

The issues of of hot-spots type in the railway disc brake

Problematyka gorących obszarów (*hot-spots*) w kolejowym hamulcu tarczowym

The article deals with the issues of hot areas occurring in friction disc brakes based on the literature review. The results of stand tests of the railway disc brake in aspect of identifying the hot areas of hot-spots are presented. In addition, the test methodology with the use of a thermovision camera for observation and registration of hot areas is developed for the stand tests. Thermovision images from the various braking speeds, where there are hot-spots, are presented for the friction pair of cast-iron brake disc and organic friction lining according to the requirements of UIC 541-3 leaflet. A model to determine the number of macroscopic hot areas on the surface of the brake disc is developed on this basis. The model is verified for braking with a greater emphasis regarding the fundamental tests.

W artykule poruszono problematykę gorących obszarów występujących w ciernych hamulcach tarczowych na podstawie przeglądu literaturowego. Zaprezentowano wyniki badań stanowiskowych kolejowego hamulca tarczowego w aspekcie identyfikacji gorących obszarów typu hot-spots. Do badań stanowiskowych dodatkowo opracowano metodykę badań z zastosowaniem kamery termowizyjnej do obserwacji i rejestracji gorących obszarów. Dla pary ciernej żeliwna tarcza hamulcowa i organiczna okładzina cierna według wymagań karty UIC 541-3 przedstawiono obrazy termowizyjne z różnych prędkości hamowania, przy których występują hot-spots. Na tej podstawie opracowano model do wyznaczenia liczby makroskopowych gorących obszarów na powierzchni tarczy hamulcowej. Model został zweryfikowany dla hamowań z większym naciskiem względem badań zasadniczych.

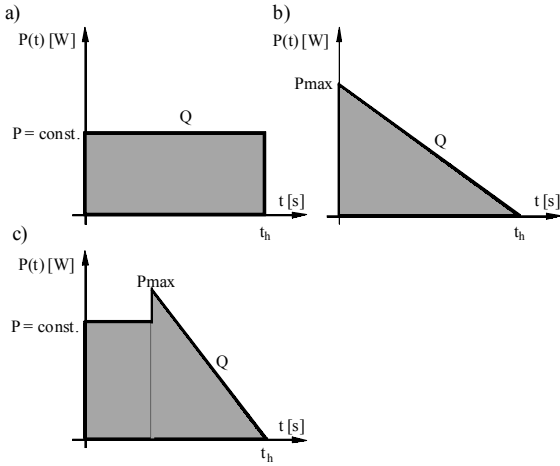
1. INTRODUCTION

Thermal phenomena occurring in the friction pair of a disc brake should be assessed depending on the type of braking, because the thermal load acting on the brake disc and friction linings is related to this. The examples of thermal loads acting on the friction pair of the brake are presented in figure 1. In mountainous terrain the braking occurs with constant power (Fig. 1a) in order to maintain a constant speed of the train's riding down. An example of such braking of railway vehicles is ride through the Gotthard Pass in the Alps, located in the south-eastern part of Switzerland. Then, during the riding down, depending on the track length, braking takes place at a constant speed of 50 or 80 km/h (70 km/h for brake inserts) [15]. These conditions are very difficult for both block and disc braking systems, because the low speed of the train gives insufficient conditions of the braking heat exchange to the environment, so that the braking system can reach the limited thermal load. For brake discs the average temperatures are in the range from 400–550 °C [14]. In relation to the horizontal track, stopping braking is

1. WSTĘP

Zjawiska termiczne występujące w parze ciernej hamulca tarczowego należy oceniać w zależności od typu hamowania, gdyż z tym związane jest obciążenie cieplne działające na tarczę hamulcową i okładziny cierne. Na rysunku 1 przedstawiono przykłady obciążeń cieplnych działających na parę cierną hamulca. W terenie górzystym w celu utrzymania stałej prędkości zjazdu pociągu występuje hamowanie ze stałą mocą (rys. 1a). Przykładem takiego hamowania pojazdów kolejowych jest przejazd przez Przełęcz Świętego Gotarda w Alpach położoną w południowo-wschodniej części Szwajcarii. Wówczas w czasie zjazdu, w zależności od długości toru, hamowanie odbywa się przy stałej prędkości 50 lub 80 km/h (70 km/h dla wstawek hamulcowych) [15]. Dla układów hamulcowych zarówno klockowych, jak i tarczowych są to bardzo trudne warunki, ponieważ niewielka prędkość pociągu daje niewystarczające warunki wymiany ciepła hamowania do otoczenia, przez co układ hamulcowy może osiągać graniczne obciążenie cieplne. Dla tarcz hamulcowych są to średnie

performed (Fig. 1b) from the set speed of braking start to the stop at a constant value of braking deceleration. There may also be a mixed case where in the first phase it is the braking with constant power, and then as stopping in the second phase, when the riding down of the train from the hill ends with a stop.



Rys. 1. Obciążenie cieplne hamulca tarczowego przy hamowaniu: a) ze stałą mocą, b) zatrzymującym, c) mieszanym, ze stałą mocą w pierwszej części hamowania i zatrzymującym w drugiej części hamowania [10, 12]

Fig. 1. Thermal load of disc brake during braking: a) with constant power, b) stopping c) mixed with constant power in the first part of braking and stopping in the second part of braking [10, 12]

The energy balance related to the change of kinetic energy for one braked wheel (in the case of a block brake) or a brake disc is [9]:

$$E_k = \Psi_m \cdot \frac{1}{2} \cdot M_p \cdot v_0^2 \quad (1)$$

$$E_k = \int_0^{t_h} P(t) dt = 2 \cdot F_{disc} \int_0^{t_h} v_{disc}(t) dt$$

where: Ψ_m – coefficient of vehicle mass distribution in relation to the mass of wheels and brake discs, $\Psi_m = 0,1$,

M_p – vehicle mass [kg],

v_0 – speed of braking start [m/s],

v_{disc} – linear speed of disc on the radius r_z [m/s],

t_h – braking time [s],

F_{disc} – normal force acting on the brake disc [N],

$P(t)$ – load [W].

The change of kinetic energy in the brake disc to the braking torque is equal to the heat flux acting on the brake disc. Relation(1) is used to determine the thermal load acting on the brake disc. The braking force provided by the friction pair of the disc brake is determined from the following relation[10]:

temperatury w zakresie 400–550 °C [14]. W odniesieniu do toru poziomego realizowane jest hamowanie zatrzymujące (rys. 1b) od zadanej prędkości początku hamowania, aż do zatrzymania przy stałej wartości opóźnienia hamowania. Również może wystąpić przypadek mieszany, gdzie w pierwszej fazie jest hamowaniem ze stałą mocą, a następnie jako zatrzymujące w drugiej fazie, kiedy zjazd pociągu ze wzniesienia kończy się zatrzymaniem.

$$E_k = \Psi_m \cdot \frac{1}{2} \cdot M_p \cdot v_0^2 \quad (1)$$

$$E_k = \int_0^{t_h} P(t) dt = 2 \cdot F_{disc} \int_0^{t_h} v_{disc}(t) dt$$

gdzie: Ψ_m – współczynnik rozkładu masy pojazdu względem masy kół i tarcz hamulcowych, $\Psi_m = 0,1$,

M_p – masa pojazdu [kg],

v_0 – prędkość początku hamowania [m/s],

v_{disc} – prędkość liniowa tarczy na promieniu r_z [m/s],

t_h – czas hamowania [s],

F_{disc} – siła normalna działająca na tarczę hamulcową [N],

$P(t)$ – obciążenie [W].

