

OBLICZANIE PARAMETRÓW TECHNICZNYCH UJĘĆ LEWAROWYCH W WARUNKACH WSPÓŁDZIAŁANIA STUDNI

CALCULATING TECHNICAL PARAMETERS OF SIPHON INTAKES WITH COOPERATING WELLS

WIKTOR TREICHEL¹

Abstrakt. W artykule przedstawiono metodę obliczania infiltracyjnych ujęć wód podziemnych współpracujących ze złożonym lewarem. Zastosowano numeryczną metodę Newtona-Raphsona do rozwiązywania układów równań nieliniowych. Przedstawiono praktyczne zastosowanie ogólnej metody obliczania złożonych układów lewarów klasycznych dla układu składającego się z 10 studni rozmieszczonych prostoliniowo w warstwie wodonośnej o zwierciadle swobodnym. Pokazano, że opracowany program komputerowy, wykorzystujący środowisko programistyczne MATLAB, może być sprawnym narzędziem analizy złożonych układów ujęć lewarowych.

Słowa kluczowe: ujęcia wód podziemnych, lewary klasyczne, obliczenia inżynierskie, MATLAB.

Abstract. In this paper a method of calculating shallow groundwater intakes cooperating with a compound classic siphon is presented. The Newton-Raphson method is applied for finding a solution of the resulting system of non-linear algebraic equations. Practical application of the general method of calculating the compound system of classic siphon is presented for a hypothetic example consisting of a row of 10 wells located in a shallow phreatic aquifer. The paper shows that the computer program developed under MATLAB environment can be an efficient tool for analysis of such compound siphon water intakes.

Key words: groundwater intakes, classic siphons, numerical methods, MATLAB.

WSTĘP

Infiltracyjne ujęcia wody budowane wzdłuż linii brzo-
wej rzek lub jezior umożliwiają czerpanie nie tylko wód
podziemnych, ale także wód powierzchniowych infiltru-
jących w głąb warstwy wodonośnej. Warstwa wodonośna
zasilana jest naturalnie poprzez infiltrację wód powier-
chniowych z jeziora czy koryta rzeczno-ego lub sztucznie ze spe-
cjalnie w tym celu budowanych stawów infiltracyjnych. Sta-
wy infiltracyjne napełniane są zwykle wodą powierzchni-
ową przepompowywaną z rzeki lub jeziora. Do ujmowania
wody w takich warunkach wykorzystuje się studnie wier-
cone połączone z układem lewarowym (Gabryszewski, Wie-
czysty, 1985). Ujęcia takie są stosowane zarówno za granicą
(w Niemczech, Anglii, Francji), jak i w Polsce (m.in. w Po-

znaniu, Wrocławiu, Krakowie, Legnicy). Zaletą tych ujęć
jest wykorzystanie wstępnego filtracyjnego uzdatniania wo-
dy powierzchniowej bezpośrednio w warstwie wodonośnej
oraz ograniczenie nakładów finansowych i technicznych
związanych z instalacją pomp i doprowadzeniem energii
elektrycznej tylko do studni zbiorczej.

Podstawowym warunkiem stosowania ujęć lewarowych
jest odpowiedni poziom dynamicznego zwierciadła wody
w ujmowanej warstwie wodonośnej. Z uwagi na ograniczone
możliwości ssania układu lewarowego dynamiczne zwier-
ciadło wody podziemnej nie powinno być położone niżej niż
na głębokości 9–11 m (Dziopak, 2006). Ujęcia lewarowe
składają się z kilku, kilkudziesięciu lub nawet kilkuset

¹ Politechnika Warszawska, Wydział Inżynierii Środowiska, ul. Nowowiejska 20, 00-653 Warszawa; e-mail: wiktortreichel@is.pw.edu.pl

współdziałających ze sobą płytkich studni wierconych, przeważnie zupełnych, ujmujących warstwę ze swobodnym zwierciadłem wody. Woda ujmowana jest podciśnieniowymi przewodami, podłączonymi do zbiorczego przewodu lewarowego. Przewód lewarowy doprowadza wodę do studni zbiorczej, z której następnie jest pobierana za pomocą pomp. Liczba studni podłączonych do lewara zależy od wymaganej wydajności ujęcia. Lewarowe ujęcie wody tworzy złożony układ hydrauliczno-techniczny łączący system współdziałających studni z siecią uzbrojonych przewodów oraz studnią zbiorczą. Układ ten, aby poprawnie pracował, powinien zostać prawidłowo zaprojektowany i obliczony.

