Joanna OCHELSKA-MIERZEJEWSKA

ALGORYTM MRÓWKOWY JAKO METODA ROZWIĄZANIA PROBLEMU KOMIWOJAŻERA

Streszczenie

Celem każdej firmy jest obniżenie kosztów. Firmy związane z dystrybucją i transportem próbują opracować trasy swoich pojazdów, aby możliwie zminimalizować koszty i umożliwić dostarczenie ich towarów w wystarczająco krótkim czasie. W pracy przedstawiono rozwiązanie problemu komiwojażera poprzez optymalizację kolonią mrówek, następnie przeanalizowano dobór parametrów wejściowych dla tego algorytmu, aby znaleźć optymalne rozwiązanie tego problemu.

WSTĘP

Jednym z podstawowych ogniw usług logistycznych jest transport [6]. Podstawą funkcjonowania krajowych i międzynarodowych łańcuchów dostaw stanowi integracja procesów transportowych, które charakteryzują się spójnością.

Na funkcjonowanie transportu ma wpływ przede wszystkim istniejąca infrastruktura: kolejowa, drogowa, morska lub powietrzna [7]. Infrastruktura ta określa możliwość tworzenia łańcuchów dostaw i koszty transportu, co ma bezpośredni wpływ na koszty i jakość usług logistycznych.

Problem dystrybucji i transportu można zaliczyć do problemów logistyki informatycznej Rozwiązywanie problemów kombinatorycznych, przy nałożonych ograniczeniach przestrzennych, logicznych i czasowych, które są powiązane z ruchem i obsługą obiektów w systemie, jest zadaniem trudnym do zrealizowania [5, 6, 7]. Problemy takie zazwyczaj mają wykładniczą złożoność obliczeniową, dlatego mogą być rozwiązywane przy pomocy algorytmów heurystycznych. W problemach tych mogą wystąpić zakłócenia losowe, jak na przykład zmiany pogody, wymagania i życzenia klientów.

Podstawowy model dystrybucji i transportu opiera się na przypadku, w którym wykorzystywany jest jeden pojazd, przewożący towar jednoasortymentowy [6, 7]. Problem logistyczny transportu i dystrybucji dla tego modelu można zdefiniować w następujący sposób:

Producent zajmuje się wytwarzaniem towaru tego samego typu. Wyprodukowany towar ma być dostarczany w ustalonych odstępach czasowych (na przykład codziennie, raz na tydzień) do N odbiorców za pomocą jednego pojazdu.

Dane są czasy oraz odległości pomiędzy punktami odbioru dostawy. Każdy towar pakowany jest do standardowych kontenerów. Każdy sklep określa swoje zamówienie poprzez liczbę tych kontenerów. Pojazd ma swoją pojemność w postaci liczby kontenerów.

Przy tak określonych założeniach wyznacza się:

- liczbę kursów pojazdu,
- towary przewożone w każdym kursie,
- czas trwania kursu,
- punkty odbioru dla każdego kursu,
- trasę pojazdu.

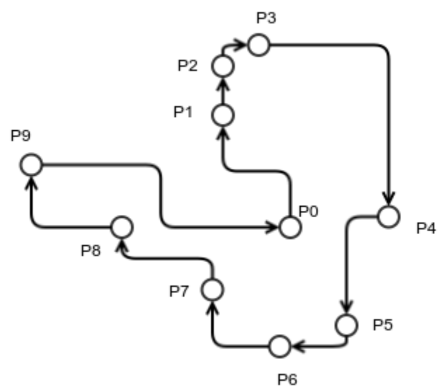
Powyższe parametry muszą zostać wyznaczone w sposób taki, aby czas/koszt transportu był jak najkrótszy/najniższy. Minimalizacja tego czasu określa kryterium optymalizacji dla zadanego problemu logistycznego. Zagadnienie to jest przykładową reprezentacją tak zwanego problemu komiwojażera.

W rozdziale 1 przedstawiono problem komiwojażera i ukazano na czym polega trudność w znalezieniu optymalnego rozwiązania. W rozdziale 2 skupiono się na przedstawieniu algorytmu mrówkowego, który został zaadoptowany do rozwiązania problemu wyznaczania tras. Natomiast w rozdziale 3 ukazano eksperymenty, które mają na celu wyznaczenie optymalnych parametrów wejściowych zastosowanych do algorytmu mrówkowego umożliwiających rozwiązanie problemu komiwojażera.

1. PROBLEM KOMIWOJAŻERA

Problem komiwojażera (TSP – ang. *travelling salesman problem*) jest jednym z najbardziej popularnych i najczęściej badanych zagadnień w informatyce i badaniach operacyjnych [9]. Jest to zagadnienie optymalizacyjne związane z teorią grafów. W problemie tym należy znaleźć cykl Hamiltona o jak najmniejszej wadze w grafie ważonym G.

Ogólna koncepcja problemu przedstawia się następująco: komiwojażer ma za zadanie odwiedzić *n* miast (każde dokładnie jeden raz) i wrócić do punktu (miasta) startowego [8, 9]. Celem jego jest przejść zadaną drogę jak najmniejszym kosztem. Przykładowa reprezentacja problemu została pokazana na rysunku 1.



