

Piotr ŁEBKOWSKI\*, Krzysztof KWAŚNIEWSKI\*\*, Michał KOPACZ\*\*\*, Paweł GRZESIAK\*\*\*\*,  
Radosław KAPŁAN\*\*\*\*\*

## Modele Data Envelopment Analysis (DEA) wykorzystywane do oceny efektywności energochemicznego przetwórstwa węgla

STRESZCZENIE: Artykuł skupia się na problematyce związanej z oceną efektywności technologii energetycznych wykorzystujących paliwa kopalne. Zaprezentowano w nim metodę oceny opierającą się na modelach Data Envelopment Analysis, należąca do nieparametrycznych metod oceny efektywności. Modele DEA na przestrzeni ostatnich lat zyskały dużą popularność w szeroko rozumianym przemyśle energetycznym. Wraz ze wzrostem popularności rosną także ich możliwości. W ostatnich latach w literaturze światowej można było zaobserwować liczne artykuły poświęcone nowym modelom DEA opracowanym właśnie na potrzeby przemysłu energetycznego. Najbardziej zaawansowane metody, dedykowane ocenie energochemicznego przetwórstwa węgla, pozwalają kalkulować efektywność z punktu widzenia wielu nakładów energetycznych (węgiel, ropa, gaz itp.) oraz nieenergetycznych (koszty, nakłady, wielkość zatrudnienia itp.), przy jednoczesnym uwzględnieniu zarówno rezultatów pożądanych (moc, zyski itp.), jak i niepożądanych (gazy cieplarniane, ścieki, odpady itp.). Podejście takie pozwala na uzyskanie zunifikowanego współczynnika efektywności oraz wskazanie obiektów efektywnych względem ocenianej grupy. Oprócz wskazania obiektów efektywnych, modele DEA proponują także dla obiektów nieefektywnych technologię wzorcową, która stanowi zbiór najbliższych technologicznie obiektów efektywnych, na których powinna wzorować się dana jednostka. Informacje uzyskane z analizy pozwalają osobom odpowie-

---

\* Dr hab. inż. – AGH Akademia Górniczo-Hutnicza, Wydział Zarządzania, Katedra Badań Operacyjnych i Technologii Informatycznych, Kraków.

\*\* Dr inż., \*\*\*\* Mgr inż. – AGH Akademia Górniczo-Hutnicza, Wydział Zarządzania, Katedra Zarządzania w Energetyce, Kraków.

\*\*\* Dr inż. – Instytut Gospodarki Surowcami Mineralnymi i Energią PAN, Kraków.

działnym za kreowanie strategii danej jednostki na podjęcie optymalnych decyzji w celu poprawy efektywności. Niniejszy artykuł stanowi przegląd stosowanych modeli.

SŁOWA KLUCZOWE: DEA, analiza obwiedni danych, ocena efektywności, czyste technologie węglowe, zgazowanie węgla

## Wprowadzenie

Dobór optymalnej metody oceny efektywności technologii uwzględniającej wiele kryteriów decyzyjnych od dawna stanowił duży problem o charakterze naukowym. Wraz z rozwojem coraz to nowszych technologii, przy rosnących obostrzeniach środowiskowych, rozwiązanie tego problemu staje się kluczowym elementem w procesie decyzyjnym.

Potrzeba opracowania wielokryterialnej metodyki oceny efektywności technologii szczególnie widoczna jest na przykładzie szeroko rozumianego przetwórstwa węgla w Polsce. W przemyśle tym, z jednej strony mamy nierentowne kopalnie, przestarzałe bloki energetyczne oraz inne instalacje energochemicznego przetwórstwa węgla niespełniające coraz to ostrzejszych norm środowiskowych. Z drugiej strony obserwuje się rozwój tak zwanych czystych technologii węglowych, układów sekwestracji CO<sub>2</sub> czy też instalacji naziemnego, jak i podziemnego zgazowania węgla. Na to wszystko nakłada się obecna sytuacja geopolityczna, której dynamika dodatkowo utrudnia proces decyzyjny związany z oceną efektywności poszczególnych technologii.

W literaturze poświęconej badaniu efektywności wyróżnia się parametryczne (ekonometryczne) i nieparametryczne podejścia do analizy efektywności. Podejście parametryczne opiera się na znanej z teorii mikroekonomii funkcji produkcji, określającej zależności między nakładami a efektami. Parametry tej funkcji ustala się za pomocą klasycznych narzędzi estymacji ekonometrycznej. Nieparametryczne podejście do analizy efektywności polega na budowie modeli, w których nie wymaga się uporządkowanych parametrów w relacjach wiążących nakłady i rezultaty. Modele te opierają się na metodach programowania liniowego, a ich przedstawicielem jest Data Envelopment Analysis (DEA) (Guzik 2009).

Metody Data Envelopment Analysis (DEA) są procedurami ustalania efektywności technologicznej obiektów. Za ich pomocą badano np.: banki oraz instytucje finansowe, gospodarstwa rolne, instytucje ubezpieczeniowe, instytucje edukacyjne, instytucje wojskowe, instytucje kulturalne, szpitale, firmy turystyczne, hotelarskie, rekreacyjne, wymiar prawa, rankingi firm, spółki giełdowe itp. Jej autorzy Charnes, Cooper i Rhodes, bazując na koncepcji produktywności sformułowanej przez Debreu i Farrella – definiującej miarę produktywności jako iloraz pojedynczego wyniku (efektu) i pojedynczego nakładu – zastosowali ją do sytuacji, w której dysponujemy więcej niż jednym nakładem i więcej niż jednym efektem (Cooper i in. 2007). DEA koncentruje się na badaniu relacji pomiędzy poziomami wielu nakładów i wielu efektów, pozwalając na ustalenie krzywej efektywności. Badane obiekty (rozwiązania, projekty) uważa się za efektywne technologicznie, jeżeli znajdują się na krzywej efektywności; natomiast znajdujące się poza krzywą efektywności – są nieefektywne technologicznie (Charnes i in. 2000). Finalnie pozwala to na analizę wielu możliwych konfiguracji technologicznych, wskazując spośród nich rozwiąza-

nia efektywne, a w przypadku rozwiązań nieefektywnych mogą one zidentyfikować przyczyny nieefektywności, a także rozwiązania wzorcowe.

Oznaczenia użyte w tym artykule zawiera tabela 1.