Jednym z warunków prawidłowej pracy lewara jest utrzymywanie odpowiednio obniżonego zwierciadła wody w studni zbiorczej względem zwierciadła wody w studniach ujęcia. W literaturze krajowej (Mielcarzewicz, 2000; Dziopak, 2006) do obliczania takich układów proponowane były me-

tody graficzne i analityczno-graficzne, które są bardzo uciążliwe i można je zastosować praktycznie tylko w przypadku bardzo małych układów. Ostatnio w pracach Grabarczyka (2008) oraz Treichela i Grabarczyka (2008) do obliczania ujęć wód podziemnych współpracujących ze złożonym lewarem zaproponowano uniwersalną metodę opartą na zastosowaniu modelowania matematycznego i metod numerycznych. Metodą tą można obliczać nawet bardzo duże i złożone układy lewarowe. W artykule zaprezentowano model matematyczny lewarowego ujęcia wody i opracowany na jego podstawie w środowisku MATLAB program symulacyjny. Przedstawiono praktyczne zastosowanie ogólnej metody obliczania złożonych układów lewarów klasycznych dla 10 studni rozmieszczonych prostoliniowo w warstwie wodonośnej o swobodnym zwierciadle. Pokazano, że opracowany program komputerowy, wykorzystujący środowisko programistyczne MATLAB, może być sprawnym narzędziem analizy złożonych układów ujęć lewarowych.

MODEL MATEMATYCZNY LEWAROWEGO UJĘCIA WODY

Infiltracyjne ujęcia wody współpracujące ze złożonym lewarem tworzą z reguły tzw. ujęcie grupowe, składające się z dużej liczby niezbyt odległych, a więc wzajemnie współpracujących studni. Do obliczania charakterystyk pracy takich ujęć stosuje się zasadę superpozycji. Spośród kilku metod stosowanych do obliczania ujęć grupowych w dalszych rozważaniach wykorzystano metodę Forchheimera dla N_s studni pracujących w warunkach ustalonych, ujmujących warstwę wodonośną o swobodnym zwierciadle wody. W metodzie przyjmuje się następujący uproszczony schemat warunków hydrogeologicznych ujęcia:

- warstwa wodonośna o swobodnym zwierciadle wody ma nieograniczone rozprzestrzenienie, stałą miąższość lub stałą miąższość strefy aktywnej, jest jednorodna, o stałym współczynniku filtracji;

- zwierciadło wody przed rozpoczęciem pompowania jest płaskie lub charakteryzuje się małym nachyleniem;

- studnie spełniają warunki studni zupełnych, mają małą średnicę i jednakowe głębokości względem zwierciadła statycznego, a ich wydajności są niezmiennie w czasie.

Zakłada się, że słuszne jest liniowe prawo Darcy oraz spełnione jest założenie Dupuita (Bear, 1972; Gabryszewski, Wiczysty, 1985). W takich warunkach równanie krzywej depresji dla j -tej studni ($j = 1, 2, \dots, N_s$), traktowanej niezależnie (bez współdziałania), przyjmuje postać wzoru Dupuita-Thiema:

$$H^2 - h_j^2 = \frac{Q_j}{\pi k} \ln \left(\frac{R_j}{r_j} \right) \quad [1]$$

gdzie:

H – wysokość statycznego zwierciadła wody (początkowa miąższość warstwy), [m],

h_j – wysokość dynamicznego zwierciadła wody na zewnętrznej powierzchni studni, [m],

Q_j – wydajność j -tej studni, [m³/s],

k – współczynnik filtracji, [m/s],

R_j – promień zasięgu leja depresyjnego j -tej studni, [m],

r_j – promień j -tej studni, [m].

Wzór [1] może być wykorzystany do obliczania wysokości strumienia w dowolnej odległości x_j od osi j -tej studni (dla $x_j < R_j$). Należy zauważyć, że przy założeniu Dupuita laminarny ruch wód podziemnych w kierunku otworu studziennego można traktować jako płasko-radialny przepływ potencjalny, przy czym wzór [1] jest szczególnym rozwiązaniem we współrzędnych biegunowych równania różniczkowego Forchheimera (1930):

$$\frac{k}{2} \frac{\partial^2 (h^2)}{\partial x^2} + \frac{k}{2} \frac{\partial^2 (h^2)}{\partial y^2} + q_s = 0 \quad [2]$$

a h^2 jest potencjałem ϕ prędkości przepływu. Równanie [2] jest natomiast szczególnym przypadkiem równania Boussinesqa (Bear, 1972) dla przepływu w warstwie jednorodnej w warunkach ustalonych.

W przypadku gdy następuje jednoczesny pobór wody ze wszystkich studni, to ze względu na potencjalny charakter przepływu wypadkowe pole przepływu może być wyznaczone przez zastosowanie zasady superpozycji pojedynczych strumieni potencjalnych poszczególnych studni. Dzięki liniowości równania Forchheimera względem potencjału $\phi = h_j^2$ prędkości przepływu, dowolna kombinacja liniowa rozwiązań pojedynczych również będzie jego rozwiązaniem. W szczególnym przypadku także suma algebraiczna potencjałów prędkości dowolnej liczby pojedynczych przepływów będzie rozwiązaniem równania Forchheimera [2], tzn.:

$$h^2 = \sum_{j=1}^{N_s} h_j^2 \quad [3]$$

gdzie h^2 – potencjał wypadkowy w dowolnym punkcie obszaru oddziaływania N_s studni.

