

## PROJEKT UKŁADU STEROWANIA CIĄGIEM WEKTOROWANYM RAKIETY

Piotr DURAWA<sup>1</sup>, Kacper GROMKO<sup>2</sup>, Bartosz PUCHALSKI<sup>3</sup>

Politechnika Gdańska, Wydział Elektrotechniki i Automatyki

1. e-mail: durawa.piotr@gmail.com

2. e-mail: gromko.kacper@gmail.com

3. e-mail: bartosz.puchalski@pg.edu.pl

**Streszczenie:** Artykuł opisuje problem syntezy układu sterowania ciągiem wektorowanym rakiety w strategii pionowego startu i pionowego lądowania. Celem badań było symulacyjne określenie możliwości wykorzystania regulatora liniowo-kwadratowego w układzie sterowania orientacją rakiety podczas lotu. W pracy oprócz badań symulacyjnych zweryfikowano również algorytm sterowania z wykorzystaniem autorskiego stanowiska z rakieta prototypową wyposażoną w turbinę o napędzie elektrycznym, która służyła do wytwarzania siły ciągu. Sterowanie kierunkiem strugi powietrza prototypowej rakiety zapewniał system lotek umieszczony w jej dolnej części. Weryfikacja zaprojektowanego systemu sterowania przebiegła pomyślnie zarówno w warunkach symulacyjnych jak i w trakcie prób z wykorzystaniem stanowiska prototypowego.

**Słowa kluczowe:** automatyka, model rakiety, pętla sprzętowa, regulator liniowo-kwadratowy, ciąg wektorowany.

### 1. WSTĘP

Rozwój technologii satelitarnych oraz potrzeba wynoszenia ładunków w przestrzeń kosmiczną przyczyniła się do budowy odzyskiwalnych kosmicznych rakiet nośnych. W 2015 roku lot wykorzystujący strategię pionowego startu i pionowego lądowania VTOL (ang. Vertical Takeoff and Landing) wykonał stopień główny rakiety Falcon-9 firmy SpaceX [1]. Loty w tej strategii stały się możliwe dzięki zastosowaniu paliwa ciekłego, które pompowane w różnych ilościach do komory spalania skutkuje możliwością sterowania siłą ciągu. W kolejnych latach zbudowano komplementarny system umożliwiający zmianę kierunku wektora ciągu TVC (ang. Thrust Vectoring). Takie podejście pozwoliło na sterowanie orientacją rakiety przy wykorzystaniu silników na paliwo ciekłe.

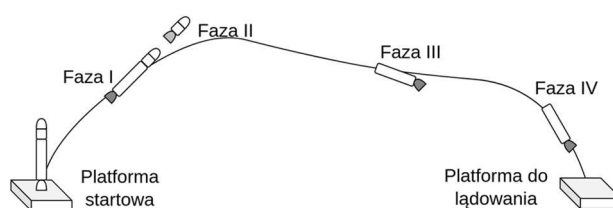
Ze względu na duży koszt i ograniczenia związane z testami na rzeczywistej rakiecie opracowywane są modele symulacyjne oraz rakiety prototypowe, które umożliwiają testowanie systemów sterowania rakiety w bezpiecznych warunkach. Autorzy artykułu [2] opracowali prototyp rakiety, której podstawą są dwie turbiny generujące ciąg wraz z układem serwo mechanizmów odpowiedzialnym za zmianę wychylenia dyszy, a tym samym kierunku wektora ciągu. System jest uzupełniony przez cztery lotki umożliwiające sterowanie rakieta w fazie opadania, tj., gdy napęd jest wyłączony. Do sterowania pozycją rakiety wykorzystywany jest algorytm MPC (ang. Model Predictive Control).

Prototyp rakiety zaprezentowany w [2] był inspiracją dla badań przedstawionych w niniejszym artykule, obejmowały one: 1) symulacje układu sterowania w środowisku szybkiego prototypowania MATLAB Simulink [3], 2) symulacje układu sterowania w pętli sprzętowej z wykorzystaniem komputera PC (symulacja modelu) oraz mikrokomputera RaspberryPi 4B+ (algorytm sterowania), 3) implementację systemu sterowania na stanowisku prototypowym.

