

Adam STECKIEWICZ, Bogusław BUTRYŁO
Politechnika Białostocka, Białystok

ANALIZA WŁAŚCIWOŚCI MAGNETYCZNYCH CIENKOWARSTWOWYCH MATERIAŁÓW Z PRZEWODZĄCĄ STRUKTURĄ PERIODYCZNĄ

Streszczenie. W pracy zaproponowano wykorzystanie metody różnic skończonych i całkowitego sformułowania pola wektorowego do obliczeń rozkładu pola magnetycznego w cienkowarstwowym strukturach, formujących niejednorodne warstwy materiałów laminarnych. Zaprezentowano przykładowe geometrie elementów periodycznych, które obliczono przy wykorzystaniu metod elementów i różnic skończonych, a także określono ich indukcyjność. Scharakteryzowano dokładność proponowanego modelu różnicowo-całkowego 2D w odniesieniu do różniczkowego modelu 3D.

Słowa kluczowe: struktury periodyczne, indukcyjność własna, pole magnetyczne, analiza numeryczna

ANALYSIS OF MAGNETIC PROPERTIES OF THIN-LAYER MATERIALS WITH CONDUCTIVE PERIODIC STRUCTURE

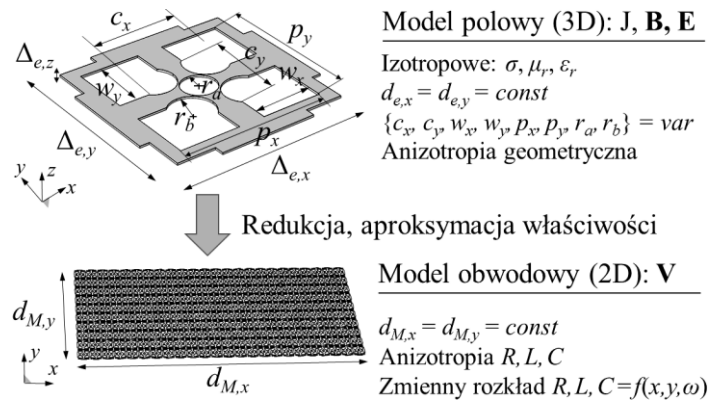
Summary: The paper demonstrates the application of the finite-difference method combined with integral vector field formulation to calculate the magnetic field distribution in thin-film structures, which form nonhomogeneous layers of the laminar materials. An exemplar geometries of periodic elements were presented and solved both by the finite-element and finite-difference method, to estimate elements self-inductance. The accuracy of the proposed difference-integral 2D model in relation to differential 3D model were characterized. (Analysis of the magnetic properties of the thin-film materials with a conductive periodic structure).

Keywords: periodic structures, self-inductance, magnetic field, numerical analysis

1. WSTĘP

W XXI wieku znaczącą rolę odgrywają inteligentne materiały o dobieranych, nietypowych właściwościach. Opracowanie metamateriałów dających szerokie możliwości formowania rozkładu pola elektromagnetycznego [4], czy struktur fraktalnych, wykorzystywanych do tworzenia planarnych cewek drukowanych [3, 7], otworzyły drogę do badań nad materiałami o szerokim zastosowaniu. Materiały te charakteryzują się m.in. złożoną budową, powtarzalnym

rozkładem komórek formujących materiał i możliwością kształtowania właściwości na poziomie periodycznie rozłożonych struktur elementarnych [1, 3, 4].



Rys. 1. Elementarna struktura Ω_e oraz fragment przykładowego materiału laminarnego Ω_M na elastycznym nośniku Ω_B z warstwą przewodzących, periodycznych komórek Ω_e

Fig.1. Elementary structure Ω_e and a fragment of exemplary laminar material Ω_M positioned on elastic carrier Ω_B with a layer of conductive periodic cells Ω_e