TABELA 1. Wykaz ważniejszych oznaczeń

TABLE 1. List of major designations

$R$	liczba rezultatów,
$r$	$r$ -ty rezultat,
$N$	liczba nakładów,
$n$	$n$ -ty nakład,
$Q$	liczba nakładów energetycznych,
$q$	$q$ -ty nakład energetyczny,
$F$	liczba niepożądanych rezultatów,
$f$	$f$ -ty niepożądany rezultat,
$K$	liczba analizowanych obiektów,
$k$	$k$ -ty obiekt,
$j$	$j$ -ty obiekt,
$u_{rj}$	zmienna decyzyjna; waga $r$ -tego rezultatu z punktu widzenia badanego obiektu $j$ -tego,
$v_{nj}$	zmienna decyzyjna; waga $n$ -tego nakładu z punktu widzenia badanego obiektu $j$ -tego,
$\lambda_{kj}$	zmienna decyzyjna; waga $k$ -tego obiektu z punktu widzenia badanego obiektu $j$ -tego,
$x_j = [x_{nj}]_{n=1, \dots, N}$	wektor nakładów obiektu $j$ -tego,
$e_j = [e_{qj}]_{q=1, \dots, Q}$	wektor nakładów energetycznych obiektu $j$ -tego,
$y_j = [y_{rj}]_{r=1, \dots, R}$	wektor rezultatów uzyskanych w obiekcie $j$ -tym,
$g_j = [g_{rj}]_{r=1, \dots, R}$	wektor pożądaných rezultatów uzyskanych w obiekcie $j$ -tym,
$b_j = [b_{fj}]_{f=1, \dots, F}$	wektor niepożądanych rezultatów uzyskanych w obiekcie $j$ -tym,
$\theta_j$	mnożnik nakładów obiektu $j$ -tego,
$E_j$	efektywność obiektu $j$ -tego,
$T$	technologia obiektu,
$d_n^x, d_q^{e+}, d_q^{e-}, d_r^g, d_f^b$	luzy wynikające z niedoborów lub nadwyżek poszczególnych nakładów i rezultatów.

## 1. Podstawowe informacje o modelach DEA (Data Envelopment Analysis)

Ocena efektywności dokonywana jest zazwyczaj za pomocą pewnego wskaźnika efektywności, który porównując nakłady danego obiektu z jego rezultatami, pozwala ocenić umiejętność (sprawność) obiektu w przekształcaniu nakładów w efekty oraz pozwala uszeregować obiekty ze względu na tę sprawność. W szczególności można założyć, że wskaźnik efektywności:

- ◇ będzie unormowany w przedziale  $[0;1]$ ,
- ◇ będzie porządkował obiekty tak, że jego wyższa wartość oznacza wyższą efektywność,
- ◇ będzie określał przynajmniej efektywność względną obiektu w badanym zbiorze obiektów.

Wskaźnik efektywności obiektu rozumiany jest zazwyczaj jako iloraz przyrównujący rezultaty uzyskane przez obiekt do poniesionych przezeń nakładów.

$$E = \frac{\text{rezultaty}}{\text{nakłady}} \quad (1)$$

Aby uniknąć arbitralnego doboru poszczególnych wag dla nakładów i rezultatów, Charnes (Charnes i in. 1978) stworzył model optymalizacyjny CCR (Charnes, Cooper Rhodes), za pomocą którego można uzyskać optymalny zestaw wag dla poszczególnych obiektów. Otrzymane jest to poprzez maksymalizację ilorazu rezultatów do nakładów dla danego obiektu przy założeniu, że ilorazy dla pozostałych obiektów nie są większe niż 1. Zagadnienie to może być przełożone na równorzędny problem programowania linowego (Tyteca 1997):

### Model I

$$\max \sum_{r=1}^R u_{rj} y_{rj} \quad (2)$$

przy ograniczeniach:

$$\sum_{r=1}^R u_{rj} y_{rk} - \sum_{n=1}^N v_{nj} x_{nk} \leq 0, \quad k = 1, 2, \dots, K \quad (3)$$

$$\sum_{n=1}^N v_{nj} x_{nj} = 1 \quad (4)$$

$$u_r \geq 0, \quad r = 1, 2, \dots, R \quad (5)$$

$$v_n \geq 0, \quad n = 1, 2, \dots, N \quad (6)$$

Funkcja celu (2) przedstawia maksymalizację wag obiektu  $j$ -tego. Warunek (3) zapewnia, że dla każdego obiektu ważona suma jego rezultatów dla wag jednostkowych obiektu  $j$ -tego, nie przekracza ważonej sumy jego nakładów dla wag jednostkowych obiektu  $j$ -tego. Natomiast warunek (4) odpowiada za to, żeby ważona suma nakładów  $j$ -tego obiektu była równa 1.

Efektywność poszczególnych obiektów można uzyskać poprzez rozwiązanie  $K$  takich modeli. Pomimo liniowości powyższego modelu, efektywność najczęściej jest obliczana poprzez rozwiązanie jego dualnej postaci (Cooper i in. 2007).

## Model II

$$E_j = \min \theta \quad (7)$$

przy ograniczeniach:

$$\sum_{k=1}^K x_{nk} \lambda_k \leq \theta x_{nj}, \quad n = 1, 2, \dots, N \quad (8)$$

$$\sum_{k=1}^K y_{rk} \lambda_k \geq y_{rj}, \quad r = 1, 2, \dots, R \quad (9)$$

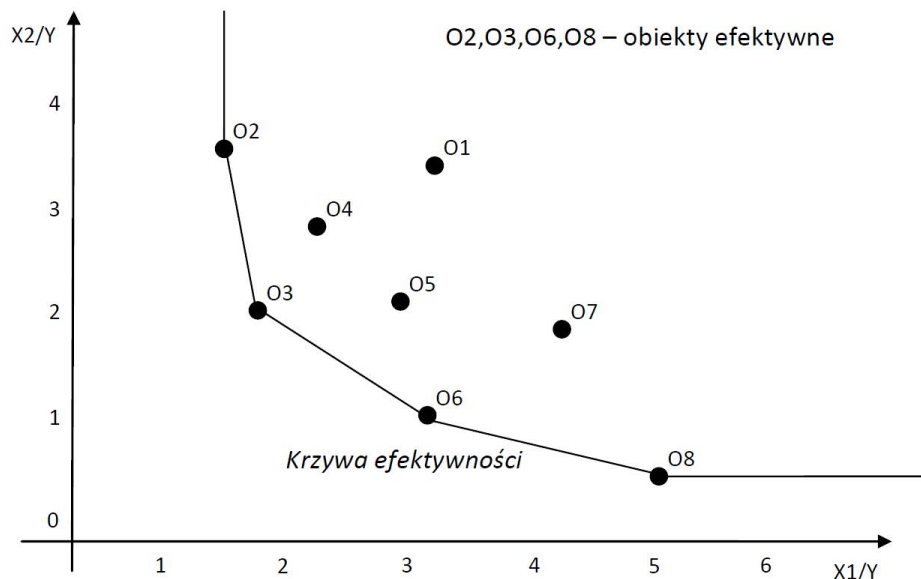
$$\lambda_k \geq 0, \quad k = 1, 2, \dots, K \quad (10)$$