Na podstawie przedstawionych punktów w badaniach zweryfikowano również możliwość wykorzystania regulatora liniowo-kwadratowego LQR (ang. Linear-Quadratic Regulator) do celów sterowania rakieta w strategii lotu VTOL oraz słuszność wykorzystania rakiety prototypowej z napędem elektrycznym i systemem lotek do testowania zaprojektowanego algorytmu sterowania.

### 2. MODEL RAKIETY I PROBLEM STEROWANIA

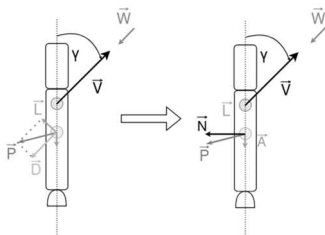
Podstawowym założeniem strategii sterowania VTOL jest start i lądowanie w pozycji pionowej. Strategia ta polega na wyniesieniu ładunku na pewną wysokość, separacji członów rakiety oraz lądowaniu na platformie. Trajektorię lotu rakiety w ww. strategii można podzielić na cztery fazy, które zostały przedstawione na rysunku 1. Podczas etapu wznoszenia rakiety wykorzystywane są systemy sterowania wektorem ciągu. Faza druga polega na separacji członów rakiety i przygotowaniu członu nośnego do powrotu na platformę do lądowania. W fazie trzeciej człon nośny wytraca prędkość w celu podejścia do lądowania na platformie. W czasie trwania fazy 2. i 3. orientacja rakiety powinna utrzymywać się w granicach  $\pm 40$  stopni, aby uniknąć problemów ze stabilizacją rakiety. Faza czwarta związana jest z operacją lądowania, która powinna prowadzić do wyhamowania rakiety zarówno w osi poziomej jak i pionowej oraz precyzyjnego lądowania na platformie o ograniczonej powierzchni.



Rys. 1. Zobrazowanie trajektorii rakiety odzyskiwalnej

Pełne opisanie dynamiki rakiety w trzech wymiarach wymaga wyprowadzenia modelu matematycznego o dwunastu zmiennych stanu [4]. Na potrzeby przeprowadzonych badań wyprowadzono ograniczony model użytkowy posiadający sześć zmiennych stanu [5], sprowadzając tym samym trójwymiarową przestrzeń ruchu do ruchu na płaszczyźnie. Zmiennymi wejściowymi modelu są: kąt wychylenia dyszy  $\alpha$  oraz wartość ciągu rakiety  $T$ . W modelu występuje sześć zmiennych stanu danych jako: położenie oraz prędkość rakiety w osi poziomej i osi pionowej ( $x$ ,  $V_x$ ,  $z$ ,  $V_z$ ), kąt nachylenia rakiety  $\theta$  oraz prędkość kątową rakiety  $\omega$  względem osi prostopadłej do płaszczyzny XZ. W modelu dokonano szeregu założeń takich jak: pominięcie ruchu obrotowego Ziemi, określenie jej stałego promienia, wyidealizowania kształtu masy strukturalnej rakiety. Wszystkie założenia zostały opisane w [5]. W celu opisu dynamiki rakiety zdefiniowano dwa układy odniesienia: inercjalny oraz nieinercjalny. Model uwzględnia utratę masy całkowitej na skutek ubytku paliwa oraz separacji członów. Wprowadzenie tych zależności przekłada się również na zmienny w czasie moment bezwładności rakiety oraz zmienne położenie środka ciężkości. Model umożliwia sterowanie rakieta poprzez wychylenie dyszy umieszczonej w dolnej części rakiety. W zależności od jej orientacji możliwa jest zmiana kierunku wektora ciągu, który odpowiada za ruch obiektu. Siła ciągu jest jedną z sił działających na raketę, pozostałymi siłami są siła grawitacji oraz siły aerodynamiczne.

