

THE TEMPERATURE DISTRIBUTION AROUND THE SINGLE VERTICAL GROUND HEAT EXCHANGER CALCULATED BY THE USAGE OF THE METHOD OF ELEMENTARY BALANCES

Abstract

The article describes the process of unsteady heat transfer that occurs between the vertical ground heat exchanger and the surrounding soil at a depth that is independent from the temperature on the ground surface. A mathematical model of this phenomenon and its exemplary solution using the method of elementary balances were presented. Numerical calculations using Mathcad were applied. As a result, the set temperature field is formed in the heat exchanger wall and the surrounding ground.

Keywords: vertical ground heat exchanger, heat transfer, non-stationary state, temperature field, the method of elementary balances

1. Introduction

These times, in order to cover the demand of the building to heat or cold are increasingly being used for compressor heat pump which uses the lower ground as a source of the heat. The most effective way of obtaining of low-temperature heat from the ground is to place a vertical ground heat exchanger, filled with intermediate fluid- circular. During the operation of the pump in the heating mode, the refrigerant that circulates in the vertical heat exchanger extracts heat from the surrounding ground. It causes, in the initial period of the operation, a significant drop in natural, undisturbed ground temperature under consideration for a given length of the exchanger. The duration of non-stationary conditions can be different. Only after a few decades of operation of geothermal heat pump stationary conditions occur. During the first years of the geothermal heat pump there is a primarily mechanism of heat conduction in the radial direction. After some time a process of a three-dimensional appears [1].

This project presents a single computational model of vertical ground heat exchanger for non-stationary conditions. The heat transfer using a cylindrical model is shown, which was established in order to facilitate a one-dimensional heat flow (only in the direction

to r). Between the ground heat exchanger wall and the surrounding ground there is the heat conduction, while the possible movement of deep water or groundwater is omitted. The driving force of the process of the heat transfer is the temperature gradient understood as the difference between the temperature of the heat exchanger wall and the undisturbed soil temperature profile. And the distance gradient defines the difference between radiuses of the heat exchanger and the ground at the site of undisturbed temperature. In order to determine the heat flux, to raise the potential of one meter from the hole, the case should be considered at limited only to what is happening on the surface of the borehole wall by taking the boundary condition of the third type, the convective heat transfer between the wall of the heat exchanger and the fluid which fills it. The heat flux taken from the ground and the temperature distribution in the wall of the heat exchanger and the surrounding ground always depends on the time, in the non-stationary processes.

2. A mathematical model of the heat transfer in the vertical ground heat exchanger

Unsteady one-dimensional heat conduction through the layer of soil, soil density, heat capacity and thermal

conductivity of the ground and the material from which the wall is made of the heat exchanger were founded. The solution to the equations of the heat exchange model [1] using the method of elementary balances was obtained. The test area was divided into geometric elements, for which the energy balance sheet based on the following assumptions was prepared:

- The temperature of the surrounding medium is always constant and unchanging $T_k = \text{const}$ (Fig. 1).
- The temperature of the transfer medium is always constant and unchanging $T_f = \text{const}$.
- A one-dimensional temperature field \Rightarrow one-dimensional heat movement in the direction of r :
- Heat is supplied from the outer surface through convection with a constant thermal diffusion coefficient $\alpha = \text{const}$.
- The initial temperature of the system is equal to the initial temperature of the soil.
- An element with a length of 1 m, which is located on the depth at which the temperature is independent from the temperature on the ground surface is taken to determine the temperature field in the ground.
- Constant wall parameters ($c_{pr}, \rho_r, \lambda_r$) and ground ($c_{pgr}, \rho_{gr}, \lambda_{gr}$) are known.
- The ground is homogeneous.
- There are no internal heat sources.
- Each element is represented by a node that is located in the center of gravity of the element, which focuses the whole heat capacity of the element in question.
- The whole the area in question is symmetrical about an axis which is located in the core of the transfer medium.

