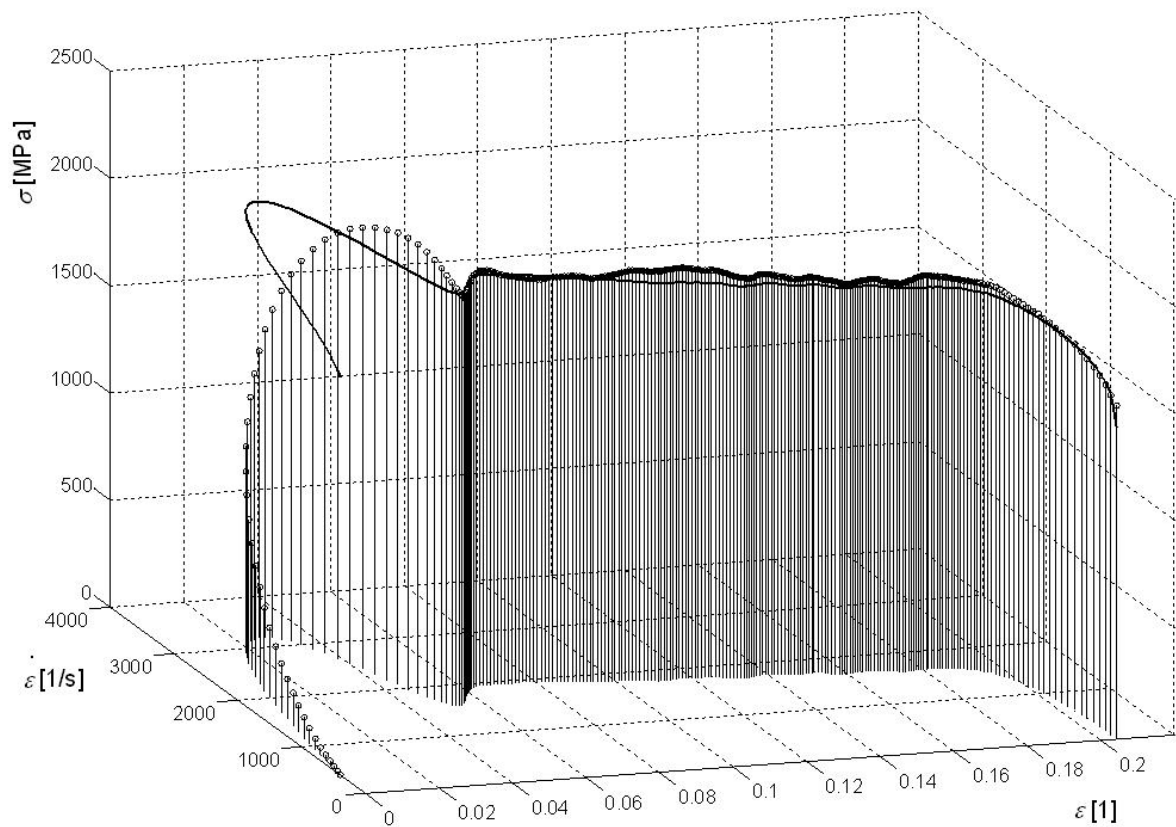
Na rys. 2÷7 przedstawiono wyniki wybranych eksperymentów reprezentujących różne temperatury początkowe T_0 i nominalne szybkości odkształcenia $\dot{\varepsilon}_n$. Zilustrowano je w postaci krzywych przestrzennych $\sigma(\varepsilon(t), \dot{\varepsilon}(t), T(t))$ wraz z krzywymi otrzymanymi z równania Johnsona-Cooka dla znalezionych parametrów materiałowych. Z oczywistych względów technicznych na wykresach nie pokazano osi temperatury, jednakże nie zmniejsza to ich reprezentatywności, ponieważ otrzymane przebiegi temperatury w czasie są monotoniczne i zbliżone do liniowych (rys. 1). Punkty eksperymentalne reprezentują słupki zakończone okręgami, przy czym zacerniono okręgi dla punktów wybranych do obliczeń, natomiast krzywą Johnsona-Cooka przedstawiono za pomocą linii ciągłej.

