

Krzysztof WANDACHOWICZ*

ZASTOSOWANIE OGRANICZEŃ LINIOWYCH W OPTYMALIZACJI KSZTAŁTU ODBŁYŚNIKA

W artykule przedstawiono wyniki badań dotyczących obliczania kształtu zwierciadlanego odbłyśnika, który zapewnia uzyskania rozkładu natężenia oświetlenia o zakładanej równomierności. Obliczenia optymalizacyjne przeprowadzono z udziałem algorytmu genetycznego oraz algorytmu wykorzystującego metodę przeszukiwań bezpośrednich. W obu algorytmach wprowadzono ograniczenia przeszukiwanego obszaru.

1. WSTĘP

Poszukiwanie najlepszego kształtu elementów optycznych oprawy oświetleniowej w proponowanej metodzie polega na wykonywaniu symulacji dla zmieniającego się w kolejnych iteracjach modelu oprawy [1, 2]. Modyfikacja modelu oprawy polega na zmianie kształtu odbłyśnika. Profil odbłyśnika opisany jest wielomianem interpolacyjnym, który zmienia kształt profilu wraz ze zmianą współrzędnych punktów będących węzłami interpolacyjnymi. Współrzędne węzłów interpolacyjnych tworzą zmienne decyzyjne C_i , na których operuje algorytm optymalizacji. Poszukiwanie kształtu odbłyśnika zostaje zakończone kiedy spełnione zostaną przyjęte założenia. W związku z tym, że algorytm optymalizacji poszukuje minimum funkcji to przyjęcie założeń polega na sformułowaniu celu w postaci funkcji matematycznej.

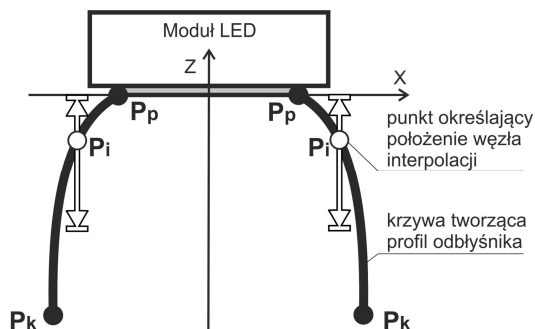
W niniejszej pracy celem jest uzyskanie jak największej wartości natężenia oświetlenia na zadanej powierzchni przy założonym poziomie równomierności oświetlenia. Artykuł zawiera opis wyników badań, w których wykorzystano algorytm genetyczny oraz algorytm metody przeszukiwań bezpośrednich. Obliczanie parametrów fotometrycznych oprawy oświetleniowej dla przyjętego w danej iteracji modelu elementów optycznych wykonywane jest z zastosowaniem oryginalnej techniki obliczeniowej wykorzystującej metodę śledzenia promieni. Elementy optyczne obliczanej oprawy tworzone są w formie odbłyśnika, którego powierzchnia czynna posiada właściwości idealnego odbicia kierunkowego (odbłyśnik zwierciadlany).

* Politechnika Poznańska.

