

Piotr OSTROWSKI, Piotr SPRAWKA, Ireneusz KRYLOWATY

ANALIZA DYNAMIKI WSADU PODCZAS TOPIENIA INDUKCYJNEGO W WARUNKACH LEWITACJI

Streszczenie

Artykuł porusza aspekty indukcyjnego topnienia lewitacyjnego metali i stopów w warunkach wysokiej czystości. Autorzy wskazują na zagadnienia zapewnienia stabilności dynamicznej wsadu wewnątrz wzbudnika w obecności zakłóceń sieci oraz na etapie załadunku wsadu. Podjęte rozważania są niezwykle istotne w procesie projektowania konstrukcji wzbudnika, by zapewnić wystarczający zapas stabilności dynamicznej w praktycznym wykorzystaniu tegoż wzbudnika.

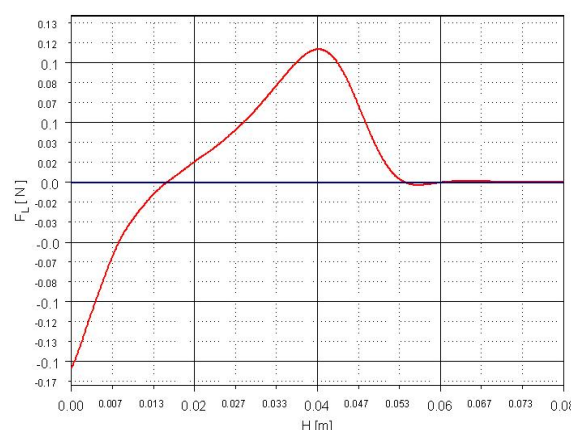
WSTĘP

Jedną z nowoczesnych i efektywnych metod do topienia metali i ich stopów w warunkach wysokiej czystości, jest indukcyjne topienie lewitacyjne. Pole elektromagnetyczne wytworzone przez odpowiednio ukształtowany wzbudnik, powoduje powstanie rozkładu sił równoważących siłę ciężkości i w konsekwencji lewitację wsadu. Oprócz problemów termo kinetycznych dotyczących nagrzewu i topienia wsadu istotnym zagadnieniem jest zapewnienie stabilności dynamicznej wsadu wewnątrz wzbudnika w obecności zakłóceń sieci, oraz na etapie załadunku wsadu. W artykule przedstawiono analizę dynamiki wsadu w wymienionych powyżej okolicznościach. Przedstawione rozważania teoretyczne i algorytmy obliczeniowe pozwalają już na etapie projektowania ocenić, czy konstrukcja wzbudnika zapewnia wystarczający dla praktyki zapas stabilności dynamicznej.

1. SFORMUŁOWANIE ZAGADNIENIA

W sieci elektroenergetycznej zdarzają się zakłócenia w dostawach energii między innymi pod postacią chwilowych wahań wartości skutecznej napięcia ($\pm 10\%$ wartości znamionowej), zapadów napięcia (spadek do 60% wartości znamionowej) lub krótkotrwałych przerw. Czas trwania zakłóceń w dostawach energii może się wahać od kilku okresów do kilkunastu sekund. Zjawiska te, oraz metody ich badań i pomiarów opisuje norma PN-EN 61000-4-11. W przypadku topienia lewitacyjnego, tego rodzaju zakłócenia mają kolosalne znaczenie. O ile wzrost napięcia powoduje zwiększenie wartości siły lewitacji, o tyle zbyt niska jego wartość lub zbyt długa przerwa w zasilaniu, może spowodować utratę stabilności, a w konsekwencji wypadnięcie wsadu ze wzbudnika.

Analiza zachowania się lewitującego wsadu pod wpływem zakłóceń, wymaga określenia zależności siły lewitacji w funkcji położenia wsadu wysokości wzbudnika $F_L(h)$. Zależność ta, ma charakter silnie nieliniowy z tego powodu rozwiązanie zagadnienia analizy stabilności wsadu możliwe jest wyłącznie na drodze obliczeń numerycznych. Na rys.1 podano przykładowo zależność $F_L(h)$ dla sferycznego wsadu aluminiowego o średnicy 15mm.