Jedną z proponowanych grup materiałów o strukturze periodycznej są kompozyty laminarne [2, 9], składające się z warstw ciągłych i co najmniej jednej warstwy porowatej (rys. 1). Rozkład komórek (elementów Ω_e) na dwuwymiarowej płaszczyźnie, dowolnie usytuowanej w przestrzeni, determinuje - wraz z ich geometrią i wzajemnym układem połączeń - wypadkowe cechy materiału Ω_M [1]. W takim układzie, podłoże nieprzewodzące Ω_B , na której warstwa periodyczna jest osadzona, pełni rolę bazy (lepiszcza) nadającej także elastyczność i zwiększając odporność mechaniczną. Kształtowanie cech, np. elektrycznych (rezystancja) [9], magnetycznych układu (indukcyjność) [7], termicznych [2] (efektywna przewodność cieplna) odbywa się w pierwszej kolejności na poziomie elementów Ω_e , często z pominięciem modelowania bazy Ω_B , co upraszcza analizę.

W pracy scharakteryzowano właściwości magnetyczne przykładowych komórek, tworzących materiały laminarne z przewodzącymi warstwami periodycznymi. Ocenie poddano możliwości wyznaczania ich zastępczej indukcyjności w oparciu o metodę elementów skończonych (MES) i metodę różnic skończonych (MRS). Przeprowadzono badania numerycznego modelu 3D elementu Ω_e i ekwiwalentnego, cienkowarstwowego modelu 2D. Rozwiązywane zagadnienie stacjonarnego pola elektrycznego i magnetycznego w obrębie geometrii elementu, umożliwiło wyznaczenie rozkładu wektorowego potencjału magnetycznego w strukturze, a na tej podstawie - zastępczej indukcyjności, przy uwzględnieniu sprzężeń magnetycznych w obrębie elementu.

2. OPIS I METODYKA ROZWIĄZYWANIA ZAGADNIENIA POLOWEGO

Wynikowe parametry obwodowe struktur są skupionym odzwierciedleniem rozkładu pola elektrycznego i magnetycznego w ich obrębie. W stacjonarnym lub wolnozmiennym polu elektromagnetycznym, to przede wszystkim droga i gęstość prądu elektrycznego determinują rezystancję oraz indukcyjność przewodzącego, niemagnetycznego elementu Ω . Wobec tego oszacowanie parametrów jego schematu zastępczego może zostać przeprowadzone, np. w oparciu o rezultaty obliczeń numerycznych pola elektrycznego i magnetycznego, na podstawie których wyznaczany jest m.in. rozkład gęstości prądu, czy wektorowego potencjału magnetycznego.

Skalarne, wolnozmiennne pole elektryczne $V = V(x,y,z)$ opisuje jednorodne równanie Laplace'a

$$\nabla \cdot [-\sigma(x, y, z)\nabla V(x, y, z)] = 0, \quad (1)$$

które w układzie Ω_M uwzględnia niejednorodny, lecz również periodyczny rozkład przestrzenny przewodności elektrycznej $\sigma = \sigma(x,y,z)$. Ponieważ szybkość zmian pola jest pomijalna, zaś lepizsze odznacza się właściwościami izolacyjnymi ($\sigma_B \approx 0$), uzasadnione jest pominięcie w obliczeniach warstwy bazowej Ω_B . Wtedy gęstość prądu $\mathbf{J}_e = \mathbf{J}_e(x,y,z)$ wyznacza jest tylko dla warstwy złożonej z Ω_e

$$\mathbf{J}_e = -\sigma \nabla V. \quad (2)$$

Pole elektryczne (1) jest polem stacjonarnym lub quasi-stacjonarnym potencjalnym, bezwirowym. Możliwe uproszczenie analizy z trzech do dwóch wymiarów uzasadnia założenie, że lokalnie, w obrębie elementu Ω_e (z wyłączeniem jego brzegów), spełniony jest warunek

$$\frac{d}{dz} \mathbf{J}_e \approx 0. \quad (3)$$

Jednak podobne twierdzenie, w odniesieniu do wirującego w każdej z trzech płaszczyzn pola magnetycznego, nie jest słuszne. Opis pola za pomocą potencjału wektorowego $\mathbf{A} = \mathbf{A}(x,y,z)$, zdefiniowanego jako $\mathbf{B} = \nabla \times \mathbf{A}$, dany jest równaniem Poisson'a [8]