2. MODEL ODBŁYŚNIKA

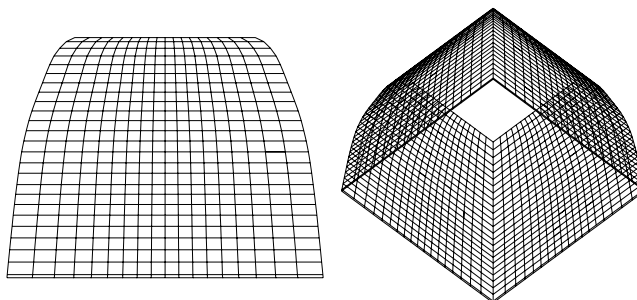
Profil odbłyśnika opisany jest za pomocą wielomianu interpolacyjnego Hermite'a [3]. Punkty P_i (rys. 1) stanowią węzły interpolacji, przez które przechodzi krzywa opisująca profil odbłyśnika. W analizowanych przykładach zastosowano pięć węzłów interpolacji. Dwa, skrajne węzły (P_p , P_k) nie zmieniają swojego położenia i w ten sposób jednoznacznie określają wymiary odbłyśnika (wysokość i średnicę). Pomiedzy skrajnymi punktami znajdują się trzy węzły (oznaczone jako P_i na rys. 1), które mają ustalone położenie w osi X , mogą natomiast zmieniać współrzędne w osi Z . Wartości współrzędnych Z punktów P_i stanowią zmienną decyzyjną C_i . Algorytm optymalizacji w kolejnych krokach, które mają prowadzić do znalezienia minimum funkcji celu zmienia wartości zmiennej decyzyjnej C_i . Zaznaczony na rysunku dopuszczalny zakres zmian położenia punktów P_i wynika z założenia, że krzywa profilu odbłyśnika powinna być wypukła w górę.

Pomiedzy węzłami interpolacji kształt profilu odbłyśnika interpoluje się za pomocą wielomianów Hermite'a trzeciego stopnia. Zbiór tych wielomianów dla wszystkich przedziałów tworzy funkcję sklejaną. Zastosowano interpolację wielomianem Hermite'a z ochroną kształtu wykorzystującą metodę Fritsch'a i Carlson'a [4].



Rys. 1. Model odbłyśnika: Moduł LED (źródło światła), P_p , P_k – punkty niezmiennące swego położenia, P_i – węzły interpolacji (strzałki pokazują dopuszczalne zakresy zmian współrzędnych Z)

Odbłyśnik zbudowano w ten sposób, że jego otwór górny jak i otwór dolny mają kształt kwadratu (rys. 2). Kształt czterech bocznych ścian jest tworzony przez krzywą profilową opisaną za pomocą wielomianu interpolacyjnego Hermite'a. W otworze górnym umieszczony jest model tzw. modułu LED. Moduł ten utworzono na podstawie danych technicznych modułu Fortimo LED DLM 2000. Element świecący modułu stanowi powierzchnia w kształcie koła o średnicy około 6 cm, którą pokryto luminoforem. Powierzchnia ta ma rozsył strumienia świetlnego prawie lambertowski.



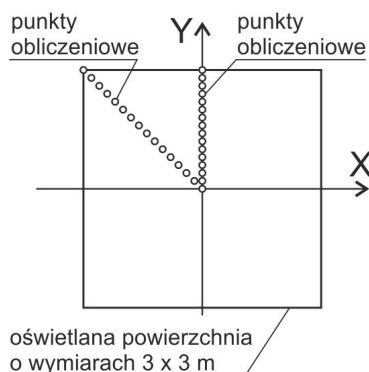
Rys. 2. Rysunek przedstawiający model odbłyśnika zbudowany z płaskich powierzchni elementarnych, widok z boku oraz rzut izometryczny

3. OPTIMALIZACJA KSZTAŁTU ODBŁYŚNIKA

Obliczenia profilu odbłyśnika wykonano posługując się dwiema metodami optymalizacji. Zastosowano funkcje zaimplementowane w programie Matlab [5]: genetic algorithm (algorytm genetyczny) i patternsearch (metoda przeszukiwań bezpośrednich). Do obliczeń wielkości fotometrycznych (światłość, natężenie oświetlenia) zastosowano autorską metodę wykorzystującą algorytm śledzenia promienia zaimplementowany w systemie Radiance [7]. Metoda ta została opisana w kilku publikacjach [6], gdzie przedstawiono wyniki obliczeń opraw oświetleniowych z elementami optycznymi o różnych właściwościach fotometrycznych. Weryfikację dokładności metody potwierdzono wykonując szereg obliczeń dla przypadków, w których do sprawdzenia dokładności metody można było zastosować obliczenia analityczne oraz wykonując pomiary modelu oprawy.