Rys. 1. Charakterystyka siły lewitacji w funkcji długości wzbudnika dla sferycznego wsadu aluminiowego o średnicy 15 mm

Symulacja zachowania wsadu we wszystkich analizowanych przypadkach (spadek i zanik napięcia, upuszczenie do wzbudnika lub umieszczenie wsadu poniżej punktu równowagi stabilnej) przeprowadzona została z wykorzystaniem przedstawionego poniżej algorytmu obliczeniowego.

2. MODEL MATEMATYCZNY LEWITACJI W PROCESIE TOPIENIA

Oddziaływanie pola elektromagnetycznego, scharakteryzowanego wektorem indukcji magnetycznej B na przewodzący wsad, w którym prądy wirowe mają gęstość J , przejawia się między innymi generacją pola sił mechanicznych, których średnią wartość można wyrazić równaniem [5,6]:

$$F_{av} = \frac{1}{2} \operatorname{Re} \int_V (\underline{J}_m \times \underline{B}_m^*) dV \quad (1)$$

gdzie:

\underline{J}_m – zespolona amplituda gęstości prądu

\underline{B}_m^* – zespolona amplituda sprzężona indukcji magnetycznej

Siła ta nosi nazwę siły Lorentza, a jej składowa pionowa, która równoważy siłę ciężkości i umożliwia unoszenie wsadu nosi nazwę siły lewitacji F_L (ang.: levitation force).

Wyrażając siłę F_g w funkcji gęstości materiału ρ i promienia wsadu kulistego R_k równanie (2) można napisać w postaci:

$$F_g = \frac{4\pi}{3} \rho R_k^3 g \quad (2)$$

Algorytm obliczeniowy

Obliczenia symulacyjne ruchu wsadu po chwilowym zaniku napięcia zasilania można podzielić na dwa etapy:

Pierwszy etap - **swobodny spadek do chwili powrotu napięcia**. Zakłada się, że w chwili $\tau = 0$ wsad znajduje się w punkcie $h(0) = h_0$ w stanie równowagi, jego chwilowa prędkość $v(0) = 0$, zatem po czasie przerwy τ_p wsad znajdzie się w punkcie:

$$h_p = h(\tau_p) = h_0 - \frac{g \cdot \tau_p^2}{2} \quad (3)$$

a jej prędkość:

$$v_p = -g \cdot \tau_p \quad (4)$$

Drugi etap - **okres po powrocie**. W tym etapie obliczenia symulacyjne zostały przeprowadzone metodą numeryczną z dyskretyzacją czasu, przy stałym kroku czasowym $d\tau$. Zastosowano prosty algorytm przedłużania rozwiązania krok po kroku zakładając, że w kroku $d\tau$ wsad porusza się ruchem jednostajnie przyspieszonym według zależności:

$$h_{i+1} = h_i + v_i \cdot d\tau + \frac{a_{mi} \cdot d\tau^2}{2} \quad (5)$$

gdzie:

h_i – położenie wsadu w chwili τ_i ,

h_{i+1} – położenie wsadu w chwili $\tau_{i+1} = \tau_i + \tau$,

v_i – prędkość wsadu w chwili τ_i ,

a_{mi} – średnia wartość przyspieszenia w czasie od τ_i do τ_{i+1} ,

Przyjmując, że dla $\tau = \tau_p$ numer kroku czasowego = 0, otrzymuje się:

$$\begin{aligned} h(\tau_p) &= h_p \\ v(\tau_p) &= v_p \end{aligned}$$

Omówienia wymaga wyznaczanie wartości a_{mi} . Dla chwili τ_i znane jest położenie wsadu w punkcie h_i , zatem znana jest również wartość siły lewitacji $F_L(h_i) = F_{Li} = F_{Lo} (i = 0)$.