$$\nabla^2 \mathbf{A} = -\mu_0 \mathbf{J}_e, \quad (4)$$

przy czym z założenia elementy przewodzące i otoczenie są niemagnetyczne, toteż przenikalność magnetyczna μ_0 jest stała w całym obszarze. Rozwiązanie równań (1) i (4), które uzyskano za pomocą Metody Elementów Skończonych (MES), musi być zatem zawsze otrzymane w przestrzeni 3D, z uwzględnieniem otoczenia (powietrze) oraz rozproszonych źródeł pola magnetycznego (\mathbf{J}_e) [8].

3. MAGNETYCZNY MODEL CIENKOWARSTWOWY

Ponieważ komórki elementarne Ω_e są strukturami cienkowarstwowymi ($d_{e,z} \ll d_{e,x} \vee d_{e,y}$), to słuszne jest wykorzystanie modeli elektromagnetycznych, opisujących cienkie taśmy

przewodzące (ang. *thin film*) i sprowadzenie obliczeń pola magnetycznego do prostszego zagadnienia 2D. Takie podejście zaprezentowano m.in. w [5, 6], określając indukcyjność przewodnika o przekroju prostokątnym, stosując całkowity opis \mathbf{A} w obszarze v

$$\mathbf{A}(r) = \frac{\mu_0}{4\pi} \int_v \frac{\mathbf{J}_e(r')}{\rho} dv, \quad (5)$$

gdzie: $r = r(x,y,z)$ jest punktem obserwacji, $r' = r'(x',y',z')$ punktem źródłowym, a dystans między nimi

$$\rho = \sqrt{(x'-x)^2 + (y'-y)^2 + (z'-z)^2}. \quad (6)$$

Zwróćmy uwagę, iż pominięcie całkowania po zmiennej z w (5) oznacza obliczenie lokalnego rozkładu \mathbf{A} , na podstawie również lokalnego rozkładu \mathbf{J}_e , w obszarze o pomijalnej wysokości $d_{e,z}$. Wtedy w (6) czynnik $(z'-z)^2 = 0$, a (5) można przy założeniu (3) przekształcić do

$$\mathbf{A}(r) = \frac{\mu_0}{4\pi} d_{e,z} \iint \frac{\mathbf{J}_e(r')}{\rho} dx' dy', \quad (7)$$

który opisuje rozkład \mathbf{A} na ograniczonej płaszczyźnie xy .

Stosując do rozwiązania (1) metodę różnic skończonych (MRS) można dla znanej siatki prostokątnej o kroku $\Delta x = \Delta y = h$ i warunków brzegowych, wyznaczyć rozkład wartości wektora \mathbf{J}_e w płaszczyźnie xy z równania (2). Jego znajomość oraz określenie dla każdego z punktów obserwacji i źródłowych dystansu (6), stanowi podstawę do wyznaczenia \mathbf{A} , poprzez zastąpienie całki podwójnej w (7) kwadraturą numeryczną, np. schematem prostokątów. Tym sposobem, metodą różnic skończonych (pole elektryczne) i całkową cienkowarstwową (pole magnetyczne), obliczano stacjonarne pole elektromagnetyczne elementu Ω_e .

Następnie wykorzystując połowę (8a) i obwodową (8b) definicję zgromadzonej w układzie energii magnetycznej W_m

$$W_m = \frac{1}{2} d_{e,z} \iint (\mathbf{A} \cdot \mathbf{J}_e) dx dy, \quad (8a)$$

$$W_m = \frac{1}{2} LI^2, \quad (8a)$$

a także obliczając z MRS natężenie prądu I płynącego przez komórkę Ω_e , znajdowana jest jej indukcyjność zastępcza L . Porównując stronami (8a) i (8b) otrzymuje się

