

W ramach realizowanego przez miesięcznik „Builder” programu „Wspieramy młodych inżynierów budownictwa” dajemy możliwość pierwszych publikacji naukowych młodym doktorantom.



**inż. Kamil Niemirski**  
Wydział Inżynierii Lądowej  
Politechnika Warszawska



**Opiekun naukowy:**  
**dr inż. Maciej Cwyl**  
Instytut Inżynierii Budowlanej  
Politechnika Warszawska

Zużyty materiał należy do głównych czynników branych pod uwagę przy ekonomicznym projektowaniu. Do sposobów na jego zaoszczędzenie, w przypadku konstrukcji stalowych, zalicza się belki otworowane. Przy odpowiednim doborze geometrii takich belek można zaoszczędzić od 20% do 50% zastosowanej stali w porównaniu do profili pełnościennych. Prócz samego mniejszego zużycia materiału zyskuje się również dodatkową przestrzeń na ciągi instalacyjne, co jednocześnie zwiększa użytkową wysokość kondygnacji.

Jednym z problematycznych aspektów podczas projektowania belek ażurowych jest analiza stateczności słupka międzyotworowego. Aktualne normy europejskie nie podają dokładnych zasad co do projektowania belek ażurowych oraz otworowanych. Bardziej powszechne metody obliczeń tego zagadnienia muszą się opierać na uproszczeniach lub współczynnikach empirycznych. Może to prowadzić do rozbieżności z dokładnymi wynikami badań laboratoryjnych lub symulacji komputerowych.

### Wyboczenie słupka

Według prenormy [1] na skutek działających poziomych sił ścinających w słupku może dojść do wyboczenia tej części belki. Nośność przy lokalnym wyboczeniu słupka między otworami wyznacza wyrażenie:

$$\frac{M_{wp,Ed}}{M_{el,Rd}} \leq C_1 \alpha - C_2 \alpha^2 - C_3 \quad \text{lecz} \quad \frac{M_{Ed}}{M_{el,Rd}} \leq 0,6 \quad (1)$$

gdzie:

$M_{wp,Ed} = 0,45 V_{wp,Ed} h_0$  – moment zginający w krytycznym przekroju środnika,

$M_{el,Rd}$  – nośność sprężysta ze względu na zginanie w krytycznym przekroju środnika,

# BELKI Z OKRĄGLYMI OTWORAMI

## część 2.

Celem artykułu jest porównanie różnych sposobów analizy nośności belki stalowej z otworami okrągłymi w aspekcie projektowania konstrukcji.

$a = \frac{p}{h_0}$  – stosunek rozstawu otworów do ich wysokości.

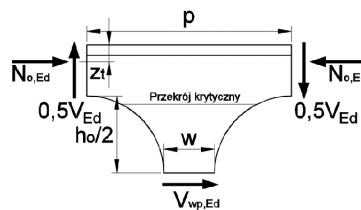
Geometryczne stałe  $C$  wylicza się ze wzorów:

$$\begin{aligned} C_1 &= 5,097 + 0,1464\beta - 0,00174\beta^2 \\ C_2 &= 1,441 + 0,0625\beta - 0,000683\beta^2 \\ C_3 &= 3,645 + 0,0853\beta - 0,00108\beta^2 \end{aligned} \quad (2)$$

$$\beta = \frac{h_0}{t_w} \quad (3)$$

Na podstawie przedstawionego wycinka z belki (rys. 1.) wartość siły poziomej oblicza się z równania równowagi momentów:

$$V_{wp,Ed} = \frac{V_{Ed} p}{h_0 - 2z_t} \quad (4)$$



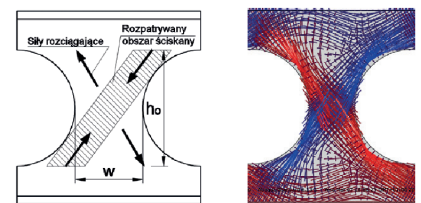
Rys. 1. Siły działające na słupku

Siła jest miarodajną wartością, na jaką trzeba sprawdzać spoiny łączące słupki. Ponadto stwarza ona dodatkowy moment zginający, który można zdefiniować jako:

$$M_{wp,Ed} = 0,45 V_{wp,Ed} h_0 \quad (5)$$

### Wyboczenie środnika

Innym podejściem jest wykorzystanie pól naprężeń, co było obszarem badań pracy Lawsona [3]. Na skutek zginania na środniku wytwarzają się obszary ściskane i rozciągane (rys. 2.)