Stąd przyspieszenie dla chwili τ_i równe jest różnicy:

$$a(\tau_p) = a_0 = \frac{F_{Li}}{m_k} - g \quad (6)$$

W pierwszym przybliżeniu przyjmuje się, że wartość średniego przyspieszenia w pierwszym kroku czasowym jest równa wartości dla chwili $\tau = \tau_i$, wobec tego $a_{m0} \cong a_0$. Dla tej wartości na podstawie (5) oblicza się pierwsze przybliżenie położenia wsadu po czasie τ .

$$h_1 \cong h_0 + v_0 \cdot \tau + \frac{a_{m0} \cdot \tau^2}{2} \quad (7)$$

Dla oszacowanej wartości h_i wyznacza się $F_L(h_1)$ i przyjmuje się, że w czasie od τ_0 do $\tau_1 = \tau_0 + \tau$ na wsad działała siła lewitacji równa średniej arytmetycznej siły w punktach τ_0 i τ_1 . Dla tak wyznaczonego przyspieszenia średniego oblicza się powtórnie położenie wsadu po czasie τ . Jeżeli wartość siły lewitacji dla nowego przybliżenia jego położenia różni się od wstępnego oszacowania więcej niż przyjęta arbitralnie różnica dopuszczalna, procedurę tę należy powtórzyć.

Po wyznaczeniu nowego położenia wsadu $h = h_1$ i obliczeniu prędkości w tym punkcie według zależności:

$$v_1 = v_0 + a_{m0} \cdot \tau \quad (8)$$

algorytm przechodzi do wyznaczenia położenia i prędkości wsadu dla kolejnych kroków czasowych.

Zaprezentowany algorytm umożliwia analizę ruchu wsadu po powrocie napięcia i jest oparty o wartości węzłowe obliczone metodą elementu skończonego. Można wyróżnić dwa warianty: długa przerwa powodująca, że siła lewitacji nie wyhamuje spadku wsadu, który wypadnie ze wzbudnika oraz wariant drugi: siła lewitacji wyhamowuje wsad i powoduje jego ruch w górę. W tym przypadku powrót do stanu równowagi ma charakter oscylacyjny.

Zakładając zerowe tłumienie dla tego przypadku można zapisać równanie różniczkowe drugiego rzędu postaci:

$$m \frac{d^2 h}{d\tau^2} = F_L(h) - mg \quad (9)$$

W ogólnym przypadku $F_L(h)$ jest zależnością nieliniową rzędu wyższego niż pierwszy (rys. 1) i na ogół nie istnieje rozwiązanie równania (9) w postaci analitycznej.

W rzeczywistości występuje mechanizm tłumienia drgań, spowodowany zarówno oporami aerodynamicznymi, jak również hamowaniem elektromagnetycznym. Ciekły materiał przewodzący prąd poruszając się w silnym polu elektromagnetycznym stanowi przykład przetwornika elektromechanicznego [1]. Na skutek ruchu przewodnika we wzbudniku o zmiennej geometrii, zmienia się indukcyjność układu co jest przyczyną powstania dodatkowej siły. Siła ta jest skierowana przeciwnie do wektora prędkości przewodnika, a jej zadaniem jest przeciwstawienie się zmianom stanu układu. W rezultacie, wsad wytracony z położenia równowagi po ustaniu działania czynnika zakłócającego powróci do stanu poprzedniego ruchem oscylacyjnym tłumionym. Szczególna geometria układu wzbudnik – wsad oraz sprzężenia zjawisk fizycznych przemawiały za wyborem modelu mechanizmu tłumienia, który pozwolił na jakościową analizę wpływu hamowania na stabilność wsadu w przypadku chwilowej przerwy zasilania. Wyniki tej analizy mają charakter poglądowy, ponieważ oszacowanie wartości siły tłumienia w ogólnym przypadku jest stosunkowo trudne, jednakże dobrze ilustrują jakościowo przebiegi oscylacyjne zaobserwowane w eksperymentach.