Kąt między osią wzdłużną rakiety, a wektorem wskazującym kierunek wiatru względnego nosi nazwę kąta natarcia  $\beta$ . W sytuacji, kiedy jest on niezerowy, powstaje siła nośna  $L$  oraz zmienia się kierunek siły oporu powietrza  $D$ . Zjawisko to prowadzi do powstania momentu obrotowego, który skutkuje (w zależności od położenia środka parcia względem środka ciężkości) stabilizacją lub destabilizacją rakiety wzdłuż wektora prędkości. Opisane siły aerodynamiczne przedstawiono na rysunku 2. Symbolem  $W$  oznaczono wektor wskazujący kierunek wiatru względnego. Wartość tych sił zależna jest od współczynników konstrukcyjnych oraz prędkości przemieszczania rakiety. Należy zaznaczyć, że siły aerodynamiczne skupione są w środku parcia, który na rysunku 2 znajduje się poniżej środka ciężkości. W celu uproszczenia interpretacji modelu siłę oporu powietrza  $D$  oraz siłę nośną  $L$  przekształcono na siłę aerodynamiczną o kierunku zgodnym z osią wzdłużną rakiety  $A$  oraz siłę prostopadłą do tej osi  $N$ . Przekształcenie to przedstawiono na rysunku 2. Symbolem  $P$  oznaczono wektor wypadkowy siły nośnej i siły oporu powietrza. Rozkład siły wypadkowej  $P$  na składowe  $N$  i  $A$  pozwala na analizę wpływu sił aerodynamicznych oddzielnie na ruch postępowy i ruch obrotowy.



Rys. 2. Przekształcenie siły oporu powietrza  $D$  oraz siły nośnej  $L$  na siłę aerodynamiczną o kierunku zgodnym z osią wzdłużną  $A$  oraz siłę o kierunku prostopadłym do tej osi  $N$

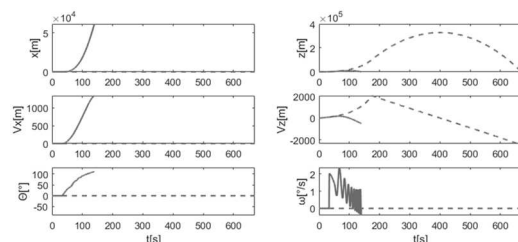
Wyprowadzony model użytkowy można przedstawić w postaci równania (1).

$$\begin{bmatrix} \dot{x}(t) \\ \dot{z}(t) \\ \dot{V}_x(t) \\ \dot{V}_z(t) \\ \dot{\theta}(t) \\ \dot{\omega}(t) \\ V_x(t) \\ V_z(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{m(t)} [T(t) \cdot \sin(\theta(t)) \cdot \cos(\alpha(t)) - A(t) \cdot \sin(\theta(t))] \\ \frac{1}{m(t)} [T(t) \cdot \cos(\theta(t)) \cos(\alpha(t)) - A(t) \cdot \cos(\theta(t)) - m(t) \cdot g(t)] \\ \omega(t) \\ \frac{1}{J(t)} [T(t) \cdot \sin(\alpha(t)) \cdot Z_{cg}(t) - N(t) \cdot (Z_{cp} - Z_{cg}(t))] \end{bmatrix} \quad (1)$$

gdzie:  $x$  – położenie w osi poziomej [m],  $z$  – położenie w osi pionowej [m],  $V_x$  – prędkość w osi poziomej [m/s],  $V_z$  – prędkość w osi pionowej [m/s],  $\theta$  – kąt nachylenia rakiety [rad],  $\omega$  – prędkość kątową względem osi prostopadłej do płaszczyzny XZ [rad/s],  $T$  – wartość siły ciągu [N],  $A$  – wartość siły aerodynamicznej równoległej do osi wzdłużnej rakiety [N],  $N$  – wartość siły aerodynamicznej prostopadłej do osi wzdłużnej rakiety [N],  $\alpha$  – kąt wychylenia dyszy [rad],  $m$  – masa [kg],  $g$  – przyspieszenie grawitacyjne [m/s<sup>2</sup>],  $Z_{cg}$  – położenie środka ciężkości [m],  $Z_{cp}$  – położenie środka parcia [m],  $J$  – moment bezwładności rakiety względem osi prostopadłej do płaszczyzny ruchu [kg · m<sup>2</sup>], pochodne zmiennych stanu oznaczono kolejno symbolami  $\dot{x}$ ,  $\dot{z}$ ,  $\dot{V}_x$ ,  $\dot{V}_z$ ,  $\dot{\theta}$  oraz  $\dot{\omega}$ .