Zadanie optymalizacji polegało na znalezieniu takiego kształtu odbłyśnika, który zapewni uzyskanie jak największej wartości średniego natężenia oświetlenia przy zachowaniu odpowiedniej równomierności oświetlenia na oświetlanej powierzchni. Przyjęto założenie, że odbłyśnik oświetla powierzchnię w kształcie kwadratu, którego bok ma wymiar 3 metrów. Model oprawy oświetleniowej jest umieszczony na wysokości 3 m nad środkiem tej powierzchni. W celu zmniejszenia liczby punktów obliczeniowych rozkład natężenia oświetlenia obliczany jest nie na całej oświetlanej powierzchni ale tylko na liniach przechodzących wzdłuż jej środka oraz wzdłuż przekątnej (rys. 3). Takie ułożenie punktów obliczeniowych jest wystarczające ze względu na symetrię bryły fotometrycznej przyjętego modelu oprawy.

Funkcję celu skonstruowano w taki sposób aby uwzględnić konieczność uzyskania jak największej wartości średniego natężenia oświetlenia dla zakładanego poziomu równomierności oświetlenia (1), gdzie przez równomierność oświetlenia rozumie się stosunek minimalnej wartości natężenia oświetlenia E_{\min} do średniej wartości natężenia oświetlenia E_{sr} .



Rys. 3. Położenie 31 punktów obliczeniowych na oświetlanej powierzchni

$$F(C) = -E_{\text{sr}} + f_k \quad (1)$$

gdzie: E_{sr} – wartość średniego natężenia oświetlenia ze wszystkich punktów obliczeniowych, f_k – funkcja kary w postaci:

$$f_k = \begin{cases} \left(100 \left(R - \frac{E_{\text{min}}}{E_{\text{sr}}}\right)\right)^2 & \text{jeżeli } \left(R - \frac{E_{\text{min}}}{E_{\text{sr}}}\right) > 0 \\ 0 & \text{inaczej} \end{cases} \quad (2)$$

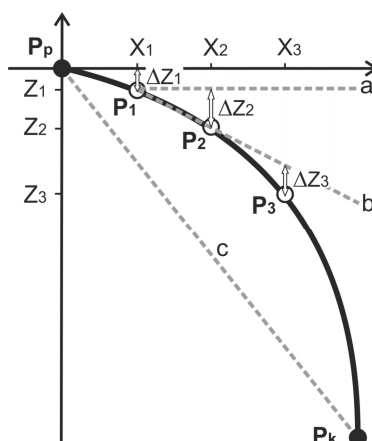
gdzie: R – przyjęta, minimalna wartość równomierności oświetlenia, która powinna zostać osiągnięta na oświetlanej powierzchni.

Ponieważ algorytm optymalizacji poszukuje minimum funkcji, a w postawionym zadaniu chodzi o uzyskanie jak największej wartości natężenia oświetlenia, to w równaniu funkcji celu wstawiony został znak minus. Przyjęto, że minimalna wartość równomierności oświetlenia R ma wartość 0.7. Oznacza to, że wartość funkcji kary (2) będzie większa od zera w przypadku, gdy obliczona wartość równomierności oświetlenia będzie mniejsza od 0.7. Wszystkie wyniki, dla których równomierność oświetlenia jest większa lub równa 0.7 akceptowane są bez zastrzeżeń.