Zatem korzystając z równania [1] dla dowolnego punktu, którego odległości od poszczególnych studni wynoszą x_j , otrzymamy:

$$h^2 = -\frac{1}{\pi k} \left(\sum_{j=1}^{N_s} Q_j \ln R_j - \sum_{j=1}^{N_s} Q_j x_j \right) + C \quad [4]$$

Stałą całkowania C można wyznaczyć przyjmując założenie, że największa odległość pomiędzy studniami jest mała w porównaniu z zasięgiem lejów depresji poszczególnych studni. Można również założyć, że zasięgi lejów depresji są jednakowe i równe R . Wtedy otrzymamy następującą zależność dla dowolnego punktu w obszarze oddziaływania studni (Grabarczyk, 2008):

$$h^2 = -\frac{1}{\pi k} \left[\left(\sum_{j=1}^{N_s} Q_j \right) \ln R - \sum_{j=1}^{N_s} Q_j x_j \right] + H^2 \quad [5]$$

Wzór [5] pozwala również obliczyć wysokość zwierciadła wody w dowolnie wybranej i -tej studni (a dokładnie na jej zewnętrznej powierzchni):

$$h_i = \sqrt{H^2 - \frac{1}{\pi k} \left[\left(\sum_{j=1}^{N_s} Q_j \right) \ln R - \sum_{j=1}^{N_s} Q_j x_{ij} \right]} \quad [6]$$

gdzie x_{ij} to odległości pomiędzy studniami dla $j \neq i$ ($j = 1, 2, \dots, N_s$) oraz $x_{ii} = r_i$ (promień i -tej studni). Wzór [6] nie uwzględnia tzw. zeskoków na filtry, czyli strat hydraulicznych wywołanych oporem przepływu przez zewnętrzną obrywkę oraz filtr. Straty te są wyznaczane empirycznie podczas próbnych pompowań i z reguły wyrażają się kwadratową funkcją wydajności studni, $\Delta h_i = S_{fi} Q_i^2$, gdzie S_{fi} – oporność filtru i -tej studni. W szczegółowych obliczeniach hydraulicznych ujęć lewarowych powinny one być uwzględnione.

Zapisując wzór [6] dla każdej studni, otrzymujemy układ N_s równań algebraicznych, pozwalających wyznaczyć wysokości h_i zwierciadła wody w studniach dla znanych wydajności Q_j lub wyznaczyć wydajności, jeśli znane są położenia zwierciadła wody w studniach.

Woda ze studni ujmowana jest rurami ssawnymi podłączonymi do zbiorczego rurociągu, tworząc razem układ lewarowy. Hydrauliczne warunki działania lewara prostego oraz wyprowadzenie równań złożonego układu lewara klasycznego zostały szczegółowo przedstawione w pracy Grabarczyka (2008). Lewar składa się z przewodów wypełnionych całkowicie wodą, pracujących w warunkach podciśnienia, transportujących wodę ze zbiorników górnych (studnie ujęcia) do zbiornika dolnego (studnia zbiorcza). Warunkiem koniecznym wystąpienia przepływu wody w lewarze jest

początkowe zalenie lewara, które odbywa się z zastosowaniem pompy próżniowej, oraz utrzymanie zwierciadła wody w studni zbiorczej poniżej zwierciadła wody w studniach ujęcia. Należy zauważyć, że poziom zwierciadła wody w studni zbiorczej wynika wprost z parametrów układu pompowego, pobierającego wodę ze studni zbiorczej z wymaganym wydatkiem Q_c .

Zapisując równania spływu wody z i -tej studni do studni zbiorczej, wykorzystuje się następujące zależności opisujące straty hydrauliczne liniowe i lokalne (Grabarczyk, 1997; Mielcarzewicz, 2000):

$$\Delta H = \left(\sum_t \xi_t + \lambda \frac{l}{d} \right) \frac{8Q^2}{\pi^2 g d^4} \quad [7]$$

gdzie:

- ξ_t – współczynniki lokalnych oporów hydraulicznych, [-],
- λ – współczynnik liniowych oporów hydraulicznych, [-],
- l, d – długość i średnica rozważanego odcinka przewodu, [m].

Współczynnik liniowych oporów hydraulicznych może być obliczany z uwikłanego wzoru Colebrooka-White'a lub z aproksymującego go wzoru Phama:

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = -2 \lg \left[\frac{\varepsilon}{3,7} - \frac{4,52}{\text{Re}} \lg \left(\frac{7}{\text{Re}} + \frac{\varepsilon}{7} \right) \right] \quad [8]$$

gdzie:

- Re – liczba Reynoldsa obliczana wg wzoru: $\text{Re} = \frac{4Q}{\pi d v}$, [-],
- ε – względna chropowatość przewodu, $\varepsilon = \frac{k}{d}$, [-],
- k – bezwzględna chropowatość przewodu, [m],
- v – kinematyczny współczynnik lepkości wody, [m²/s].