Rys. 2. Obszar ściskany: a) koncepcja metody b) trajektoria naprężeń głównych w słupku

Na skutek sił ściskających działających na obrzeżach otworów następuje tam lokalna utrata stateczności. Uproszczenie tej metody wynika z analizy wyboczeniowej zaznaczonego ściskanego krzyżulca przy zastosowaniu metody wyznaczania nośności na wyboczenie zgodnie z PN-EN 1993-1-1 [2]. Długość krytyczną przyjmuje się zgodnie ze wzorem (6):

$$\bar{\lambda} = \frac{L_{cr}}{i} \frac{1}{\lambda_1} = \frac{0,5 \sqrt{12} \sqrt{w^2 + h_0^2}}{t_w} \frac{1}{\lambda_1} \approx \frac{1,75 \sqrt{w^2 + h_0^2}}{t_w} \frac{1}{\lambda_1} \quad (6)$$

gdzie:

$\lambda_1$  – smukłość porównawcza,  $\epsilon = \sqrt{235/f_y}$ .

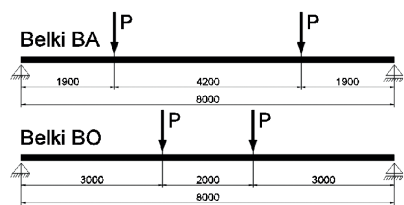
W przypadku profili walcowanych stosuje się krzywą wyboczeniową „c”, a dla profili spawanych „b”. Wyliczona w ten sposób nośność na wyboczenie słupka wynosi:

$$N_{wp,Rd} = \chi \frac{w t_w f_y}{\gamma_{M1}} \quad (7)$$

### Analiza MES

Do weryfikacji wyżej wymienionych metod posłużono się analizą MES. Do analizy wybrano swobodnie podpartą belkę wykonaną ze stali (model sprężysto-plastyczny). Przeanalizowano dwa zestawy belek. Pierwszy

zestaw belek ażurowych (BA), a drugi z dwoma pojedynczymi otworami (BO). Belki obciążono w dwóch miejscach siłą P (rys. 3.).



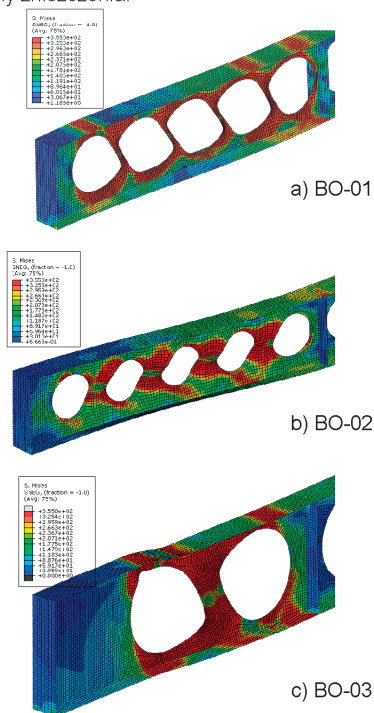
Rys. 3. Schematy statyczne do modelu MES dla belek ażurowych BA oraz belek otworowanych BO, wymiary w mm

Użyto 8-węzłowych elementów powłokowych. W celu wyeliminowania efektów zwichrzenia belki zablokowano jej przesuw pasa górnego. Do obliczenia maksymalnej siły użyto analizy nieliniowej uwzględniającej nieliniowość geometryczną. Dodatkowo zaimplementowano imperfekcje poprzez przyrównanie geometrii do postaci wyoboczeniowej belki.

Jako obciążenie maksymalne przyjmuje się  $P_{MES}$  – obciążenia maksymalne poszczególnych metod analizy wyznaczone są dla siły  $P_{MAX}$ , dla której dana nośność osiąga swoje maksimum.

### Belka ażurowa

Wszystkie belki ażurowe zniszczyły się wskutek wyoboczenia słupków, co potwierdzają również maksymalne siły  $P_{MAX}$  (tab. 1.). W przypadku warunku nośności z normy ENV1993-1-1:A2 różnica względna wynosi 14% dla belki BA-01 oraz 3% i 6% kolejno dla BA-2 oraz BA-3. Na rys. 4. przedstawiono formy zniszczenia.

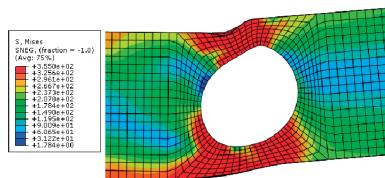


Rys. 4. Zniszczenie belek

### Belka otworowana

W celu dokładniejszego zbadania zniszczenia Vierendeela przeanalizowano belki o charakterystykach takich jak w tabeli 2., z pojedynczymi otworami. Schemat obciążenia przedstawiono na rys. 3.