Jak widać w początkowej fazie próby z powodu silnej niejednorodności odkształcenia w próbce (propagacji i odbić fali naprężenia - ringing) model jest zupełnie niezgodny jakościowo z wynikami, ponieważ z założenia na płaszczyźnie $\varepsilon - \sigma$ przyjmuje niezerowe wartości. Ponadto na rys. 4 i 7 widać wyraźnie, że charakter odpowiedzi modelu Johnsona-Cooka na oscylacje wyznaczonej z eksperymentu bieżącej szybkości odkształcenia w zasadniczej części wykresu jest wyraźnie odmienny od uzyskanego z wartości eksperymentalnych.

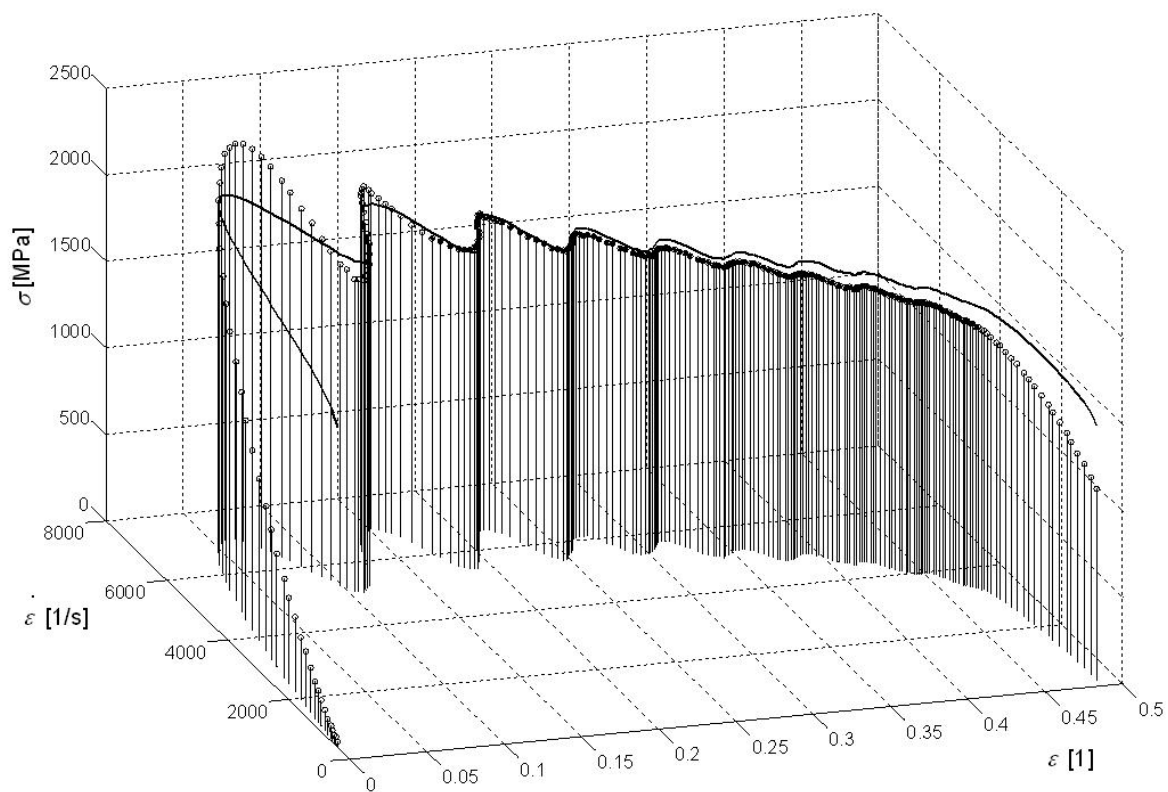
Można natomiast stwierdzić, że w zakresach krzywych eksperymentalnych wybranych do obliczeń dla szerokiego zakresu temperatur początkowych i nominalnych szybkości odkształcenia równanie Johnsona-Cooka wraz z wyznaczonymi stałymi wykazuje dobrą zgodność ilościową z wynikami eksperymentalnymi. Odzworowuje również dobrze charakter wykluczonych z obliczeń, końcowych, odciążeniowych fragmentów wykresu.