W przypadku rozwiązywania zadań eksploatacyjnych, tzn. przy znanych średnicach przewodów, opory lokalne można zastąpić odcinkiem rury o odpowiedniej długości zastępczej l_z , wywołującym takie same straty hydrauliczne:

$$l_z = \frac{\sum \xi_t}{\lambda} d \quad [9]$$

Wtedy wzór [7] przyjmuje postać:

$$\Delta H = \lambda \frac{l_z + l}{d} \frac{8Q^2}{\pi^2 g d^4} = \frac{8\lambda L}{\pi^2 g d^5} Q^2 = S Q^2 \quad [10]$$

gdzie:

- $l_z + l = L$ – długość obliczeniowa przewodu, [m],
- S – oporność przewodu o długości L , zależna od λ , a więc w konsekwencji od Q , [s²/m⁵].

Stosując zależności [8]–[10], można zapisać równania spływu wody z każdej studni ujęcia o wydatku Q_i do studni zbiorczej, w których wykorzystuje się fakt, że suma strat hydraulicznych przepływu wody z i -tej studni do studni zbiorczej, z uwzględnieniem dopływów z kolejnych studni do le-

wara, równa jest różnicy ($z_i - z_{sz}$) rzędnych zwierciadeł wody w i -tej studni, z_i , i w studni zbiorczej, z_{sz} , (Grabarczyk, 2008):

$$F_i(Q_1, Q_2, \dots, Q_{N_s}) = S_i Q_i^2 + \sum_{t=N_s+i}^{2N_s} S_t \left(\sum_{j=1}^{t-N_s} Q_j \right)^2 \quad [11]$$

$$-(z_i - z_{sz}) = 0 \quad i = 1, 2, \dots, N_s$$

Rzędną zwierciadła wody w i -tej studni, z_i , można wyliczyć z zależności:

$$z_i = z_{0i} - H + h_i \quad [12]$$

gdzie:

z_{0i} – rzędna początkowego, statycznego zwierciadła wody, [m],

H – miąższość warstwy lub strefy aktywnej, [m],

h_i – wysokość strumienia dopływającego do i -tej studni wg wzoru [6], [m].

We wzorze [11] pierwszy składnik wyraża straty hydrauliczne w przewodzie łączącym i -tą studnię z węzłem lewara, a drugi składnik straty hydrauliczne w kolejnych odcinkach lewara, aż do studni zbiorczej. Równania [11], zapisane dla każdej studni $i = 1, 2, \dots, N_s$, stanowią układ algebraicznych równań nieliniowych względem obliczanych wydajności Q_i .

NUMERYCZNA METODA ROZWIĄZANIA UKŁADU ALGEBRAICZNYCH RÓWNAŃ NIELINIOWYCH

Sformułowany układ równań [11] opisujących współpracę warstwy wodonośnej ze złożonym lewarem można rozwiązać numerycznie, stosując metodę Newtona-Raphsona (Kincaid, Cheney, 2006). Jest to metoda iteracyjna, polegająca na linearyzacji funkcji F_i korzystając z rozwinięcia w szereg Taylora z dokładnością do wyrazów pierwszego rzędu. Jeśli zapiszemy układ [11] w postaci macierzowej:

$$\mathbf{F}(Q_1, Q_2, \dots, Q_{N_s}) = \begin{bmatrix} F_1(Q_1, Q_2, \dots, Q_{N_s}) \\ F_2(Q_1, Q_2, \dots, Q_{N_s}) \\ \dots \\ F_{N_s}(Q_1, Q_2, \dots, Q_{N_s}) \end{bmatrix} = 0 \quad [13]$$

i przyjmiemy, że ξ jest miejscem zerowym funkcji \mathbf{F} , a $\mathbf{Q}^{(0)} = [Q_1^{(0)}, Q_2^{(0)}, \dots, Q_{N_s}^{(0)}]^T$ jest początkowym przybliżeniem wartości ξ , to w pierwszym przybliżeniu otrzymujemy

$$0 = \mathbf{F}(\xi) \approx \mathbf{F}(\mathbf{Q}^{(0)}) + \mathbf{DF}(\mathbf{Q}^{(0)}) (\xi - \mathbf{Q}^{(0)}) \quad [14]$$

gdzie $\mathbf{DF}(\mathbf{Q}^{(0)})$ jest macierzą pochodnych cząstkowych obliczonych po każdej zmiennej:

$$\mathbf{DF}(\mathbf{Q}) = \mathbf{DF}(Q_1, Q_2, \dots, Q_{N_s}) = \begin{bmatrix} \frac{\partial F_1}{\partial Q_1} & \frac{\partial F_1}{\partial Q_2} & \dots & \frac{\partial F_1}{\partial Q_{N_s}} \\ \frac{\partial F_2}{\partial Q_1} & \frac{\partial F_2}{\partial Q_2} & \dots & \frac{\partial F_2}{\partial Q_{N_s}} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \frac{\partial F_{N_s}}{\partial Q_1} & \frac{\partial F_{N_s}}{\partial Q_2} & \dots & \frac{\partial F_{N_s}}{\partial Q_{N_s}} \end{bmatrix} \quad [15]$$