With the foregoing assumptions, the governing equations of the problem can be written as follows:

$$\left\{ \begin{array}{l} \alpha_g \cdot (T_1 - T_f) = \lambda \left(\frac{\partial T}{\partial r} \right)_{r=r_1} \\ c_{pr} \cdot \rho_r \cdot \frac{\partial T_1}{\partial \tau} = \lambda_r \cdot \left(\frac{\partial^2 T_1}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial T_1}{\partial r} \right)_{r_1 > r > r_2} \\ \begin{array}{l} q_1 = q_2 \\ T_1 = T_2 \end{array} \\ c_{pgr} \cdot \rho_{gr} \cdot \frac{\partial T_2}{\partial \tau} = \lambda_{gr} \cdot \left(\frac{\partial^2 T_2}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial T_2}{\partial r} \right)_{r_2 > r > r_k} \\ T = T_k = \text{const}_{r=r_7} \end{array} \right. \quad (1)$$

where:

- α – thermal diffusion coefficient, $W/(m^2 \cdot K)$,
- λ – thermal conductivity coefficient, $W/(m \cdot K)$,
- ρ – density, kg/m^3 ,
- c_p – specific heat capacity, $J/(kg \cdot K)$,
- q – heat transfer rate per unit depth, (W/m) ,
- T – temperature, $(^\circ C)$,

r – radius, (m),
 $\Delta\tau$ – time (s),

The figure below shows the heat transfer simulation model created for the case. In the scheme a symmetrical division of ground accumulative layer into seven layers with thermal capacity was adopted. There are five identical and two smaller layers which are the result of the dimensions of the ground heat exchanger.

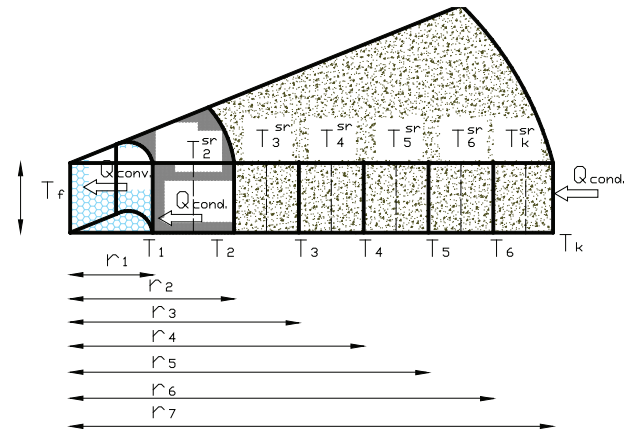


Fig. 1. The division of the analyzed segment of ground on the computational layer

In the non-stationary conditions, assuming isobaric heat flow, the heat inflow to the relevant node or nodes from the adjacent or surface of the body will increase in enthalpy. Energy balance equation in the nodes in each intervals of can be written as follows:

$$\left\{ \begin{array}{l} Q_1 = Q_2 + \Delta Q \\ Q_2 = Q_3 + \Delta Q \\ Q_3 = Q_4 + \Delta Q \rightarrow \\ Q_4 = Q_5 + \Delta Q \\ Q_5 = Q_6 + \Delta Q \\ Q_6 = Q_k + \Delta Q \end{array} \right. \rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \alpha(T_1^i - T_f)2\pi l \frac{d_w}{2} - \frac{\lambda_r 2\pi l}{\ln \frac{d_2}{d_1}} (T_2^i - T_1^i) = \frac{2\pi (d_2^2 - d_1^2)}{4} l \rho_r c_r \Delta T_2^{sr} \\ \frac{\lambda_r 2\pi l}{\ln \frac{d_2}{d_1}} (T_2^i - T_1^i) - \frac{\lambda_{gr} 2\pi l}{\ln \frac{d_3}{d_2}} (T_3^i - T_2^i) = \frac{2\pi (d_3^2 - d_2^2)}{4} l \rho_{gr} c_{gr} \Delta T_3^{sr} \\ \frac{\lambda_{gr} 2\pi l}{\ln \frac{d_3}{d_2}} (T_3^i - T_2^i) - \frac{\lambda_{gr} 2\pi l}{\ln \frac{d_4}{d_3}} (T_4^i - T_3^i) = \frac{2\pi (d_4^2 - d_3^2)}{4} l \rho_{gr} c_{gr} \Delta T_4^{sr} \\ \frac{\lambda_{gr} 2\pi l}{\ln \frac{d_4}{d_3}} (T_4^i - T_3^i) - \frac{\lambda_{gr} 2\pi l}{\ln \frac{d_5}{d_4}} (T_5^i - T_4^i) = \frac{2\pi (d_5^2 - d_4^2)}{4} l \rho_{gr} c_{gr} \Delta T_5^{sr} \\ \frac{\lambda_{gr} 2\pi l}{\ln \frac{d_5}{d_4}} (T_5^i - T_4^i) - \frac{\lambda_{gr} 2\pi l}{\ln \frac{d_6}{d_5}} (T_6^i - T_5^i) = \frac{2\pi (d_6^2 - d_5^2)}{4} l \rho_{gr} c_{gr} \Delta T_6^{sr} \\ \frac{\lambda_{gr} 2\pi l}{\ln \frac{d_6}{d_5}} (T_6^i - T_5^i) - \frac{\lambda_{gr} 2\pi l}{\ln \frac{d_7}{d_6}} (T_7^i - T_6^i) = \frac{2\pi (d_7^2 - d_6^2)}{4} l \rho_{gr} c_{gr} \Delta T_7^{sr} \end{array} \right. \quad (2)$$