Zmiana energii kinetycznej w tarczy hamulcowej na moment hamujący jest równa strumieniowi ciepła działającemu na tarczę hamulcową. Zależność (1) jest stosowana w celu wyznaczenia obciążenia cieplnego działającego na tarczę hamulcową. Siłę hamowania realizowaną przez parę cierną hamulca tarczowego wyznacza się z następującej zależności [10]:

$$F_{disc} = \frac{\Psi_m \cdot \frac{1}{2} \cdot M_p \cdot v_0^2}{2 \cdot \frac{r_z}{r_{wheel}} \cdot \left(v_0 \cdot t_h - \frac{1}{2} \cdot a_h \cdot t_h^2 \right)} \quad (2)$$

gdzie: r_z – promień zewnętrzny tarczy hamulcowej [m],

r_{wheel} – promień koła kolejowego w okręgu tocznym [m],

a_h – opóźnienie hamowania [m/s²].

Wówczas strumień ciepła w dowolnej chwili procesu hamowania, działający na jedną stronę tarczy hamulcowej, wyznacza się z następującego równania [12]:

$$\dot{Q}(t) = F_{disc} \cdot v_{disc}(t) = F_{disc} \cdot \frac{r_z}{r_{wheel}} (v_0 - a_h \cdot t_h) \quad (3)$$

Natomiast przy hamowaniu na spadku (zjazd pociągu ze wzniesienia), model fizyczny strumienia ciepła dodatkowo powinien uwzględniać zmianę energii potencjalnej. W tym przypadku, gdy prędkość pojazdu jest stała, strumień ciepła również jest stały, wówczas bilans energetyczny należy zapisać następująco [9]:

$$M_p \cdot g \cdot \Delta h = \dot{Q} \cdot t_h \quad (4)$$

$$F_{\text{disc}} = \frac{\psi_m \cdot \frac{1}{2} \cdot M_p \cdot v_0^2}{2 \cdot \frac{r_z}{r_{\text{wheel}}} \cdot \left(v_0 \cdot t_h - \frac{1}{2} \cdot a_h \cdot t_h^2 \right)} \quad (2)$$

where: r_z – outer radius of the brake disc [m],
 r_{wheel} – radius of a railway wheel in a rolling circle [m],
 a_h – braking deceleration [m/s^2].

Then the heat flux at any moment of the braking process, acting on one side of brake disc is determined from the following equation [12]:

$$\dot{Q}(t) = F_{\text{disc}} \cdot v_{\text{disc}}(t) = F_{\text{disc}} \cdot \frac{r_z}{r_{\text{wheel}}} (v_0 - a_h \cdot t_h) \quad (3)$$

However, when braking on a slope (riding downhill of train), the physical model of the heat flux should additionally take into account the change of potential energy.

In this case, when the vehicle speed is constant, the heat flux is also constant, then the energy balance should be written as follows[9]:

$$M_p \cdot g \cdot \Delta h = \dot{Q} \cdot t_h \quad (4)$$

2. HOT-SPOTS PHENOMENON DISC BRAKES

The long operation time of disc brake systems with both linings made of organic materials and metallic sinters causes uneven wear of individual friction surfaces of the linings. As a consequence, the distribution of pressure of the friction linings on the brake disc is uneven, which leads to the occurrence of hot band and hot spots during braking.

In the work [11] based on the multi-stage stand tests, the following classification of areas with increased temperature on the friction surface of the brake disc was proposed:

- point hot-spots occurring in the first phase of braking (time less than 1 ms) as a result of friction of the lining over the unevenness of the brake disc, resulting from the variable roughness. Temperatures can reach even 1200 °C,
- ribbed hot-spots occurring in the second phase of braking for a period of about 0.5-10 s. These are small areas on the outer and inner radii of the friction ring,
- hot bands appearing in the third phase of braking in time more than 10 seconds, two or even three rings (bands) arise from the connection of ribbed hot-spots. This phenomenon occurs as a result of the lining adjusting to the friction ring, which indicates an improved contact between the friction pair elements. The temperature does not exceed 800 °C,

2. ZJAWISKO HOT-SPOTS W HAMULCACH TARCZOWYCH

Długi czas eksploatacji tarczowych układów hamulcowych zarówno z okładzinami wykonanymi z materiałów organicznych, jak i ze spieków metalicznych powoduje nierównomierne zużycie poszczególnych powierzchni tarcia okładzin. W konsekwencji dochodzi do nierównomiernego rozkładu nacisków okładzin ciernych na tarczę hamulcową, co prowadzi do powstawania podczas hamowania zjawiska typu hot band i hot spots.

W pracy [11], na podstawie wieloetapowych badań stanowiskowych, zaproponowana została następująca klasyfikacja obszarów o podwyższonej temperaturze na powierzchni ciernej tarczy hamulcowej:

- punktowe hot-spots, występujące w pierwszej fazie hamowania (czas krótszy niż 1 ms) w wyniku tarcia okładziny po nierównościach tarczy hamulcowej, wynikające ze zmiennej chropowatości. Temperatury osiągają wartość nawet 1200 °C,
- prążkowe hot-spots występujące w drugiej fazie hamowania przez okres około 0,5–10 s. Są to małe obszary występujące na zewnętrznym i wewnętrznym promieniu pierścienia ciernego,
- gorące pasma pojawiające się w trzeciej fazie hamowania w czasie powyżej 10 s, powstają z połączenia prążkowych hot-spots w dwa lub nawet trzy pierścienie (pasma). Zjawisko to występuje w wyniku dopasowania się okładziny do pierścienia ciernego, co świadczy o poprawie kontaktu elementów pary ciernej. Temperatura nie przekracza 800 °C,
- makroskopowe hot-spots generujące duże gradienty termiczne równomiernie rozłożone na powierzchni ciernej tarczy. Ich położenie w czwartej fazie hamowania jest stałe i świadczy o odkształceniach tarczy w tych obszarach na skutek rozszerzalności termicznej. Ten typ hot-spots znacznie zmniejsza powierzchnię styku okładziny i tarczy, lokalnie podwyższa temperaturę tarczy nawet do 1100 °C,
- lokalne hot-spots to powierzchnie o niskim gradientzie temperatury występujące w ostatniej fazie hamowania na całej powierzchni ciernej tarczy. Zjawisko wyjaśniane jest nierównomiernym chłodzeniem powierzchni ciernej tarczy hamulcowej. Ten typ rozkładu temperatury występuje w ostatniej fazie hamowania.

Klasyfikację obszarów o podwyższonej temperaturze w postaci obrazów termowizyjnych przedstawiono na rysunku 2.

Zjawisko hot-spots, czyli gorące obszary, występuje najczęściej przy hamowaniach z dużym naciskiem okładzin na tarczę (realizacja większych mocy hamowania) lub podczas hamowań przy dużych prędkościach.

macroscopic hot-spots generating the large thermal gradients evenly distributed on the friction surface of the disc. Their position in the fourth braking phase is constant and indicates the deformations of the disc in these areas due to thermal expansion. This type of hot-spots significantly reduces the contact surface of the lining and the disc, locally increasing the temperature of the disc up to 1100 °C,

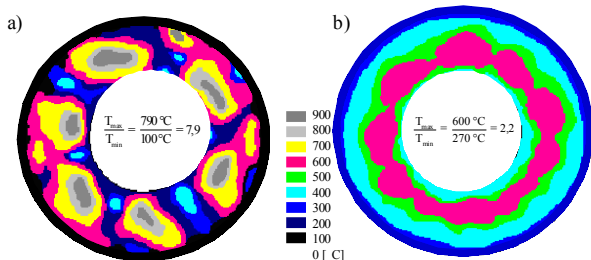
local hot-spots are surfaces with a low temperature gradient occurring in the last phase of braking on the entire friction surface of the disc. The explained phenomenon is the uneven cooling of the friction surface of the brake disc. This type of temperature distribution occurs in the last phase of braking.

