



## Wzdłużne odkształcenia lin wyciągowych w warunkach złożonych obciążeń cyklicznie zmiennych

### Longitudinal strains of hoisting ropes under conditions of complex cyclically changeable loads

Mgr inż. Łukasz Hankus\*)

**Treść:** Górnicze liny wyciągowe podczas eksploatacji pracują w warunkach złożonych obciążeń cyklicznie zmiennych, a proces narastania wzdłużnych odkształceń w funkcji czasu pracy lub funkcji liczby cykli obciążeń może być wskaźnikiem postępującego osłabienia. W pracy przedstawiono charakterystykę obciążeń cyklicznie zmiennych jakie występują w badaniach lin na maszynach zmęczeniowych typu GIG oraz wyniki badań dwóch lin wyciągowych różnej konstrukcji o średnicy 46 i 50 mm. Przeanalizowano procesy narastania wzdłużnych odkształceń lin podczas badania zmęczeniowego i opracowano modele matematyczne opisujące ich przebieg w warunkach złożonych obciążeń cyklicznie zmiennych. Podano przykład wykorzystania modelu dla liny wyciągowej pracującej w górniczym wyciągu szybowym.

**Abstract:** Mine hoisting ropes operate under conditions of complex cyclically changeable loads and the process of mounting of the longitudinal strains in relation to operation time or number of load cycles may be an indicator of progressing impairment. This paper presents the characteristics of cyclically changeable loads which occur in the tests of ropes on the GIG fatigue-testing machine and the results of tests of two hoisting ropes of different construction with diameters 46 and 50 mm. The processes of mounting of the longitudinal strains of ropes during a fatigue test were analyzed and mathematical models describing the course of the fatigue test under conditions of complex cyclically changeable loads developed. Moreover, an example of application of the model for hoisting rope operating in a shaft hoist was presented.

#### Słowa kluczowe:

liny stalowe, górnictwo podziemne, badania własności

#### Key words:

steel ropes, underground mining, properties tests, hoisting ropes, innovativeness

## 1. Wprowadzenie

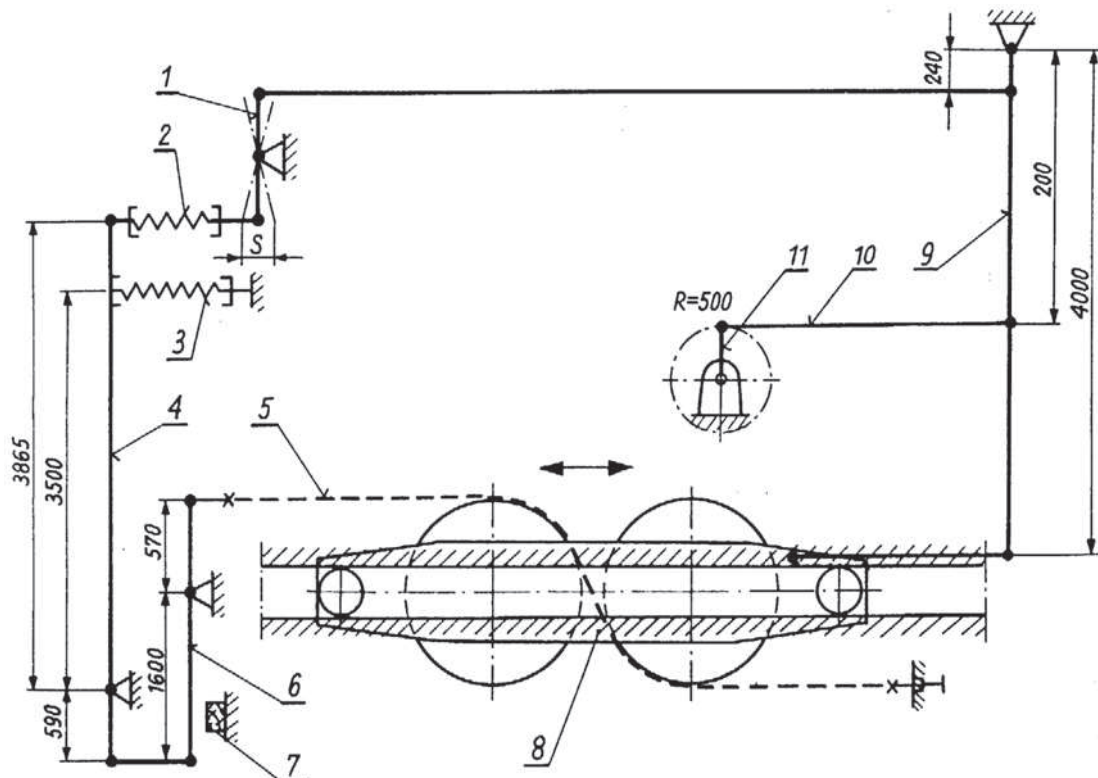
Górnicze liny wyciągowe podczas eksploatacji pracują w warunkach złożonych obciążeń zmiennych. W czasie każdego cyklu (jazda w dół i w górę), w gałęziach lin działają zmienne siły rozciągające, a odcinki lin przechodzące przez koła linowe, koła pędne i bębny są przeginane. Ponadto w przekroju lin działa zmieniający swoją wartość moment skręcający wywołujący obroty lin. Lina wyciągowa nośna pracując w warunkach złożonych obciążeń cyklicznie zmiennych wydłuża się, a proces narastania wzdłużnych odkształceń liny w funkcji czasu pracy lub funkcji liczby cykli obciążeń może być wskaźnikiem postępującego osłabienia.