W dotychczasowych badaniach jedyne ograniczenia jakie wprowadzano przy poszukiwaniu minimum funkcji celu polegały na określeniu dopuszczalnego zakresu zmian współrzędnych Z trzech punktów będących węzłami interpolacji (P_1 , P_2 i P_3 , rys. 4). Zakres ten od dołu jest ograniczony prostą „c” a od góry osią X (współrzędne Z punktów P_i muszą mieć wartości mniejsze lub równe zeru). Ograniczenia te można zapisać w postaci (3):

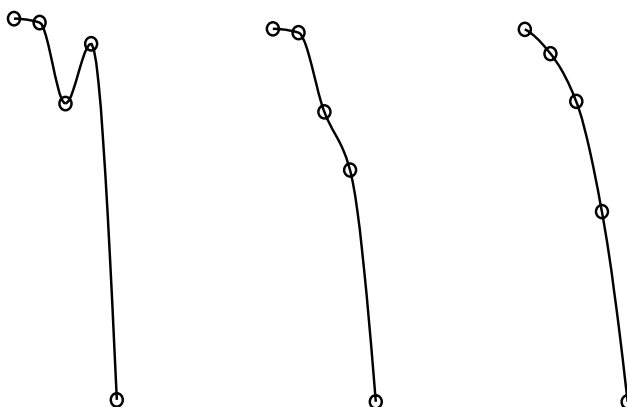
$$\begin{aligned} -0,0175 &\leq Z_1 \leq 0 \\ -0,0375 &\leq Z_2 \leq 0 \\ -0,0560 &\leq Z_3 \leq 0 \end{aligned} \quad (3)$$

Taki zapis ograniczeń ma na celu spowodowanie, że krzywa opisująca profil odbłyśnika będzie wypukła w górę.



Rys. 4. Profil odbłyśnika, ilustracja warunków ograniczających dopuszczalne położenie węzłów interpolacji (punkty P_1 , P_2 , P_3)

Brak powiązania dotyczącego położenia pomiędzy punktami P_i może prowadzić jednak do sytuacji kiedy krzywa profilu odbłyśnika nie zachowuje w całym przedziale monotoniczności. Dzieje się tak wtedy, kiedy np. punkt P_3 leży wyżej niż punkt P_2 (rys. 5). Na rysunku 5 przedstawiono kilka przykładowych krzywych profilu odbłyśnika, które zostały utworzone w kolejnych iteracjach procesu optymalizacji.



Rys. 5. Krzywa profilu odbłyśnika tworzona w kolejnych iteracjach procesu optymalizacji bez ograniczeń (od lewej): trzeciej, dziesiątej, pięćdziesiątej; kółkami zaznaczono położenie węzłów interpolacji

Tworzenie profilu odbłyśnika, którego krzywa nie jest monotoniczna może prowadzić do zwiększenia czasu obliczeń poprzez rozszerzenie obszaru przeszukiwania o obszar, w którym nie znajduje się optymalne rozwiązanie. W celu poprawy efektywności algorytmu optymalizacji wprowadza się następujące, nowe ograniczenia:

- punkt P₂ powinien znajdować się poniżej punktu P₁ (poniżej prostej „a”, rys. 4),
- punkt P₃ powinien znajdować się poniżej prostej „b”, która przechodzi przez punkty P₁ i P₂ (rys. 4).

Ograniczenia te można zapisać w postaci (4, 5):

$$Z_1 \geq Z_2 \quad (4)$$

$$\frac{(X_3 - X_1)(Z_2 - Z_1) + Z_1(X_2 - X_1)}{(X_2 - X_1)} \geq Z_3 \quad (5)$$

W tabeli 1 przedstawiono zestawienie wyników obliczeń. Obliczenia wykonano dla dwóch metod optymalizacji. W metodzie patternsearch (PS) jedna seria składa się z dziesięciu kolejno uruchamianych skryptów przeprowadzających obliczenia optymalizujące profil odbłyśnika. Za każdy razem w danej serii kolejny skrypt uruchamiano z losowo wybranych punktów początkowych. Jako ostateczny wynik podano rezultat uzyskany dla skryptu, w którym funkcja celu miała najmniejszą wartość. Ze względu na specyfikę metody algorytmu genetycznego (GA), gdzie obliczenia uruchamiane są nie dla pojedynczego punktu a dla danej generacji, prezentowane wyniki dotyczą serii, na którą składa się jeden uruchomiony skrypt. Obliczenia przeprowadzono z użyciem dwóch rodzajów algorytmów: bez ograniczeń oraz z ograniczeniami (wzory 4 i 5 oraz rysunek 4). Zastosowane metody obliczeniowe wykorzystują liczby generowane losowo co powoduje, że za każdym razem uzyskiwane jest nieco inne rozwiązanie. Z tego powodu aby otrzymać wartości średnie (PS średnia, GA średnia) pozwalające na statystyczną analizę wyników, dla każdego z algorytmów (z ograniczeniami i bez ograniczeń) wykonano po cztery serie obliczeń.