Przyspieszenie wsadu z uwzględnieniem tłumienia można zapisać w postaci:

$$a(\tau_p) = \frac{F_{L0} - \text{sign}(v)(F_{op} + F_{oe})}{m_k} - g \quad (10)$$

F_{op} jest siłą oporu aerodynamicznego, której wartość opisuje równanie [11]:

$$F_{op} = \rho_p \cdot v_k \cdot g + C_x \cdot S_k \cdot \frac{\rho_p \cdot v^2}{2} \quad (11)$$

gdzie:

ρ_p – gęstość płynu (dla powietrza $\rho_p = 1.2 \text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$),

C_x – współczynnik oporu powietrza (dla kuli ≈ 0.5),

S_k – pole przekroju poprzecznego wsadu sferycznego w kierunku ruchu.

Mimo, że siła ta jest proporcjonalna do kwadratu prędkości, jej wpływ w analizowanym układzie jest znikomo mały, a w próżni wynosi zero.

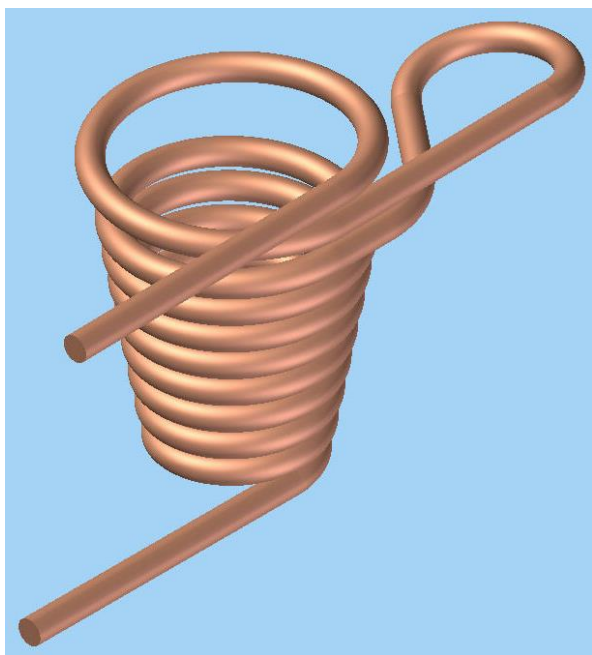
Dla siły oporu elektromagnetycznego F_{oe} przyjęto, że jest ona proporcjonalna do prędkości drgającego wsadu i o przeciwnym zwrocie:

$$F_{oe} = \text{sign}(v) \cdot |v| \cdot k_{emzi} \quad (12)$$

przy czym k_{emzi} jest współczynnikiem proporcjonalności. Współczynnik ten jest trudny do obliczenia, a jego wartość można podać jedynie szacunkowo na podstawie badań eksperymentalnych. W ogólnym przypadku siłę tłumienia można znaleźć z zależności opisującej energię dyssypacji w funkcji oporności i prądu:

$$W_d = \int_0^t \frac{R(t)i^2}{2} d\tau \quad (13)$$

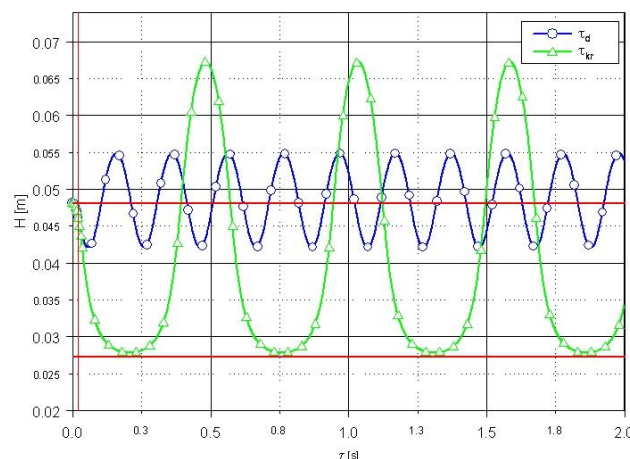
Analizę przeprowadzono dla wzbudnika o geometrii przedstawionej na rysunku 2, nawiniętego rurką miedzianą o średnicy zewnętrznej 5 mm. Średnica wewnętrzna wzbudnika zmienia się w granicach $20 \div 31$ mm a jego całkowita wysokość wynosi 58 mm.



