



Prognoza wielkości wydobycia kopalni węgla kamiennego

The forecast amount of extracted coal mine

Dr hab. inż. Dariusz Fuksa*)

Treść: W publikacji przedstawiono sposób prognozowania rocznej wielkości wydobycia węgla dla kopalni. Prognozę wielkości wydobycia przeprowadzono w oparciu o dane rzeczywistej kopalni węgla kamiennego. Obejmowała ona analizę danych retrospektywnych dotyczących wielkości sprzedaży, obliczenie współczynników regresji modelu matematycznego trendu oraz wielkość wydobycia na rok przyszły. Planowana wielkość wydobycia została skorygowana o najbardziej prawdopodobny błąd prognozy. Ponadto podano prognozowany plan produkcji dla analizowanej kopalni w odniesieniu na poszczególne miesiące.

Abstract: This publication describes how forecasting annual volume of coal production for the mine. The forecast production volumes was based on data of real coal mine. It included an analysis of retrospective data on the volume of sales, the calculation of the regression coefficients of the mathematical model of the trend and the volume of production in the next year. The planned size of the extraction was adjusted for the most probable forecast error. In addition, given the projected production plan for the mine analyzed in relation to each month.

Słowa kluczowe:

prognoza wydobycia węgla, szeregi czasowe

Key words:

forecast coal mining, time series

1. Wprowadzenie

Wielkość zapotrzebowania na węgiel warunkuje funkcjonowanie kopalń, bowiem zmniejszenie stopnia wykorzystania zdolności produkcyjnej, w każdej sytuacji powoduje wzrost kosztu jednostkowego, a tym samym pogorszenie wyniku finansowego. W warunkach górnictwa węglowego mamy do czynienia z sytuacją znacznego udziału kosztów stałych w strukturze kosztów kopalni (około 80%). Tak duży udział kosztów stałych wynika ze specyfiki branży. Im większy udział kosztów stałych w strukturze kosztów, tym większego znaczenia nabiera pełne wykorzystanie zdolności produkcyjnej każdego przedsiębiorstwa. Stąd też dążenie do poprawy kondycji ekonomiczno-finansowej górnictwa, w ramach programów restrukturyzacyjnych, w szczególności polega na redukcji nadmiernych zdolności produkcyjnych w odniesieniu do zmiennego zapotrzebowania na węgiel.

Dodatковым czynnikiem determinującym poziom wielkości wydobycia węgla jest sezonowość sprzedaży. Wpływa ona między innymi na planowanie zatrudnienia, plan remontowy maszyn, realizowanie nowych inwestycji, jak również na planowanie wielkości produkcji, a co za tym idzie wykorzystanie posiadanych zdolności produkcyjnych (Goryl, Jędrzejczyk 1996) Nadmiar produkcji trafia na zwałowisko jako zapas. W związku z tym kopalnie zmuszone są ponosić koszty magazynowania i utrzymywania zapasów wydobytego węgla. Do kosztów tych zaliczyć można między innymi koszty zabezpieczenia zwałowisk, wynagrodzeń z tym związanych, dozoru, podatku od nieruchomości, a przede wszystkim koszty zamrażania środków finansowych (koszt utraconego dochodu). Należy dążyć do minimalizowania finansowych skutków

spadku zapotrzebowania i sezonowości sprzedaży, dlatego w artykule przedstawiono sposób prognozowania wielkości wydobycia węgla na przykładzie realnej kopalni.

2. Analiza wielkości wydobycia i sprzedaży węgla kopalni X

Podstawę przeprowadzonych w niniejszej publikacji analiz stanowią dane pochodzące z rzeczywistej kopalni węgla kamiennego. Ze względów formalnych jej nazwa została zmieniona i w dalszej części będzie nazywana kopalnią X. Zmieniono również numerację analizowanych lat. W tabeli 1 zestawiono roczne wielkości wydobycia i sprzedaży węgla kopalni X w latach 20X1-20X8.