Dla równań [11] wyrażenia na pochodne cząstkowe przyjmują postać (Grabarczyk, 2008):

$$\frac{\partial F_i}{\partial Q_j} = \delta_{ij} \cdot 2S_i Q_i + 2 \sum_{t=N_s+m}^{2N_s} S_t \sum_{l=1}^{t-N_s} Q_l + \frac{1}{2\pi k h_i} \ln \frac{R}{x_{ij}} \quad [16]$$

dla $i = 1, 2, \dots, N_s$ oraz $j = 1, 2, \dots, N_s$. W równaniu [16] symbolem δ_{ij} oznaczono tzw. deltę Kroneckera, która przyjmuje wartość 1, gdy $i = j$, a 0 w przeciwnym przypadku.

Jeśli macierz funkcyjna $\mathbf{DF}(\mathbf{Q}^{(0)})$ jest nieosobliwa, to równanie

$$\mathbf{F}(\mathbf{Q}^{(0)}) + \mathbf{DF}(\mathbf{Q}^{(0)}) (\mathbf{Q}^{(1)} - \mathbf{Q}^{(0)}) = 0 \quad [17]$$

można rozwiązać względem $\mathbf{Q}^{(1)}$ i otrzymać w ten sposób kolejną wartość przybliżoną $\mathbf{Q}^{(1)}$ miejsca zerowego ξ .

Ogólnie metoda Newtona-Raphsona rozwiązywania układu równań [13] może być zapisana następująco:

$$\mathbf{Q}^{(n+1)} = \mathbf{Q}^{(n)} + \Delta \mathbf{Q}^{(n)} \quad [18]$$

oraz

$$\Delta \mathbf{Q}^{(n)} = - \left[\mathbf{DF}(\mathbf{Q}^{(n)}) \right]^{-1} \mathbf{F}(\mathbf{Q}^{(n)})$$

gdzie:

$\Delta \mathbf{Q}^{(n)}$ – wektor poprawek,

$\mathbf{Q}^{(n)}$ – wartość przybliżenia w n -tej iteracji.

Proces iteracyjny kończy się z chwilą osiągnięcia założonego kryterium stopu, które może być określone jako:

$$\max_i \left| F_i(Q_1^{(n)}, Q_2^{(n)}, \dots, Q_{N_s}^{(n)}) \right| < \epsilon_{ps} \quad [19]$$

gdzie ϵ_{ps} jest założoną dokładnością obliczeń.

PRZYKŁAD OBLICZENIOWY

Na podstawie sformułowanego modelu matematycznego lewarowego ujęcia wody oraz przy zastosowaniu numerycznej metody Newtona-Raphsona rozwiązywania układu algebraicznych równań nieliniowych opracowano program obliczeniowy, który pozwala obliczać i analizować złożone układy. Program napisano w środowisku MATLAB (2004), będącym pakietem programowym do wykonywania złożonych obliczeń numerycznych i wizualizacji wyników. Na figurze 1 przedstawiono schemat blokowy tego programu.

W przykładzie obliczeniowym pokazano praktyczne zastosowanie ogólnej metody obliczania lewarowych ujęć wody i opracowanego na jej podstawie programu komputerowego, do symulacji układu składającego się z 10 studni. W zadaniu należy wyznaczyć rzeczywisty pobór wody Q_i z poszczególnych studni oraz rzędne z_i zwierciadła wody w studniach dla zadanej wymaganej wartości wydajności całego ujęcia Q_c .

W rozważanym przykładzie zadane są:

– parametry warstwy wodonosnej: miąższość warstwy $H = 15$ m; współczynnik filtracji $k = 0,0005$ m/s; gradient zwierciadła statycznego $J = 0,01$;

– parametry studni: promień $r = 0,25$ m; zasięg leja depresji pojedynczej studni $R = 250$ m; rzędna zwierciadła statycznego w ostatniej studni $z_0 = 15$ m; odległości pomiędzy sąsiednimi studniami $\rho_{ij} = 30$ m;

– parametry przewodów lewara: długości i średnice poszczególnych odcinków przewodów podano w tabeli 1; chropowatość bezwzględna $k_{rur} = 1,5$ mm; współczynniki oporów lokalnych wynikające z zamontowanej armatury zestawiono w tabeli 1; kinematyczny współczynnik lepkości wody $\nu = 1,3 \cdot 10^{-6}$ m²/s;

– wymagana wydajność całego ujęcia: $Q_c = 576$ m³/h = $0,16$ m³/s.