Analizując otrzymane wyniki można stwierdzić, że pozytywny wpływ wprowadzenia ograniczeń przeszukiwanego obszaru widać w przypadku algorytmu patternsearch. Zmniejszeniu uległa liczba iteracji i czas wykonania obliczeń (odpowiednio o 24% i 28%). W algorytmie tym poszukiwane jest minimum funkcji w oparciu o siatkę punktów wokół bieżącego punktu. Jeżeli w siatce znaleziony zostanie punkt, w którym funkcja celu będzie miała mniejszą wartość to stanie się on bieżącym punktem. Stosunkowo prosty sposób tworzenia nowych punktów umożliwia efektywne stosowanie ograniczeń. Metoda ta nie zapewnia jednak znalezienia minimum globalnego. Zwiększenie efektywności metody polega na wykonaniu serii obliczeń startując za każdym razem z losowo wybranego punktu początkowego.

Tabela 1. Zestawienie wyników obliczeń dla algorytmu patternsearch (PS) oraz algorytmu genetycznego (GA); podano średnią wartość natężenia oświetlenia E_{sr} i równomierność uzyskaną na oświetlanej powierzchni oraz liczbę iteracji w danej serii i czas wykonania obliczeń

	Seria obliczeń	E_{sr} [lx]	Równomierność oświetlenia E_{min} / E_{sr}	Liczba iteracji n	Czas wykonania obliczeń t [s]	n / t
optymalizacja bez ograniczeń	PS1	106.4	0.70	1921	2476	0.78
	PS2	105.1	0.69	1829	2303	0.79
	PS3	96.1	0.72	1898	2342	0.81
	PS4	106.0	0.70	1834	2332	0.79
	PS średnia	103.4	0.70	1871	2363	0.79
	GA1	88.0	0.73	480	557	0.86
	GA2	82.3	0.71	340	416	0.82
	GA3	89.1	0.75	380	463	0.82
	GA4	92.8	0.71	420	521	0.81
	GA średnia	88.0	0.72	405	489	0.83
optymalizacja z ograniczeniami	PS1	95.6	0.72	1453	1653	0.88
	PS2	106.1	0.70	1298	1757	0.74
	PS3	95.6	0.72	1453	1690	0.86
	PS4	103.2	0.70	1461	1708	0.86
	PS średnia	100.1	0.71	1416	1702	0.83
	GA1	102.3	0.71	720	860	0.84
	GA2	87.6	0.71	420	500	0.84
	GA3	92.0	0.69	360	440	0.82
	GA4	102.3	0.71	720	872	0.83
	GA średnia	96.1	0.71	555	668	0.83

W przypadku algorytmu genetycznego widać odwrotną tendencję. Wzrosła liczba iteracji i czas wykonania obliczeń (o około 37%). Jest to efekt sposobu w jaki algorytm genetyczny przeszukuje analizowany obszar. Początkowa populacja poddawana jest ocenie (selekcja). Najlepiej przystosowane osobniki biorą udział w procesie reprodukcji. Genotypy wybranych osobników poddawane są operatorom ewolucyjnym: krzyżowanie (łączenie genotypów rodziców) i mutacja (wprowadzenie drobnych losowych zmian). Istotną właściwością tej metody jest generacja serii punktów (populacji) w każdym kroku (a nie pojedynczego punktu). Wprowadzenie ograniczeń może prowadzić z jednej strony do sytuacji, w której

algorytm większość czasu spędzi na ocenianiu nieprawidłowych osobników. Może się też zdarzyć, że prawidłowy osobnik wyrzuci wszystkie pozostałe osobniki poza ograniczenia. Wtedy populacja skupi się wokół niego i nie zostaną znalezione lepsze osobniki, gdyż możliwe trasy dojścia do innych prawidłowych osobników mogą wymagać utworzenia osobników nieprawidłowych jako osobników przejściowych [8].