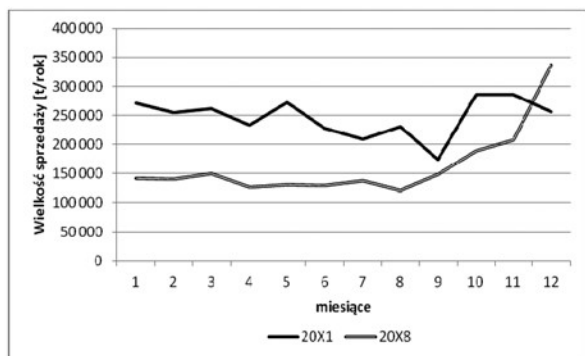
Tabela 1. Wielkość wydobycia i sprzedaży węgla przez kopalnię X w latach 20X1-20X8

Table 1. The size of the production and sale of coal by mines X in the years 20X1-20X8

Rok	Wielkość		Odchylenie [t]
	wydobycia [t]	sprzedaży [t]	
20X1	2 975 304	2 961 381	13 923
20X2	3 004 804	2 939 404	65 400
20X3	2 612 004	2 508 202	103 802
20X4	2 256 004	2 271 621	-15 617
20X5	2 322 104	2 188 238	133 866
20X6	1 847 204	1 882 021	-34 817
20X7	1 736 724	1 459 717	277 007
20X8	2 061 004	1 958 374	102 630
Razem			646 195

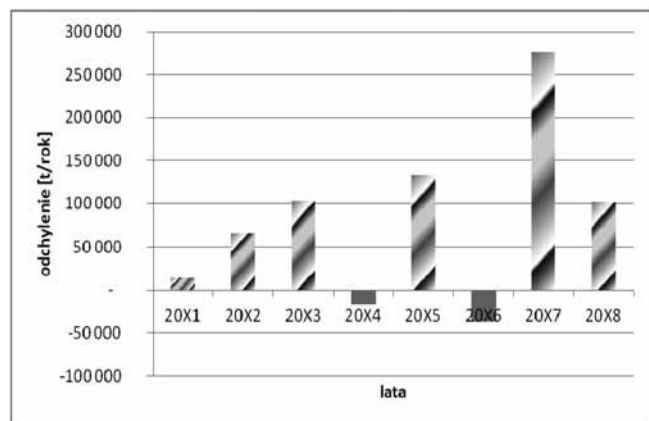
*) AGH w Krakowie

Dla branży górniczej zajmującej się eksploatacją zasobów energetycznych charakterystyczna jest sezonowość sprzedaży. Wynika ona z okresowych zmian (spadków i wzrostów) zapotrzebowania odbiorców (producentów energii elektrycznej i ciepłej oraz odbiorców indywidualnych). Można to zauważyć na przykładzie lat 20X1 i 20X8 (tab. 3, rys. 1). Sprzedaż wzrasta w okresach jesienno-zimowych, a maleje w okresie wiosennym i letnim.



Rys. 1. Wielkość sprzedaży węgla kopalni X w latach 20X1 i 20X8
Fig. 1. The sales volume of coal mines X in 20X1 and 20X8

Analizując wielkość wydobycia węgla i wielkość jego sprzedaży za lata 20X1-20X8 (tab. 1), można zauważyć, że kopalnia X wydobywała w analizowanym okresie więcej węgla niż sprzedawała, poza rokiem 20X4 i 20X6 (rys. 2). Łączna ilość węgla, która trafiła na zwalowisko w analizowanym okresie, wyniosła 646 194 tony (ostatnia kolumna tab. 1 - odchylenie). Celem opracowania prognozy wielkości produkcji (wydobycia) dla analizowanej kopalni jest określenie poziomu wydobycia bez gromadzenia nadmiernego stanu zapasów węgla.