Rys. 2. Geometria analizowanego wzbudnika

3. WYNIKI OBLICZEŃ

Na rys. 3 przedstawiono dwa przebiegi drogi wsadu aluminiowego o średnicy 15 mm podczas chwilowego zaniku napięcia we wzbudniku. Krzywa oznaczona τ_d ilustruje drgania nietłumione przy zaniku napięcia na czas równy jednemu okresowi częstotliwości sieci energetycznej $\tau_d = 0.02$ s. Po zaniku napięcia wsad ruchem jednostajnie przyspieszonym spada pod wpływem siły ciężkości. Po powrocie napięcia, pojawiająca się elektrodynamyczna siła lewitacyjna wyhamowuje spadek wsadu, następnie przyspiesza jego ruch w górę, po czym wpada on w oscylacje nietłumione. Można zaobserwować, że drgania te odbywają się wokół położenia równowagi (górną czerwoną linią poziomą), który jest punktem równowagi stabilnej. Krzywa oznaczona τ_{kr} przedstawia drgania wsadu po zaniku napięcia na czas równy czasowi krytycznemu, rozumianemu jako maksymalna przerwa, po której wyhamowanie wsadu jest jeszcze możliwe.

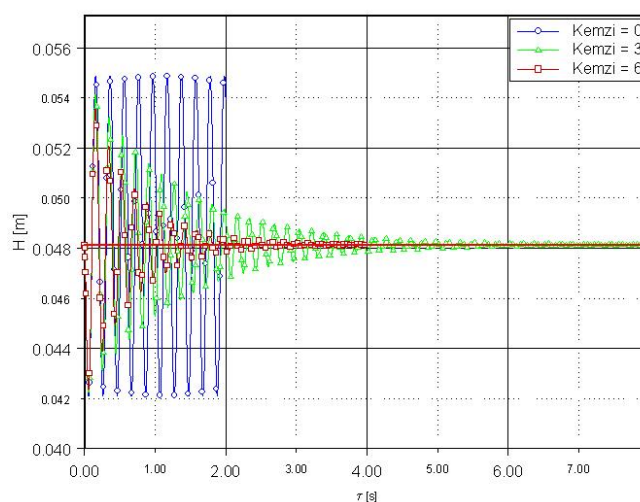


Rys. 3. Droga wsadu podczas zaniku napięcia: τ_d – czas dopuszczalny ($\tau_d < \tau_{kr}$), τ_{kr} – czas krytyczny

Dla każdego typu wzbudnika częstotliwość oscylacji jest najmniejsza w przypadku zaniku napięcia na czas krytyczny (patrz rys. 3). Przyczyną tego jest nie tylko większa amplituda drgań ale także znacznie dłuższy czas przebywania wsadu w pobliżu punktu równowagi niestabilnej (położenie minimalne), gdzie prędkość jest zerowa, a siły elektrodynamiczne F_L tylko nieznacznie przewyższają siłę ciężkości.

Przedstawione wyniki dotyczą ruchu drgającego bez tłumienia. W rzeczywistym obiekcie obserwuje się, że wsad wytracony z położenia równowagi powraca do niej ruchem oscylacyjnym tłumionym.