## 2.1. Weryfikacja modelu rakiety

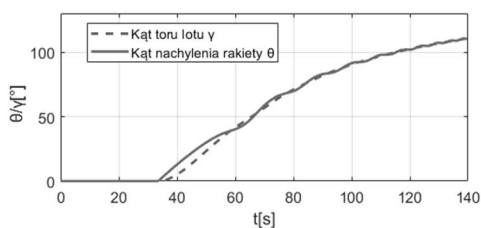
Poprawne działanie modelu matematycznego rakiety, zaimplementowanego w środowisku szybkiego prototypowania MATLAB Simulink, zostało zweryfikowane dla dwóch scenariuszy przedstawionych na rysunku 3. Symulacja została przeprowadzona z wykorzystaniem otwartego układu sterowania. Linia przerywaną zaznaczono sytuację, w której kąt wychylenia dyszy  $\alpha$  jest zerowy, a rakieta leci pionowo do góry. Zmienne stanu określające ruch w osi poziomej  $x$  oraz ruch obrotowy są równe zeru. Do momentu skończenia się zapasów paliwa rakieta przemieszcza się w górę, a jej prędkość rośnie. Następnie rakieta poddana sile grawitacji traci prędkość, a po zmianie zwrotu wektora prędkości zaczyna spadać. Drugi eksperyment, zaznaczony linią ciągłą, mający za zadanie weryfikację modelu został przeprowadzony przy chwilowym wychyleniu dyszy o 0.5 stopnia. Porównując przebiegi na rysunku 3. można zauważyć, że w tym wypadku ruch w osi pionowej osiąga mniejsze wartości, oraz następuje przemieszczenie obiektu w osi poziomej. Wykresy oznaczone linią ciągłą kończą się w momencie osiągnięcia wysokości równej 0.



Rys. 3. Wykresy przedstawiające weryfikację modelu dla a) zerowego kąta wychylenia dyszy - linia przerywana, b) wychylenia dyszy o 0.5 stopnia na 1 sekundę - linia ciągła

Orientacja rakiety  $\theta$  jest stabilizowana na wartości kąta wynikającego z toru lotu rakiety  $\gamma$ , co przedstawiono na

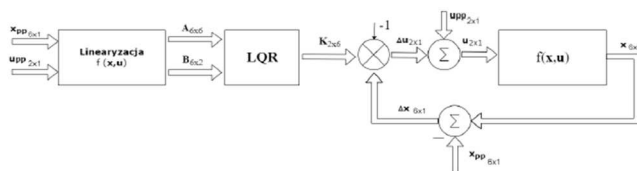
rysunku 4. Na podstawie tej obserwacji można wywnioskować, że siły aerodynamiczne stabilizują raketę. Wynika to z położenia środka ciężkości powyżej środka parcia. Zakrzywienie toru lotu wynika natomiast z działania siły grawitacji.



Rys. 4. Przebiegi czasowe kąta nachylenia rakiety  $\theta$  (linia ciągła) oraz kąta toru lotu  $\gamma$  (linia przerywana)