Rys. 2. Różnica między wielkością wydobycia i sprzedaży węgla kopalni X w latach 20X1-20X8

Fig. 2. The difference between the size of the production and sale of coal mines X in the years 20X1-20X8

3. Prognoza wielkości wydobycia węgla dla kopalni X

Do obliczenia wartości modelowej zmiennej y (wielkość sprzedaży węgla) wykorzystano metodę regresji. Metoda ta polega na doborze analitycznej postaci funkcji $y = ax + b$, która najlepiej opisuje zależność wielkości sprzedaży od czasu oraz na określeniu stopnia dopasowania tej linii do danych statystycznych. Wykorzystuje się w tym celu klasyczną meto-

dę najmniejszych kwadratów. Najczęściej jest ona stosowana przy regresji liniowej, ale również może być stosowana do statystycznego wyznaczania parametrów nieliniowych linii trendu, między innymi trendu: wykładniczego, hiperbolicznego, potęgowego, logarytmicznego, kwadratowego itp. Wybór modelu następuje na podstawie wartości współczynnika korelacji. Zgodnie z tą metodą obliczenie współczynników regresji modelu dokonuje się w oparciu o następujące wzory (Box, Jenkins 1983, Goryl, Jędrzejczyk 1996):

$$a = \frac{\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y}) \cdot (x_i - \bar{x})}{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2} \quad (1)$$

$$b = \bar{y} - a \cdot \bar{x} \quad (2)$$

W celu ustalenia siły korelacji pomiędzy zmiennymi x (kolejne lata analizowanego okresu) i y (wielkość sprzedaży) oraz oceny stopnia dopasowania linii regresji do danych empirycznych oblicza się współczynnik korelacji liniowej r :

$$r = \frac{\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y}) \cdot (x_i - \bar{x})}{\sqrt{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 \cdot \sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2}} \quad (3)$$

Na podstawie szeregów czasowych wyznaczamy trend pasujący do analizowanych danych, a następnie ekstrapolujemy go na lata przyszłe. Otrzymana wielkość sprzedaży, dla konkretnego roku prognozy powinna zostać skorygowana o wartość błędu prognozy. Wielkość błędu prognozy proponuje się szacować na podstawie poniższego wzoru (Barnett 1982, Bobrowski 1986, Box, Jenkins 1983, Gnot 1991, Goryl, Jędrzejczyk 1996):

$$\sigma_{yprog} = \sqrt{\sigma_r^2 + \sigma_{\hat{y}}^2} \quad (4)$$

przy czym:

σ_r^2 – wariancja składnika resztowego, stanowiąca standardowy błąd oszacowania funkcji regresji, będący miarą określającą średnie odchylenia rzeczywistych wartości zmiennej objaśnianej od teoretycznych wartości tej zmiennej wyznaczonych z funkcji regresji. Jest to jeden z parametrów rozkładu składnika losowego, który pozwala wnioskować o dobroci dopasowania modelu do posiadanych danych empirycznych. Liczymy go ze wzoru:

$$\sigma_r^2 = \frac{\sum_{n=1}^N (y_n - y_{mod})^2}{N - K}, \quad (5)$$

gdzie:

y_n – rzeczywista wartość zmiennej endogenicznej,
 y_{mod} – wartość modelowa zmiennej endogenicznej,
 N – liczba obserwacji (zmiennych),
 K – liczba szacowanych parametrów strukturalnych modelu,

$\sigma_{\hat{y}}^2$ – wariancja modelu prognostycznego obliczona na podstawie zależności:

$$\sigma_{\hat{y}}^2 = [1 \ x_{N+1}] \cdot [X^T \cdot X]^{-1} \cdot [1 \ x_{N+1}]^T \cdot \sigma_r^2, \quad (6)$$

gdzie:

x_{N+1} – czas, dla którego przygotowuje się prognozę,

oraz

$$X = \begin{bmatrix} 1 & x_1 \\ 1 & x_2 \\ 1 & x_3 \\ \vdots & \vdots \\ 1 & x_N \end{bmatrix}, \quad X^T X = \begin{bmatrix} N & \sum_{n=1}^N x_n \\ \sum_{n=1}^N x_n & \sum_{n=1}^N x_n^2 \end{bmatrix}, \quad (7)$$