The classification of areas with the increased temperature in the form of thermovision images is presented in Figure 2.

The phenomenon of hot-spots, i.e. hot areas, occurs most often during braking with high pressure of the linings on the disc (implementation of greater braking power) or during braking at high speeds.

Figure 3 shows the temperature distribution on the brake discs cooperating with the metal sintered linings during the braking of the train at a speed of 300 km/h, but for two different lining designs. Then the so-called hot-spots with much cooler areas between them appear on the disc.

In the areas of high temperature, the bulges forms as a result of the expansion of the disc material. This phenomenon is additionally amplified during each rotation of the disc, when pressures from individual friction surfaces of the lining act on each bulge of the material. The existing grooves on the lining (spaces between the friction surfaces) turn out to be insufficient to absorb the heat generated during braking. They take a slight part of thermal energy, so there are areas with different temperatures on the disc, from 100 °C on the circumference of the disc to 800 and 900 °C on the bulges [16]. The temperature increase (hot spots) is calculated from the relation:



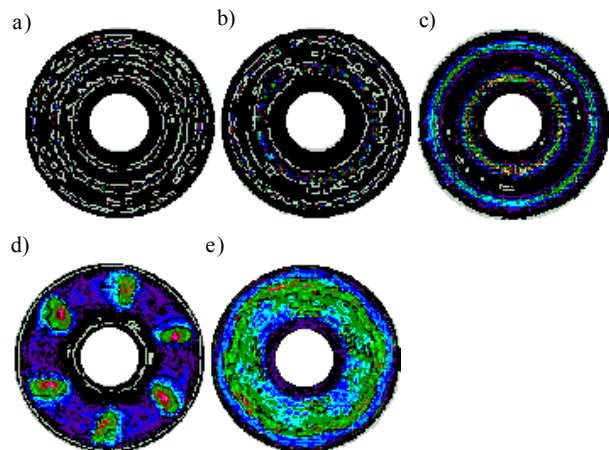
Rys. 3. Rozkład temperatury na tarczy hamulcowej lokomotywy współpracującej z okładziną spiekaną: a) klasyczną z widocznymi hot spots, b) spiekaną dzieloną typu ISOBAR [16]

Fig. 3. Temperature distribution on the brake disc of the locomotive cooperating with the sintered lining: a) classic lining with visible hot-spots, b) sintered divided lining of ISOBAR type [16]

Na rysunku 3 pokazany jest rozkład temperatury na tarczach hamulcowych współpracujących z okładzinami ze spieku metalicznego podczas hamowania pociągu przy prędkości 300 km/h, jednak dla dwóch różnych konstrukcji okładzin. Wówczas na tarczy pojawiają się tzw. gorące plamy, pomiędzy którymi pozostają obszary o znacznie niższej temperaturze.

W obszarach wysokich temperatur następuje formowanie się wybruszeń w wyniku rozszerzania się materiału tarczy. Zjawisko to jest dodatkowo wzmacniane podczas każdego obrotu tarczy, kiedy na każde wybrzuszenie materiału działają naciski od poszczególnych powierzchni tarcia okładziny. Występujące rowki na okładzinie (przestrzenie między powierzchniami tarcia) okazują się niewystarczające do pochłonięcia ciepła powstałego podczas hamowania. Odbierają znikomą część energii cieplnej, przez co na tarczy występują obszary o różnych temperaturach, od 100 °C na obwodzie tarczy do 800 i 900 °C na wybrzuszeniach [16]. Przyrost temperatury (hot-spots) oblicza się z zależności:

$$HS = \frac{T_{\max}}{T_{\min}} = \frac{435,8\text{ °C}}{187,3\text{ °C}} = 2,32 \quad (5)$$



Rys. 2. Obrazy termograficzne gorących obszarów na tarczy hamulcowej: a) punktowe hot-spots, b) prążkowe hot spots, c) gorące pasma, d) makroskopowe hot spots, e) lokalne hot spots [11]

Fig. 2. Thermographic images of hot areas on the brake disc: a) point hot-spots, b) ribbed hot-spots, c) hot bands, d) macroscopic hot-spots, e) local hot-spots [11]

W skrajnych przypadkach przyrost temperatury na gorącej plamie, zgodnie z pracą [16], może wynieść nawet 8,8 względem obszaru o najniższej temperaturze. Jednak tak duże wartości uzyskuje się przy hamowaniach na okładzinach wykonanych ze spieków metalicznych. Należy podkreślić, że zjawisko typu hot-spots jest szeroko analizowane przez wielu badaczy zarówno zajmujących się układami hamulcowymi, jak i sprzęgłami ciernymi w środkach transportu [1, 2, 5, 11, 21]. W wielu pracach przedstawiono wyniki badań umożliwiające identyfikację zjawiska w zakresie rozmieszczenia i liczby gorących plam na tarczy hamulcowej [5, 7]. Część prac podaje wyniki

$$HS = \frac{T_{\max} - T_{\min}}{T_{\min}} = \frac{435,8 \text{ }^{\circ}\text{C} - 187,3 \text{ }^{\circ}\text{C}}{187,3 \text{ }^{\circ}\text{C}} = 2,32 \quad (5)$$

In extreme cases, the temperature increases on a hot spot, according to the work [16] it may be as much as 8.8 in relation to the area with the lowest temperature. However, such high values are obtained with braking on linings made of metallic sinters. It should be emphasized that the phenomenon of hot-spots is widely analysed by many researchers, both dealing with brake systems and friction clutches in means of transport [1, 2, 5, 11, 21]. The results of tests that enable the identification of the phenomenon in the range of the distribution and number of hot spots on the brake disc are presented in many studies [5, 7]. Part of the works give the results of the simulation carried out, among others, in the ANSYS environment also with the special attention to the phenomenon of hot-spots type, like as the works [3, 4, 8, 17, 19].

The authors of the work [18], on the example of discs mounted to a railway wheel, presented the results of simulation tests of two discs, one of which had a thermal crack formed at place of hot spots. On this basis, they proposed a non-linear model describing the increase of the crack length as a function of braking cycles. Moreover, they paid attention to the stress distribution of the brake disc without the thermal cracks after braking towards a disc with one simulated surface crack, in which the several times lower stresses were observed compared to a smooth brake disc without crack.

The study [13] indicated that in certain conditions of the braking process, the formation of hot areas may be different. Then, the simultaneous occurrence of gradients in the bands and hot bands on different radii of the brake disc is observed. As opposed to the classic scenario presented in Figure 2, the macroscopic hot spots appear in subsequent braking in the various configuration. The large thermal gradients in the friction ring cause the negative effects in the longer operation. Changes in the volume of the material due to its thermal expansion in the areas of hot-spots type lead to the tensile stresses during heating and the compressive stresses during cooling. The cyclical nature of this phenomenon leads to a gradual increase in the positive stresses until the tensile strength limit of the disc material is reached, which results in appearance of the surface cracks that grow in next braking.