W warunkach laboratoryjnych złożony stan obciążeń cyklicznie zmiennych realizowany jest w badaniach lin na

maszynach zmęczeniowych typu GIG. [2]. Na rysunku 1 przedstawiono schemat kinematyczny maszyny zmęczeniowej P4-GIG-2. Maszyna przeznaczona jest do badań zmęczeniowych lin o średnicach 40÷62 mm. Długość próbki między uchwytami wynosi około 6,5 m. W czasie badania liny podlegają dwustronnemu (dwukierunkowemu) zginaniu przy sile rozciągającej statycznej lub pulsującej. Maszyna wyposażona jest w mechanizm obrotu liny, dzięki któremu badana próbka obraca się dookoła własnej osi. Wynika z tego, że maszyna do badań zmęczeniowych w znacznym stopniu symuluje warunki, w jakich pracują liny w urządzeniach wyciągowych, dźwigowych itp

W pracy przedstawiono wyniki badań dwóch próbek lin wyciągowych różnych konstrukcji, których dane techniczne i przekroje poprzeczne podano w tablicy 1. Oznaczenia konstrukcji lin są zgodne z normą europejską PN-EN 12385 – 2 : 2004 [4].

\*) Główny Instytut Górnictwa, Katowice



Rys. 1. Schemat kinematyczny maszyny zmęczeniowej P4-GIG-2

1 - wahacz górny, 2 - sprężyna pulsacyjna, 3 - sprężyna napinająca, 4 - wahacz tylny, 5 - lina, 6 - wahacz środkowy, 7 - belka oporowa, 8 - wózek, 9 - wahacz przedni, 10 - łącznik, 11 - korba

Fig. 1. Kinematic drawing of fatigue-testing machine P4-GIG-2:

1 – upper rocker, 2 – pulse spring, 3 – tension spring, 4 – swingarm, 5 – rope, 6 – middle rocker, 7 – retaining beam, 8 – hauler, 9 – front rocker, 10 – connector, 11 – crank

Tablica 1. Dane techniczne i przekroje poprzeczne badanych lin

Table 1. Technical specifications and cross-sections of the tested ropes

Lp.	Konstrukcja liny	Średnica liny $d$ , mm	Masa 1m kg	Przekrój nośny $F$ mm <sup>2</sup>	Druty wytrzymałość $R_m$ , MPa	Przekrój poprzeczny liny
1	Okrągłospłotkowa dwuwarstwowa o punktowym styku drutów 12x7 + 6x19M – FC	46	7,22	816,0	1180	
2	Trójkątnospłotkowa o punktowym styku drutów 6xV35B-FC współzwita	50	10,65	1108,0	1570	

## 2. Charakterystyka obciążeń cyklicznie zmiennych

Za cykl zmian obciążeń przyjmujemy ruch wózka maszyny zmęczeniowej tam i z powrotem.

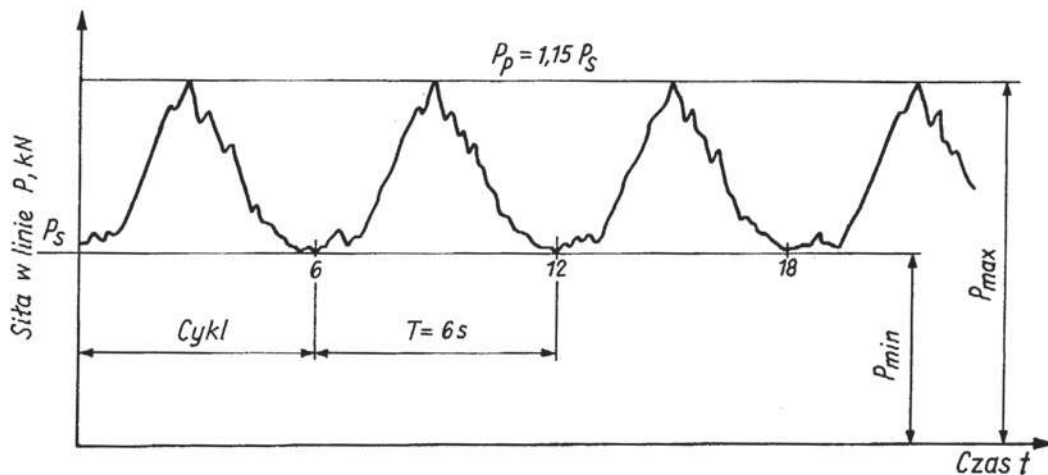
W czasie każdego cyklu w badanej linie występują obciążenia typu:

- zmienne rozciągające,
- momenty zginające,

- momenty skrcające,
- naciski poprzeczne między liną a rowkiem koła.

### 2.1. Zmienne obciążenia rozciągające

Uzyskany w wyniku pomiarów przebieg zmian siły rozciągającej w linie podczas kilku kolejnych cykli przedstawia rys. 2.



Rys. 2. Oscylogram zmian sił w linie podczas kilku kolejnych cykli pracy w maszynie zmęczeniowej P4-GIG-2 [2]

Fig. 2. Oscillograph record of force change in the rope during a few subsequent work cycles in the fatigue machine P4-GIG-2 [2]

Z rysunku 2. wynika, że w maszynie P4-GIG-2 realizowany jest jednostronny dodatni cykl zmiany sił w linie o parametrach:

- okres zmian wartości obciążenia  $T = 6\text{ s}$ ,
- częstość kołowa  $\omega = \frac{2 \cdot \pi}{T} = 1,047\text{ s}^{-1}$ ,
- częstotliwość  $f = \text{ok. } 0,17\text{ Hz}$ .

Przebieg zmiany siły rozciągającej w linie określa znana zależność

$$P = P_m + P_a \sin(\omega t) \quad (2.1)$$

gdzie:  $P_m = \frac{P_{\max} + P_{\min}}{2}$  – średnie obciążenie cyklu, (2.2)

$P_a = \frac{P_{\max} - P_{\min}}{2}$  – amplituda obciążenia cyklu. (2.3)

Współczynnik stałości obciążenia

$$\chi = \frac{P_m}{P_a} = 14,33 \quad (2.4)$$

Współczynnik asymetrii cyklu

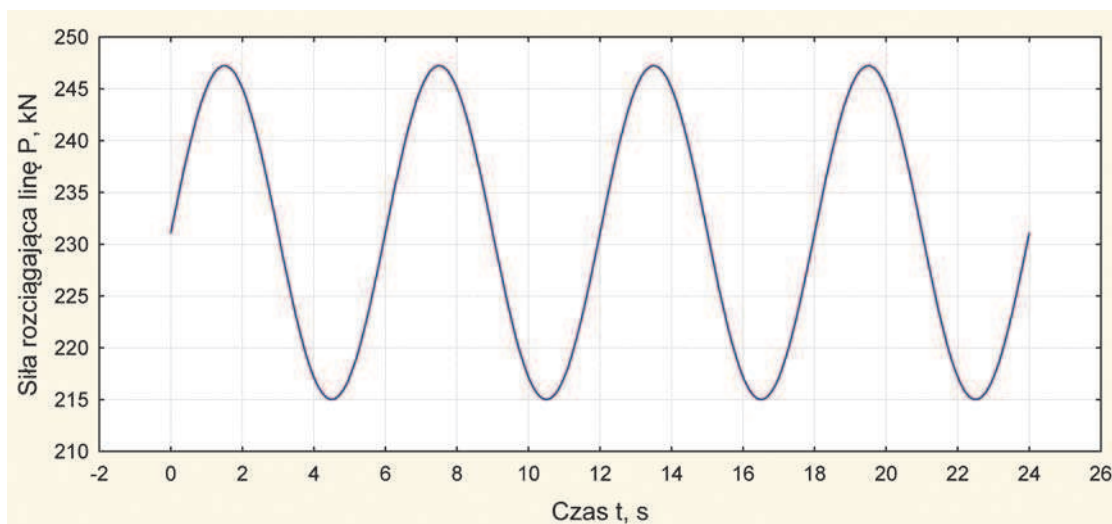
$$r = \frac{P_{\min}}{P_{\max}} = 0,87 \quad (2.5)$$