Rys. 1. *Model problemu komiwojażera*

Zagadnienie to można podzielić na dwa podstawowe podtypy: symetryczny i asymetryczny. W symetrycznej odmianie graf ważony jest nieskierowany, co oznacza, że krawędź między węzłami grafu w obu kierunkach ma taką samą wagę. W asymetrycznej odmianie graf ważony jest skierowany, wówczas waga krawędzi dla każdego z kierunków może być różna lub też może nie być połączenia w drugim kierunku.

W teorii grafów miasta w problemie komiwojażera są wierzchołkami, a drogi łączące te miasta są krawędziami z określonymi wagami, symbolizującymi na przykład odległość między miastami, czas podróży między miastami, koszt przejazdu między miastami. Zadaniem jest więc wyznaczenie cyklu Hamiltona o najmniejszej sumie wag krawędzi zawierających się w tym cyklu.

Jednym z przykładowych sposobów rozwiązania tego problemu jest przeszukanie całej przestrzeni cykli Hamiltona w grafie i wybranie takiego, którego suma wag wszystkich krawędzi jest najmniejsza. Wadą tego podejścia jest jego wykładnicza złożoność obliczeniowa.

Liczba wszystkich możliwych cykli Hamiltona (wszystkich tras) dla problemu symetrycznego w grafie ważonym wynosi:

$$l = \frac{(n-1)!}{2} \qquad (1)$$

gdzie

l – liczba wszystkich cykli Hamiltona,

n - liczba miast.

Liczba wszystkich możliwych cykli Hamiltona (wszystkich tras) dla problemu asymetrycznego w grafie ważonym wynosi:

$$l = (n-1)! \qquad (2)$$

Problem komiwojażera jest problemem NP-trudnym – nie są znane algorytmy o wielomianowej złożoności obliczeniowej, które rozwiązałyby ten problem [9].

W praktyce problem ten rozwiązywany jest przy pomocy algorytmów przybliżonych, to znaczy takich, które w krótkim czasie znajdują rozwiązanie w przybliżeniu równe optymalnemu.

Algorytmy przybliżone nie zawsze potrafią znaleźć optymalne rozwiązanie. Wynik działania takiego algorytmu może być znacznie gorszy od optymalnego rozwiązania. Algorytmy przybliżone stosuje się z uwagi na konieczność wyboru pomiędzy szybkością znajdowania rozwiązania, a jego jakością. Zazwyczaj przyjmuje się założenie, że wynik działania algorytmu nie może być gorszy od rozwiązania optymalnego o pewną ustaloną wartość.

2. ALGORYTM MRÓWKOWY

Algorytm mrówkowy jest jedną z probabilistycznych metod optymalizacyjnych, rozwiązujących problemy kombinatoryczne [2, 10]. Metoda ta została przedstawiona pierwszy raz przez Marco Dorigo w 1992 roku. Pierwotnie miała mieć zastosowanie w problemie znajdowania optymalnej drogi w grafie.

Algorytmy mrówkowe zalicza się do procesów przetwarzania, klasyfikowanych do tak zwanych obliczeń inteligentnych (ang. *intelligent computing*), a dokładniej do metod opartych o zasadę inteligencji roju (ang. *swarm intelligence*). Z definicji algorytm powinien zwracać zawsze rozwiązanie poprawne, dlatego formalnie algorytmy mrówkowe nie są algorytmami, lecz heurystykami.

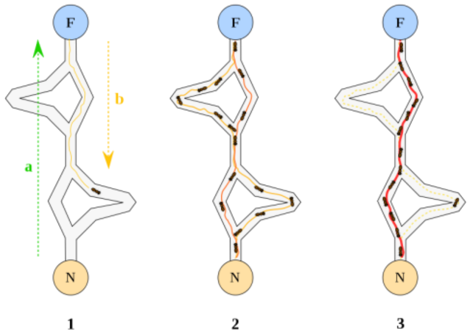
W związku z tym, że algorytm oparty o kolonię mrówek nie zawsze znajduje rozwiązanie optymalne, stosowany jest w problemach, w których wystarczające jest rozwiązanie "prawie optymalne" i przedstawia się je jako zbiór kolejnych kroków.

Mrówki w środowisku naturalnym korzystają z komunikacji pośredniej poprzez pozostawianie feromonu na przebytej drodze. Każda robotnica, szukając pokarmu, nie posiada żadnej wiedzy o świecie, który ją otacza. Zmysły pozwalają jej na niewielkie rozpoznanie przestrzeni wokół jej pozycji. Robotnica rusza więc losowo, jeśli napotka po drodze pokarm, zabiera go ze sobą i musi wrócić do mrowiska. Aby wrócić do mrowiska mrówka znajduje zostawiony przez siebie ślad feromonowy na drodze, wraca po drodze oznaczonej własnym zapachem. Kolejne mrówki wychodząc z mrowiska