Zgodnie z opracowaną metodą i schematem blokowym (fig. 1) wykonano kolejne obliczenia i sformułowano układ równań stanowiący model matematyczny rozważanego sys-

temu. Do rozwiązania sformułowanego układu równań konieczna jest znajomość rzędnej zwierciadła wody w studni zbiorczej, która nie jest znana na początku obliczeń. Zadanie rozwiązywano w ten sposób, że w procesie iteracyjnym rozwiązywano nie jedno zadanie, lecz kolejno kilka zadań dla zmieniającej się w pewnym zadanym zakresie wartości tej rzędnej. Wyznaczone w ten sposób punkty aproksymowano wielomianem drugiego stopnia, korzystając z wbudowanej funkcji polyfit MATLAB-a. Na tej krzywej wyznaczono punkt pracy (czyli wartość z_{sz}), odpowiadający zadanej wartości wydajności całkowitej ujęcia Q_c . Na figurze 2 przedstawiono wyznaczoną charakterystykę pracy ujęcia oraz obliczony punkt pracy. Przy wydajności całkowitej ujęcia równej $Q_c = 0,16$ m³/s zwierciadło w studni zbiorczej będzie leżało na rzędnej $z_{sz} = 7,46$ m, licząc względem spągu warstwy wodonosnej. W przykładzie tym lewar jest usytuowany prostopadle do kierunku przepływu wód podziemnych (czyli wzdłuż hydroizohips).

Po obliczeniu wartości rzędnej zwierciadła w studni zbiorczej z_{sz} , która odpowiada wydajności Q_c , można było obliczyć wydajności poszczególnych studni w ujęciu oraz odpowiadające im rzędne zwierciadła wody (tab. 2).

Należy zauważyć, że rozkład obciążeń w poszczególnych studniach nie jest równomierny. Studnie skrajne mają prawie dwukrotnie większą wydajność niż studnie leżące w środkowej części lewara. Jednocześnie, ze względu na małe odległości pomiędzy studniami (30 m) występuje ich wzajemne oddziaływanie i w konsekwencji obniżenie się dynamicznego zwierciadła wody. Na figurze 3 pokazano położenie dynamicznego zwierciadła wody w studniach ujęcia przy wydajnościach obliczonych w procedurze numerycznej. Górne linie oznaczają rzędne zwierciadła w poszczególnych studniach bez uwzględniania współdziałania, natomiast dolna linia pokazuje wypadkowe zwierciadło wody przy współdziałaniu wszystkich studni.

Tabela 1

Długości, średnice i współczynniki oporów lokalnych przewodów lewara
Lengths, diameters and local hydraulic loss coefficients in segments of the siphon

| | | | | | | | | | | |
|-------------------------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| Nr przewodu | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
| L [m] | 25 | 25 | 25 | 25 | 25 | 25 | 25 | 25 | 25 | 25 |
| d [m] | 0,200 | 0,200 | 0,200 | 0,200 | 0,200 | 0,200 | 0,200 | 0,200 | 0,200 | 0,200 |
| Opory lok. $\sum \zeta$ | 0,810 | 0,920 | 0,677 | 0,525 | 0,430 | 0,340 | 0,230 | 0,227 | 0,181 | 0,015 |
| Nr przewodu | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 | 20 |
| L [m] | 30 | 30 | 30 | 30 | 30 | 30 | 30 | 30 | 30 | 100 |
| d [m] | 0,2 | 0,25 | 0,3 | 0,35 | 0,4 | 0,4 | 0,45 | 0,45 | 0,5 | 0,5 |
| Opory lok. $\sum \zeta$ | 0,364 | 0,316 | 0,273 | 0,232 | 0,159 | 0,175 | 0,132 | 0,136 | 0,115 | 1,000 |