Funkcja celu (7) przedstawia minimalizację mnożnika poziomu nakładów. Warunek (3) zapewnia, że nakłady technologii wspólnej zbioru obiektów są mniejsze bądź równe możliwie najmniejszej części nakładów poniesionych przez obiekt  $j$ -ty. Z kolei według warunku (9) rezultaty technologii wspólnej zbioru obiektów są większe bądź równe rezultatom obiektu  $j$ -tego.

Efektywność technologiczna, którą możemy uzyskać z analizy przy pomocy modelu CCR to skuteczność (sprawność) przekształcenia nakładów w rezultaty. Z dwóch obiektów różniących się przynajmniej pod względem wielkości jednego nakładu lub jednego rezultatu, efektywniejszy jest ten, który przy nie większych od drugiego nakładach, uzyskuje nie mniejsze rezultaty (przy czym jedna z tych nierówności jest ostra) (Guzik 2009).

Finalnie metoda DEA pozwala na ustalenie krzywej efektywności (nazywanej również graniczną krzywą produkcji – *production frontier*) (rys. 1) oraz podział obiektów na te, które znajdują się na wyznaczonej krzywej (obiekty efektywne) oraz te poza nią (obiekty nieefektywne) (Cooper i in. 2007).

Dzięki takiemu podejściu DEA może dla obiektów nieefektywnych wskazać obiekty wzorcowe, czyli najbliższe obiekty znajdujące się na krzywej. Efektywność obiektu w metodzie DEA jest mierzona względem innych obiektów z badanej grupy.



Rys. 1. Krzywa efektywności dla przypadku z dwoma nakładami ( $X_1$ ,  $X_2$ ) i jednym rezultatem ( $Y$ )  
 Źródło: opracowanie własne

Fig. 1. The efficiency curve for the case of two inputs ( $X_1$ ,  $X_2$ ) and one result ( $Y$ )

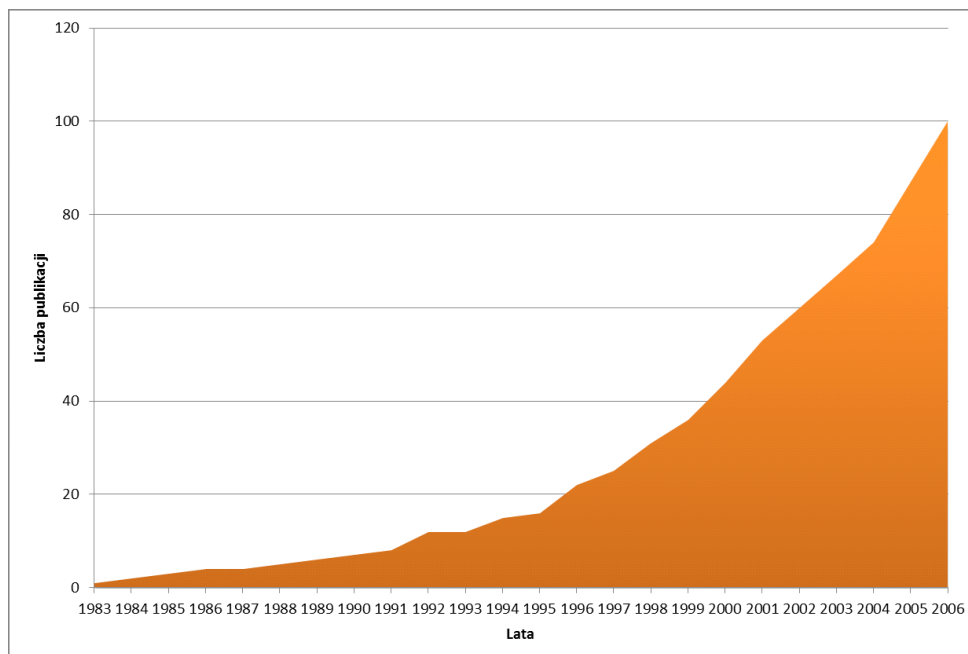
## 2. Zainteresowanie przemysłu energetycznego metodą DEA

Od momentu powstania DEA doczekała się różnych modyfikacji i bogatej bibliografii. Wynikało to z konieczności adaptacji metody do coraz szerszego zakresu zastosowań. Według raportu Centrum Badań Operacyjnych Uniwersytetu Rutgers (ang. *Center for Operations Research* (RUTCOR)) (Tavares 2002), podsumowującego badania z wykorzystaniem DEA w latach 1978–2002 powstało 3 200 publikacji (18 000 stron materiału) dotyczących tej metody. Na prace te składa się m.in. 50 wydawnictw książkowych i 171 doktoratów. Według bazy danych tworzonej w Instytucie Gospodarki Uniwersytetu w Rostocku, do 2007 roku, istniało już ponad 5 000 pozycji literaturowych dotyczących tej tematyki.

Na przestrzeni lat metody z grupy DEA zyskały dość dużą popularność także w przemyśle. Przykładem może być tu praca P. Zhou (Zhou i in. 2007) prezentująca przegląd ponad 100 przykładów zastosowań metod DEA w przemyśle energetycznym na przestrzeni lat 1983–2006 (rys. 2).

Wzrost liczby zastosowań metod DEA do oceny projektów energetycznych powiązany może być z reformami sektora energetycznego w wielu krajach i wynikającej z tego konieczności dysponowania odpowiednimi narzędziami oceny wdrażanych ulepszeń.

Jednym z najczęściej analizowanych za pomocą DEA problemów przemysłu energetycznego jest ocena wpływu technologii na środowisko. Wynika to z coraz większej troski o środowisko przyrodnicze oraz z zalet metod DEA, które mogą dostarczać standaryzowanych wskaźników



Rys. 2 Wzrost liczby publikacji dotyczących zastosowania DEA w przemyśle energetycznym  
 Źródło: opracowanie własne na podstawie Zhou i in. 2007

Fig. 2. The increase in the number of publications on the use of DEA in the energy industry

efektywności środowiskowej. Na przestrzeni lat narzędzie to było wykorzystywane do oceny środowiskowej na poziomie firm (Tyteca 1996, 1997), ale także na poziomie makro (kraj, region) ze szczególnym zainteresowaniem emisją ditlenku węgla (Zaim i Taskin 2000; Ramanathan 2005).