Tab. 1. *Wyniki dla eksperymentu 1*

L.p.	Parametry algorytmu					10 miast			30 miast			50 miast		
	Liczebność mrówek	α	β	ρ	Q	Liczba iteracji	Czas [ms]	Długość trasy	Liczba iteracji	Czas [ms]	Długość trasy	Liczba iteracji	Czas [ms]	Długość trasy
1	10	1	1	0,01	100	37	22	700	402	432	1025	210	1163	1453
2	10	1	1	0,01	100	38	21	700	556	472	1025	264	1209	1357
3	10	1	1	0,01	100	32	18	700	464	419	1025	261	1202	1419
4	10	1	1	0,01	100	34	21	700	642	496	1025	243	1188	1402
5	10	1	1	0,01	100	72	20	700	354	371	1025	302	1272	1431
Średnia arytmetyczna:						**43**	**20**	**700**	**484**	**438**	**1025**	**256**	**1207**	**1412**
1	30	1	1	0,01	100	16	56	700	347	1098	1025	544	4987	1409
2	30	1	1	0,01	100	11	55	700	261	988	1025	473	4630	1380
3	30	1	1	0,01	100	21	56	700	107	788	1034	432	4435	1407
4	30	1	1	0,01	100	21	59	700	213	928	1025	387	4216	1374
5	30	1	1	0,01	100	17	54	700	259	988	1025	542	4984	1355
Średnia arytmetyczna:						**17**	**56**	**700**	**237**	**958**	**1027**	**476**	**4650**	**1385**
1	10	1	1	0,01	500	39	19	700	305	347	1025	355	1350	1412
2	10	1	1	0,01	500	35	19	700	140	277	1043	328	1307	1399
3	10	1	1	0,01	500	31	18	700	302	347	1038	432	1473	1390
4	10	1	1	0,01	500	39	19	700	267	333	1044	239	1169	1391
5	10	1	1	0,01	500	40	19	700	170	291	1025	572	1697	1394
Średnia arytmetyczna:						**37**	**19**	**700**	**237**	**319**	**1035**	**385**	**1399**	**1397**
1	30	1	1	0,01	500	17	54	700	67	733	1035	357	4047	1400
2	30	1	1	0,01	500	18	60	700	398	1161	1025	296	3776	1363
3	30	1	1	0,01	500	15	56	700	310	1049	1025	380	4177	1391
4	30	1	1	0,01	500	17	54	700	328	1075	1025	491	4706	1391
5	30	1	1	0,01	500	18	55	700	155	848	1025	238	3491	1371
Średnia arytmetyczna:						**17**	**56**	**700**	**252**	**973**	**1027**	**352**	**4039**	**1383**

w poszukiwaniu pokarmu podejmują decyzje o kierunku poruszania się na podstawie śladu feromonowego pozostawionego przez poprzednią robotnicę, oczywiście wybór ten uwarunkowany jest też pewnym prawdopodobieństwem – rysunek 2.



***Rys. 2.** Zachowanie mrówek w poszukiwaniu pokarmu – ślady feromonów*
(Źródło: http://chessprogramming.wikispaces.com/Jan+Kozak)

Im większy ślad feromonowy, tym większe prawdopodobieństwo wyboru danej ścieżki. Każdy ślad feromonowy z upływem czasu paruje, w związku z tym na siłę tego zapachu wpływają dwa czynniki:

- Odległość od mrowiska do pokarmu – na długich trasach feromon szybciej zanika – czas dotarcia do żerowiska i powrotu do mrowiska jest duży, jeśli z kolei odległość ta jest mała, feromon nie zdąży wyparować, co prowadzi do zwiększenia liczby mrówek, które będą poruszać się tą drogą, dzięki temu zapach staje się intensywniejszy.
- Częstotliwość przechodzenia mrówek po określonym fragmencie ścieżki – na rzadko uczęszczanych trasach feromon zanika, wysoka częstotliwość zwiększa siłę zapachu.

Przestrzenią poszukiwań w przypadku dyskretnym jest przestrzeń permutacji zbioru *n*-elementowego [4]. Ogólna zasada działania algorytmu przedstawia się następująco [2, 3]:

a) Inicjalizacja:
   - każda z mrówek przyjmuje losową permutację,
   - macierz feromonów wypełniana jest wartością t_0.

   Generowanie rozwiązań [1, 10]:
   - losowanie węzła startowego,
   - każda z mrówek, według odpowiedniego prawdopodobieństwa, wybiera kolejny węzeł.

b) Porównywanie otrzymanych rozwiązań i wybór najlepszego.

c) Aktualizacja feromonów według najlepszego rozwiązania.

Na rysunku 3 zaprezentowano schemat blokowy, przedstawiający poszczególne kroki algorytmu.

3. EKSPERYMENTY

W niniejszym rozdziale zostały przedstawione wyniki oraz analiza przeprowadzonych eksperymentów polegających na rozwiązaniu problemu komiwojażera za pomocą algorytmu mrówkowego. Jako dane wejściowe przyjęto:

- liczbę losowych miast równą 10, 30 oraz 50;
- wartości parametrów algorytmu.

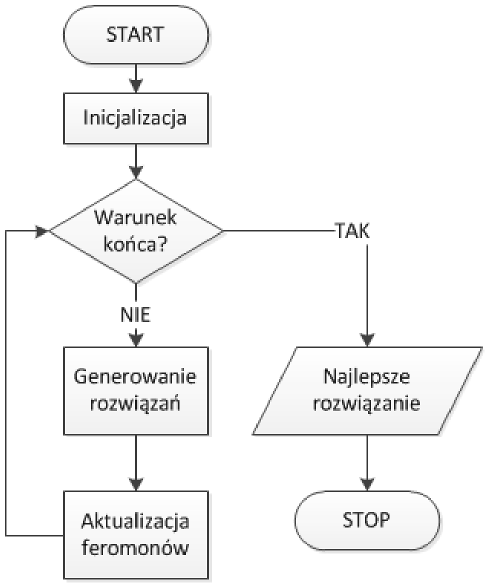
Analiza działania algorytmu polegała na obserwacji wyznaczenia optymalnych pod kątem ich długości ścieżek dla odpowiedniej liczby miast wraz z rozważaniami związanymi z parametrami działania algorytmu oraz liczbą iteracji wyszukania rozwiązania i czasem obliczeń umożliwiających znalezienie rozwiązania.