3. The example of calculation

The numerical calculations by means of Mathcad were presented. The following data were used. The

average temperature of the transfer medium (ethylene glycol – 38%) in the heat exchanger is $T_f = -3^\circ\text{C}$ and its parameters are: $c_{pg} = 3430 \text{ J/kg/K}$, $\rho_g = 1055 \text{ kg/m}^3$, $\lambda_g = 0.45 \text{ W/(mK)}$ [2] and calculated $\alpha = 6970 \text{ W/(m}^2 \text{ K)}$. The adopted ground has following properties: $\lambda_{gr} = 0.45 \text{ W/(mK)}$, $c_{pgr} = 1440 \text{ J/kg/K}$, $\rho_{gr} = 1300 \text{ kg/m}^3$ and the heat exchanger of dimensions $d_w = 0.021 \text{ m}$ and $d_z = 0.025 \text{ m}$ made of material with the following parameters: $\lambda_r = 0.5 \text{ W/(mK)}$, $c_{pgr} = 4430 \text{ J/kg/K}$, $\rho_{gr} = 1155 \text{ kg/m}^3$. It is assumed that the constant undisturbed ground temperature at a distance $r_7 = 2.5 \text{ [m]}$ is $T_k = T_g = 10^\circ\text{C}$.

The Figure below shows the results of made simulations. The Figure 2 illustrates the temperature changes in the various nodes of the model in the subsequent time intervals.

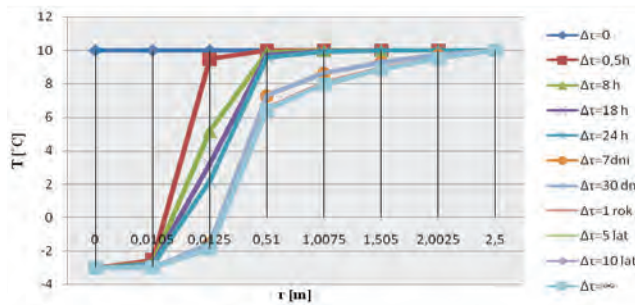


Fig. 2. The temperature distribution around a single vertical ground heat exchanger as a function of operating time of compressor heat pump

In Figure 3 the possibilities of getting the heat from the 1 m of vertical heat exchanger within the time can be observed.

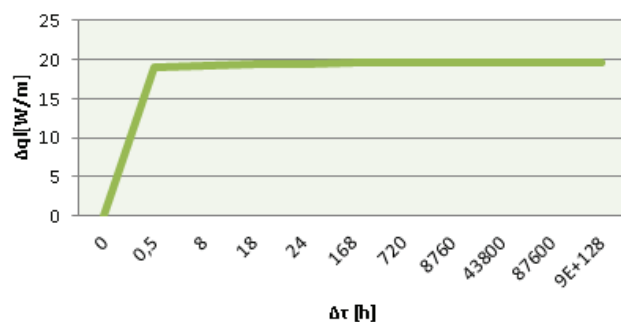


Fig. 3. The amount of heat extracted from ground ql in [W/m] as a function of the duration of the heat exchange process

4. Conclusion

Adopted computational model not only allows to analyse the heat exchange processes around a single ground heat exchanger, but also allows to match individual elements of the model parameters to optimize the work of the heat pump. The simulation can be made for example by selection the transfer medium (c_{pg} , ρ_g , λ_g) or the appropriate rate of flow, but also the material with different physical characteristics (c_{pgr} , ρ_r , λ_r) referring them to the ground conditions with which we deal with (c_{pgr} , ρ_{gr} , λ_{gr}). Determining the optimum operating conditions of ground heat exchanger is extremely important at the design stage, so that a clear understanding of the application process taking place around it is necessary.