### 3. SYSTEM STEROWANIA I PRZYGOTOWANIE STANOWISKA PROTOTYPOWEGO

Przy wyborze architektury systemu sterowania wzięto pod uwagę cele jakie powinien spełnić system, aby w bezpieczny oraz efektywny sposób zrealizować założoną trajektorię lotu, uwzględniając ograniczenia ruchu rakiety. Zdecydowano się wykorzystać sprzężenie od stanu wraz z regulatorem liniowo-kwadratowym LQR. Wybór ten determinuje pracę z liniowym modelem obiektu. Ze względu na to, że wyprowadzony model użytkowy rakiety ma charakter nieliniowy oraz niestacjonarny przeprowadzono linearyzację tego modelu matematycznego w punktach równowagi. Biorąc pod uwagę specyfikę pokonywanej trajektorii lotu rakiety określono z góry cztery punkty równowagi związane z poszczególnymi fazami lotu opisanymi w sekcji 2. artykułu. Po wykonaniu potrzebnych obliczeń otrzymano stabilny, zlinearyzowany model, który umożliwił syntezę regulatora LQR. Ze względu na niestacjonarność ważnym jest, aby linearyzacja wykonywała się w sposób dynamiczny, uwzględniając zmieniające się parametry rakiety. Ostateczną architekturę systemu sterowania przedstawiono na rysunku 5. Wektory  $x$  oraz  $u$  oznaczają kolejno wektor zmiennych stanu oraz zmiennych wejściowych. Ich wartości w wybranych punktach równowagi oznaczono jako  $x_{pp}$  oraz  $u_{pp}$ . W wyniku linearyzacji modelu wokół tego punktu pracy uzyskano macierz dynamiki  $A$  oraz macierz wejść  $B$  modelu zlinearyzowanego. Symbolem  $K$  oznaczono macierz wzmocnień. Przyrostowe zmienne stanu przedstawiono jako  $\Delta x$ , natomiast przyrostowe zmienne wejścia jako  $\Delta u$ .

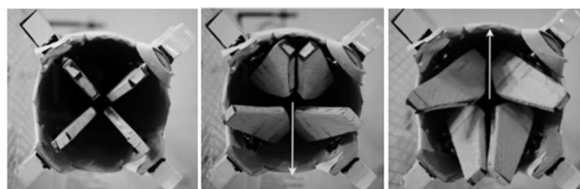


Rys. 5. Struktura systemu sterowania ze sprzężeniem zwrotnym od stanu

Kolejnym warunkiem, który należało spełnić, aby możliwe było sterowanie ze sprzężeniem od stanu to zbadanie sterowności systemu. Po wykonaniu testu Kalmana stwierdzono, że system jest sterowalny. Przy założeniu dostępności pomiarowej wszystkich zmiennych stanu możliwe było wprowadzenie struktury sprzężenia od pełnego stanu bez konieczności projektowania obserwatora. Kolejnym krokiem syntezy systemu sterowania był dobór

wag regulatora LQR. Wagi macierzy diagonalnych  $Q$  i  $R$  wyznaczono w dwóch krokach: 1) obliczenie wartości początkowych wag zgodnie z zasadą Brysona [6] 2) iteracyjne dostrajanie regulatora metodą eksperymentalną poprzez niewielkie zmiany wag z punktu 1. Metoda ta nie gwarantuje spełnienia ograniczeń przyjętych dla projektowanego systemu sterowania oraz ograniczeń urządzeń wykonawczych, co należało mieć na uwadze podczas obserwacji symulacyjnego działania systemu sterowania. Po otrzymaniu satysfakcjonujących wyników oraz analizie jakości sterowania podczas weryfikacji symulacyjnej przystąpiono do realizacji symulacji w pętli sprzętowej HIL [7]. Jako platformę sprzętową służącą do realizacji algorytmu sterowania wykorzystano mikrokomputer Raspberry Pi 4 z przygotowanym jądrem czasu rzeczywistego [8]. Model rakiety zaimplementowano w środowisku MATLAB Simulink na platformie PC. Do zestawienia komunikacji pomiędzy platformami wykorzystano protokół UDP.

Następnie przystąpiono do weryfikacji funkcjonowania zaprojektowanej struktury sterowania równolegle w pętli sprzętowej HIL oraz na stanowisku prototypowym. Jak wspomniano na początku artykułu, zbudowane stanowisko prototypowe korzystało z turbiny o napędzie elektrycznym do generowania siły ciągu oraz systemu lotek służącego do zmiany kierunku strugi powietrza, a tym samym kierunku ciągu. Zdjęcia systemu lotek wraz z wektorem symbolizującym kierunek składowej ciągu odpowiedzialnej za powstawanie momentu obrotowego przedstawiono na rysunku 6. Rakieta umieszczona była na stojaku, który pozwalał na obrót w dwóch osiach, jednak do celów badawczych wykorzystano obrót w jednej osi. Testy związane ze stanowiskiem polegały na przeprowadzeniu symulacji rakiety w pętli sprzętowej i wykorzystaniu zmiennej stanu określającej kąt nachylenia rakiety jako wartość zadaną do systemu sterowania orientacją prototypu rakiety. W rezultacie otrzymano system, w którym stanowisko prototypowe odwzorowywało kąt nachylenia rakiety symulowanej.