Dla każdego eksperymentu zostało wykonanych pięć prób, a następnie spośród tych prób obliczono średnie arytmetyczne

***Tab. 2.** Wyniki dla eksperymentu 2*

L.p.	Parametry algorytmu					10 miast			30 miast			50 miast		
	Liczebność mrówek	α	β	ρ	Q	Liczba iteracji	Czas [ms]	Długość trasy	Liczba iteracji	Czas [ms]	Długość trasy	Liczba iteracji	Czas [ms]	Długość trasy
1	10	1	2	0,01	100	71	20	700	488	429	1447	658	1772	2867
2	10	1	2	0,01	100	94	21	700	668	507	1390	539	1592	2767
3	10	1	2	0,01	100	96	21	700	510	438	1421	531	1585	2811
4	10	1	2	0,01	100	84	21	700	594	477	1502	421	1418	2812
5	10	1	2	0,01	100	72	20	700	644	500	1413	417	1400	2878
Średnia arytmetyczna:						**83**	**21**	**700**	**581**	**470**	**1435**	**513**	**1553**	**2827**
1	30	1	2	0,01	100	22	55	700	569	1390	1315	576	4961	2698
2	30	1	2	0,01	100	13	55	700	341	1094	1371	405	4182	2586
3	30	1	2	0,01	100	13	54	700	291	1029	1359	606	5126	2755
4	30	1	2	0,01	100	25	55	700	254	982	1457	493	4589	2849
5	30	1	2	0,01	100	24	56	700	112	794	1331	424	4268	2597
Średnia arytmetyczna:						**19**	**55**	**700**	**313**	**1058**	**1367**	**501**	**4625**	**2697**
1	10	1	2	0,01	500	29	18	700	161	290	1025	653	1774	1501
2	10	1	2	0,01	500	23	18	700	303	353	1025	354	1317	1528
3	10	1	2	0,01	500	53	19	700	152	287	1025	291	1220	1530
4	10	1	2	0,01	500	52	19	700	187	300	1025	405	1394	1577
5	10	1	2	0,01	500	28	18	700	248	330	1025	431	1436	1441
Średnia arytmetyczna:						**37**	**18**	**700**	**210**	**312**	**1025**	**427**	**1428**	**1515**
1	30	1	2	0,01	500	10	53	700	101	789	1025	678	5462	1435
2	30	1	2	0,01	500	13	54	700	56	727	1025	1182	7797	1428
3	30	1	2	0,01	500	13	53	700	98	785	1025	963	6774	1430
4	30	1	2	0,01	500	6	53	700	74	753	1025	829	6176	1403
5	30	1	2	0,01	500	16	54	700	140	837	1025	1061	7254	1503
Średnia arytmetyczna:						**12**	**53**	**700**	**94**	**778**	**1025**	**943**	**6693**	**1440**

wartości liczby iteracji, czasu obliczeń oraz długości ścieżki. Wyniki te odnotowane zostały w tabelach. Miasta, jako dane wejściowe, mają wylosowane współrzędne, w związku z tym nie jest znane optymalne rozwiązanie.



Rys. 3. *Ogólny schemat blokowy algorytmu mrówkowego*

Dodatkowo dla dokładniejszego porównania wyników działania algorytmu, posłużono się zestawem danych *Oliver30* z biblioteki TSPLIB, dla którego znane jest dotychczas znalezione optymalne rozwiązanie, wynoszące 420 jednostek [11]. Biblioteka ta przechowuje dane testowe dla problemu komiwojażera oraz najlepsze, dotychczas znalezione rozwiązania. *Oliver30* jest często stosowanym zestawem danych do testowania algorytmów, rozwiązujących omawiany problem.

Jako warunek końca algorytmu przyjęto maksymalną liczbę iteracji równą 5000. Dodatkowo ustalono także warunek na liczbę iteracji, w których wynik nie zmienia się. Liczba takich iteracji wynosi 500. Pozwala to ograniczyć liczbę niepotrzebnych iteracji oraz zmniejszyć czas obliczeń.

Wyznaczenie odpowiednich parametrów algorytmu mrówkowego nie jest zadaniem prostym. Często bywa tak, że dany zestaw parametrów świetnie się spisuje dla pewnego zbioru danych, jednak dla innego wyniki uzyskane są dalekie od optymalnych.

W celu wyznaczenia odpowiednich parametrów przeprowadzono serię badań dla zadanych zestawów danych. Poniższy eksperyment oparty został o parametry optymalne, dające dobre rezultaty.

Wszystkie badania algorytmu mrówkowego były wykonywane dla współczynnika ważności feromonu równego 1. Zmienna była liczebność mrówek, współczynnik ważności widoczności krawędzi, łączącej dwa sąsiednie węzły w grafie, współczynnik parowania feromonu oraz stały parametr współczynnika wzrostu feromonów.