Na rys. 4 przedstawiono oscylacje wsadu przy różnych współczynnikach tłumienia elektromagnetycznego. Analizując wykresy można stwierdzić, że przypadek braku tłumienia ($k_{emzi} = 0$) charakteryzuje się największą amplitudą i najmniejszą częstotliwością. Pozostałe wykresy przedstawiają drgania tłumione o współczynnikach tłumienia odpowiednio $k_{emzi} = 3$ i $k_{emzi} = 6$. Wartość 3 została dobrana na podstawie obserwacji drgań w rzeczywistym urządzeniu. Częstotliwość drgań około 5 Hz i czas zaniku oscylacji około 8 sekund pokrywa się z obserwacjami. Współczynnik tłumienia równy 6 został podany tylko dla zobrazowania tendencji zachowania się wsadu.



Rys. 4. Droga wsadu w ruchu oscylacyjnym przy różnych współczynnikach tłumienia elektromagnetycznego

Ponieważ przypadek drgań nietłumionych jest zdecydowanie najmniej korzystny z punktu widzenia stabilności wsadu, analiza prowadzona dla tego wariantu i dająca pozytywne rezultaty z pew-

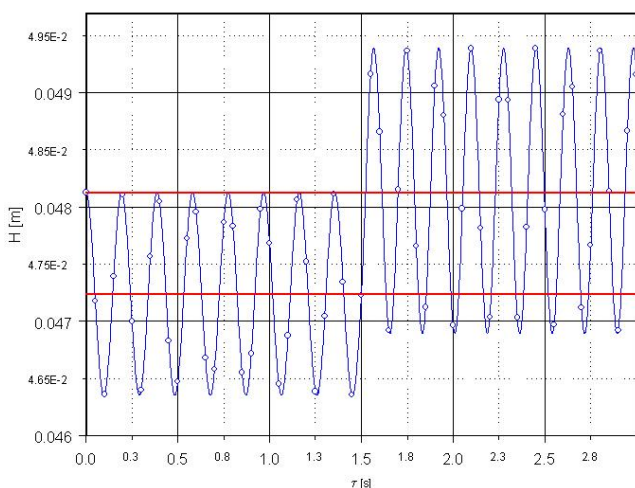
nością zapewni stabilność wsadu w obecności siły hamującej. Dlatego też w dalszej części obliczeń rozpatrywany będzie tylko przypadek oscylacji nietłumionych

4. SPADEK WARTOŚCI NAPIĘCIA ZASILAJĄCEGO

W analizie układu wzbudnik – wsad do topienia lewitacyjnego należy również rozważyć przypadek spadku napięcia zasilającego. Zmniejszenie napięcia, a zatem i zmniejszenie prądu wzbudnika powoduje spadek wartości siły lewitacji i obniżenie położenia wsadu w przestrzeni wzbudnika zaś w skrajnych przypadkach – wypadnięcie próbki. Konstrukcja wzbudnika powinna zapewniać odporność układu na tego typu zakłócenie i po jego ustaniu – powrót wsadu do stanu równowagi stabilnej.

W niniejszym podrozdziale rozpatrzono przypadek zmniejszenia wartości prądu o 10% względem wartości nominalnej wynoszącej 250 A.

Na rys. 5 przedstawiono drogę wsadu aluminiowego od chwili spadku wartości prądu do powrotu do wartości poprzedniej po czasie równym $\tau = 1.5$ sekundy. Rozważany jest przypadek braku tłumienia.

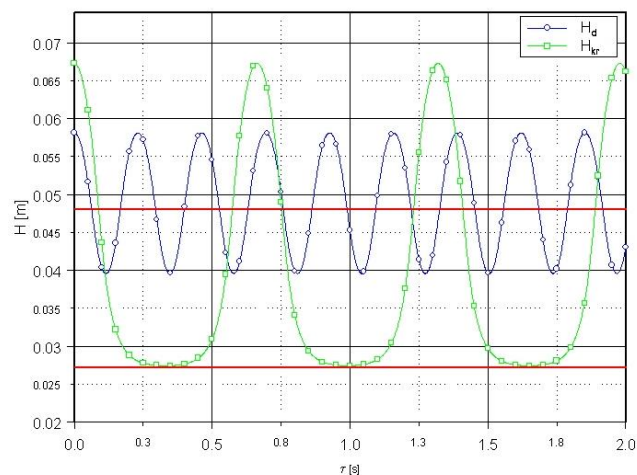


Rys. 5. Drgania wsadu podczas zakłócenia związanego ze spadkiem napięcia zasilania