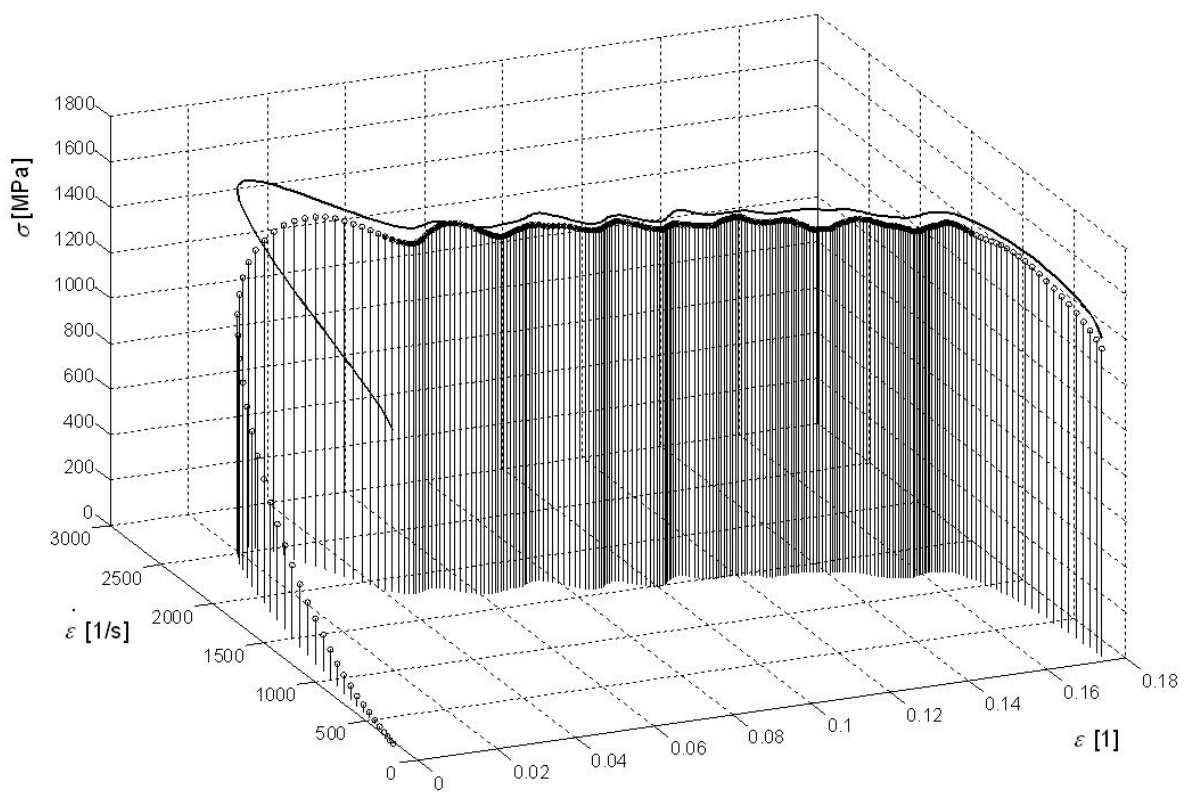
Rys. 2. Próbka nr 4, $T_0 = 20^\circ\text{C}$, $\dot{\epsilon}_0 = 1000 \text{ 1/s}$