Najbardziej zbliżone wyniki PMES występują dla metody Chunga. Wygląd samego zniszczonego fragmentu objawia się w charakterystyczny sposób (rys. 5.).



Rys. 5. Mechanizm Vierendeela dla BO-01

### Wnioski

- Proponuje się, aby podstawowe zasady analizy belek otworowanych zostały opisane w aktualnych normach.
- Metody interakcji M-N oraz w prenormie ENV, sprawdzające nośność ze względu na zniszczenie Vierendeela, prezentują zachowawcze wyniki.
- Najbardziej zbliżone wyniki co do zniszczenia wskutek mechanizmu Vierendeela prezentuje metoda podana przez Chunga.
- Metoda z prenormy ENV, opisująca utratę stateczności, daje zbliżone wyniki w porównaniu do MES, choć zaleca się potwierdzenie doświadczalne.
- Metoda pól naprężeń do oceny stateczności środka daje bardziej zaniżone nośności. Należałoby zaproponować bardziej uszczegółowione rozwiązanie ze względu na złożony stan naprężeń w środku. ■

DOI: 10.5604/01.3001.0013.2441

### Bibliografia

- [1] Eurocode 3, Design of steel structures: Part 1-1: General rules and rules for buildings, 1992, and Amendment A2 of Eurocode 3: Annex N 'Openings in webs', London, UK: British Standards Institution, ENV 1993-1-3, 1998.
- [2] PN-EN 1993-1-1 Eurokod 3. Projektowanie konstrukcji stalowych. Część 1-1: Reguły ogólne i reguły dla budynków.
- [3] Lawson R.M., LIM J., HICKS S.J. and SIMMS W.I., Design of composite asymmetric cellular beams and beams with large web openings, "Journal of Constructional Steel Research", Vol. 62, No.6, June 2006, pp. 614-629.

**Streszczenie:** Celem artykułu jest porównanie różnych sposobów analizy nośności belki stalowej z otworami okrągłymi w aspekcie projektowania konstrukcji. Zwrócono uwagę na model zniszczenia związany z mechanizmem Vierendeela oraz utratą stateczności słupka międzyotworowego. W pierwszym modelu porównano trzy metody analizy, a drugim dwie. Otrzymane wyniki metod porównano z wynikami MES dla dwóch zestawów belek – belek ażurowych i z pojedynczymi otworami.

**Słowa kluczowe:** belki otworowane, belki ażurowe, belki stalowe, Vierendeel

### ABSTRACT: MODELING AND ANALYSIS STEEL BEAM WITH CIRCULAR OPENINGS

Second part of this article shows known ways to analyze web-post buckling of steel beams with circular openings. Theoretical methods of analyzing such beam capacity were compared with results of FEM for two types of beams – cellular beams and beams with single openings.

**Key words:** beam with openings, cellular beam, steel beam, Vierendeel, opening

Tab. 1. Siły maksymalne dla poszczególnych metod w porównaniu do wyników MES

| Zniszczenie                | Nośność           | $P_{MAX}$ [kN] |      |       |
|----------------------------|-------------------|----------------|------|-------|
|                            |                   | BA-01          | BA-2 | BA-3  |
| Mech. Vierendeela          | M-N               | 140            | 150  | 134   |
|                            | ENV               | 138            | 151  | 105   |
|                            | Chung             | 167            | 175  | 163   |
| Utrata stateczności słupka | SCI               | 66             | 134  | 164   |
|                            | Pola napr.        | 60             | 115  | 90    |
| MES                        | PMES              | 77             | 130  | 154   |
|                            | Forma zniszczenia | C              | C    | B i C |

A – Uplastycznienie przekroju, B – mechanizm Vierendeela, C – Utrata stateczności słupka

Tab. 2. Porównanie sił z analizowanych metod z wynikami MES dla belek otworowanych

| Zniszczenie       | Nośność | $P_{MAX}$ [kN] |       |       |
|-------------------|---------|----------------|-------|-------|
|                   |         | BO-01          | BO-02 | BO-03 |
| Mech. Vierendeela | M-N     | 112            | 116   | 110   |
|                   | ENV     | 106            | 111   | 89    |
|                   | Chung   | 129            | 129   | 135   |
| MES               | PMES    | 138            | 132   | 153   |