Na podstawie danych zestawionych w tabeli 1 oraz wzorów (1 - 3) przebadano pięcioma modelami kształtowanie się wielkości sprzedaży węgla kopalni X w latach 20X1-20X8. Wyniki obliczeń zestawiono w tabeli 2. Najlepszym modelem okazał się model liniowy o współczynniku korelacji -0,918:

$$y = -195\,016,79x + 3\,148\,695,29$$

Tabela 2. Zestawienie wyników analizy regresji dla wielkości sprzedaży węgla

Table 2. Summary results of the regression analysis for the volume of coal sales

Model	a	b (stała)	r
liniowy	-195 016,79	3 148 695,29	-0,918
wykładniczy	0,92	3 277 062,45	-0,894
hiperboliczny	1 435 445,71	1 783 452,70	0,811
potęgowy	-0,29	3 277 840,80	-0,872
logarytmiczny	-1 552 703,25	3 164 995,59	-0,912

Oszacowana na podstawie tego równania wielkość sprzedaży dla roku 20X9, stanowiąca w efekcie planowaną wielkość wydobycia węgla, wyniosła 1 393 544 tony.

Następnie wyznaczono odchylenie standardowe składnika resztowego, korzystając ze wzoru (5):

$$\sigma_r = 222\,260,83 \text{ [ton]}$$

Błąd prognozy obliczony na podstawie wzoru (4) wyniósł:

$$\sigma_{y_{prog}} = 281\,767,03 \text{ [ton]}$$

Prognozowana wielkość sprzedaży węgla dla kopalni X na rok 20X9 wyniosła 1 393 544 + 281 767,03 = 1 675 311 tony.

Postanowiono oszacować wielkość wydobycia dla kopalni X na rok 20X9 w rozbięciu na poszczególne miesiące. W tym celu obliczono funkcje trendów dla poszczególnych miesięcy analizowanych lat, a następnie obliczono prognozy sprzedaży dla kolejnych miesięcy roku 20X9 (tab. 3 i 4, rys. 3). Do każdej modelowej miesięcznej wielkości sprzedaży dodano wartość 1/12 błędu prognozy - wariant I (przedostatnia kolumna tabeli 4). Z uwagi na zachowanie ciągłości i rytmiczności (warunki geologiczne) wydobycia węgla można rozważyć wariant II prognozy - równomierna produkcja.

3. Podsumowanie

Jak wynika z przedstawionych w publikacji zagadnień w miarę proste metody prognozowania umożliwiłyby mi-

Tabela 3. Wielkość sprzedaży węgla kopalni X w poszczególnych miesiącach lat 20X1-20X8

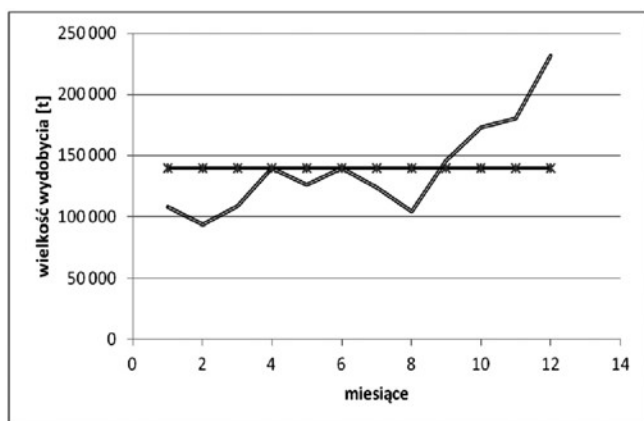
Table 3. Sales volume of coal mines X in different months 20X1-20X8 years