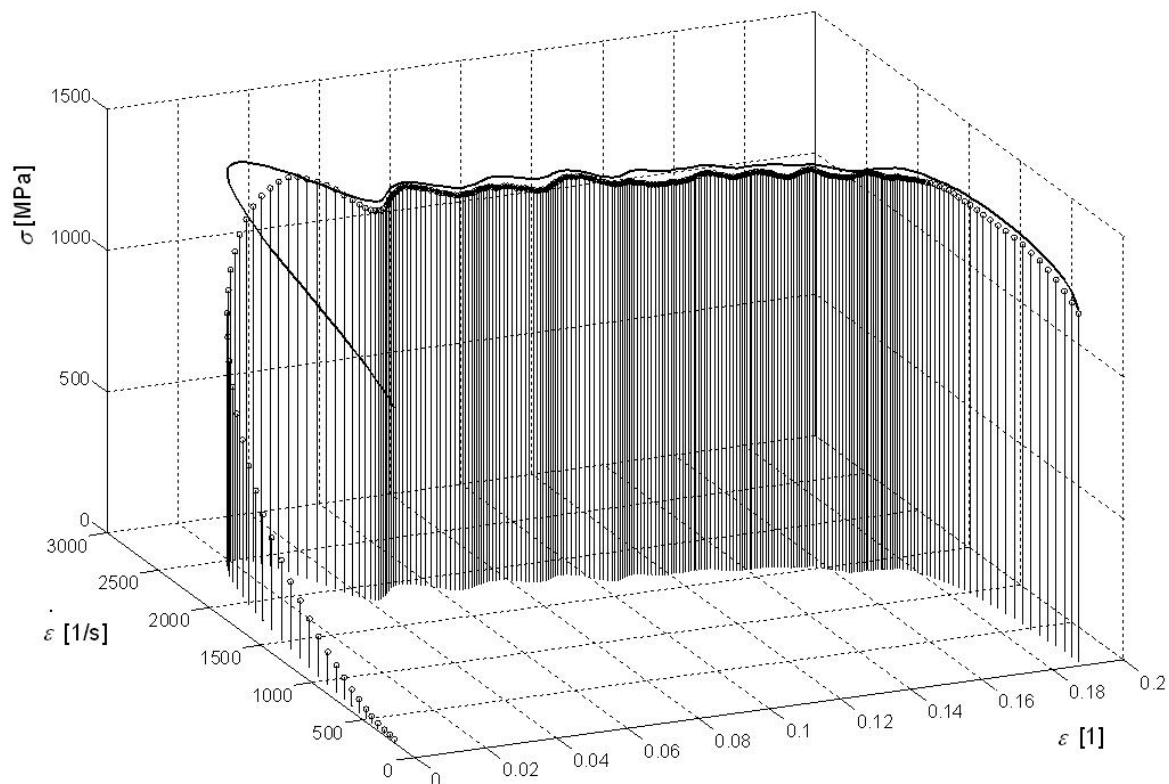
Rys. 3. Próbka nr 1, $T_0 = 20^\circ\text{C}$, $\dot{\epsilon}_0 = 1830 \text{ 1/s}$



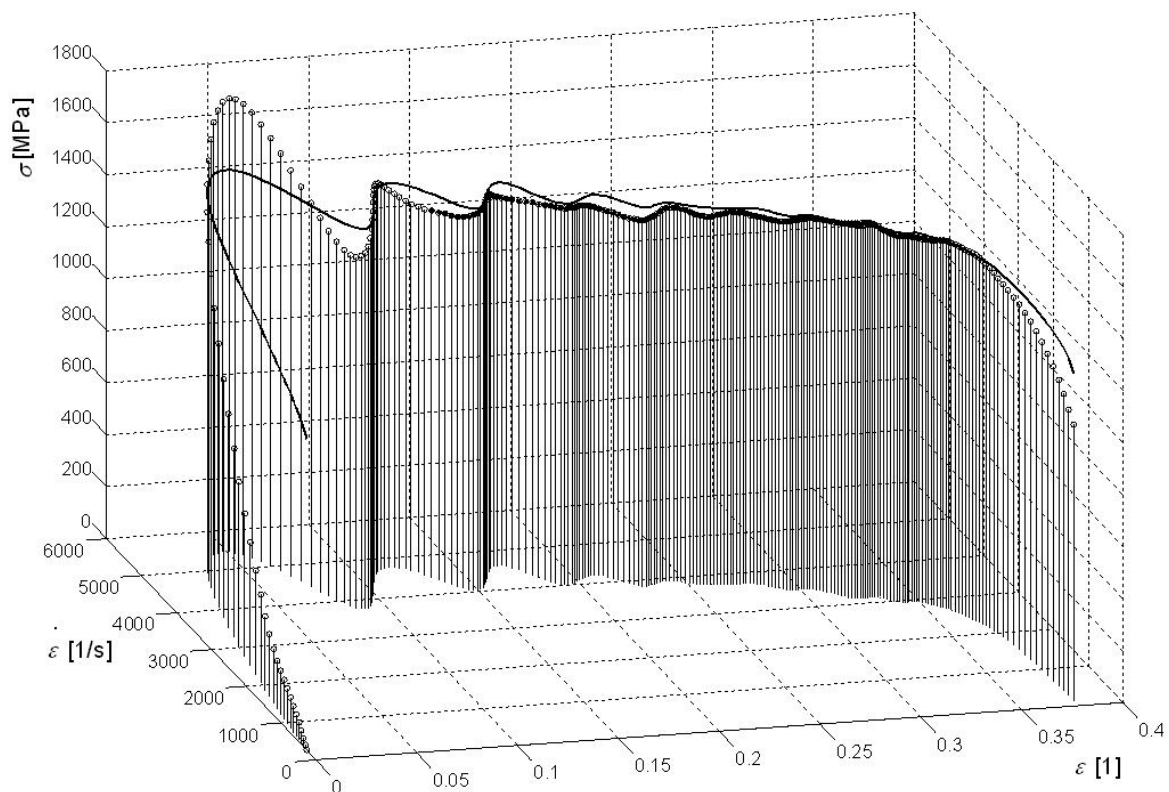
Rys. 4. Próbka nr 19, $T_0 = 20\text{ }^\circ\text{C}$, $\dot{\epsilon}_0 = 5000\text{ 1/s}$