In work [18] three basic surface cracks were identified coming from the thermal and mechanical stresses in the friction ring of the disc. These are microcracks, radial cracks and circumferential cracks, which were

also observed by the author of this monograph during his own observations and research. However, the circumferential cracks are rare, the circumferential

simulacji przeprowadzonej między innymi w środowisku ANSYS, również ze zwróceniem szczególnej uwagi na zjawisko typu hot-spots, podobnie jak prace [3, 4, 8, 17, 19].

Autorzy pracy [18] na przykładzie tarcz montowanych do koła kolejowego zaprezentowali wyniki badań symulacyjnych dwóch tarcz, z czego jedna miała pęknięcie termiczne powstałe w miejscu hot-spots. Na tej podstawie zaproponowali nieliniowy model opisujący przyrost długości pęknięcia w funkcji cykli hamowań. Ponadto zwrócili uwagę na rozkład naprężeń tarczy hamulcowej bez pęknięć termicznych po hamowaniu względem tarczy z jednym symulowanym pęknięciem powierzchniowym, w której zaobserwowano kilkakrotnie mniejsze naprężenia w stosunku do tarczy hamulcowej gładkiej bez pęknięcia.

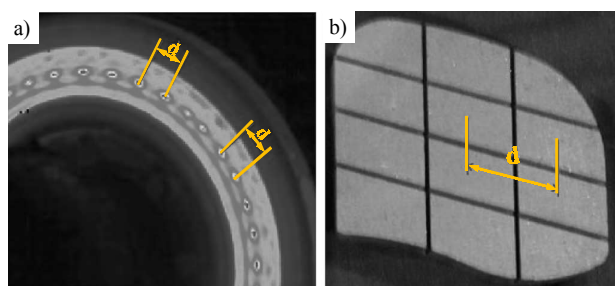
W opracowaniu [13] wskazano, że w pewnych warunkach procesu hamowania formowanie się gorących obszarów może być odmienne. Wówczas obserwuje się równoczesne wystąpienie gradientów w pasmach oraz gorących pasm na różnych promieniach tarczy hamulcowej. W odróżnieniu od scenariusza klasycznego przedstawionego na rysunku 2, makroskopowe hot-spots pojawiają się w kolejnych hamowaniach w różnej konfiguracji. Duże gradienty termiczne w pierścieniu ciernym w dłuższej eksploatacji powodują negatywne skutki. Zmiany objętości materiału wskutek jego rozszerzalności cieplnej w obszarach typu hot-spots prowadzą do powstania naprężeń rozciągających podczas nagrzewania oraz ściskających w trakcie chłodzenia. Cykliczność tego zjawiska prowadzi do stopniowego wzrostu dodatnich naprężeń aż do osiągnięcia granicy wytrzymałości na rozciąganie materiału tarczy, przez co pojawiają się pęknięcia powierzchniowe, rozrastające się w kolejnych hamowaniach.

W pracy [18] wyróżniono 3 podstawowe pęknięcia powierzchniowe pochodzące od naprężeń termicznych oraz mechanicznych w pierścieniu ciernym tarczy. Są to mikropęknięcia, pęknięcia promieniowe i pęknięcia obwodowe, co również zaobserwował autor tej monografii podczas własnych obserwacji i badań. Jednak pęknięcia obwodowe należą do rzadkości, częściej występują obwodowe rysy. Widok tarczy hamulcowej z różnymi pęknięciami przedstawia rysunek 4, na podstawie wcześniejszych badań autorów.

Pęknięcia promieniowe mają początek najczęściej wewnątrz tarczy oraz na obrzeżach zarejestrowanych makroskopowych hot-spots. Rozrastają się z pojedynczego pęknięcia lub przez łączenie się kolejnych pęknięć rozmieszczonych wzdłuż tego samego promienia (zjawisko najczęściej występujące).

scratches are more often. The view of the brake disc with the various cracks is presented in Figure 4 based on the authors' previous research.

Radial cracks most often begin inside the disc and at the peripheries of the recorded macroscopic hot-spots. They grow from a single crack or by joining the successive cracks located along the same radius (the most common phenomenon).



Rys. 5. Rozmieszczenie gorących obszarów na tarczy hamulcowej: a) oraz ich związek z odległością środków poszczególnych elementów ciernych na okładzinie b) [11]
 Fig. 5. The distribution of hot areas on the brake disc: a) and their relationship with the distance between the centers of individual friction elements on the lining b) [11]

A separate issue raised by some researchers is the attempt to determine the number of hot areas on the brake disc. In work [20] it is shown that the number of macroscopic hot-spots generating the largest temperature gradients in the last braking phase depends on the division of the friction lining into smaller fragments. Then the distance between the centers of individual fragments of friction material corresponds to the distance between the centers of the hot areas on the brake disc (Fig. 5).

3. METHODOLOGY OF TESTS

3.1. Object of thermovision tests

The tests of frictional-thermal nature were carried out on the inertial brake stand located in the Sieć Badawcza Łukasiewicz – Instytut Pojazdów Szynowych “TABOR” in Poznań. It is possible to test the railway block brake and disc brake on the stand, reflecting the actual conditions that occur during the braking of the rail vehicle. A ventilated brake disc with dimensions $\text{Ø}590 \times 110$ made of grey cast iron was used for the tests. The linings of 200 type, in accordance with the producer's procedure (Frimatrail Frenoplast S.A.) and the requirements contained in the code [6], were made of thermohardening resin, synthetic elastomer, metal and organic fibers and friction modifiers. The view of the brake stand with the brake disc and the thermovision cameras presented in figure 6.

Frictional-thermal tests with the use of the thermovision camera were carried out in accordance with the program no. 2 B (2B 2) for the passenger wagons running at a maximum speed of $v=200$ km/h in accordance with the UIC 541-3 leaflet. For the tested



Rys. 4. Pęknięcia na powierzchni ciernej tarczy: 1 – pęknięcia promieniowe, 2 – mikropeknięcia, 3 – pęknięcia obwodowe (wzdłużne)

Fig. 4. Cracks on the friction surface of the disc: 1 - radial cracks, 2 - microcracks, 3 - circumferential (longitudinal) cracks

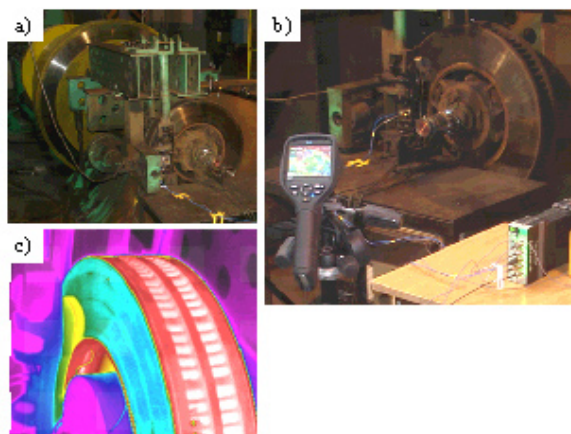
Osobnym zagadnieniem poruszonym przez niektórych badaczy jest próba określenia liczby gorących obszarów na tarczy hamulcowej. W pracy [20] wskazano, że liczba makroskopowych hot-spots, generujących największe gradienty temperaturowe występujące w ostatniej fazie hamowania, zależy od podziału okładziny ciernej na mniejsze fragmenty. Wówczas odległość między środkami poszczególnych fragmentów materiału ciernego odpowiada odległości między środkami gorących obszarów na tarczy hamulcowej (rys. 5).