3.1. Eksperyment 1

Eksperyment ten był przeprowadzony dla następujących wartości parametrów:

– liczebność mrówek {10, 30};
– współczynnik ważności feromonu równy $\alpha = 1$;
– współczynnik ważności widoczności krawędzi $\beta = 1$;
– współczynnik parowania feromonu $\rho = 0{,}01$;
– stały parametr współczynnika wzrostu feromonów Q: {100, 500}.

Na podstawie wyników zawartych w tabeli 1 wykazano, że naj-

Tab. 3. *Wyniki dla eksperymentu 3*

L.p.	Parametry algorytmu					10 miast			30 miast			50 miast		
	Liczebność mrówek	α	β	ρ	Q	Liczba iteracji	Czas [ms]	Długość trasy	Liczba iteracji	Czas [ms]	Długość trasy	Liczba iteracji	Czas [ms]	Długość trasy
1	10	1	1	0.1	500	52	19	700	218	327	1040	417	1446	1441
2	10	1	1	0.1	500	87	21	700	348	385	1044	568	1682	1517
3	10	1	1	0.1	500	61	20	700	255	345	1044	623	1761	1483
4	10	1	1	0.1	500	86	21	700	315	371	1025	200	1098	1350
5	10	1	1	0.1	500	48	19	700	295	360	1025	693	1881	1421
Średnia arytmetyczna:						**67**	**20**	**700**	**286**	**358**	**1036**	**500**	**1574**	**1442**
1	30	1	1	0.1	500	3	53	700	193	942	1025	726	5808	1429
2	30	1	1	0.1	500	10	54	700	203	956	1025	672	5566	1376
3	30	1	1	0.1	500	5	54	700	145	875	1025	889	6587	1411
4	30	1	1	0.1	500	5	53	700	295	1081	1025	576	5097	1379
5	30	1	1	0.1	500	7	54	700	125	850	1025	751	5969	1394
Średnia arytmetyczna:						**6**	**54**	**700**	**192**	**941**	**1025**	**723**	**5805**	**1398**
1	10	1	1	0.5	500	96	22	700	127	282	1369	385	1381	2782
2	10	1	1	0.5	500	151	24	700	311	363	1383	46	851	2568
3	10	1	1	0.5	500	173	26	700	290	353	1318	32	829	2388
4	10	1	1	0.5	500	157	24	700	372	390	1408	594	1712	2484
5	10	1	1	0.5	500	128	23	700	113	274	1459	123	971	2717
Średnia arytmetyczna:						**141**	**24**	**700**	**243**	**332**	**1387**	**236**	**1149**	**2588**
1	30	1	1	0.5	500	48	60	700	242	993	1304	383	4141	2570
2	30	1	1	0.5	500	44	60	700	302	1070	1335	368	4086	2623
3	30	1	1	0.5	500	68	61	700	215	955	1384	776	6006	2676
4	30	1	1	0.5	500	43	60	700	425	1227	1433	374	4111	2387
5	30	1	1	0.5	500	30	59	700	176	902	1365	636	5352	2466
Średnia arytmetyczna:						**47**	**60**	**700**	**272**	**1029**	**1364**	**507**	**4739**	**2544**

lepsze średnie rozwiązanie dla 10 miast wynosi 700 jednostek. Wynik ten uzyskano dla wszystkich możliwych kombinacji zmiennych parametrów w tym badaniu. Dodatkowo każde dokładne rozwiązanie wyznaczone w poszczególnych próbach nie odbiegało od wartości średniej. Jedyne różnice można wykazać w liczbie iteracji – wraz ze wzrostem liczby mrówek oraz wzrostem parametru Q zmniejszała się liczba iteracji.

Dla 30 miast najmniejsza średnia długość ścieżki wynosiła 1025 jednostek. Pozostałe średnie rozwiązania odbiegały od najlepszego średniego rezultatu o około 1%. Najmniejsza liczba iteracji o wartości 237 została uzyskana dla 30 mrówek i parametru Q równemu 100 oraz dla 10 mrówek i Q równemu 500.

Dla 50 miast najlepszym wynikiem okazała się średnia długość ścieżki o wartości 1383 jednostki, uzyskana dla 30 agentów i parametru Q równemu 500. Pozostałe wyniki również nie były dużo gorsze - różnica oscylowała w granicach 0,14% – 2,1%. Najmniejsza średnia liczba iteracji w wysokości 256 pozwoliła otrzymać średni wynik o długości 1412 jednostek.

3.2. Eksperyment 2

Eksperyment 2 został przeprowadzony przy następujących danych wejściowych:

- liczebność mrówek: {10, 30};
- współczynnik ważności feromonu $\alpha = 1$;
- współczynnik ważności widoczności $\beta = 2$;
- współczynnik parowania feromonu $\rho = 0{,}01$;
- stały parametr współczynnika wzrostu feromonów Q: {100, 500}.

Na podstawie wyników zawartych w tabeli 2 wykazano, że po zwiększeniu wartości parametru β najlepsze średnie rozwiązanie dla 10 miast wynosi 700 jednostek. Rozwiązanie to otrzymano dla wszystkich możliwych kombinacji zmiennych parametrów w tym badaniu. Każde dokładne rozwiązanie wyznaczone w poszczególnych próbach nie odbiegało od wartości średniej. W przypadku wzrostu liczby mrówek oraz wzrostu parametru Q można było zaobserwować spadek liczby iteracji.