Rys. 5. Próbka nr 7, $T_0 = 150\text{ }^\circ\text{C}$, $\dot{\epsilon}_0 = 1600\text{ 1/s}$



Rys. 6 Próbka nr 12, $T_0 = 300\text{ }^\circ\text{C}$, $\dot{\epsilon}_0 = 17761/\text{s}$



Rys. 7 Próbka nr 14, $T_0 = 300\text{ }^\circ\text{C}$, $\dot{\epsilon}_0 = 41801/\text{s}$

Konstrytuwny model Johnsona-Cooka dobrze odwzorowuje jakościowo i ilościowo naprężenia dynamiczne uzyskane w szerokim zakresie temperatur i szybkości odkształceń dla badanego spieku wolframowego. Natomiast ze względu na rozbieżności kształtu krzywych przy większych oscylacjach szybkości odkształcenia spowodowanych jego niejednorodnością w próbce, wskazane byłoby ich wstępne filtrowanie podczas wyliczania wyników eksperymentu.

Literatura

1. Kolsky T. E., An investigation of the mechanical properties of materials at very high rates of loading, Proc. Phys. Soc., B62, 1949, s. 676,
2. Lindholm U. S., Some experiments with the split Hopkinson pressure bar, J. Mech. Phys. Sol., 12, 1964, s. 317,
3. Bragov A. M., Demenko P. V., Lomunov A. K., Sergeichev I. V., Kruszka L., Investigation of behavior of the materials of different physical nature using the Kolsky method and its modifications, (Chapter 9.1), in: New Experimental Methods in Material Dynamics and Impact, W. K. Nowacki and J. R. Klepaczko Eds., Series: Trends in Mechanics of Materials. Volume 3, Centre of Excellence for Advanced Materials and Structures, Polish Academy of Sciences, Warsaw, 2001, s. 337,
4. Dharan C. K. M., Hauser F. E., Determination of stress-strain characteristics at very high strain rates, Exp. Mech., 10, 1970, s. 370,
5. Kruszka L., Magier M., Experimental investigations of visco-plastic properties of the aluminium and tungsten alloys used in KE projectiles, EPJ Web of Conferences, **26**, 05005 (2012),
6. Magier M., Panowicz R., Sacha M.: Badania Określenie quasi-statycznej granicy plastyczności materiału penetratora wykonanego ze spieku na osnowie wolframowej, Biuletyn PTU WITU nr 1/2011, zeszyt 117, s.163-168, Zielonka, 2011,
7. Cytowski J., Algorytmy genetyczne - podstawy i zastosowania, 1996, Oficyna Akademicka.

Praca naukowa finansowana ze środków Ministerstwa Nauki i Szkolnictwa Wyższego w latach 2009-2011 jako projekt badawczy własny nr O N501 052937.