Uwzględniając warunki badań dla analizowanych lin zależność (2.1) przybiera postać

$$P = P_s (1,075 + 0,075 \sin(\omega t)) \quad (2.6)$$

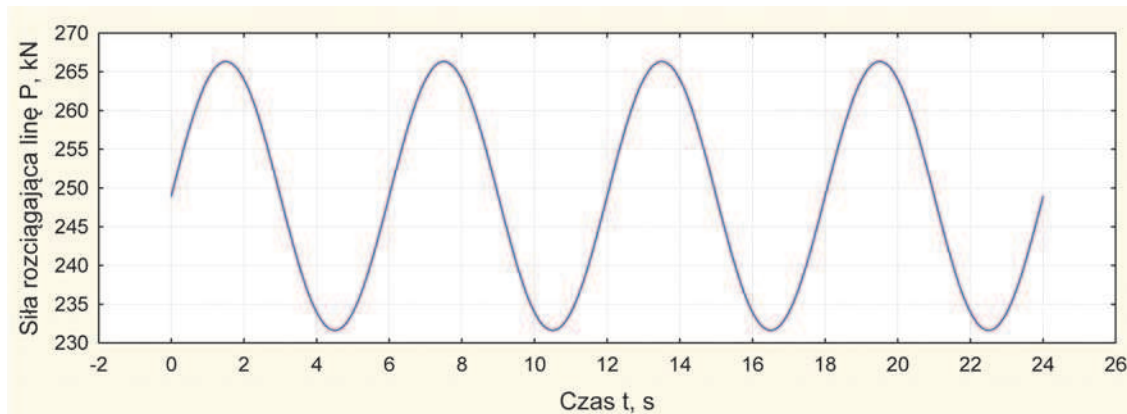
$P_s$  – obciążenie statyczne odpowiadające 1/6 siły zrywającej linę

Na rysunku 3. i 4. przedstawiono przebiegi zmiennych obciążeń rozciągających liny  $\varnothing 46\text{ mm}$  i  $\varnothing 50\text{ mm}$  podczas kolejnych cykli.



Rys 3. Przebieg cyklicznie zmiennych obciążeń rozciągających liny dwuwarstwowej  $\varnothing 46\text{ mm}$  w badaniach zmęczeniowych

Fig. 3. Run of cyclically changeable stretching loads of two-layer rope  $\varnothing 46\text{ mm}$  in fatigue tests



Rys 4. Przebieg obciążeń rozciągających cyklicznie zmiennych liny trójkątnospłotkowej  $\varnothing 50$  mm w badaniach zmęczeniowych

Fig. 4. Run of cyclically changeable stretching loads of triangular-strand rope  $\varnothing 50$  mm in fatigue tests

## 2.2. Momenty zginające

Dwukierunkowo działające momenty zginające wywołują zmienne, co do wartości i znaku, normalne naprężenia zginające

$$\sigma_g = \frac{E_l \cdot \delta}{D} \quad (2.7)$$

gdzie:

- $E_l$  – moduł sprężystości (zależny od konstrukcji i obciążenia liny), MPa,
- $\delta$  – średnica drutów zewnętrznych liny, mm,
- $D = 1500$ , mm, średnica koła zginającego.

## 2.3. Momenty skręcające

Moment skręcający  $M_s$  wywołany śrubowym ułożeniem drutów i spletek w przekroju rozciąganej liny

$$M_s = k_0 \cdot P \quad (2.8)$$

gdzie:

- $k_0$  – umowny, zastępczy promień odkrętności liny [2] (zależny od konstrukcji i technologii wykonania liny),
- $P$  – zmienna siła rozciągająca linę określona zależnością (2.6).

Na rys. 5. przedstawiono przebieg cyklicznie zmieniającego się momentu skręcającego w lince  $\varnothing 46$  mm.

## 2.4. Naciski poprzeczne między lina a rowkiem koła

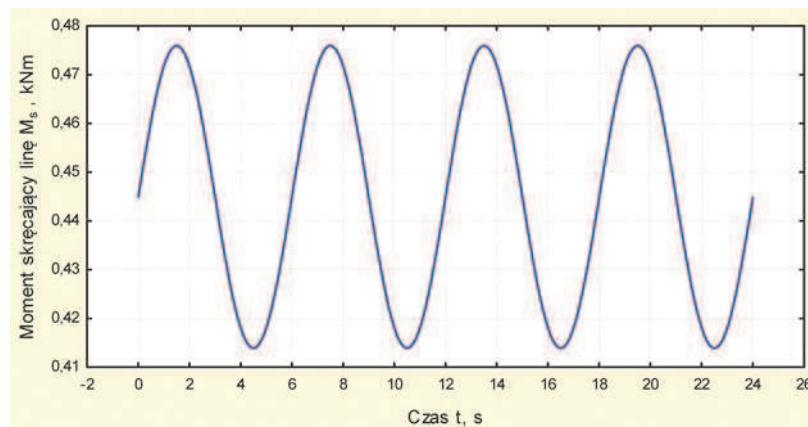
Zmienne naciski poprzeczne między lina a rowkiem koła zginającego określa zależność [1]

$$p_0 = \frac{2 \cdot P}{D \cdot d} \quad (2.9)$$

gdzie:

- $p_0$  – nacisk powierzchniowy między lina a dnem rowka koła, MPa,
- $P$  – zmienna siła rozciągająca linę określona zależnością (2.6)
- $d$  – średnica liny, mm,
- $D$  – średnica koła zginającego, mm.