3. METODYKA BADAŃ

3.1. Obiekt badań termowizyjnych

Badania o charakterze cierno-termicznym zostały przeprowadzone na stanowisku hamulcowym bezwładnościowym znajdującym się Sieci Badawczej Łukasiewicz – Instytut Pojazdów Szynowych TABOR w Poznaniu. Na stanowisku jest możliwe wykonanie badań kolejowego hamulca klockowego oraz hamulca tarczowego, odzwierciedlających rzeczywiste warunki, jakie występują podczas hamowania pojazdu szynowego. Do badań zastosowano wentylowaną tarczę hamulcową o wymiarach $\text{Ø}590 \times 110$ wykonaną z żeliwa szarego. Okładziny typu 200, zgodnie z procedurą producenta (Frimatrail Frenoplast S.A.) oraz wymaganiami zawartymi w kodeksie [6], były wykonane z żywicy termoutwardzalnej, elastomeru syntetycznego, włókna metalowego i organicznego oraz modyfikatorów tarcia. Widok stanowiska hamulcowego z zamocowaną tarczą hamulcową oraz kamera termowizyjną przedstawia rysunek 6.

Badania cierno-termiczne z zastosowaniem kamery termowizyjnej, przeprowadzone były zgodnie z programem nr 2 B (2B 2) dla wagonów osobowych kursujących z maksymalną prędkością $v=200$ km/h zgodnie z kartą UIC 541-3. Dla badanej pary ciernej wykonano 84 hamowania (pełen program) z różnych prędkości i naciskiem okładzin do tarczy hamulcowej



Rys. 6. Obiekt badań na stanowisku hamulcowym do badania kolejowych hamulców tarczowych: a) widok na parę cierną hamulcowa oraz na masy wirujące stanowiska, b) widok kamery termowizyjnej flir e60 skierowanej na parę cierną hamulca, c) przykładowe zdjęcie termowizyjne rozkładu temperatury pary cierniej hamulca

Fig. 6. Object of tests on the brake stand for testing the railway disc brakes: a) view of the brake friction pair and the rotating masses of the stand, b) view of the flir e60 thermovision camera directed at the brake friction pair, c) an exemplary thermovision photo of the temperature distribution of friction brake pair

friction pair 84 brakings were performed (full program) from the various speeds and with the pressure of the linings to the brake disc ($N= 25$ and 36 kN) with a mass to be braked $M=5,7$ t.

3.2. Methods of tests

In thermovision tests, the purpose of which was to determine the temperature distribution of the brake disc during braking in order to identify the phenomenon of hot-spots type, a microbolometric camera of FLIR e60 type was used. For the tests, The methodology to assess the temperature distribution of the disc as an object characterized by a low emissivity coefficient was developed for tests as shown in Figure 7.

In this method the camera during the measurement was in front of the friction surface characterized by a high coefficient of reflectivity (reflection) due to the polished friction surface of the dial. Then the measurement was qualitative and it was possible to observe the formation of hot rings or areas on the brake disc.

3.3. Results of thermovision tests

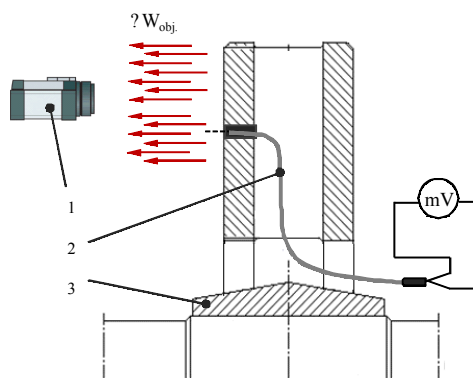
The thermovision images after braking from the speed of 120, 160 and 200 km/h with lining pressure to the disc of 25 kN and a braking mass of 5.7 t are shown in figure 8. The span was changed for the each IR images in order to the better observation the phenomena of hot-spots type.

Thermovision tests on the friction pair consisting of the cast iron brake disc and organic friction linings, which are mostly used by the domestic rail transport carriers, showed that hot areas only occur when braking at speeds above 200 km/h, with the high values of pressures of the linings on the brake disc and braking masses per one disc.

($N= 25$ i 36 kN) przy masie do wyhamowania $M=5,7$ t.

3.2. Metoda badań

W badaniach termowizyjnych, których celem było wyznaczenie rozkładu temperatury tarczy hamulcowej w czasie hamowań w celu identyfikacji zjawiska typu hot-spots, zastosowano kamerę mikrobolometryczną typu FLIR e60. Dla badań opracowano metodę oceny rozkładu temperatury tarczy jako obiektu charakteryzującego się niskim współczynnikiem emisyjności, co przedstawia rysunek 7.



Rys. 7. Schemat badań termowizyjnych dla obiektu niskoemisyjnego: 1 – kamera IR, 2 – termopara typu TP-213K-a, 3 – pierścien cierny, ϵ – współczynnik emisyjności, W_{obj} – promieniowanie działające z obiektu na kamerę

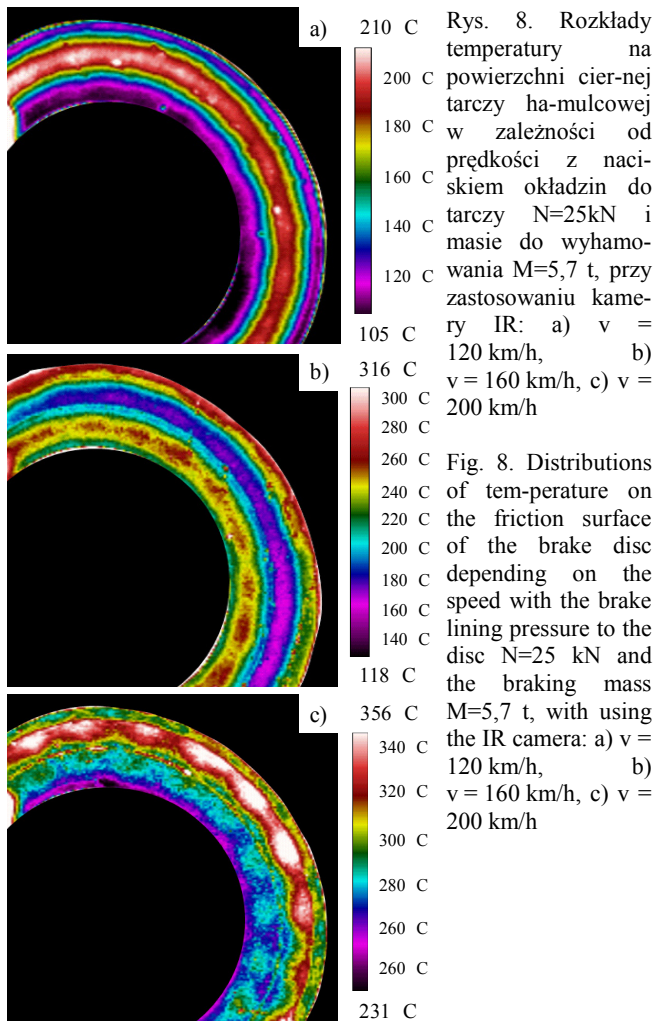
Fig 7. Diagram of thermovision tests for a low-emission object: 1 – IR camera, 2 – thermocouple of TP-213K-a, type 3 – friction ring, ϵ – emissivity coefficient, W_{obj} – radiation acting from the object on the camera

W tej metodzie kamera w czasie pomiaru znajdowała się przed powierzchnią cierną charakteryzującą się wysokim współczynnikiem refleksyjności (odbicia), ze względu na wypolerowaną powierzchnię cierną tarczy. Wówczas pomiar miał charakter jakościowy i możliwe było obserwowanie formowania się gorących pierścieni lub obszarów na tarczy hamulcowej.