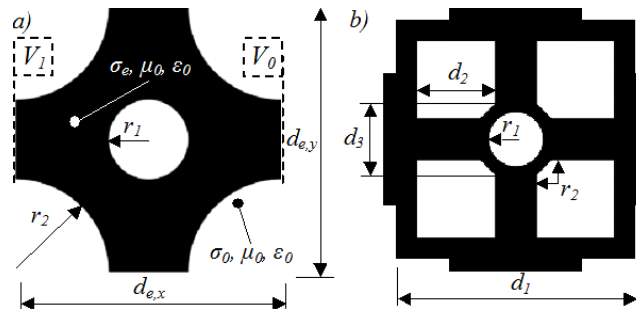
$$L = \frac{d_{e,z} \iint (\mathbf{A} \cdot \mathbf{J}_e) dx dy}{I^2}. \quad (9)$$

W dalszej części dla przykładowych elementów Ω_e porównano i omówiono wyniki obliczeń pola magnetycznego, uzyskane za pomocą dwóch metod:

- metody elementów skończonych w przestrzeni 3D (MES),
- metody różnic skończonych w przestrzeni 2D z całkowym, cienkowarstwowym sformułowaniem \mathbf{A} (nazywaną w skrócie metodą różnicowo-całkową MR-C).

4. ANALIZOWANY MODEL ELEMENTU PRZEWODZĄCEGO

Powtarzalny układ Ω_e decyduje o właściwościach elektromagnetycznych materiału Ω_M . Problem ich określenia sprowadza się do analizy pojedynczego elementu. Nieprzewodzące podłoże Ω_B nie bierze bezpośredniego udziału w kształtowaniu rozptyłu prądu w obrębie komórek, ani pośredniego przez zakładane, wolnozmiennne pole magnetyczne. Dlatego zastępcze parametry można określić wyłącznie na podstawie analizy pól w obrębie struktury Ω_e .



Rys. 2. Geometria analizowanych komórek Ω_e formujących warstwę przewodzącą: a) element "porowaty"; b) element "fraktalny"

Fig.2. Shapes of discussed Ω_e cells constituting a conductive layer: a) "porous" element, b) "fractal" element

Budowa komórek „porowatych” (rys. 2a) modyfikowana jest przez ubytek przewodnika w centralnym obszarze o promieniu r_1 , zaś wycięcia wierzchołków poprzez parametr r_2 . W strukturze na bazie anteny fraktalnej (rys. 2b) - oprócz centralnego ubytku o promieniu r_1 i prostego ścięcia wierzchołków r_2 - zmianie podlega szerokość kwadratowej ramy fraktala o boku d_1 , jego wewnętrznych wycięć d_2 oraz szerokość d_3 określająca rozmiar środkowego obszaru przewodzącego. Założono stałe wymiary zewnętrzne $d_{e,x} = d_{e,y} = 10$ mm i $d_{e,z} = 0,105$ mm oraz jednorodne wartości przenikalności elektrycznej (ϵ_0) i magnetycznej (μ_0) w obszarze komórki i otoczenia. Przewodność elektryczna struktury elementu odpowiadała miedzi o $\sigma_e = 5,6 \cdot 10^7$ S/m, a obszary wycięć przyjęto jako nieprzewodzące ($\sigma_0 = 0$ S/m).

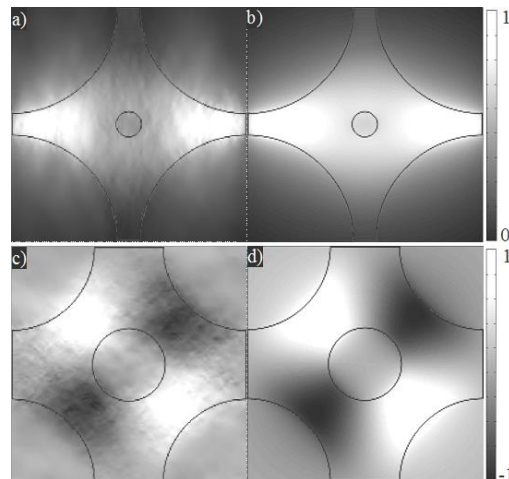
Tabela 1.