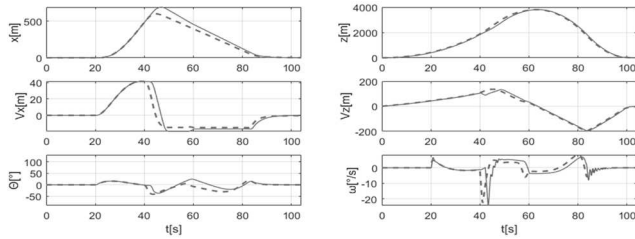


Rys. 6. Zdjęcia systemu lotek w pozycji bazowej i dwóch pozycjach skrajnych

### 4. WYNIKI

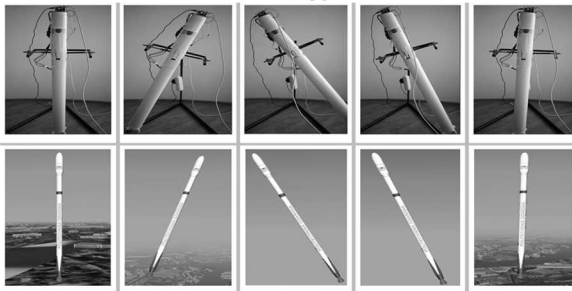
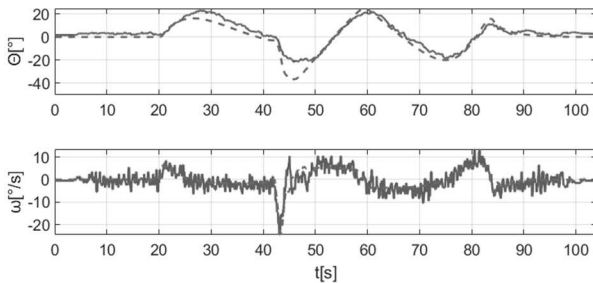
Trajektorie zmiennych stanu uzyskane po przeprowadzeniu symulacji w środowisku MATLAB Simulink porównano z wynikami otrzymanymi po przeprowadzeniu symulacji w pętli sprzętowej. Wykresy trajektorii zestawiono na rysunku 7. Analizując te wykresy widać, że uzyskano bardzo zbliżoną trajektorię lotu rakiety dla obydwu rozważanych przypadków symulacyjnych. Wartości zmiennych stanu zestawione na rysunku 7. podczas przyziemienia rakiety (w końcowej fazie lotu, ok. 100 sekunda symulacji) są bardzo zbliżone do siebie co pozwala stwierdzić, że rakieta w obu przypadkach wylądowała w wyznaczonym miejscu w pozycji pionowej z niewielką prędkością w obydwu osiach. Na rysunku 8. przedstawiono porównanie trajektorii kąta wychylenia  $\theta$  zrealizowanego na

stanowisku prototypowym oraz w symulacji w pętli sprzętowej. Zdjęcia rakiety prototypowej oraz zrzuty ekranu z autorskiej wizualizacji lotu rakiety przedstawione pod wykresem odpowiadają kolejno chwilom czasowym wynoszącym odpowiednio: 10, 30, 50, 70, 90 sekund.



Rys. 7. Porównanie trajektorii stanu dla symulacji w środowisku MATLAB (linia przerywana) oraz symulacji w pętli sprzętowej HIL (linia ciągła)

Trajektoria zmiennej  $\theta$  na stanowisku prototypowym jest zbliżona do trajektorii zadanej wynikającej z symulacji HIL. Duże różnice pomiędzy 45. a 50. sekundą wynikają z niedostatecznego momentu obrotowego generowanego przez system turbiny i lotek.