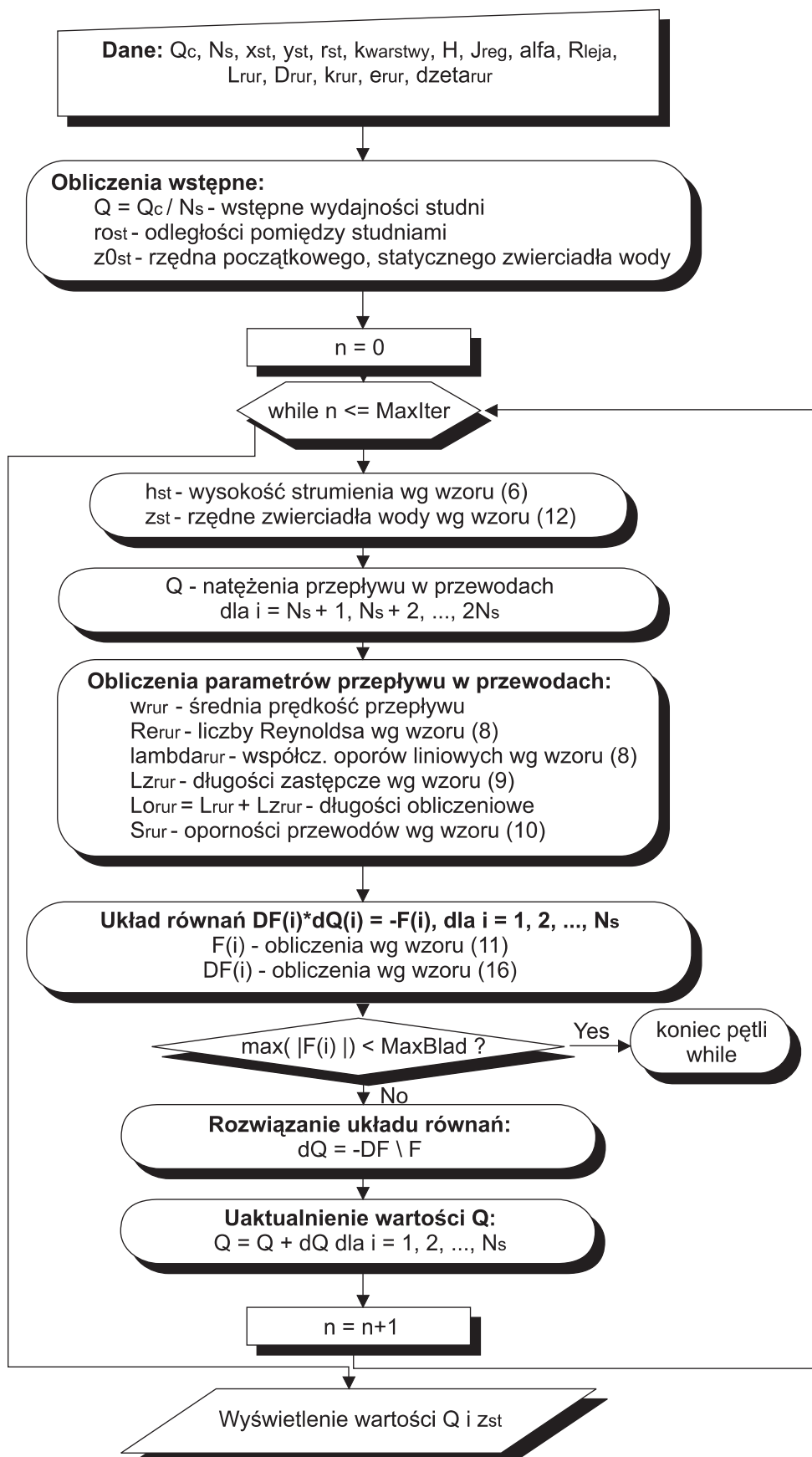


Fig. 1. Schemat blokowy programu obliczeniowego

Flow chart of computer program

Tabela 2

Rzędne zwierciadła wody i wydajności studni
Water levels in the wells and values of well discharges

| | St_zb | St_1 | St_2 | St_3 | St_4 | St_5 | St_6 | St_7 | St_8 | St_9 | St_10 |
|---|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|
| Rzędne zwierciadła wody w studniach [m] | 7,46 | 8,48 | 8,28 | 8,13 | 8,03 | 7,96 | 7,91 | 7,86 | 7,82 | 7,79 | 7,80 |
| Wydajności studni [m ³ /s] | 0,1600 | 0,0218 | 0,0163 | 0,0142 | 0,0131 | 0,0127 | 0,0127 | 0,0133 | 0,0146 | 0,0174 | 0,0239 |

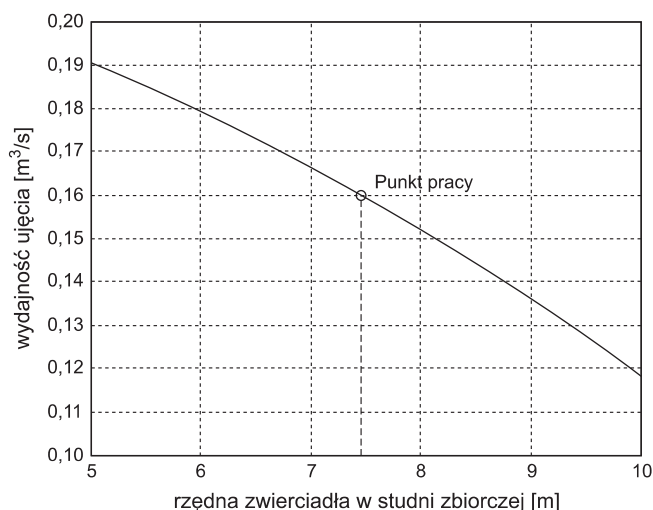


Fig. 2. Charakterystyka ujęcia oraz punkt prac dla wydajności całkowitej $Q_c = 0,16 \text{ m}^3/\text{s}$