Parametry geometryczne elementów w [mm]

Nr	Porowaty		Fraktalny				
	r_1	r_2	d_1	d_2	d_3	r_1	r_2
1	0,5	4,5	9,0	1,50	4	2,00	1,25
2	1,5	3,5	5,5	4,50	3	1,00	1,00
3	2,5	2,5	9,5	4,75	1	0,35	0,35
4	3,5	1,5	9,0	4,38	3	0,68	0,75
5	4,5	0,5	9,0	4,00	2	1,00	0,50

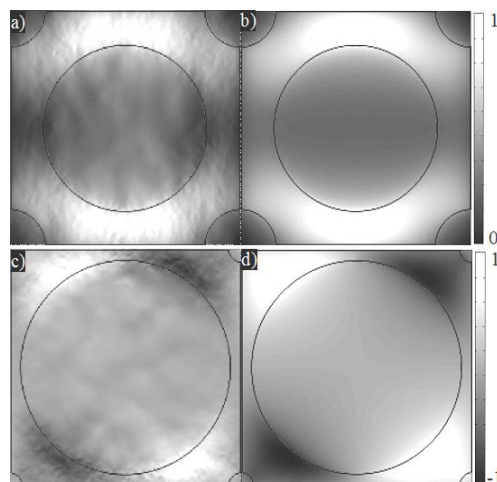
5. ROZKŁAD POLA MAGNETYCZNEGO W STRUKTURZE

Analizę rozkładu pola magnetycznego, wyrażanego wektorowym potencjałem magnetycznym \mathbf{A} , przeprowadzono dla 5-ciu wersji komórek „porowatych” i „fraktalnych” o różnych parametrach geometrycznych (tab. 1). Obliczenia wykonano za pomocą MES w modelu 3D (uwzględniającym kształt, grubość i otoczenie komórki) oraz przy zastosowaniu MR-C, którym rozwiązano model cienkowarstwowy 2D, obejmujący jedynie obszar elementu w płaszczyźnie xy z pominięciem jego grubości ($d_{e,z} \rightarrow 0$).



Rys. 3. Element porowaty - względna wartość składowej A_x wariantu nr 1 a) wyniki MES, b) wyniki MR-C; względna wartość składowej A_y wariantu nr 2: c) wyniki MES; d) wyniki MR-C

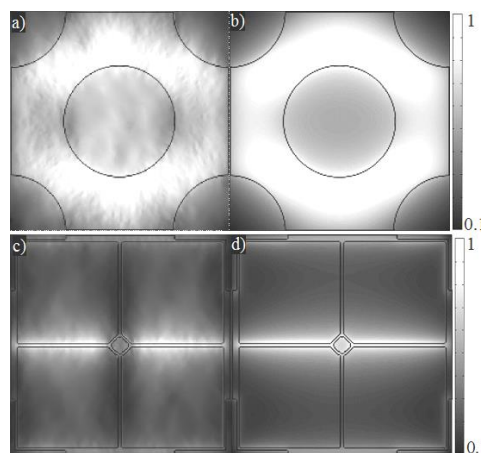
Fig.3. Porous element – relative value of A_x component in variant #1: a) FEM results, b) MR-C results; relative value of A_y component in variant #2: c) FEM results, d) MR-C results;



Rys. 4. Element porowaty - względna wartość składowej A_x wariantu nr 4 a) wyniki MES, b) wyniki MR-C; względna wartość składowej A_y wariantu nr 5: c) wyniki MES; d) wyniki MR-C

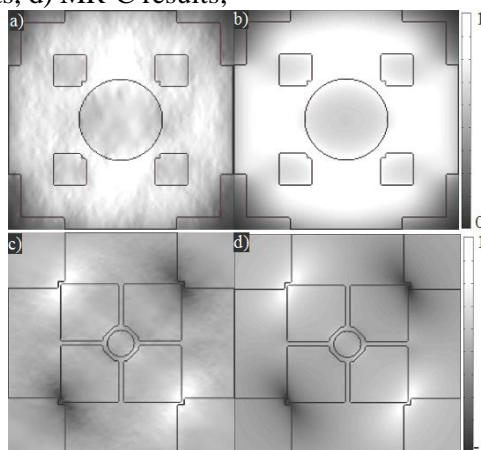
Fig.4. Porous element – relative value of A_x component in variant #4: a) FEM results, b) MR-C results; relative value of A_y component in variant #5: c) FEM results, d) MR-C results;