Naprężenia normalne (rozciąganie, zginanie) i styczne (skręcanie), wywołane omówionymi rodzajami obciążeń mają charakter cyklicznie zmienny i wywołują zmęczenie lin.



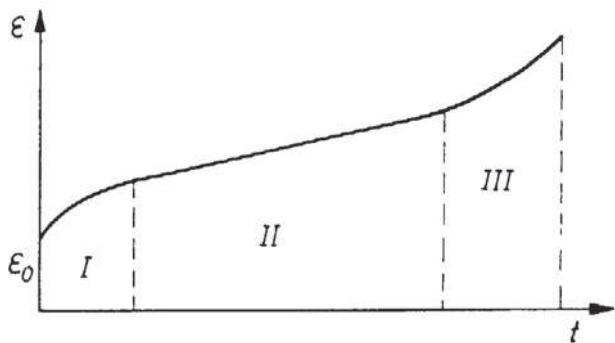
Rys. 5. Przebieg cyklicznie zmiennego momentu skręcającego liny dwuwarstwowej  $\varnothing 46$  mm w badaniach zmęczeniowych

Fig. 5. Run of cyclically changeable torque of two-layer rope  $\varnothing 46$  mm in fatigue tests



**3. Model procesu wzdłużnych odkształceń liny w warunkach złożonych obciążeń cyklicznie zmiennych**

Z wieloletnich badań laboratoryjnych i ruchowych [2] wynika, że proces wzdłużnego odkształcania aż do zniszczenia liny podzielić można na trzy okresy. W pierwszym okresie, zwanym nieustalonym (rys. 6), intensywność odkształceń jest zmienna i szybko maleje osiągając pewną wartość minimalną. W drugim okresie zwanym ustalonym, przyrost wzdłużnych odkształceń jest w przybliżeniu stały i w niektórych przypadkach może być bardzo długi. W trzecim okresie intensywność odkształceń znowu rośnie, aż do zerwania liny.



Rys. 6. Typowa krzywa wzdłużnego odkształcania się liny I, II, III - nieustalony, ustalony i przyspieszony okres odkształcania

Fig. 6. Common longitudinal strain curie: ropes I, II, III, fixed, unfixed and accelerated strain period

W oparciu o uzyskane wyniki badań [3] sporządzono empiryczne wykresy (punkty odwzorowujące wyniki pomiarów), a następnie dopasowywano do nich kolejno różne regresyjne modele funkcyjne określające zależność  $\epsilon = f(N)$ . Poniższe wykresy (rys. 7) prezentują wzajemny układ punktów pomiarowych i wpisanych funkcji regresji dla liny  $\varnothing 46\text{mm}$ .

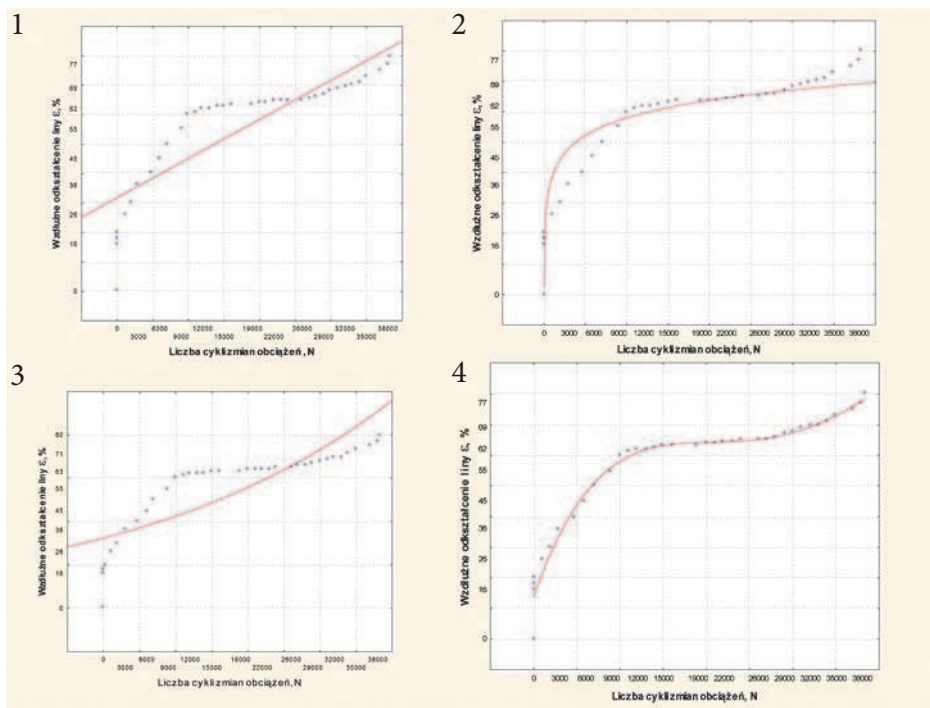
1.  $\epsilon = a_0 + a_1 N$  wielomian pierwszego stopnia (3.1)
2.  $\epsilon = a_0 + a_1 \log N$  funkcja logarytmiczna (3.2)
3.  $\epsilon = a_0 \cdot a_1^N$  funkcja wykładnicza (3.3)
4.  $\epsilon = a_0 + a_1 N + a_2 N^3 + a_3 N^3$  wielomian trzeciego stopnia (3.4)