References

- [1] Wajman M.: *Podstawy teoretyczne wymiany ciepła w pionowych sondach gruntowych*, Technika Chłodnicza i Klimatyzacyjna, Nr 9/2011, s. 438-444.
- [2] Zalewski W.: *Pompy ciepła sprężarkowe, sorpcyjne i termoelektryczne*, IPPU Masta Gdańsk, 2001.
- [3] Hobler T.: *Ruch ciepła i wymienniki*, Wydawnictwa Naukowo-Techniczne, Warszawa 1986.
- [4] Ashrae Handbook: HVAC Applications- Geothermal Energy (rozdz. 34, 2011).

Anna Jurek

Rozkład temperatury wokół pojedynczego pionowego wymiennika gruntowego obliczony metodą bilansów elementarnych

1. Wstęp

Obecnie w celu pokrycia zapotrzebowania budynku na ciepła bądź chłód coraz częściej stosuje się sprężarkowe pompy ciepła dla których dolnym źródłem ciepła jest grunt. Najbardziej efektywnym sposobem na pozyskanie ciepła niskotemperaturowego z gruntu jest umieszczenie sondy pionowej, wypełnionej cyrkulacyjnym płynem pośredniczącym. Podczas pracy pompy w trybie grzania, czynnik, który krąży w sondzie pionowej pobiera ciepło od otaczającego ją gruntu, powodując tym samym, w początkowym okresie pracy, znaczny spadek naturalnej, niezakłóconej temperatury gruntu rozważanej dla danej długości wymiennika. Czas trwania takich niestacjonarnych warunków może być różny, dopiero po paru dekadach pracy pompy mają miejsce warunki ustalone. Podczas pierwszych lat pracy pompy ciepła mechanizm przewodzenia ciepła występuje głównie w kierunku promieniowym, przechodząc po pewnym czasie w proces o charakterze trójwymiarowym [1].

W niniejszej publikacji przedstawiono model obliczeniowy pojedynczej gruntowej sondy pionowej dla warunków niestabilnych. Proces wymiany ciepła przedstawiono za pomocą modelu cylindrycznego, w którym w celu uproszczenia założono jednowymiarowy przepływ ciepła (tylko w kierunku r). Pomiedzy ścianą wymiennika gruntowego i otaczającym go gruntem następuje przewodzenie ciepła, podczas gdy możliwy ruch wody głębinowej lub gruntowej został pominięty. Siłą napędową procesu przepływu ciepła jest gradient temperatury rozumiany jako różnica pomiędzy temperaturą ściany wymiennika i niezakłóconym profilem temperaturowym gruntu. Zaś gradient odległości określa różnicę pomiędzy promieniami sondy i gruntu w miejscu występowania niezakłóconej temperatury. W celu określenia strumienia ciepła, możliwego do pozyskania z jednego metra odwiertu, rozważany przypadek należy ograniczyć tylko do tego co dzieje się na powierzchni ściany odwiertu, przyjmując warunek brzegowy trzeciego rodzaju, czyli

konwekcyjną wymianę ciepła pomiędzy ścianą sondy i wypełniającym ją płynem. W procesie niestabilnym ilość ciepła pobranego z gruntu oraz rozkład temperatur w ścianie wymiennika i w otaczającym go gruncie są wartościami zawsze zależnymi od czasu.

2. Model matematyczny wymiany ciepła w wymienniku

Założono niestabilne, jednowymiarowe przewodzenie ciepła przez warstwę gruntu, stałe wartości gęstości, ciepła właściwego i współczynnika przewodzenia ciepła gruntu oraz materiału, z którego wykonana jest ściana sondy. Rozwiązanie równań modelu wymiany ciepła [1] uzyskano stosując metodę bilansów elementarnych. Badany obszar podzielono na elementy geometryczne, dla których sporządzono bilanse energii na podstawie następujących założeń:

- cały czas stała i niezmienna temperatura otaczającego ośrodka $T_k = \text{const}$,
- cały czas stała i niezmienna temperatura czynnika pośredniczącego $T_f = \text{const}$,
- jednowymiarowe pole temperaturowe \Rightarrow ruch ciepła jednowymiarowy w kierunku r ,
- z powierzchni zewnętrznej ciepło jest dostarczane na drodze wnikania ze stałą wartością współczynnika wnikania ciepła $\alpha = \text{const}$,
- początkowa temperatura układu równa jest początkowej temperaturze gruntu,
- do wyznaczenia pola temperatury w gruncie przyjmuje się wycinek o długości 1 m zlokalizowany na głębokości, na której temperatura jest niezależna od temperatury na powierzchni gruntu,
- znane są stałe parametry ścianki i gruntu: c_p, ρ, λ ,
- grunt jest jednorodny,
- brak obecności wewnętrznych źródeł ciepła,
- każdy element reprezentowany jest przez węzeł leżący w środku ciężkości elementu, w którym skupia się cała pojemność cieplna rozpatrywanego elementu,
- cały rozpatrywany obszar jest symetryczny względem osi zlokalizowanej w rdzeniu czynnika pośredniczącego.

Procesy ciepłe zachodzące w rozważanym obszarze opisuje układ równań różniczkowych cząstkowych w postaci (1). Na rysunku 1 przedstawiono model symulacyjny utworzony dla rozpatrywanego przypadku wymiany ciepła. W schemacie przyjęto symetryczny podział akumulacyjnej warstwy gruntu na siedem warstw mających pojemności cieplne, pięć jednakowych oraz dwie mniejsze wynikające z wymiarów sondy gruntowej.

W warunkach nieustalonych, przy założeniu izobarycznego przepływu ciepła ciepło dopływające do rozpatrywanego węzła z węzłów sąsiadujących lub z powierzchni ciała powoduje przyrost entalpii. Równania bilansu energii w węzłach w poszczególnych odstępach czasu można zapisać w postaci (2).

3. Przykład obliczeniowy

Obliczenia numeryczne wykonano w programie Mathcad, przy zastosowaniu następujących danych. Średnia temperatura czynnika pośredniczącego (glikolu etylenowego – 38%) w wymienniku wynosi $T_f = -3^\circ\text{C}$ a jego parametry wynoszą: $c_{pg} = 3430 \text{ J/kg/K}$, $\rho_g = 1055 \text{ kg/m}^3$, $\lambda_g = 0,45 \text{ W/mK}$ [2] wyznaczone $\alpha = 6970 \text{ W/(m}^2\text{K)}$. Przyjęto grunt o następujących właściwościach: $\lambda_{gr} = 0,45 \text{ W/(mK)}$, $c_{pgr} = 1440 \text{ J/kg/K}$, $\rho_{gr} = 1300 \text{ kg/m}^3$ oraz wymiennik o wymiarach $d_w = 0,021 \text{ m}$ oraz $d_z = 0,025 \text{ m}$ wykonanego z materiału o parametrach: $\lambda_r = 0,5 \text{ W/(mK)}$, $c_{pgr} = 4430 \text{ J/kg/K}$, $\rho_{gr} = 1155 \text{ kg/m}^3$. Przyjęto, także że stała niezakłóco-

na temperatura gruntu w odległości $r_7 = 2,5 \text{ m}$ wynosi $T_k = T_z = 10^\circ\text{C}$.

Na rysunkach 2 i 3 przedstawiono wyniki wykonanych symulacji. Wykres (rys. 2) ilustruje zmiany temperatur w poszczególnych węzłach modelu w kolejnych odstępach czasu.

Na rysunku 3 można zaobserwować jak kształtuje się możliwość pozyskiwania ciepła z 1 m pionowego wymiennika gruntowego wraz z upływem czasu jego pracy.

4. Wnioski

Przyjęty model obliczeniowy pozwala nie tylko na dogłębne poznanie procesów złożonej wymiany ciepła wokół pojedynczej sondy gruntowej, ale umożliwia także dobieranie parametrów poszczególnych elementów modelu w celu optymalizacji pracy samej pompy ciepła. Symulacji można dokonywać poprzez np. dobór czynnika pośredniczącego (c_{pg} , ρ_g , λ_{gr}) czy też odpowiedniej prędkości jego przepływu, ale także materiału o innych właściwościach fizycznych (c_{pr} , ρ_r , λ_r) odnosząc je do warunków gruntowych z jakimi mamy do czynienia (c_{pgr} , ρ_{gr} , λ_{gr}). Określenie optymalnych warunków pracy wymiennika gruntowego jest niezwykle istotne już na etapie projektowania, stąd wniosek że dokładne poznanie procesów wokół niego zachodzących jest niezbędne.