Rozkłady składowych wektora \mathbf{A} , przedstawiane są na wysokości $h_{xy} = d_{e,z}/2$ w płaszczyźnie xy . Obliczenia pola magnetycznego za pomocą MR-C skutkują znalezieniem identycznego rozkładu, jak w modelu 3D, zarówno składowej A_x (rys. 3a,3b i rys. 4a,4b) i A_y (rys. 3c,3d i rys. 4c,4d) w obszarze komórki. Zauważalne różnice wynikają w dużej mierze ze sposobów dyskretyzacji obszaru i interpolacji funkcji wynikowej. Przy dużych r_2 "wycinających" wierzchołki elementu, składowa A_x (rys. 3a,3b) osiąga największe wartości w miejscu przyłączenia elektrod zasilających. Trend odwraca się, gdy $r_1 > r_2$ i wtedy pole koncentruje się przy dwóch poziomych krawędziach (rys. 4a,4b). Przesunięcie rozkładu A_x wskutek zmiany geometrii, nie rzutuje na charakter rozkładu A_y - w każdym wariancie (rys. 3c, 4d) zachowano symetrię rozmieszczenia skrajnych wartości tej składowej względem przekątnej komórki. Zmianie ulega jedynie przestrzenne przesunięcie obszarów z max. i min. wartościami A_y .



Rys. 5. Względna wartość modułu \mathbf{A} dla wariantów nr 3 elementu: porowatego a) wyniki MES, b) wyniki MR-C; fraktalnego c) wyniki MES; d) wyniki MR-C

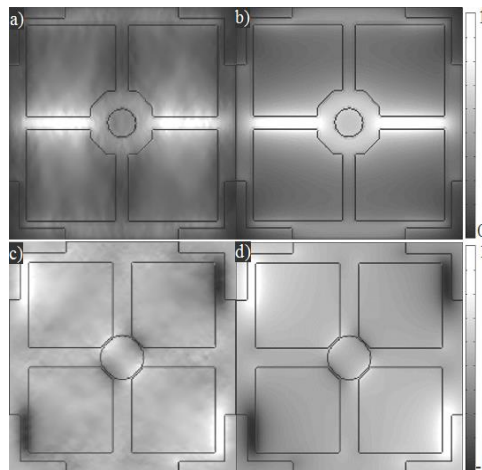
Fig. 5. Relative value of module \mathbf{A} in variant #3 for: porous element a) FEM results, b) MR-C fractal element c) FEM results, d) MR-C results;



Rys. 6. Element fraktalny - względna wartość składowej A_x wariantu nr 1 a) wyniki MES, b) wyniki MR-C; względna wartość składowej A_y wariantu nr 2: c) wyniki MES; d) wyniki MR-C

Fig.6. Fractal element – relative value of A_x component in variant #1: a) FEM results, b) MR-C results; relative value of A_y component in variant #2: c) FEM results, d) MR-C results;

Zgodność między obliczeniami A_x i A_y przekłada się bezpośrednio na poprawność określenia wartości oraz rozkładu modułu wektora \mathbf{A} , w każdym analizowanym wariancie i geometrii (np. rys. 5). Rezultaty otrzymane po zastosowaniu modelu 2D (MR-C) dla prostszej geometrii porowatej oraz bardziej złożonej fraktalnej (rys. 6b,6d i rys. 7b,7d), zgadzały się z modelem 3D (MES). Uproszczenie zagadnienia do analizy 2D nie przełożyło się na istotne błędy, np. MR-C uwzględnia znaczącą, bliską maksymalnej wartość A_x przy krawędziach centralnego wycięcia wariantu fraktalnego nr 1 (rys. 6b), czy też w miejscach przewężeń struktury wariantu nr 5 (rys. 7c i 7d), gdzie obie metody wykazały lokalny wzrost wartości składowej A_y . Podobnie jak w przypadku elementów porowatych, rozkład tej składowej nie zmieniał się, ulegając jedynie deformacji wraz z deformowaniem struktury wewnętrznej komórki. Jednak składowa A_x jest już inaczej rozmieszczona w przestrzeni. Przykładem jest wariant nr 4 (rys. 7a,7b) - widać wyraźne zagęszczenie wektorowego potencjału magnetycznego w centralnym obszarze ścieżek przewodzących, a nie w obszarach krawędzi komórki (jak miało to miejsce przy strukturze porowatej), co skutecznie wyznaczyła zarówno MES, jak i MR-C.