W Polsce pierwsza praca na temat wykorzystania DEA w ocenie eko-efektywności pochodzi z 2011 roku i była realizowana w ramach projektu nr POIG.01.03.01-00-091/08 pt. „Opracowanie modelu oceny efektywności technologii zrównoważonego rozwoju” (Kleiber red. 2011).

Ponadto DEA była również wykorzystywana do analizy efektywności między innymi: ciepłowni (Raczka 2001), producentów gazu i ropy (Thompson 1992) oraz wydobywania węgla (Byrnes i in. 1984; Kulshreshtha i Parikh 2002).

### 3. Osiągnięcia dotychczasowych badań

Jednym z ważniejszych aspektów poruszanych w pracach związanych z oceną energochemicznego przetwórstwa węgla jest zagadnienie dyspozycyjności nakładów czy rezultatów (zdolność jednostki decyzyjnej do dowolnego dysponowania poziomem nakładów lub rezultatów). W tradycyjnych modelach DEA (włącznie z modelem CCR) zakłada się, że nakłady i rezultaty

są dyspozycyjne. Innymi słowy, technologia  $T$  rozumiana jako wektor nakładów i rezultatów danego obiektu jest referencyjna, gdy spełniony jest warunek: jeżeli  $(x,y) \in T$  i  $x' \geq x$  to  $(x',y) \in T$ , gdzie  $x'$  jest rozumiany jako większy nakład w stosunku do nakładu  $x$ . Ten warunek w rzeczywistym procesie produkcyjnym nie zawsze może być spełniony. Przykładem może być tu właśnie energochemiczne przetwórstwo węgla, gdzie z produkcją pożądaných rezultatów takich jak np. chemikalia, energia elektryczna związane jest wytwarzanie niechcianých rezultatów, takich jak gazy cieplarniane. W takim przypadku redukcja niechcianých rezultatów wiąże się z redukcją rezultatów pożądaných lub kosztowną zmianą technologii. Dlatego w takich przypadkach zastosowanie silnej dyspozycyjności rezultatów (nakładów) wydaje się być niewłaściwe.

Jedną z metod uwzględniania niechcianých rezultatów bazuje na koncepcji słabej i silnej dyspozycyjności w technologii referencyjnej zaproponowanej przez Fare (1989). Technologia referencyjna, uwzględniająca słabą dyspozycyjność, zwana też środowiskową technologią DEA, może być opisana w następujący sposób (Fare i Grosskopf 2004):

$$T_e = \left\{ \begin{array}{l} (x, y, u) : \sum_{k=1}^K x_{nk} \lambda_k \leq x_n, \quad n = 1, 2, \dots, N \\ \sum_{k=1}^K g_{rk} \lambda_k \geq g_r, \quad m = 1, 2, \dots, M \\ \sum_{k=1}^K b_{fk} \lambda_k = b_f, \quad j = 1, 2, \dots, J \\ \lambda_k \geq 0, \quad k = 1, 2, \dots, K \end{array} \right. \quad (11)$$

Różnica pomiędzy pierwotną technologią i technologią polega na tym, że redukcja tylko niechcianých rezultatów jest niemożliwa, natomiast dopuszczalna jest proporcjonalna redukcja chcianých i niechcianých rezultatów.

Większość opracowań, w których posłużono się metodą DEA do oceny efektywności projektów energetycznych, zakładało silną dyspozycyjność nakładów, dążąc do ich minimalizacji. Natomiast rozróżnienie na słabą i silną dyspozycyjność nakładów napotkać można na przykład w ocenie przeciążenia nakładów, którą zaproponowali Byrnes, Fare i Grosskopf w 1984 roku (Byrnes i in. 1984).

W zakresie dyspozycyjności rezultatów ciągle najczęściej stosowaną jej postacią jest silna dyspozycyjność. Niemniej jednak podział na silną i słabą dyspozycyjność rezultatów zaczyna pojawiać się również coraz częściej w opracowaniach związanych z oceną środowiskową (Fare i in. 1996; Tyteca 1997; Zaim 2004). W pracach tych słaba dyspozycyjność przypisywana jest przeważnie do rezultatów związanych z emisją gazów cieplarnianých. Ponadto wspólną cechą tych opracowań jest fakt, że zarówno pożądanę, jak i niepożądanę rezultaty są rozważane jednocześnie. W takich przypadkach środowiskowe DEA (ang. *environmental DEA*) jest szczególnie atrakcyjne, ponieważ dzięki odpowiednio dopasowanym modelom można lepiej opisać realne procesy produkcyjne.

W analizowanych na potrzeby tego artykułu opracowaniach uwzględnianie niepożądaných rezultatów można ogólnie podzielić na dwa sposoby:

- ✧ pierwszy zakłada traktowanie takich zmienných jak nakłady. To podejście wynika z założenia, że zarówno nakłady, jak i niechciane rezultaty są przyczyną wzrostu kosztów danego



obiekty, przez co obiekt dąży do ich zminimalizowania (Cropper i Oates 1992). Innymi słowy, zakłada się całkowitą dyspozycyjność niepożądanych rezultatów (np. mogą one zostać zredukowane przez proste decyzje zarządcze);

- ✧ drugie podejście zakłada traktowanie niepożądanych rezultatów jako rezultatów o słabej dyspozycyjności (Fare i in. 1989). Oznacza to, że redukcja niepożądanych rezultatów może być osiągnięta tylko poprzez redukcję wielkości produkcji.