3.3. Wyniki badań termowizyjnych

Na rysunku 8 pokazano obrazy termowizyjne po hamowaniu z prędkości 120, 160 i 200 km/h z naciskiem okładziny do tarczy wynoszącym 25 kN i masą do wyhamowania 5,7 t. W celu lepszej obserwacji zjawiska typu hot-spots zmieniano dla każdego obrazu IR rozpiętość (span).

Badania termowizyjne na parze cierniej składającej się żeliwnej tarczy hamulcowa i organicznych okładzin ciernych, które stosowane są w większości przez krajowych przewoźników transportu szynowego wykazały, że gorące obszary występują jedynie przy hamowaniach przy prędkości powyżej 200 km/h, z dużymi wartościami nacisków okładzin na tarczę hamulcowa i mas do wyhamowania przypadających na jedną tarczę.



Rys. 8. Rozkłady temperatury na powierzchni ciernej tarczy hamulcowej w zależności od prędkości z naciskiem okładzin do tarczy $N=25\text{kN}$ i masie do wyhamowania $M=5,7\text{ t}$, przy zastosowaniu kamery IR: a) $v = 120\text{ km/h}$, b) $v = 160\text{ km/h}$, c) $v = 200\text{ km/h}$

Fig. 8. Distributions of temperature on the friction surface of the brake disc depending on the speed with the brake lining pressure to the disc $N=25\text{ kN}$ and the braking mass $M=5,7\text{ t}$, with using the IR camera: a) $v = 120\text{ km/h}$, b) $v = 160\text{ km/h}$, c) $v = 200\text{ km/h}$

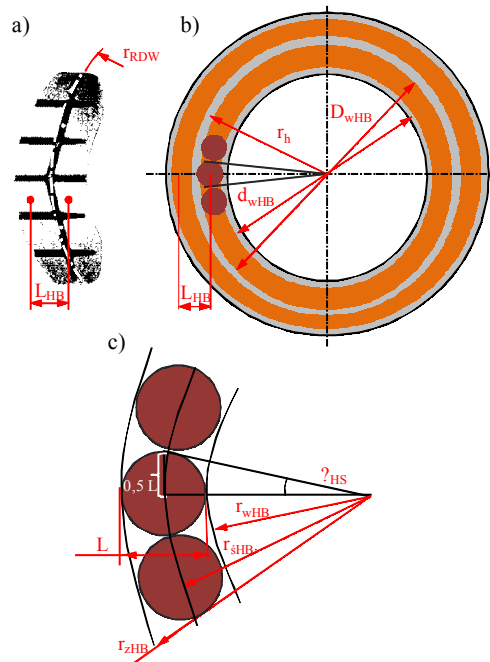
4. PROPOSAL OF HOT SPOTS CREATION MODEL

Based on the conducted thermovision tests it was not found conformity of the case described in work [11], i.e. conformity of the distance between the centers of the friction elements of organic linings to the number of hot areas. However, it was noticed that the number of hot areas that can appear (which depends on the braking conditions) is related to the geometrical parameters of the brake disc and the friction lining related to it. Division of the lining into smaller friction elements on two braking radii makes the number of hot areas on the disc can also be closer to the inner or outer radius of the brake disc. Then two friction rings are formed on the disc separated by the center radius of the disc as a result of the presence of the dilatation groove on the lining which is presented in Figures 9a and 9b.

For the brake disc in question, characterized by the outer D diameter and the inner d diameter of the friction ring and the width (friction radius) of the disc cooperating with the organic friction lining divided into smaller friction elements on two braking radii, there are the following relations allowing to determine the number of macroscopic hot-spots:

4. PROPOZYCJA MODELU TWORZENIA HOT-SPOTS

Na podstawie przeprowadzonych badań termowizyjnych nie stwierdzono zgodności przypadku opisanego w pracy [11], tj. zgodności odległości między środkami elementów ciernych okładzin organicznych z liczbą gorących obszarów. Zauważono natomiast, że liczba mogących pojawić się gorących obszarów (co jest zależne od warunków hamowania) jest związana z parametrami geometrycznymi tarczy hamulcowej i związanej z nią okładziny ciernej. Podział okładziny na mniejsze elementy cierne na dwóch promieniach hamowania sprawia, że również liczba gorących obszarów na tarczy może występować bliżej promienia wewnętrznego lub promienia zewnętrznego tarczy hamulcowej. Wówczas powstają dwa pierścienie cierne na tarczy oddzielone promieniem środkowym tarczy w wyniku występowania rowka dylatacyjnego na okładzinie, co przedstawia rysunek 9a i 9b.



Rys. 9. Model tworzenia gorących obszarów ze względu na parametry: a) geometryczne okładziny ciernej, L_{HB} – odległość między środkami powierzchni ciernej okładziny na dwóch promieniach, r_{RDW} – promień środkowy okładziny w miejscu wzdłużnego rowka dylatacyjnego okładziny, b) gorące pierścienie na tarczy hamulcowej w wyniku kontaktu z okładziną podzieloną na dwa rzędy mniejszych powierzchni ciernej, c) opis geometryczny lokalnego hot-spots

Fig. 9. Model of hot areas formation on account of the parameters: a) geometric of friction lining, L_{HB} – distance between the centers of the friction surfaces of the lining on two radii, r_{RDW} – the center radius of the lining in the place of the longitudinal dilatation groove of lining, b) hot rings on the brake disc as a result of contact with the lining divided into two rows of smaller friction surfaces, c) geometric description of local hot spots

$$L = r_{zHB} - r_{wHB} \quad (6)$$

$$r_{sHS} = \frac{(r_{zHB} + r_{wHB})}{2} \quad (7)$$

$$L_{HS} = \frac{2\pi}{2 \cdot \arctg\left(\frac{0,5L}{r_{sHB}}\right)} \quad (8)$$

$$L_{HS} = \frac{\pi}{\arctg\left(\frac{r_{zHB} - r_{wHB}}{2} \cdot \frac{2}{r_{zHB} + r_{wHB}}\right)}$$

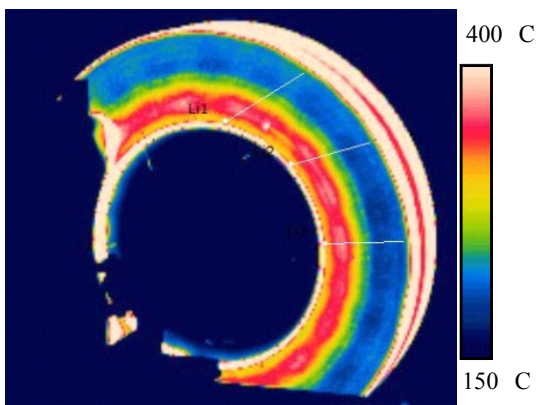
$$L_{HS} = \frac{\pi}{\arctg\left(\frac{r_{zHB} - r_{wHB}}{r_{zHB} + r_{wHB}}\right)} \in N_+ ; L_{HS} = 21,1 \cong 21$$

where: D_{wHB} – outer diameter of the first row of friction elements of the lining, $D_{wHB} = 2r_{zHB} = 460$ mm,
 d_{wHB} – inner diameter of the first row of friction elements of the lining, $d_{wHB} = 2r_{wHB} = 340$ mm.