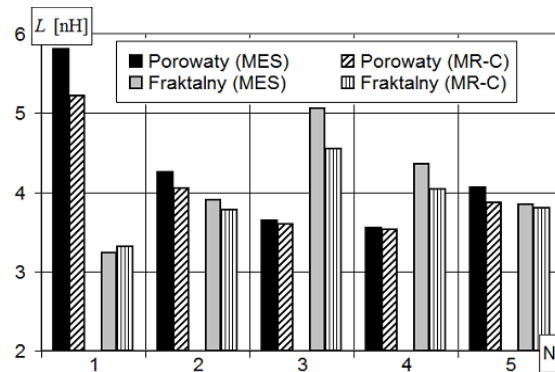
Rys. 7. Element fraktalny - względna wartość składowej A_x wariantu nr 4 a) wyniki MES, b) wyniki MR-C; względna wartość składowej A_y wariantu nr 5: c) wyniki MES; d) wyniki MR-C

Fig.7. Fractal element – relative value of A_x component in variant #4: a) FEM results, b) MR-C results; relative value of A_y component in variant #5: c) FEM results, d) MR-C results;

Zastosowanie MR-C w nawet najbardziej złożonym geometrycznie przypadku, umożliwia poprawne określenie rozkładu \mathbf{A} , gdy grubość $d_{e,z}$ jest skończona i $d_{e,z} \ll d_{e,x} \wedge d_{e,y}$.

6. INDUKCYJNOŚĆ ZASTĘPCZA ELEMENTÓW

Rozpatrywane konstrukcje elementów charakteryzują się pewnymi skupionymi parametrami obwodowymi. Korzystając z (9), na podstawie rozkładu gęstości prądu i pola magnetycznego, wyznaczyć można, np. zastępczą indukcyjność własną L komórki.



Rys. 8. Obliczone indukcyjności własne rozpatrywanych elementów
Fig.8. Self-inductances of investigated elements – calculation results

Obliczenia przeprowadzone przy użyciu MR-C są uproszczeniem rzeczywistego modelu 3D elementu Ω_e , rozwiązywanego za pomocą MES, a mimo to cechują się dużą zgodnością wyników (rys. 8). Porównując otrzymane wartości można zauważyć, że maksymalna rozbieżność między MR-C a MES wyniosła 10% (wariant nr 3 elementu fraktalnego), ale w dwóch przypadkach spadła do ok. 1% (np. wariant nr 4 elementu porowatego). Średnia wartość tej różnicy dla obu geometrii, to 4,29% i 4,85% odpowiednio dla komórki o strukturze porowatej i fraktalnej. W niemal każdym przypadku indukcyjność obliczona MR-C była mniejsza od wyznaczonej MES. W analizowanych wariantach zauważalny jest też trend zmian indukcyjności w funkcji parametrów geometrycznych, np. spadek indukcyjności od wariantu nr 1 do 4 elementu porowatego. Trend ten uchwycony został także przez algorytm MR-C.

Wartości indukcyjności elementów zawierają się w zakresie $3 \div 6$ nH. Ponieważ indukcyjność jednolitej płytki przewodzącej o wymiarach $d_{e,x} \times d_{e,y} \times d_{e,z}$ to ok. 2,8 nH (na podstawie zależności z [6]), analizowane geometrie komórek wskazują na możliwość zwiększenia indukcyjności nawet dwukrotnie (lub jej dobór w podanym zakresie), jedynie wskutek modyfikacji geometrii wewnętrznej komórek, a więc regulacji parametrów r_1, r_2, d_1, d_2, d_3 .