4. WNIOSKI

Przeprowadzone badania pokazują, że proponowana metoda optymalizacji kształtu odbłyśnika [1, 2, 3] może być również wykorzystana w przypadku postawienia zadania polegającego na uzyskaniu równomiernego rozkładu natężenia oświetlenia na zadanej powierzchni. Wprowadzenie ograniczenia przeszukiwanego obszaru zmusza do przewartościowania wcześniej dokonanej oceny przydatności stosowanych algorytmów optymalizacji. Dotychczas najlepiej oceniony algorytm genetyczny tym razem gorzej radzi sobie z obliczeniami, w których zastosowano ograniczenia. Jednocześnie nadal pozwala na wykonanie obliczeń w krótszym czasie. Jednak porównanie czasu wykonania obliczeń może nie być miarodajne z tego względu, że w algorytmie patternsearch zdecydowano się na wykonanie serii obliczeń składających się z dziesięciu skryptów i nie sprawdzano zachowania się algorytmu przy mniejszej liczbie powtórzeń.

Wprowadzenie ograniczeń może przynosić niekorzystny skutek w postaci odrzucenia rozwiązań mogących zapewnić minimum funkcji celu. Z tego względu należy umiejętnie dobierać ograniczenia oraz odpowiednio konstruować postać funkcji celu. Dalsze badania obejmujące opisaną tematykę będą kontynuowane.

LITERATURA

- [1] Wandachowicz K.: Obliczanie krzywej profilowej odbłyśnika zapewniającego uzyskanie zadanych parametrów fotometrycznych. Przegląd Elektrotechniczny 11/2009. Warszawa, Sigma-Not. 266-271.
- [2] Wandachowicz K., Antonutto G.: Optimization of rotationally symmetrical mirror reflector profile. Przegląd Elektrotechniczny, nr 10/2010, Warszawa, Sigma-Not, PL ISSN 0033-2097, 252-256.
- [3] Wandachowicz K.: Obliczanie profilu odbłyśnika z wykorzystaniem interpolacji Hermite'a. Materiały konferencyjne: XV Conference Computer Applications in Electrical Engineering, ZKwE'2010, Poznań, 19-21.04.2010, 231-232.
- [4] Fritsch F. N., Carlson R. E.: Monotone Piecewise Cubic Interpolation. SIAM Journal on Numerical Analysis, 17 (1980), 238-246.
- [5] Global Optimization Toolbox User's Guide. The MathWorks, Inc.
- [6] Wandachowicz K.: Calculation of Luminaires Using Radiance. 3rd International RADIANCE Workshop. 11-12 October 2004, Ecole d'ingénieurs et d'architectes de Fribourg, Switzerland.

-
- [7] Ward Larson G., Shakespeare R.: Rendering with Radiance. Morgan Kaufmann Publishers, San Francisco (1997).
 - [8] Michalewicz Z.: Algorytmy genetyczne + struktury danych = programy ewolucyjne. WNT Warszawa 2003.

Praca naukowa finansowana ze środków budżetowych na naukę w latach 2010-2012
jako projekt badawczy nr N N510 535639

OPTIMIZATION OF REFLECTOR SHAPE USING LINEAR CONSTRAINTS

There are presented research results that concern of calculation of mirror reflector profile that is using for obtaining the highest value of average illumination and uniformity ratio on the illuminated surface. The direct search and genetic algorithm optimization methods with linear inequality constraints were used.