Rys.8. Porównanie trajektorii zmiennej  $\theta$  dla symulacji HIL i stanowiska prototypowego.

## 5. PODSUMOWANIE

Przedstawione w artykule wyniki badań potwierdzają słuszność zastosowania regulatora LQR do sterowania rakieta w strategii pionowego startu i pionowego lądowania VTOL. Badania potwierdzono zarówno podczas testów

symulacyjnych w środowisku szybkiego prototypowania Matlab Simulink jak i z wykorzystaniem pętli sprzętowej HIL. Budowa rakiety prototypowej wykorzystującej turbinę o napędzie elektrycznym pozwala przetestować zaprojektowany system sterowania przy niewielkich kosztach. System lotek zastosowany w zaproponowanym systemie pozwala zmieniać kierunek strugi powietrza, a tym samym generować moment obrotowy i zmianę orientacji rakiety. W stosunku do innego rozwiązania [2], w którym mechanizm oferuje wychylenie całej dyszy, system lotek wydaje się być mniej wydajny, co stanowi istotne ograniczenie takiego podejścia. Ważną zaletą systemu lotek jest jego prostota i łatwość budowy. Zbudowane stanowisko prototypowe można wykorzystać do testowania niedużych raket modelarskich, które docelowo przeznaczone są do wykonania lotu w rzeczywistych warunkach. Przetestowanie rakiety na takim stanowisku pozwala na redukcję kosztów oraz ryzyka związanego z nieprawidłowym działaniem algorytmu sterowania.

## 6. BIBLIOGRAFIA

1. Brooks R.: The Long Road to Overnight Success: Reusable Rocket Boosters were Decades in the Making, IEEE Spectrum, Nr 54(4), 2022, s. 20-21.
2. Spannagl L., Hampp E., Carron A. i inni: Design, optimal guidance and control of a low-cost re-usable electric model rocket, 2021 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems (IROS), IEEE, 2021, s. 6344-6351.
3. MATLAB Simulink R2020a, The MathWorks, Inc., Natick, Massachusetts, United States.
4. Zanatta R., de Sousa M. S.: A 6-DOF rocket model for control analysis, International Journal of Engineering, Nr 1(1), 2015, s. 1-6.
5. Durawa P., Gromko K. „Projekt układu sterowania wektorowego ciągiem rakiety”, 2022, Praca dyplomowa inżynierska, Politechnika Gdańska
6. Kisabo A. B., Adebimpe A. F. Samuel S. O.: Pitch control of a rocket with a novel LQG/LTR control algorithm, Journal of Aircraft and Spacecraft Technology, 2019.
7. Puchalski B., Rutkowski T. A., Tarnawski J., Duzinkiewicz, K.: Programowo-sprzętowa platforma symulacyjna-Hardware In the Loop-zaawansowanego układu sterowania poziomem wody w pionowej wytwornicy pary elektrowni jądrowej, Aktualne problemy automatyki i robotyki pod red. K. Malinowski, J. Józefczyk, J. Świątek, Nr 20, 2014, s. 570-580.
8. Mauro Riva, LeMaRivaTECH, <https://lemariva.com/blog/2019/09/raspberry-pi-4b-preempt-rt-kernel-419y-perf-ormance-test>, [Dostęp: 21.09.2022].

## CONTROL SYSTEM DESIGN FOR ROCKET THRUST VECTORING

In this paper the problem of synthesis of the thrust vectoring control system of a rocket in a vertical take-off and vertical landing strategy is described. The purpose of the study was to simulationally determine the feasibility of using a linear-quadratic controller in the control system of rocket orientation during flight. In addition to simulation studies, the research also verified the control algorithm using an original test stand with a prototype rocket equipped with an electrically driven turbine, which was used to generate thrust. Control of the direction of the prototype rocket's air stream was provided by an aileron system located at the bottom of the rocket. Verification of the designed control system was successful both under simulation conditions and during tests using the prototype stand.

**Keywords:** rocket model, hardware in the loop, linear-quadratic controller, thrust vectoring.