W kwestii korzyści skali (ang. *Returns-to-Scale*: RTS) około połowa napotkanych opracowań korzysta ze stałych efektów skali (ang. *Constant Returns-to-Scale*: CRS), chociaż według niektórych autorów – jak na przykład Ramanathana (Ramanathan 2003) – zmienne efekty skali (ang. *Variabal Returns-to-Scale*: VRS) byłyby bardziej odpowiednie, gdyż realniej oddają analizowany proces. Wy tłumaczeniem częstszego wykorzystywania CRS może być fakt, iż ukierunkowany na rezultat radialny pomiar efektywności jest odwrotnością ukierunkowanego na nakład – radialnego modelu, przy założonych stałych efektach skali. W rezultacie, wybór pomiędzy modelem ukierunkowanym na rezultat, czy nakład staje się nieistotny. Innym wytłumaczeniem może być dość często stosowany – do porównywania zmian efektywności w czasie – indeks Malmquist (ang. *Nonparametric Malmquist Productivity Index*), który bazuje właśnie na stałych efektach skali (Førsund i Kittelsen 1998). W większości opracowań były wykorzystywane modele zarówno ze stałymi, zmiennymi, jak i niewzrastającymi efektami skali (ang. *Not Increasing Returns-to-Scale*: NIRS). Pozwala to na wyciągnięcie wniosków dla każdego obiektu odnośnie do właściwości związanych z nim korzyści skali (Ramanathan 2003).

W najnowszych opracowaniach, dotyczących oceny efektywności procesów energochemicznego przetwórstwa paliw kopalnianych, stosowane jest podejście, w którym oceniany proces traktowany jest jako obiekt, który produkuje rezultaty pożądane (energia elektryczna, chemikalia, ciepło, paliwa itp.) i niepożądane ( $CO_2$ , ścieki i inne zanieczyszczenia) poprzez konsumpcje nakładów energetycznych (węgiel, gaz, ropa) i nieenergetycznych (praca, chemikalia, nakłady inwestycyjne, grunty itp.). Podejście takie pozwala na ocenę zarówno efektywności operacyjnej dla pożądanych rezultatów, jak i efektywności środowiskowej dla niepożądanych rezultatów ze szczególnym uwzględnieniem głównej grupy nakładów. Pomiar taki można określić mianem zunifikowanej efektywności (ang. *unified efficiency*) (Sueyoshi i Goto 2010).

Jednym z modeli pozwalającym na obliczenie zunifikowanej efektywności jest model III zaproponowany przez Zhou i Anga (Zhou i Ang 2008):

### Model III

$$E_j = \min \theta_j \quad (12)$$

przy ograniczeniach:

$$\sum_{k=1}^K x_{nk} \lambda_{kj} \leq x_{nj}, \quad n = 1, 2, \dots, N \quad (13)$$

$$\sum_{k=1}^K e_{qk} \lambda_{kj} \leq \theta_j e_{qj}, \quad q = 1, 2, \dots, Q \quad (14)$$

$$\sum_{k=1}^K g_{rk} \lambda_{kj} \geq g_{rj}, \quad r = 1, 2, \dots, R \quad (15)$$

$$\sum_{k=1}^K b_{fk} \lambda_{kj} = b_{fj}, \quad f = 1, 2, \dots, F \quad (16)$$

$$\lambda_{kj} \geq 0, \quad k = 1, 2, \dots, K \quad (17)$$

Funkcja celu (12) przedstawia minimalizację mnożnika poziomu nakładów. Warunek (13) zapewnia, że nakłady technologii wspólnej zbioru obiektów są mniejsze bądź równe nakładom poniesionym przez obiekt  $j$ -ty. Z kolei według warunku (14) nakłady energetyczne technologii wspólnej zbioru obiektów są mniejsze bądź równe możliwie najmniejszej części nakładów energetycznych poniesionych przez obiekt  $j$ -ty. Warunek (15) zapewnia, że rezultaty technologii wspólnej zbioru obiektów są większe bądź równe rezultatom obiektu  $j$ -tego. Natomiast według warunku (16), rezultaty niepożądane technologii wspólnej zbioru obiektów są równe rezultatom niepożądanym obiektu  $j$ -tego.

Model III jest rozwinięciem podstawowego radialnego modelu CCR o stałych efektach skali. Różnica polega na wzbogaceniu podstawowego modelu o podział nakładów na energetyczne i nieenergetyczne, przy czym efektywność badana jest względem nakładów energetycznych. Ponadto, model ten dokonuje separacji rezultatów na pożądane i niepożądane, zakładając brak dyspozycyjności tej drugiej grupy.

Zhou i Ang (2008) rozwinęli powyższy model, rozbudowując go o pomiar efektywności dla poszczególnych nakładów energetycznych (model IV). Efektywność jest mierzona tutaj jako średnia z efektywności nakładów energetycznych, co zbliża ten model do koncepcji nieradialnej efektywności zaproponowanej przez Russella (1985). Dzięki swojemu nieradialnemu podejściu, technika ta pozwala na zwiększenie tylko części nakładów energetycznych na rzecz zmniejszenia innych w celu osiągnięcia pełnej efektywności. W przypadku, gdy mamy do czynienia tylko z jednym nakładem energetycznym – model IV stanie się równorzędnym z modelem III.

#### Model IV

$$E_j = \min \frac{\sum_{q=1}^Q \theta_{jq}}{Q} \quad (18)$$

przy ograniczeniach:

$$\sum_{k=1}^K x_{nk} \lambda_{kj} \leq x_{nj}, \quad n = 1, 2, \dots, N \quad (19)$$

$$\sum_{k=1}^K e_{qk} \lambda_{kj} \leq \theta_{jq} e_{qj}, \quad q = 1, 2, \dots, Q \quad (20)$$

$$\sum_{k=1}^K g_{rk} \lambda_{kj} \geq g_{rj}, \quad r = 1, 2, \dots, R \quad (21)$$

$$\sum_{k=1}^K b_{fk} \lambda_{kj} = b_{fj}, \quad f = 1, 2, \dots, F \quad (22)$$

$$\lambda_{kj} = 0, \quad k = 1, 2, \dots, K \quad (23)$$

Funkcja celu (18) przedstawia minimalizację średniej mnożników poziomu poszczególnych nakładów. Warunek (19) zapewnia, że nakłady technologii wspólnej zbioru obiektów są mniejsze bądź równe nakładom poniesionym przez obiekt  $j$ -ty. Z kolei według warunku (14) nakłady energetyczne technologii wspólnej zbioru obiektów są mniejsze bądź równe możliwie najmniejszej części nakładów energetycznych poniesionych przez obiekt  $j$ -ty. Warunek (15) zapewnia, że rezultaty technologii wspólnej zbioru obiektów są większe bądź równe rezultatom obiektu  $j$ -tego. Natomiast według warunku (16) rezultaty niepożądane technologii wspólnej zbioru obiektów są równe rezultatom niepożądanym obiektu  $j$ -tego.

Opisane modele III i IV pozwalają na ocenę zunifikowanej efektywności, ale ocena ta nie jest pozbawiona wad. Jedną z nich jest fakt, że efektywność jest zdeterminowana głównie przez nakłady energetyczne. Ponadto, niepożądane rezultaty są zablokowane na stałych wartościach, przez co nie można wziąć pod uwagę ich zmiany w ocenie efektywności.