Based on the relation (8) for a railway brake disc of 590 mm diameter, the number of hot areas occurring during braking of hot areas L_{HS} is 21.

When the friction lining is divided into two rows of smaller friction elements on two braking radii, the hot areas can alternate be on the two radii of disc. In the analysed case, they occurred alternately on the ring at the inner radius and at the outer radius of the brake disc.

The model of macroscopic hot-spots formation described by relation(8) was verified on the same brake disc with the higher pressure of the linings to the disc. During the stand tests with the use of a thermovision camera (Fig. 10), several brakings were performed from the speed of 200 km/h and the pressure of linings of 36 kN on the disc. 11 visible hot areas were observed on both the inner and outer radius of the disc. Due to the fact that more than half of the disc surface is covered with the elements of the stand and the brake calliper, it is found that the total number of macroscopic hot-spots on the disc may be 21.



Dla rozpatrywanej tarczy hamulcowych, charakteryzujących się średnicą zewnętrzną D oraz wewnętrzną d pierścienia ciernego i szerokością (promieniem ciernym) tarczy współpracującej z organiczną okładziną cierną podzieloną na mniejsze elementy cierne na dwóch promieniach hamowania, występują następujące zależności umożliwiające określenie liczby makroskopowych hot-spots:

$$L = r_{zHB} - r_{wHB} \quad (6)$$

$$r_{sHS} = \frac{(r_{zHB} + r_{wHB})}{2} \quad (7)$$

$$L_{HS} = \frac{2\pi}{2 \cdot \arctg\left(\frac{0,5L}{r_{sHB}}\right)} \quad (8)$$

$$L_{HS} = \frac{\pi}{\arctg\left(\frac{r_{zHB} - r_{wHB}}{2} \cdot \frac{2}{r_{zHB} + r_{wHB}}\right)}$$

$$L_{HS} = \frac{\pi}{\arctg\left(\frac{r_{zHB} - r_{wHB}}{r_{zHB} + r_{wHB}}\right)} \in N_+ ; L_{HS} = 21,1 \cong 21$$

gdzie: D_{wHB} – średnica zewnętrzna pierwszego rzędu elementów ciernych okładziny, $D_{wHB} = 2r_{zHB} = 460$ mm,

d_{wHB} – średnica wewnętrzna pierwszego rzędu elementów ciernych okładziny, $d_{wHB} = 2r_{wHB} = 340$ mm.

Na podstawie zależności (8) dla kolejowej tarczy hamulcowej o średnicy 590 mm liczba powstałych podczas hamowania gorących obszarów L_{HS} wynosi 21.

Przy podziale okładziny cierniej na dwa rzędy mniejszych elementów ciernych występujących na dwóch promieniach hamowania, gorące obszary mogą zamieniać występować na dwóch promieniach tarczy. W analizowanym przypadku występowały one zamienne na pierścieniu przy promieniu wewnętrznym oraz przy promieniu zewnętrznym tarczy hamulcowej.

Model powstawania makroskopowych hot-spots opisany zależnością (8) został zweryfikowany na tej samej tarczy hamulcowej przy większym nacisku okładzin do tarczy. Podczas badań stanowiskowych z zastosowaniem kamery termowizyjnej (rys. 10), wykonano kilka hamowań z prędkości 200 km/h i naciskiem 36 kN okładzin na tarczę. Zarówno na promieniu wewnętrznym, jak i zewnętrznym tarczy zaobserwowano 11 widocznych gorących obszarów. Ze względu na zasłonięcie ponad połowy powierzchni tarczy elementami stanowiska oraz zacisku hamulcowego stwierdza się, że całkowita liczba makroskopowych hot-spots może wynieść na tarczy 21.

Rys. 10. Zdjęcia termowizyjne tarczy po hamowaniu z prędkości $v = 200$ km/h z naciskiem $N = 36$ kN z widocznymi gorącymi obszarami na promieniu wewnętrznym tarczy

Fig. 10. Thermovision photos of the disc after braking from the speed $v = 200$ km/h with pressure $N = 36$ kN with visible hot areas on the inner radius of the disc

In the work [11] it is given that the cooperation of the metallic sintered lining with the brake disc causes the pressure distribution in the form of one or two rings on the brake disc. However, the hot-spots are visible in the last stage of braking. In the case of braking with an organic lining, in the first seconds of braking, a decomposition in the form of three and four rings, joining in the successive seconds of braking into two rings with the highest temperature on the brake disc is observed.

5. Summary

Based on the thermovision stand tests carried out on the railway disc brake in the scope of the assessment of the temperature distribution, and consequently, also the pressures of the linings on the disc and the formation of hot areas it is found:

1. The phenomenon of hot-spots for braking on the organic friction linings does not occur as intensely as for braking on the sintered material of brake linings. In the literature related to the issue of hot-spots, it is observed the works in which hot areas are analyzed after stand tests of a friction pair, consisting of the composite sintered friction linings.
2. Hot areas only occur during braking at speeds above 200 km/h with the high values of pressures on the brake disc and brake masses per a disc.
3. The hot-spots coefficient as the quotient of the maximum temperature in the place of hot area to the lowest temperature on the friction surface does not exceed 2. For metal sintered linings, the HS coefficient reaches even the value of 8 [16], which is graphically presented in Figure 3a. However, the use of friction linings of Isobar or Flexpad types with separate friction elements in the form of a honeycomb on separate ball-and-socket joints improved the distribution of the lining pressure on the disc, which combined the local hot-spots into a deformed heat ring. Then, a satisfactory result of the hot-spots coefficient $HS = 2.2$ was obtained. For a friction pair of a disc brake with the organic friction linings, this is the maximum result obtained during braking at high speeds.
4. The number of hot areas is directly influenced by the external and internal radii of the position of a particular friction element on the brake disc, which after applying the arctangent trigonometric function, enables the determination of the limiting angle for a single (local) hot area, and further determination of the number of these areas on the entire surface friction disc. The model for the brake disc with a diameter of 590 mm showed the number of hot-spots of 21, which was also confirmed based on the thermovision photos.
5. Occurrence of particularly longitudinal cuts on the friction linings causes division of the friction surface of the disc into a corresponding number of

W pracy [11] podano, że współpraca okładziny ze spieków metalicznych z tarczą hamulcową powoduje rozkład nacisków w postaci jednego lub dwóch pierścieni na tarczy hamulcowej. Jednak w ostatniej fazie hamowania widoczne są gorące plamy typu hot-spots. W sytuacji hamowań z okładziną organiczną w pierwszych sekundach hamowania zaobserwowano rozkład w postaci trzech i czterech pierścieni łączących się w kolejnych sekundach hamowania w dwa pierścienie o najwyższej temperaturze na tarczy hamulcowej.