7. PODSUMOWANIE

Zaproponowano numeryczny, cienkowarstwowy model elektromagnetyczny struktur periodycznych, formujących dwuwymiarowe warstwy przewodzące materiałów laminarnych. Przedstawiono równania opisujące rozkład pola magnetycznego i indukcyjność własną komórek z regulowaną geometrią. Rozwiązania postawionych problemów uzyskano za pomocą MES i metody różnicowo-całkowej (MR-C). Scharakteryzowano rezultaty obliczeń otrzymane po zastosowaniu obu metod. Analizie poddano rozkład wektorowego potencjału magnetycznego i zastępczą indukcyjność dwóch geometrii komórek o różnych parametrach. Porównano dokładność MR-C w odniesieniu do MES, zidentyfikowano różnice w obu modelach 2D i 3D.

Otrzymane wyniki wskazują na precyzyjne odwzorowanie, przez model rozwiązywany MR-C, rozkładu składowych wektorowego potencjału magnetycznego w obrębie analizowanych elementów. Kosztem dokładności, metoda MR-C umożliwia sprowadzenie analizy pola magnetycznego do ograniczonej rozmiarami elementu, prostokątnej przestrzeni 2D, tym samym znacząco redukując stopień złożoności modelu oraz jego warunków brzegowych. Z kolei rozbieżności w wartościach indukcyjności, wyznaczonej na podstawie wyników z MES i MR-C, wynoszą średnio ok. 4,5%. Największe indukcyjności własne zaobserwowano dla geometrii o najcieńszych ścieżkach. Sformułowanie połowe problemu umożliwia także uwzględnienie sprzężeń indukcyjnych w obrębie elementu, które ze względu na jego rozmiary zewnętrzne, wpłyną na zastępczą indukcyjność.

Badania zostały zrealizowane w ramach pracy MB/WE/6/2017 oraz S/WE/1/2013 i sfinansowane ze środków na naukę MNiSW.

LITERATURA

1. Abramovich H.: Intelligent Materials and Structures. De Gruyter 2016.
2. Butryło B., Steckiewicz A.: Ocena termicznych właściwości dynamicznych materiałów warstwowych ze strukturą periodyczną. „Przegląd Elektrotechniczny” 2017, nr 3, s. 162-166.
3. Lazarus N., Meyer D. C., Bedair S.S.: Fractal Inductors. “IEEE Transactions On Magnetics” 2014, t. 50, no. 4.
4. Lovat G., Burghignoli P., Celozzi S.: Shielding Properties of a Wire-Medium Screen. “IEEE Transactions On Electromagnetic Compatibility” 2008, t. 50, no. 1.
5. Piątek Z., Baron B.: Exact closed form formula for self inductance of conductor of rectangular cross section. “Progress in Electromagnetics Research M” 2012, t. 26, p. 225–236.
6. Piątek Z., Baron B., Szczegielniak T., Kusiak D., Pasierbek A.: Self inductance of long conductor of rectangular cross section. “Przegląd Elektrotechniczny” 2012, nr 8, s. 323-326.
7. Shoute G., Barlage W. D., Bedair S.S.: Fractal Loop Inductors. “IEEE Transactions On Magnetics” 2015, t. 51, no. 6.
8. Sikora J.: Numeryczne metody rozwiązywania zagadnień brzegowych. Politechnika Lubelska 2011.
9. Steckiewicz A., Butryło B.: An application of PSO algorithm for multi-criteria geometry optimization of printed low-pass filters based on conductive periodic structures. “Proc. SPIE Photonics Applications in Astronomy, Communications, Industry, and High Energy Physics Experiments” 2017, t. 10445

Mgr inż. Adam Steckiewicz
Dr hab. inż. Bogusław Butryło
Politechnika Białostocka
Wydział Elektryczny
ul. Wiejska 45D
15-351 Białystok
e-mail: a.steckiewicz@doktoranci.pb.edu.pl
b.butrylo@pb.edu.pl