Próbie zbudowania modelu, który byłby pozbawiony wymienionych ograniczeń, podjęli w swoich pracach Sueyoshi i Goto (Sueyoshi i Goto 2010; Sueyoshi i in. 2009). Zaproponowali oni dwie możliwości rozwiązania problemu pożądanym i niepożądanym rezultatów. Pierwsze podejście zakłada rozwiązanie dwóch nieradialnych modeli dla obu typów rezultatów, natomiast w drugim podejściu (model V) zaproponowali rozwiązanie jednego modelu nieradialnego z separacją nakładów i rezultatów.

### Model V

$$\max \sum_{n=1}^N R_n^x d_n^x + \sum_{q=1}^Q R_q^e (d_q^e + d_q^{e-}) + \sum_{r=1}^R R_r^g d_r^g + \sum_{f=1}^F R_f^b d_f^b \quad (24)$$

przy ograniczeniach:

$$\sum_{k=1}^K x_{nk} \lambda_k + d_n^x = x_{nj}, \quad n = 1, 2, \dots, N \quad (25)$$

$$\sum_{k=1}^K e_{qk} \lambda_k - d_q^{e^+} + d_q^{e^-} = e_{qj}, \quad q = 1, 2, \dots, Q \quad (26)$$

$$\sum_{k=1}^K g_{rk} \lambda_k - d_r^g = g_{rj}, \quad r = 1, 2, \dots, R \quad (27)$$

$$\sum_{k=1}^K b_{fk} \lambda_k + d_f^b = b_{fj}, \quad f = 1, 2, \dots, F \quad (28)$$

$$\sum_{k=1}^K \lambda_k = 1 \quad (29)$$

$$\begin{aligned} \lambda_{kj} &\geq 0, (k = 1, 2, \dots, K), & d_f^b &\geq 0 (f = 1, 2, \dots, F) \\ d_n^x &\geq 0, (n = 1, 2, \dots, N), & d_q^{e^+} &\geq 0 (q = 1, 2, \dots, Q) \\ d_q^{e^-} &\geq 0 (q = 1, 2, \dots, Q), & d_r^g &\geq 0 (r = 1, 2, \dots, R) \end{aligned} \quad (30)$$

Funkcja celu (24) przedstawia maksymalizację sumy ważonej nadwyżek i niedoborów (luzów) pomiędzy technologią analizowanego obiektu a technologią wspólną zbioru obiektów, przy założeniu następujących wag:

$$R_n^x = \frac{1}{[(N + Q + R + F)(\bar{x}_n - \underline{x}_n)]}, \quad \bar{x}_n = \max(x_{nk}), \underline{x}_n = \min(x_{nk}) \quad (31)$$

$$R_q^e = \frac{1}{[(N + Q + R + F)(\bar{e}_q - \underline{e}_q)]}, \quad \bar{e}_q = \max(e_{qk}), \underline{e}_q = \min(e_{qk}) \quad (32)$$

$$R_r^g = \frac{1}{[(N + Q + R + F)(\bar{g}_r - \underline{g}_r)]}, \quad \bar{g}_r = \max(g_{rk}), \underline{g}_r = \min(g_{rk}) \quad (33)$$

$$R_f^b = \frac{1}{[(N+Q+R+F)(\bar{b}_f - \underline{b}_f)]}, \quad \bar{b}_f = \max(b_{fk}), \underline{b}_f = \min(b_{fk}) \quad (34)$$

Warunek (25) zapewnia, że nakłady technologii wspólnej zbioru obiektów wraz z nadwyżkami (luzami) są równe nakładom poniesionym przez obiekt  $j$ -ty. Z kolei według warunku (26) nakłady energetyczne technologii wspólnej zbioru obiektów wraz z nadwyżkami (luzami) i niedoborami (luzami) są równe nakładom energetycznym poniesionym przez obiekt  $j$ -ty. Warunki (27) i (28) zapewniają, że odpowiednio rezultaty pożądane oraz rezultaty niepożądane technologii wspólnej zbioru obiektów wraz z niedoborami, nadwyżkami (luzami) są równe rezultatom oraz rezultatom niepożądanym obiektu  $j$ -tego.

Powyższa formuła opiera się na zaproponowanym przez Coopera (Cooper i in. 2000) modelu RAM (ang. *Range-Adjusted Measure*) do pomiaru zunifikowanej efektywności pożądanych i niepożądanych rezultatów. Został on jednak wzbogacony o podział nakładów na energetyczne i pozostałe. Po osiągnięciu optymalnego rozwiązania modelu V, można uzyskać zunifikowaną efektywność poprzez rozwiązanie formuły (35).

$$E_j = 1 + \left[ \sum_{n=1}^N R_n^x d_n^x + \sum_{q=1}^Q R_q^e (d_q^{e+} + d_q^{e-}) + \sum_{r=1}^R R_r^g d_r^g + \sum_{f=1}^F R_f^b d_f^b \right] \quad (35)$$

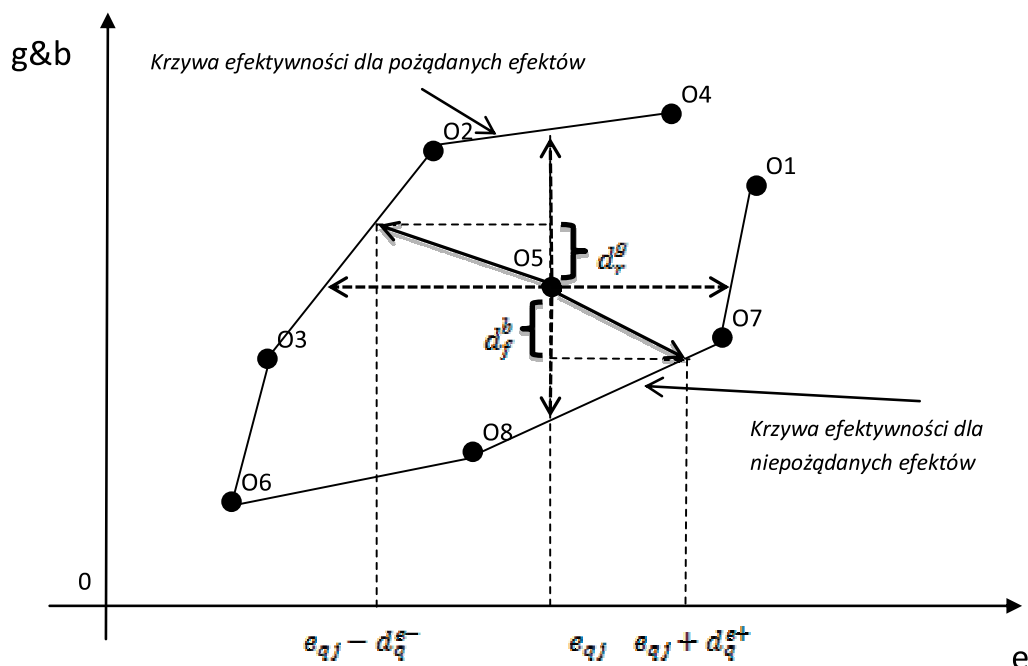
Modele tego typu pozwalają na analizę krzywej efektywności związanej z wytwarzaniem rezultatów pożądanych, jak i niepożądanych. Rysunek 3 przedstawia przykładowe położenie granic efektywności dla modelu V. Na potrzeby bardziej czytelnego przedstawienia na tym rysunku zależności między poszczególnymi parametrami modelu a efektywnością obiektów:

- ✧ założono, że:  $g_{rj} = b_{fj}$  – tak, aby oś pionowa odzwierciedlała zarówno pożądane, jak i niepożądane rezultaty,
- ✧ nie przedstawiono nieenergetycznych nakładów.

Aby wyjaśnić działanie modelu V, można rozpatrzeć pomiar zunifikowanej efektywności dla elektrowni węglowej. W związku z faktem, że jedną z części tej efektywności jest efektywność środowiskowa, na początku należy rozpatrzeć związek pomiędzy  $q$ -tym nakładem energetycznym (np. węglem) i  $f$ -tym niepożądanym rezultatem (np. emisją CO<sub>2</sub>). Podstawową właściwością takiej zależności jest fakt, że występowanie niepożądanego rezultatu jest spowodowane właśnie przez zużycie nakładów energetycznych. W konsekwencji elektrownia poprzez redukcję zużycia węgla powoduje redukcję emisji dwutlenku węgla. Taka naturalna redukcja dla obiektu O2 mogła być zaobserwowana w kierunku środowiskowo-efektywnych obiektów O6 i O8. Przeciwnieństwem tych działań byłoby przemieszczenie nieefektywnego obiektu O5 w kierunku O7, równoznaczne z jednoczesnym wzrostem zużycia węgla i redukcją emisji CO<sub>2</sub>. Taka poprawa efektywności środowiskowej jest efektem decyzji zarządu, mających na celu redukcję gazów cieplarnianych poprzez wykorzystanie wyższej jakości węgla, czy też zastosowanie czystych technologii węglowych. Taki kierunek poprawy nieefektywnych obiektów uznać można za podstawę oceny efektywności środowiskowej.

W związku z tym, celem poprawy operacyjnej efektywności obiekt O5 powinien zwiększyć pożądane rezultaty o  $d_r^g$  lub (oraz) zmniejszyć nakłady energetyczne o  $d_q^{e-}$ . Na rysunku 3 taka

poprawa efektywności obiektu O5 oznaczałaby przesunięcie w kierunku obiektów efektywnych pod względem pożądaných rezultatów, czyli O3 i O2. Wynika z tego, że w przypadku przedstawionym na rysunku 3, gdy pożądané i niepożądané rezultaty są sobie równe, kierunki optymalizacji efektywności operacyjnej i środowiskowej są sobie przeciwne. Podsumowując, model V pozwala nie tylko ocenić zuniifikowaną efektywność obiektu, ale także efektywność operacyjną i środowiskową, dodatkowo określając kierunki optymalizacji dla obiektów nieefektywnych.



Rys. 3. Struktura zuniifikowanej efektywności  
 Źródło: opracowanie własne na podstawie (Sueyoshi i Goto 2010).

Fig. 3. The structure of a unified efficiency

## Podsumowanie

Istnieje pilna potrzeba opracowania metodyki oceny efektywności na potrzeby przemysłu związanego z eksploatacją i przetwórstwem węgla. Jednym z rozwiązań tego problemu są zaprezentowane w tym artykule modele Data Envelopment Analysis.

DEA na przestrzeni lat staje się coraz bardziej popularnym narzędziem w szeroko rozumianym sektorze energochemicznego przetwórstwa paliw kopalnianych. Zainteresowanie to wynika głównie z potrzeby restrukturyzacji istniejących instalacji przemysłowych oraz coraz bardziej restrykcyjnego prawa związanego z emisjami gazów cieplarnianych. W takich warunkach do podjęcia decyzji potrzebne jest narzędzie pozwalające nie tylko na ocenę dostępnych rozwiązań, ale także na wskazanie drogi najlepszego sposobu optymalizacji dla rozpatrywanych instalacji.

Jak zostało przedstawione w niniejszym artykule, ciągle ewoluujące modele DEA mogą sprostać takim oczekiwaniom.

Przedstawione w tej pracy modele pozwalają na ocenę efektywności danej technologii zarówno z punktu widzenia jej produktywności, jak i z punktu widzenia jej wpływu na środowisko oraz innych kryteriów. Dzięki takiemu podejściu jako wyniki analizy uzyskujemy zunifikowany wskaźnik efektywności łączący w sobie zarówno efektywność technologiczną, jak i środowiskową. Dodatkowo uzyskujemy także wskazanie kierunku rozwoju dla technologii nieefektywnych. Całość informacji płynącej z takich analiz pozwala osobom odpowiedzialnym za kreowanie strategii danej jednostki na podjęcie dobrych decyzji w celu poprawy efektywności.