Dla 30 i 50 miast wyniki pogorszyły się znacząco. Dla 30 miast najlepszy średni rezultat to ścieżka o długości 1025 jednostek, osiągnięta przy 30 mrówkach i parametrze Q równym 500. Pozostałe średnie rozwiązania znacząco odbiegały od tych wyznaczonych dla parametru β o wartości 1 (eksperyment 1). W przypadku 50 miast najmniejsza średnia długość ścieżki została otrzymana przy 30 mrówkach i parametrze Q równym 500. W pozostałych kombinacjach zmiennych parametrów wynik znacząco odbiegał od wartości optymalnej.

3.3. Eksperyment 3

Eksperyment 3 został przeprowadzony przy danych wejściowych:

- liczebność mrówek: {10, 30};
- współczynnik ważności feromonu $\alpha = 1$;
- współczynnik ważności widoczności $\beta = 1$;
- współczynnik parowania feromonu $\rho = \{0{,}1,\ 0{,}3\}$;
- stały parametr współczynnika wzrostu feromonów $Q = 500$.

Ten eksperyment miał na celu zbadanie wpływu wartości współczynnika parowania ρ na osiągane rezultaty, przy pozostałych wcześniej dobranych optymalnych parametrach.

Wyniki zawarte w tabeli 3 pokazują, że względnie optymalne rozwiązania, odnosząc się do badań wcześniejszych eksperymentów, można uzyskać przy wartości współczynnika parowania ρ równej 0,1, zarówno dla 10, jak i 30 mrówek w każdym zestawie danych wejściowych. Jedynie dla zestawu danych 10 miast współczynnik parowania feromonu nie miał większego wpływu na uzyskane wyniki, a jedynie na liczbę iteracji, która wzrosła.

Tab. 4. *Wyniki dla eksperymentu 4*

L.p.	Parametry algorytmu					10 miast			30 miast			50 miast		
	Liczebność mrówek	α	β	P	Q	Liczba iteracji	Czas [ms]	Długość trasy	Liczba iteracji	Czas [ms]	Długość trasy	Liczba iteracji	Czas [ms]	Długość trasy
1	10	1	3	0,01	100	48	76	754	121	694	2508	633	3797	4243
2	10	1	3	0,01	100	339	89	722	206	749	2530	209	2351	4184
3	10	1	3	0,01	100	215	72	741	226	769	2514	83	1935	4101
4	10	1	3	0,01	100	120	62	714	444	1001	2399	140	2130	4201
5	10	1	3	0,01	100	490	99	740	584	1151	2539	334	2781	4013
Średnia arytmetyczna:						**242**	**80**	**734**	**316**	**873**	**2498**	**280**	**2599**	**4148**
1	10	1	3	0,01	500	484	102	714	450	1010	2204	360	2867	4042
2	10	1	3	0,01	500	605	112	700	600	1182	2140	186	2285	4017
3	10	1	3	0,01	500	333	86	700	126	670	2218	53	1844	3961
4	10	1	3	0,01	500	124	63	700	555	1126	2251	116	2052	3854
5	10	1	3	0,01	500	118	62	712	88	626	2285	515	3382	3957
Średnia arytmetyczna:						**333**	**85**	**705**	**364**	**923**	**2220**	**246**	**2486**	**3966**
1	30	1	3	0,01	100	552	316	700	132	2018	2468	297	7975	4076
2	30	1	3	0,01	100	613	335	710	566	3413	2373	450	9509	3898
3	30	1	3	0,01	100	322	247	700	431	2974	2333	192	6923	4197
4	30	1	3	0,01	100	93	178	726	87	1877	2405	362	8637	4051
5	30	1	3	0,01	100	30	159	732	259	2430	2436	478	9793	4104
Średnia arytmetyczna:						**322**	**247**	**714**	**295**	**2542**	**2403**	**356**	**8567**	**4065**
1	30	1	3	0,01	500	168	203	700	453	3055	2030	635	11369	3761
2	30	1	3	0,01	500	216	217	700	186	2197	2212	398	8992	3696
3	30	1	3	0,01	500	411	277	700	302	2570	2035	68	5688	3886
4	30	1	3	0,01	500	179	206	712	707	3871	2114	50	5511	3861
5	30	1	3	0,01	500	33	162	706	651	3692	2036	205	7060	3868
Średnia arytmetyczna:						**201**	**213**	**704**	**460**	**3077**	**2085**	**271**	**7724**	**3814**

Powyżej wartości 0,1 współczynnika parowania wyniki dla 30 i 50 miast odbiegały znacząco od wcześniej uzyskanych.

3.4. Eksperyment 4

W eksperymencie 4 chciano uzyskać odpowiedź odnośnie współczynnika widoczności, czy jego wzrost wpływa i jak na generowanie wyników końcowych.

Zatem parametry wejściowe dla algorytmu są następujące:

- liczebność mrówek: {10, 30};
- współczynnik ważności feromonu $\alpha = 1$;
- współczynnik ważności widoczności $\beta = 3$;
- współczynnik parowania feromonu $\rho = 0{,}01$;
- stały parametr *Q* współczynnika wzrostu feromonów: {100, 500}.