Na podstawie wykonanych wykresów stwierdzono, że spośród analizowanych funkcji, najlepszym matematycznym modelem opisującym zależność  $\epsilon=f(N)$ , okazał się wielomian trzeciego stopnia, który wykorzystany zostanie w dalszej analizie. Jest to zgodne z wynikami badań przedstawionymi w monografii [2].

Graniczne wartości wydłużenia  $\epsilon_{gr}$  i liczby cykli  $N_{gr}$ , przy których ze względów bezpieczeństwa lina ma być wymieniona, wyznaczają początek okresu III (rys. 6). Są to zarazem współrzędne punktu przegięcia krzywej wydłużania (rys. 6).

Warunkiem koniecznym, aby dany punkt  $P_p(N_p, \epsilon_p)$  był punktem przegięcia krzywej, jest to, aby druga pochodna funkcji  $\epsilon = f(N)$  spełniała równość  $\epsilon''=0$ .

Zakładając, że funkcja (3.4) w rozpatrywanym przedziale jest ciągła i wielokrotnie różniczkowalna obliczamy pochodne:



Rys. 7. Punkty odwzorowujące wyniki pomiarów oraz krzywe empiryczne (regresyjne)  $\epsilon = f(N)$  narastania wzdłużnych odkształceń liny  $\varnothing 46\text{mm}$  badanej w warunkach złożonych obciążeń cyklicznie zmiennych

Fig. 7. Mapping points of the measurement results and empirical (regressive) curves  $\epsilon = f(N)$  of mounting longitudinal strains of the rope  $\varnothing 46\text{ mm}$  tested under conditions of complex cyclically changeable loads

pierwsza pochodna  $\frac{d\varepsilon}{dN} = \varepsilon' = 0 + a_1 + 2a_2N + 3a_3N^2$

druga pochodna  $\frac{d^2\varepsilon}{dN^2} = \varepsilon'' = 2a_2 + 6a_3N$

stąd  $2a_2 + 6a_3N = 0$

Współrzędne punktu przegięcia określają zależności

$$N_p = \frac{-a_2}{3a_3}$$

$$\varepsilon_p = a_0 + \frac{(2a_2^3 - 3a_1 \cdot a_2 \cdot a_3)}{27 \cdot a_3^2} \quad (3.5)$$

Dla liny  $\varnothing 46$  mm postać empirycznej funkcji ma postać

$$\varepsilon = 0,2444 + 0,0001 \cdot N - 4,681 \cdot 10^{-9} \cdot N^2 + 6,8873 \cdot 10^{-14} \cdot N^3 \quad (3.6)$$

Uwzględniając zależności (3.5) i (3.6) otrzymujemy

$$N_{gr} = N_p = 22655 \text{ cykli}$$

Wydłużenie graniczne

$$\varepsilon_{gr} = \varepsilon_p = 0,908 \%$$

Punkt przegięcia pozwala na wyznaczenie asymptoty pionowej o współrzędnej  $N_{4S} = 2N_p = 45310$  cykli. Pozwala to przewidywać końcową liczbę cykli aż do zerwania. Na wykresach (rys. 8 i 9) zaznaczono charakterystyczne punkty dla analizowanych lin.

W tabelicy 2 zestawiono parametry modeli empirycznych, współrzędne punktów przegięcia oraz liczby cykli wyznaczających asymptoty pionowe badanych lin przy obciążeniach cyklicznie zmiennych.