Miesiące	20X1	20X2	20X3	20X4	20X5	20X6	20X7	20X8
styczeń	270 858	293 609	271 804	196 253	155 390	138 882	130 140	142 063
luty	254 517	266 452	229 560	191 810	175 179	121 874	76 434	140 166
marzec	261 645	246 750	247 071	193 333	209 641	126 789	83 735	149 296
kwiecień	232 891	224 745	173 176	167 568	162 077	178 009	146 417	126 337
maj	272 798	217 864	206 978	190 042	179 269	180 673	117 619	131 374
czerwiec	228 396	240 643	214 439	185 493	234 538	173 395	117 053	129 790
lipiec	208 788	260 760	211 986	199 821	170 163	141 635	110 456	137 349
sierpień	230 819	192 799	178 495	211 118	177 814	90 081	100 570	120 830
wrzesień	174 432	241 726	233 390	174 899	224 044	126 507	116 649	148 914
październik	285 275	250 176	201 682	204 984	196 744	194 973	163 297	188 862
listopad	285 275	246 754	167 486	204 984	179 030	212 820	150 016	207 052
grudzień	255 687	257 126	172 135	151 316	124 349	196 383	147 331	336 341
Razem	2 961 381	2 939 404	2 508 202	2 271 621	2 188 238	1 882 021	1 459 717	1 958 374

Tabela 4. Zestawienie współczynników regresji oraz prognoz wielkości wydobycia węgla dla kopalni X w poszczególnych miesiącach roku 20X9

Table 4. Summary of regression coefficients and forecasts the amount of production coal mine X in different months of year 20X9

Miesiące	a	b	r	Sprzedaż mod	Prognoza	
					Wariant I	Wariant II
styczeń	-25 696,89	315 510,89	-0,92	84 239	107 719	139 609
luty	-24 883,76	293 975,93	-0,91	70 022	93 503	139 609
marzec	-23 167,33	294 035,50	-0,88	85 530	109 010	139 609
kwiecień	-13 434,64	236 858,39	-0,91	115 947	139 427	139 609
maj	-18 820,01	271 767,18	-0,94	102 387	125 868	139 609
czerwiec	-16 455,70	264 519,04	-0,85	116 418	139 898	139 609
lipiec	-17 765,52	260 064,61	-0,88	100 175	123 655	139 609
sierpień	-18 209,69	244 759,36	-0,85	80 872	104 353	139 609
wrzesień	-12 803,75	237 687,00	-0,65	122 453	145 934	139 609
październik	-13 543,49	271 694,82	-0,86	149 803	173 284	139 609
listopad	-10 966,70	256 027,29	-0,62	157 327	180 808	139 609
grudzień	730,71	201 795,29	0,03	208 372	231 852	139 609
Razem				1 393 544	1 675 311	1 675 311



Rys. 3. Warianty prognozy na rok 20X9 wydobycia dla kopalni X

Fig. 3. Variants of production forecast for the mine X in 20X9

nimalizowanie ilości węgla, który trafiłby na zwałowisko, a tym samym minimalizowanie kosztów z tym związanych. Natomiast w przypadku procesu wydobywczego zdeterminowanego przede wszystkim warunkami górnico-

-geologicznymi, w którym należałoby zachować ciągłość i rytmiczność eksploatacji węgla można rozważyć wariant II prognozy - równomiernej produkcji. Powstające wówczas zapasy węgla na zwałowiskach w okresie wiosenno-letnim zostałyby sprzedane pod koniec roku.

Publikację wykonano w 2016 roku w ramach badań statutowych, umowa nr: 11.11.100.693

Literatura

1. BARNETT V. 1982 - Elementy pobierania prób. Warszawa, PWN.
2. BOBROWSKI D. 1986 - Probabilistyka w zastosowaniach technicznych. Warszawa, WNT.
3. BOX G. P., JENKINS G. M. 1983 - Analiza szeregów czasowych. Prognozowanie i sterowanie. Warszawa, PWN.
4. GNOT S. 1991 - Estymacja komponentów wariancyjnych w modelach liniowych. Warszawa, WNT.
5. GORYL A., JĘDRZEJCZYK Z. 1996 - Wprowadzenie do ekonometrii w przykładach i zadaniach. Warszawa, PWN.

Artykuł wpłynął do Redakcji - marzec 2016
Artykuł zaakceptowano do druku 15 lipca 2016.