Wyniki zawarte w tabeli 4 pokazują, jak współczynnik β, powyżej wartości 2, przy pozostałych optymalnych parametrach, wpływa negatywnie na otrzymane rezultaty.

W każdym przypadku, w porównaniu do wcześniejszych badań, średnie wyniki były gorsze. I tak kolejno dla 10, 30 i 50 miast najkrótsza wyznaczona ścieżka miała długość: 704, 2085 oraz 3814 jednostek.

3.5. Eksperyment 5

W ramach porównania algorytmu i wyników otrzymanych w różnych zestawach opisanych w poprzednich eksperymentach, przetestowano dany algorytm z zestawem danych *Oliver30*. Dane wejściowe dla tego zestawu danych są następujące:

- dane wejściowe: *Oliver30* – TSPLIB;
- liczebność mrówek: {10, 30}.
- współczynnik ważności feromonu $\alpha = 1$;
- współczynnik ważności widoczności $\beta = 1$;
- współczynnik parowania feromonu $\rho = 0{,}01$;
- stały parametr *Q* współczynnika wzrostu feromonów: {100, 500}.

Wyniki tego badania zostały zebrane w tabeli 5. Punktem odniesienia otrzymanych wyników jest dotychczas znalezione optymalne rozwiązanie dla zestawu danych *Oliver30*, wynoszące 420 jednostek.

Najlepszy średni rezultat otrzymano dla 30 mrówek i wartości parametru Q równej 100, 422 jednostki, przy średniej liczbie 330 iteracji. Algorytm mrówkowy dla podanych parametrów potrafił odnaleźć rozwiązanie dotychczas najlepsze – 420 jednostek.

Dla pozostałych konfiguracji (10 mrówek oraz Q = 500) algorytm podawał średnie rozwiązanie, odbiegające od najlepszego średniego o maksymalnie 1,4%.

Można uznać podane w tym badaniu wartości parametrów za optymalne.

***Tab. 5.** Wyniki eksperymentu 5*

L.p.	Parametry algorytmu					Oliver30 - TSPLIB		
	Liczebność mrówek	α	β	ρ	Q	Liczba iteracji	Czas [ms]	Długość trasy
1	10	1	1	0,01	100	254	322	420
2	10	1	1	0,01	100	141	278	429
3	10	1	1	0,01	100	489	424	433
4	10	1	1	0,01	100	711	508	428
5	10	1	1	0,01	100	114	257	430
Średnia arytmetyczna:						**342**	**358**	**428**
1	10	1	1	0,01	500	398	375	435
2	10	1	1	0,01	500	139	267	432
3	10	1	1	0,01	500	570	447	422
4	10	1	1	0,01	500	762	526	421
5	10	1	1	0,01	500	180	284	426
Średnia arytmetyczna:						**410**	**380**	**427**
1	30	1	1	0,01	100	77	725	423
2	30	1	1	0,01	100	293	997	421
3	30	1	1	0,01	100	326	1035	424
4	30	1	1	0,01	100	369	1095	420
5	30	1	1	0,01	100	585	1372	422
Średnia arytmetyczna:						**330**	**1045**	**422**
1	30	1	1	0,01	500	357	1075	426
2	30	1	1	0,01	500	155	823	424
3	30	1	1	0,01	500	520	1279	423
4	30	1	1	0,01	500	709	1517	422
5	30	1	1	0,01	500	215	897	421
Średnia arytmetyczna:						**391**	**1118**	**423**

3.6. Podsumowanie eksperymentów

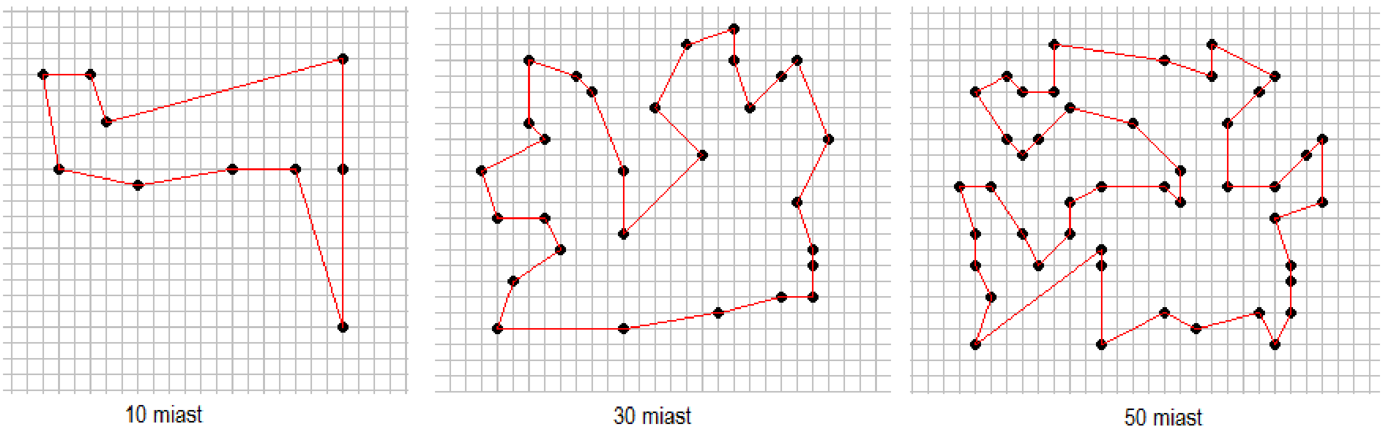
Otrzymano następujące najlepsze średnie długości ścieżek:

- 10 miast – 700 jednostek,
- 30 miast – 1025 jednostek,
- 50 miast – 1383 jednostki,
- Oliver30 – 422 jednostki.