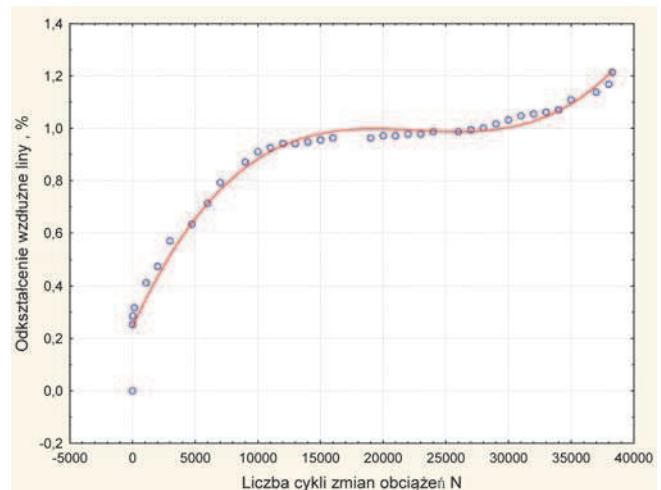
**Tabela 2. Parametry modeli empirycznych oraz współrzędne punktów przegięcia i asymptot pionowych badanych lin**  
**Table 2. Parameters of empirical model and coordinates of inflection and vertical asymptotes of the tested ropes**

Numer liny	$a_0$	$a_1$	$a_2$	$a_3$	$N_p$	$\varepsilon_{gr}$	$2N_p$
	0,2444	0,0001	$-4,681 \cdot 10^{-9}$	$6,8873 \cdot 10^{-14}$	22655	0,908	45310
	0,1186	$5,4818 \cdot 10^{-5}$	$-2,5021 \cdot 10^{-9}$	$4,0221 \cdot 10^{-14}$	20740	0,457	41480

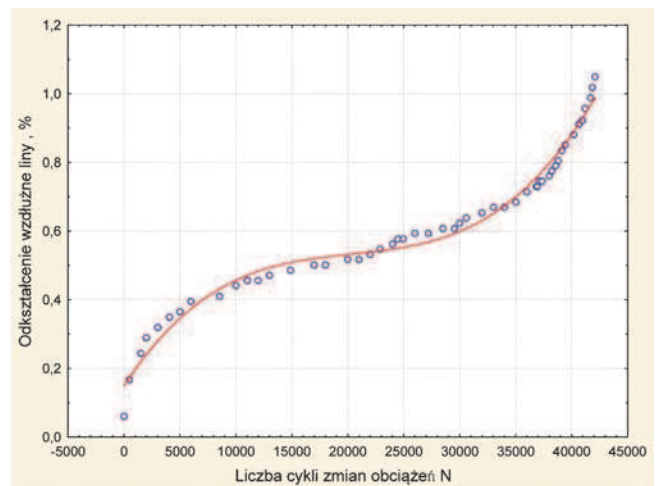
#### 4. Wzdłużne odkształcania liny wyciągowej w warunkach ruchowych

Jak już stwierdzono we wstępie, lina wyciągowa nośna, pracując w warunkach złożonych obciążeń cyklicznie zmiennych, wydłuża się, a proces narastania wzdłużnych odkształceń liny w funkcji czasu pracy lub funkcji liczby cykli obciążeń może być wskaźnikiem postępującego osłabienia. Dlatego górnicze przepisy bezpieczeństwa [5] nakazują rejestrację kolejnych przyrostów długości lin i nanoszenie ich na odpowiedni wykres. Wykres powinien być aktualizowany po każdym skróceniu liny. Proces wzdłużnego odkształcania się liny podzielić można również na trzy okresy.

Na podstawie pomiarów prowadzonych przez kopalnię, oszacowano równanie krzywej wzdłużnego odkształcania się liny w funkcji czasu pracy również w formie wielomianu trzeciego stopnia, otrzymując zależność



**Rys. 8. Wykres narastania wzdłużnych odkształceń liny dwuwarstwowej  $\varnothing 46$  mm podczas badania zmęczeniowego**  
**Fig. 8. Graph of mounting longitudinal strains of the two-layer rope  $\varnothing 46$  mm during a fatigue test**



**Rys. 9. Wykres narastania wzdłużnych odkształceń liny trójkątnośliskowej  $\varnothing 50$  mm podczas badania zmęczeniowego**  
**Fig. 9. Graph of mounting longitudinal strains of the triangular-strand rope  $\varnothing 50$  mm during a fatigue test**

$$\varepsilon(t) = 0,328 + 4,4285 \cdot 10^{-3} \cdot t - 2,8558 \cdot 10^{-5} \cdot t^2 + 6,0565 \cdot 10^{-8} \cdot t^3 \quad (4.1)$$

gdzie :

$\varepsilon(t)$  – wzdłużne odkształcenie (względne wydłużenie) liny w %, obliczone w stosunku do długości początkowej liny  $L_o = 680$  m,