Plot of the intake characteristics and working point for total yield $Q_c = 0.16 \text{ m}^3/\text{s}$

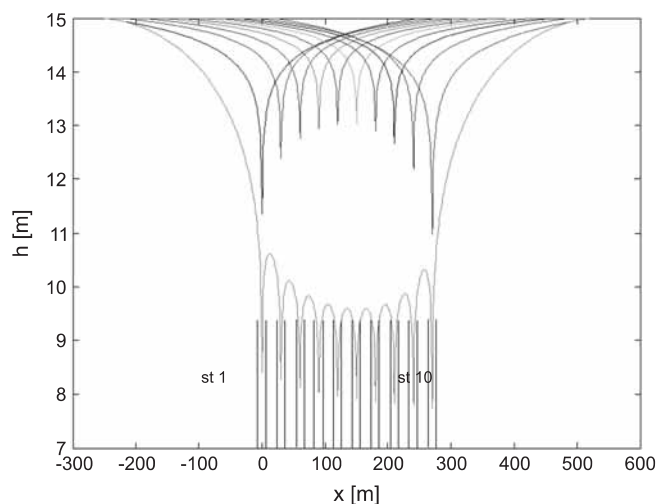


Fig. 3. Wykres zwierciadła dynamicznego w studniach

Dynamic water levels in the wells

PODSUMOWANIE

Obliczanie złożonych układów lewarowych ujęć wód podziemnych wymaga opracowania narzędzi, które będą w stanie odwzorować z odpowiednią dokładnością i elastycznością warunki hydrauliczno-techniczne pracy takiego układu. Metody modelowania matematycznego pozwalają opisać działanie układu lewarowego poprzez sformułowanie wzajemnie powiązanych nieliniowych równań algebraicznych, które można rozwiązać za pomocą odpowiedniej metody numerycznej. W artykule wykazano, że opracowany program komputerowy, wykorzystujący środowisko programistyczne MATLAB, może być sprawnym narzędziem analizy złożonych układów ujęć lewarowych.

Program może być również przydatny w ocenie wrażliwości powszechnie stosowanych metod obliczeniowych (np.

metody Forchheimera) ze względu na dokładność oszacowań poszczególnych parametrów (np. zasięgu leja depresji czy współczynnika filtracji), których dokładne wartości nigdy nie są znane.

Naturalnym rozwinięciem przedstawionej metody będzie wprowadzenie do obliczeń niejednorodności warstwy charakteryzowanej zmiennością współczynnika filtracji. Jest to możliwe przy zastąpieniu metody Forchheimera, bazującej na rozwiązaniu analitycznym, prostym modelem numerycznym. Również uwzględnienie naturalnych wahań zwierciadła wód podziemnych w roku hydrologicznym będzie możliwe przy przeprowadzeniu obliczeń w warunkach niestabilnych lub wariantowo dla różnych wartości początkowego, statycznego zwierciadła wody w studniach.

LITERATURA

- BEAR J., 1972 – Dynamics of fluids in porous media. American Elsevier, New York.
- DZIOPAK J., 2006 – Lewarowe ujęcia wód podziemnych. Oficyna Wyd. Politechniki Rzeszowskiej, Rzeszów.
- FORCHHEIMER Ph., 1930 – Hydraulik. Wyd. B.G. Teubner, Wiedeń (tłum. na j. ros. Forchgejmer F., 1935 – Gidravlika, Wyd. ONTI, Moskwa).
- GABRYSZEWSKI T., WIECZYSTY A., 1985 – Ujęcia wód podziemnych. Wyd. Arkady, Warszawa.
- GRABARCZYK C., 1997 – Przepływy cieczy w przewodach. Metody obliczeniowe. Wyd. Envirotech, Poznań.
- GRABARCZYK C., 2008 – Metody obliczania współdziałania rzędu studni ze złożonym lewarem. Mat. Konf. XX Jubileuszowej Krajowej, VIII Międzynarodowej Konf. Nauk.-Techn. „Zaopatrzenie w wodę, jakość i ochrona wód”: 209–228. Wyd. PZITS, Poznań.
- KINCAID D., CHENEY W., 2006 – Analiza numeryczna. Wyd. WNT, Warszawa.
- MATLAB Programming, version 7. The MathWorks, Inc., 2004
- MIELCARZEWICZ E. W., 2000 – Obliczanie systemów zaopatrzenia w wodę. Wyd. Arkady, Warszawa.
- TREICHEL W., GRABARCZYK C., 2008 – Badania symulacyjne własności hydraulicznych lewarowego ujęcia wody z rzędu studni. Mat. Konf. XX Jubileuszowej Krajowej, VIII Międzynarodowej Konf. Nauk.-Techn. „Zaopatrzenie w wodę, jakość i ochrona wód”: 313–326. Wyd. PZITS, Poznań.