W początkowej fazie wsad znajdował się w punkcie lewitacji stabilnej ($v(0) = 0$) charakterystycznym dla prądu wynoszącego 250 A. W chwili $\tau = 0$ nastąpił spadek wartości prądu do 225 A, co spowodowało obniżenie położenia wsadu i oscylacje wsadu wokół nowego punktu lewitacji stabilnej. Po czasie $\tau = 1.5$ sekundy następuje wzrost wartości prądu do 250 A. Po powrocie wartości prądu do stanu wyjściowego, obserwuje się oscylacje wsadu wokół poprzedniego punktu równowagi. Amplituda drgań jest tym większa, im większy i dłuższy był czas obniżenia napięcia. Dla pewnych granicznych wartości wsad wypada ze wzbudnika.

5. ZAŁADUNEK WSADU OD GÓRY

Jednym ze sposobów wprowadzenia wsadu do przestrzeni wzbudnika jest załadunek od góry. Upuszczony wsad nabiera prędkości i posiadając pewną energię kinetyczną związaną ze swobodnym spadkiem, wpada w obszar wzbudnika. Konstrukcja wzbudnika i układu zasilania powinna umożliwiać wyhamowanie wsadu w obszarze topienia.



Rys. 6. Drgania wsadu podczas załadunku z wysokości $H_d = 10$ mm i z wysokości krytycznej H_{kr}

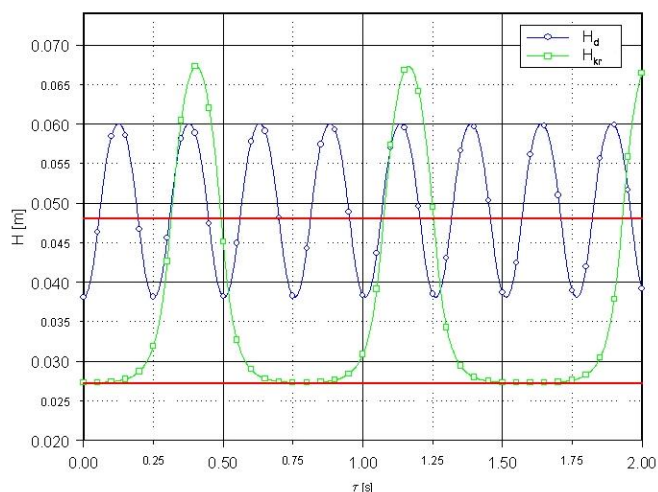
Na rys. 6 przedstawiono drgania wsadu aluminiowego dla dwóch przypadków: załadunek wsadu z wysokości 10 mm nad punktem równowagi stabilnej i z wysokości krytycznej, będącej najwyższym położeniem, z którego można załadować wsad bez obawy jego wypadnięcia. Analogicznie jak podczas krytycznego zaniku napięcia (rys. 3), załadunek z wysokości minimalnie większej niż krytyczna powoduje wypadnięcie wsadu z wzbudnika, ponieważ siła lewitacji nie zdąży zredukować jego energii kinetycznej do zera w obszarze wzbudnika. Upadek wsadu z wysokości krytycznej i mniejszej daje taką możliwość.