5. Podsumowanie

Na podstawie stanowiskowych badań termowizyjnych przeprowadzonych na kolejowym hamulcu tarczowym w zakresie oceny rozkładu temperatury, a w konsekwencji również nacisków okładzin na tarczę i powstawania gorących obszarów stwierdza się:

1. Zjawisko hot-spots dla hamowań na organicznych okładzinach ciernych nie występuje tak intensywnie jak dla hamowań na materiale spiekany okładzin hamulcowych. W literaturze związanej z zagadnieniem hot-spots obserwuje się prace, w których gorące obszary analizowane są po badaniach stanowiskowych pary cierniej, składającej się z kompozytowych spiekanych okładzin ciernych.
2. Gorące obszary występują jedynie przy hamowaniach przy prędkości powyżej 200 km/h, z dużymi wartościami nacisków okładzin na tarczę hamulcową i mas do wyhamowania przypadających na jedną tarczę.
3. Współczynnik hot-spots jako iloraz temperatury maksymalnej w miejscu gorącego obszaru do najniższej temperatury na powierzchni cierniej nie przekracza 2. Dla okładzin ze spieków metalicznych współczynnik HS dochodzi nawet do wartości 8 [16], co graficznie przedstawiono na rysunku 3a. Zastosowanie natomiast okładzin ciernych typu Isobar czy Flexpad z wydzielonymi elementami ciernymi w postaci plastra miodu na osobnych przegubach kulowych poprawiło rozkład nacisków okładziny na tarczę, co połączyło lokalne hot-spots w zdeformowany pierścień cieplny. Wówczas uzyskano zadowalający wynik współczynnika hot-spots $HS = 2,2$. Dla pary cierniej hamulca tarczowego z organicznymi okładzinami ciernymi jest to wynik maksymalny, jaki uzyskuje się podczas hamowań przy dużych prędkościach.
4. Na liczbę gorących obszarów bezpośredni wpływ mają promienie zewnętrzne i wewnętrzne położenia poszczególnego elementu ciernego na tarczy hamulcowej, co po zastosowaniu funkcji trygonometrycznej arcus tangens umożliwia wyznaczenie kąta ograniczającego dla pojedynczego (lokalnego) gorącego obszaru, a w dalszym działaniu wyznaczenie liczby tych obszarów na całej powierzchni cierniej tarczy. Model dla tarczy hamul-

heat rings from which hot areas may form. For the tested disc with the organic friction lining with one longitudinal groove, it was observed in all braking cases (with a pressure of $N = 25$ and 36 kN) that hot areas may occur near the inner or outer radius of friction ring.

The project was financed from the funds of the National Centre for Research and Development, LIDER V program, contract No. LIDER/022/359/L-5/13/NCBR/2014

Projekt był finansowany ze środków Narodowego Centrum Badań i Rozwoju, program LIDER V, umowa Nr LIDER/022/359/L-5/13/NCBR/2014

5. Występowanie szczególnie wzdłużnych nacięć na okładzinach ciernych powoduje podział powierzchni ciernej tarczy na odpowiadającą im liczbę pierścieni cieplnych, z których mogą formować się gorące obszary. Dla badanej tarczy z organiczną okładziną cierną z jednym wzdłużnym rowkiem zaobserwowano we wszystkich przypadkach hamowań (z naciskiem $N=25$ i 36 kN), że gorące obszary mogą występować w okolicach promienia wewnętrznego lub zewnętrznego pierścienia ciernego.

Bibliography / Bibliografia

- [1] Abbasi S., Teimourimanesh S., Vernersson T., Sellgren U., Olofsson U., Lundén R.: *Temperature and thermoelastic instability at tread braking using cast iron friction material. Wear, 2014, 314, s. 171-180.*
- [2] Aranganathan N., Jayashree B.: *Development of copper-free eco-friendly brake-friction material using novel ingredients. Wear, 2016, 352-353, s. 79-91.*
- [3] Belhocine A., Bouchetara M.: *Thermomechanical modelling of dry contacts in automotive disc brake. International Journal of Thermal Sciences, 2012, 60, s. 161-170.*
- [4] Grzes P., Oliferuk W., Adamowicz A., Kochanowski K., Wasilewski P., Yevtushenko A.A.: *The numerical-experimental scheme for the analysis of temperature field in a pad-disc braking system of a railway vehicle at single braking. International Communications in Heat and Mass Transfer, 2016, 75, s. 1-6.*
- [5] Kasem H., Brunel J.F., Dufrénoy P., Siroux M., Desmet B.: *Thermal levels and subsurface damage induced by the occurrence of hot spots during high-energy braking. Wear, 2011, 270, s. 355-364.*
- [6] *Kodeks UIC 541-3. Hamulec tarczowy i jego zastosowanie. Warunki dopuszczenia okładzin hamulcowych. Wydanie 7, czerwiec 2010.*
- [7] Kumar M., Boidin X., Desplanques Y., Bijwe J.: *Influence of various metallic fillers in friction materials on hot-spot appearance during stop braking. Wear, 2011, 270, s. 371-381.*
- [8] Li Z., Han J., Yang Z., Li W.: *Analyzing the mechanisms of thermal fatigue and phase change of steel used in brake discs. Engineering Failure Analysis, 2015, 57, s. 202-218.*
- [9] Mackin T.J., Noe S.C., Ball K.J., Bedell B.C., Bim-Merle D.P. i in.: *Thermal cracking in disc brakes. Engineering Failure Analysis, 2002, 9, s. 63-76.*
- [10] Oder G., Reibenschuh M., Lerhe T., Šraml M., Šamec B., Potrč I.: *Thermal and stress analysis of brake discs in railway vehicles. Advanced Engineering, 2009, 3, s. 95-102.*
- [11] Panier S., Dufrénoy P., Weichert D.: *An experimental investigation of hot spots in railway disc brakes. Wear, 2004, 256, s. 764-773.*
- [12] Reibenschuh M., Oder G., ? u? F., Potrč I.: *Modelling and Analysis of Thermal and Stress Loads in Train Disc Brakes – Braking from 250km/h to Standstill. Journal of Mechanical Engineering 2009, 55, 7-8, s. 494-502.*
- [13] Sawczuk W., Kowalczyk J., Ulbrich D.: *Zastosowanie kamery termowizyjnej w badaniach nieniszczących wybranych elementów kolejowego układu hamulcowego. Przegląd Spawalnictwa 2017, 89(4), s. 19-21.*
- [14] Sawczuk W., Tomaszewski F.: *Ocena rozkładu średniej temperatury pary cierniej tarczy hamulcowa-okładzina wraz z obsadą hamulcową w czasie hamowania ze stałą mocą. Pomiary Automatyka Kontrola PAK, 2013, 59(9), s. 938-941.*
- [15] Trzmielowski S., Urbańczyk P.: *Badania układów hamulcowych pojazdów szynowych w zakresie odporności na obciążenie cieplne. Czasopismo Techniczne Mechanika, 2011, z. 4.*
- [16] Wirth X.: *Improving the performance of disc brakes on high-speed rail vehicles with a novel types of brake pad: Isobar. RTR, 1998, 1, s. 24-29.*
- [17] Wu S.C., Zhang S.Q., Xu Z.W.: *Thermal crack growth-based fatigue life prediction due to braking for a high-speed railway brake disc. International Journal of Fatigue, 2016, 87, s. 359-369.*
- [18] Wu S.C., Xu Z.W., Yu C., Kafka O.L., Liu W.K.: *A physically short fatigue crack growth approach based on low cycle fatigue properties. International Journal of Fatigue, 2017, 103, s. 185-195.*
- [19] Yan H.B., Zhang Q.C., Lu T.J.: *Heat transfer enhancement by X-type lattice in ventilated brake disc. International Journal of Thermal Sciences, 2016, 107, s. 39-55.*
- [20] Zagrodzki P., Truncone S.A.: *Generation of hot spots in a wet multidisc clutch during short-term engagement. Wear, 2003, 254, s. 474-491.*
- [21] Zagrodzki P.: *Analysis of thermomechanical phenomena in multidisc clutches and brakes, Wear, 1990, 140, 2, s. 291-308.*