Na rysunku 4 pokazano wynik działania aplikacji w postaci narysowanych grafów dla najkrótszych ścieżek wyznaczonych przez algorytm.

W przeprowadzonych badaniach algorytmu mrówkowego do rozwiązywania problemu komiwojażera stwierdzono, że najlepsze rezultaty uzyskiwano dla 30 mrówek, wartości współczynnika widoczności β równej 1 oraz dla wartości 500 współczynnika wzrostu feromonu Q.

Podane wartości parametrów są optymalne, zarówno dla wylosowanych na potrzeby badań współrzędnych miast, jak i dla danych



***Rys. 4.** Wynik działania algorytmów w postaci grafu dla 10, 30 oraz 50 losowych miast*

Oliver30 z biblioteki TSPLIB.

Współczynnik ważności widoczności *β* zmniejsza wpływ odległości między miastami na ich kolejność, dlatego niskie wartości tego współczynnika, dla określonych danych wejściowych, pozwoliły otrzymywać najlepsze wyniki.

PODSUMOWANIE

Na przykładzie opisanego tutaj problemu transportowego w logistyce można stwierdzić, że systemy wspomagające podejmowanie decyzji nadają się do tego typu problemu. Implementacja algorytmu mrówkowego pokazała, że zastosowanie technik informatycznych jest w stanie zaspokoić potrzebę logistyczną przedsiębiorstwa, jaką jest poszukiwanie optymalnej drogi w procesie transportowym.

Model podstawowy problemu transportowego w ujęciu informatycznym może być przedstawiany jako problem komiwojażera. Zaimplementowany i zbadany algorytmy świetnie nadaje się do wyszukiwania rozwiązania optymalnego w tym problemie. Istotną kwestią jest również czas obliczeń oraz liczba iteracji niezbędnych do znalezienia rozwiązania optymalnego. Największą wadą tej metody jest dobór odpowiednich parametrów, co nie jest zadaniem trywialnym i często zależnym od zbioru danych wejściowych.

W reprezentacji grafowej problemu komiwojażera zastosowano jako wagi krawędzi odległości pomiędzy miastami. Zamiast takiego rozwiązania można wykorzystać również inne, na przykład czas przejazdu lub współczynniki wprowadzane przez eksperta z dziedziny transportu.

BIBLIOGRAFIA

1. Brezina I.Jr., Èièková Z., *Solving the Travelling Salesman Problem Using the Ant Colony Optimization*, Management Information Systems, Vol. 6, No. 4, 2011.
2. Dorigo M., Stützle T., *Ant Colony Optimization*, MIT Press, 2004.
3. Grzymkowski R., Kaczmarek K., Kie³tyka S., Nowak I., *Wybrane algorytmy optymalizacji. Algorytmy genetyczne. Algorytmy mrówkowe*, Wydawnictwo Pracowni Komputerowej Jacka Skalmierskiego, 2008.
4. Hammerl T., *Ant Colony Optimization for Tree and Hypertree Decompositions*, Wiedeń, 2009.
5. Krasucki Z. (red.), *Transport i spedycja w handlu zagranicznym*, Wyd. UG, Gdańsk, 1997.
6. Rydzkowski W., Wojewódzka-Król K., *Transport*, Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa, 1997.
7. Szczepaniak T. (red.), *Transport Międzynarodowy*, PWE, Warszawa, 1998.
8. Wilson R.J., *Wprowadzenie do teorii grafów*, Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa, 1998.
9. Problem komiwojażera. [Online] [Dostęp: 17.07.2015] http://www.mini.pw.edu.pl/MiNIwyklady/grafy/prob-komiw.html
10. Optymalizacja kolonii mrówek. [Online] [Dostęp: 25.07.2015] http://www.ii.pwr.wroc.pl/~kwasnicka/lindaabrichwww/description.html
11. TSPLIB [Online] [Dostęp: 25.08.2015] http://comopt.ifi.uni-heidelberg.de/software/TSPLIB95/

ANT COLONY OPTIMIAZTION AS A METHOD OF SOLVING TRAVELING SALESMAN PROBLEM

Abstract

The aim of each company is to lower costs. Companies associated with the distribution and transport are trying to develop a routes of their fleet vehicles to possibly minimize cost and allow their goods to be delivered in a sufficiently short time.

The paper presents a solution to the traveling salesman problem by optimizing an ants colony, then the paper presents the analysis of input parameters selection for this algorithm to find the optimal solution to this problem.

Autorzy:
dr inż. **Joanna Ochelska-Mierzejewska** – Politechnika Łódzka, Wydział Fizyki Technicznej, Informatyki i Matematyki Stosowanej, Instytut Informatyki, 90-924 Łódź, ul. Wólczańska 215, joanna.ochelska-mierzejewska@p.lodz.pl