6. ZAŁADUNEK WSADU OD DOŁU

Drugim sposobem wprowadzenia wsadu w obszar wzbudnika jest załadunek od dołu np. po umieszczeniu wsadu na diamagnetycznym wsporniku. W takim przypadku początkowa prędkość wsadu jest równa zero, a zatem nie posiada on energii kinetycznej. Jeżeli wprowadzony wsad znajdzie się nad punktem równowagi niestabilnej, to po włączeniu napięcia zostanie wciągnięty przez pole magnetyczne i wpadnie w oscylacje wokół punktu równowagi stabilnej. W przeciwnym razie po usunięciu podtrzymania wypadnie ze wzbudnika. W tym przypadku energia kinetyczna wsadu w chwili włączenia napięcia jest zerowa, zatem jeżeli pozwalają na to geometria wzbudnika i wsadu ten, typ załadunku jest zalecany.

Na rys. 7 przedstawiono wykres drgań wsadu we wzbudniku z rysunku 2 dla załadunku od dołu przy położeniu 10 mm nad punktem równowagi niestabilnej i przy wysokości krytycznej. Analogicznie jak w poprzednich przypadkach umieszczenie wsadu poniżej wysokości krytycznej spowoduje jego wypadnięcie ze wzbudnika.

Z analizy wykresu wynika, że załadunek z położenia krytycznego h_{kr} charakteryzuje się znacznie większą amplitudą i mniejszą częstotliwością drgań niż z wysokości 10 mm nad punktem równowagi niestabilnej.



Rys. 7. Drgania wsadu podczas załadunku od dołu z położenia $H_d = 10$ mm i H_{kr} nad punktem równowagi niestabilnej (dolna czerwona linia)

PODSUMOWANIE

W artykule przedstawiono analizę dynamiki wsadu w procesie topienia lewitacyjnego rozważając różnego rodzaju zakłócenia pracy układu. Przedstawiony został model matematyczny dynamiki, podano numeryczny algorytm obliczeniowy umożliwiającą matematyczną analizę ruchu wsadu wewnątrz wzbudnika. Przedstawiona analiza i algorytm obliczeniowy stanowią efektywne narzędzie dla wspomaganego komputerowo projektowania urządzeń do topienia lewitacyjnego.

BIBLIOGRAFIA

1. Turowski J.: Elektrodynamika techniczna. Warszawa, WNT 1969, 1993 (wydanie drugie zmienione).
2. Turowski J.: Teoria maszyn elektrycznych – maszyny prądu przemiennego, Wydanie III, Skrypt Politechniki Łódzkiej, Łódź 1984.

3. Ostrowski P.: Geometria wzbudników do topienia indukcyjnego w warunkach lewitacji stabilnej. Praca doktorska, Politechnika Warszawska 2007
4. Ostrowski P.: Topienie indukcyjne w warunkach lewitacji. Elektronika (XLIX), nr 3/2008.
5. Jin-Ho Zong, Szekely J., Shwartz E.: An Improved Computational Technique for Calculating Electromagnetic Forces and Power Absorptions Generated in Spherical and Deformed Body in Levitation Melting Devices. IEEE Trans. On Magnetics. Vol. 28 No 3 (1992)
6. Sajdak Cz., Samek E.: Nagrzewanie indukcyjne – podstawy teoretyczne i zastosowanie. Wydawnictwo „Śląsk” 1987.

STABILITY ANALYSIS OF DYNAMIC CHARGE IN LEVITATIONAL MELTING PROCESSES

Abstract

The article introduces analysis of the dynamic stability of charge in levitational melting regarding many kinds of disturbance during process. The mathematical model of the dynamics was introduced, numeric computational algorithm enabling the mathematical analysis of movement of the charge inside inductor was passed

Autorzy:

dr inż. **Piotr Ostrowski** – Wojskowa Akademia Techniczna, email: piotr.ostrowski@wat.edu.pl
 dr inż. **Piotr Sprawka** – Wojskowa Akademia Techniczna, piotr.sprawka@wat.edu.pl
 mgr inż. **Ireneusz Kryśowaty** – Wojskowa Akademia Techniczna ireneusz.kryśowaty@wat.edu.pl