## Literatura

- BYRNES i in. 1984 – BYRNES, P., FARE, R. i GROSSKOPF, S. 1984. Measuring productivity efficiency: An application to Illinois strip mines. *Management Science* t. 30, s. 671–681.
- CHARNES i in. 1978 – CHARNES, A., COOPER, W. i RHODES, E. 1978. Measuring the efficiency of decision making units. *European Journal of Operational Research* t. 2, z. 6, s. 429–444.
- CHARNES i in. 2000 – CHARNES, A., COOPER, W. i LEWIN, A.Y. 2000. *Data Envelopment Analysis: Theory, Methodology and Applications*. Wyd. Springer.
- COOPER i in. 2000 – COOPER, W.W., PARK, K.S. i PASTOR, J.T. 2000. RAM: a range adjusted measure of efficiency. *Journal of Productivity Analysis* t. 11, s. 5–42.
- COOPER i in. 2007 – COOPER, W.W., SEIFORD, L.M. i TONE, K. 2007. *Data Envelopment Analysis: A Comprehensive Text with Models, Applications, References and DEA-Solver Software*. Wyd. 2 Springer.
- CROPPER M.L. i OATES, W.E. 1992. Environmental economics: a survey. *Journal of Economic Literature*, t. 30, s. 675–740.
- FARE, R. i GROSSKOPF, S. 2004 Modeling undesirable factors in efficiency evaluation: Comment. *European Journal of Operational Research* t. 157, s. 242–245.
- FARE i in. 1989 – FARE, R., GROSSKOPF, S., LOVELL, C. i PASURKA, C. 1989. Multilateral productivity comparisons when some outputs are undesirable: A nonparametric approach. *The Review of Economics and Statistics* t. 71, s. 90–98.
- FARE i in. 1996 – FARE, R., GROSSKOPF, S. i TYTECA, D. 1996. An activity analysis model of the environmental performance of firms – application to fossil-fuel-fired electric utilities. *Ecological Economics* t. 18, z. 2, s. 161–175.
- FØRSUND F.R. i KITTELSEN S.A. 1998. Productivity development of Norwegian electricity distribution utilities. *Resource and Energy Economics* t. 20, s. 207–224.
- GUZIK, B. 2009. *Podstawowe modele DEA w badaniu efektywności gospodarczej i społecznej*. Wyd. Uniwersytetu Ekonomicznego w Poznaniu, Poznań.
- KLEIBER, M. (red.) 2011. *Ekoeffektywność technologii*. Wyd. 1 Główny Instytut Górnictwa w Katowicach, Katowice.
- KULSHRESHTHA, M. i PARIKH, J.K. 2002. Study of efficiency and productivity growth in opencast and underground coal mining in India: A DEA analysis. *Energy Economics* t. 24, s. 439–453.
- RACZKA, J. 2001. Explaining the performance of heat plants in Poland. *Energy Economics* t. 23 s. 355–370.
- RAMANATHAN, R. 2003. *An Introduction to Data Envelopment Analysis: A Tool for Performance Measurement*. Wyd. 1 Sage Publications, New Delhi.

- RAMANATHAN, R. 2005. An analysis of energy consumption and carbon dioxide emissions in countries of the Middle East and North Africa. *Energy* t. 30, z. 15, s. 2831–2842.
- RUSSELL, R. 1985. Measures of technical efficiency. *Journal of Economic Theory* t. 35, s. 109–126.
- SUEYOSHI i in. 2009 – SUEYOSHI, T., GOTO, M. i UENO, T. 2009. Performance analysis of US coal-fired power plants by measuring three DEA efficiencies. *Energy Policy* t. 38, z. 4, s. 1675–1688.
- SUEYOSHI, T. i GOTO, M. 2010. DEA approach for unified efficiency measurement: Assessment of Japanese fossil fuel power generation. *Energy Economics* t. 33, z. 2, s. 292–303.
- TAVARES, G. 2002. *A Bibliography of data envelopment analysis (1978–2001)*. Wyd. Rutgers Center for Operations Research Rutgers University.
- THOMPSON i in. 1992 – THOMPSON, R.G., LEE, E. i THRALL, R.M. 1992. DEA/AR efficiency of US independent oil/gas producers over time. *Computers & Operations Research* t. 19, s. 377–391.
- TYTECA, D. 1996. On the measurement of the environmental performance of firms – a literature review and a productive efficiency perspective. *Journal of Environmental Management* t. 46, z. 3, s. 281–308.
- TYTECA, D. 1997. Linear programming models for the measurement of environmental performance of firms – concepts and empirical results. *Journal of Productivity Analysis* z. 8, t. 2, s. 183–197.
- ZAIM, O. 2004. Measuring environmental performance of state manufacturing through changes in pollution intensities: A DEA framework. *Ecological Economics* t. 48, z. 1, s. 37–47.
- ZAIM, O. i TASKIN, F. 2000. Environmental efficiency in carbon dioxide emissions in the OECD: A non-parametric approach. *Journal of Environmental Management* t. 58, z. 2, s. 95–107.
- ZHOU i in. 2007 – ZHOU, P., ANG, B.W. i POH K.L. 2007. A survey of data envelopment analysis in energy and environmental studies. *European Journal of Operational Research* t.189, z. 1, s. 1–18.
- ZHOU, P. i ANG, B.W. 2008. Linear programming models for measuring economy-wide energy efficiency performance. *Energy Policy* t. 36, s. 2911–2916.
- <http://www.deabib.org/deabib.html>.

Piotr LEBKOWSKI, Krzysztof KWAŚNIEWSKI, Michał KOPACZ, Paweł GRZESIAK,  
Radosław KAPLAN

## Data Envelopment Analysis (DEA) models used to efficiency evaluation of the ergo-chemical coal processing

### Abstract

The article focuses on the issue related to the efficiency assessment of the energy technologies using fossil fuels. It presents the evaluation method which is based on Data Envelopment Analysis models, belonging to non-parametric methods of efficiency evaluation. DEA models, in recent years, gained great popularity in the energy industry. With the increasing popularity, also grow their capabilities. In recent years, in world literature, could be seen a number of articles on the subject of new DEA models developed for the needs of the energy industry. The most advanced methods, dedicated to assessing the energy-chemical coal processing, allow to calculate the efficiency from the point of view of many energy (coal, oil, gas,



etc.) and non-energy (costs, expenditures, employment, etc.) inputs, taking into account both the desired (power, profits, etc.) and adverse (greenhouse gases, sludge, waste, etc.) results. This approach allows for obtaining a unified efficiency ratio and an indication of efficient technologies in relation to assessed group. Apart from showing the efficient objects, DEA models also suggest for inefficient objects a reference technology, which is a collection of technologically nearest efficient objects, which should be taken as an exemplary model. Information obtained from the analysis allows responsible for the strategy creation managers for making optimal decisions in order to efficiency improvement. This article provides an overview of the applied models.

KEYWORDS: DEA, Data Envelopment Analysis, efficiency evaluation, clean coal technologies, coal gasification



Zadanie badawcze „Opracowanie technologii zgazowania węgla dla wysokoefektywnej produkcji paliw i energii elektrycznej” finansowane przez Narodowe Centrum Badań i Rozwoju w ramach strategicznego programu badań naukowych i prac rozwojowych pt.: „Zaawansowane technologie pozyskiwania energii”.