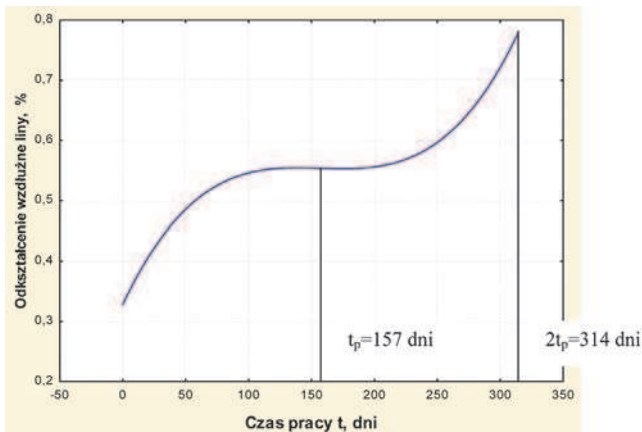
$t$  – liczba dni pracy liny od nałożenia.

Stosunek korelacyjny wyniósł 0,985, co świadczy o dobrym dopasowaniu krzywej typu wielomianu trzeciego stopnia do wyników pomiarów. Na rys. 10 przedstawiono wykres funkcji regresji (4.1) wzdłużnego odkształcania się liny wyciągowej  $\varnothing 56$  mm w warunkach ruchowych.

Z wykresu wynika, że wystąpił już III okres (rys.6) przyspieszonego wzdłużnego odkształcania, mimo iż lina przepracowała tylko 280 dni.

Współrzędne punktu przegięcia krzywej wzdłużnego odkształcania liny wynoszą:

$$t_p = 157 \text{ dni}, \quad \varepsilon_p = 0,554 \%$$



Rys. 10. Wzdłużne odkształcenia liny wyciągowej trójkątno-splotkowej  $\varnothing$  56 mm w warunkach ruchowych

Fig. 10. Longitudinal strains of triangular-strand hoisting rope  $\varnothing$  56 mm under movement conditions

Graniczna liczba dni pracy  $t_{gr} = 2 t_p = 314$  dni. Oznacza to, że zerwanie liny mogłoby nastąpić po dalszych 34 dniach od momentu odłożenia liny.

Lina wykazywała już znaczne oznaki osłabienia, a na odcinku najbardziej zmęczonym było już ponad 500 pękniętych drutów zewnętrznych.

## 5. Wnioski

1. Liny wyciągowe nośne, pracując w warunkach złożonych obciążeń cyklicznie zmiennych, wydłużają się, a proces narastania wzdłużnych odkształceń liny w funkcji czasu

- pracy lub w funkcji liczby cykli obciążeń może być wskaźnikiem postępującego osłabienia.
2. Proces wzdłużnego odkształcania liny podzielić można na trzy okresy. W pierwszym okresie, zwanym nieustalonym, intensywność odkształceń jest zmienna i szybko maleje, osiągając pewną wartość końcową, w drugim okresie zwanym ustalonym, przyrost wzdłużnych odkształceń jest w przybliżeniu stały i w trzecim okresie intensywność odkształceń znowu rośnie, aż do zerwania liny.
3. Modelem matematycznym opisującym proces wzdłużnego odkształcania się liny okazała się funkcja regresyjna w postaci wielomianu trzeciego stopnia. Parametry empirycznej funkcji regresyjnej szacowane są w oparciu o wyniki pomiarów badań laboratoryjnych lub pomiarów rejestrowanych w górnictwym wyciągu szybowym.

## Literatura

1. Feyrer K.: Drahtseile: Bemessung, Betrieb, Sicherheit. Springer - Verlag Berlin Heidelberg 1994.
2. Hankus J.: Budowa i własności mechaniczne lin stalowych. Główny Instytut Górnictwa, Katowice 2000.
3. Hankus J., Hankus L.: Opracowanie metodyki badań stanu bezpieczeństwa stalowych lin wyciągowych z wykorzystaniem efektu magnetycznej pamięci metalu. Projekt badawczy własny Nr 4T 12 A 027 30 termin realizacji: 2006 – 2009.
4. Norma PN-EN 12385 –2 : 2004, Liny stalowe - Bezpieczeństwo - Część 2: Definicje, oznaczenie i klasyfikacja.
5. Prawo geologiczne i górnicze: Przepisy wykonawcze do rozporządzenia Ministra Gospodarki z dnia 28 czerwca 2002 r., znowelizowane w 2006 r. w sprawie bezpieczeństwa i higieny pracy, prowadzenia ruchu oraz specjalistycznego zabezpieczenia przeciwpożarowego w podziemnych zakładach górniczych. Stowarzyszenie Inżynierów i Techników Górnictwa, Katowice 2006.