

**Zdzisław SKUTNIK**

Katedra Geoinżynierii SGGW

Department of Geotechnical Engineering, WULS – SGGW

## **Zastosowanie MES w projektowaniu geotechnicznym ziemnych budowli hydrotechnicznych FEM application in a geotechnical design of earth hydrotechnical structures**

**Słowa kluczowe:** metoda elementów skończonych (MES), zapora ziemna, projektowanie geotechniczne

**Key words:** finite element method (FEM), earth dam, geotechnical design

### **Wprowadzenie**

Budowle piętrzące należą do najstarszych i największych obiektów inżynierskich na świecie, zarówno pod względem rozmiarów, jak i masy. Budowa tego typu obiektów wynika ze stale wzrastających potrzeb energetycznych oraz podstawowych zadań gospodarki wodnej. Budowla hydrotechniczna, inżynierska, jaką jest zapora wodna wraz z urządzeniami towarzyszącymi, podlega statycznym i dynamicznym obciążeniom, które powodują powstawanie odkształceń i przemieszczeń elementów jej konstrukcji. Rzeczywiste zachowanie się budowli piętrzącej można ocenić wyłącznie za

pomocą specjalistycznej aparatury kontrolno-pomiarowej oraz precyzyjnych pomiarów geodezyjnych. Systematyczne gromadzenie, przetwarzanie i analizowanie informacji pomiarowych umożliwia stałą kontrolę charakterystyk przestrzennych oraz wyznaczanie bieżących zmian parametrów geometrycznych obiektu, a w przypadku przekroczenia projektowych wartości granicznych rozpoczęcia działań mających na celu zapobiegnięcie ewentualnej katastrofie, uruchomienie systemów ostrzegawczych lub sygnalizacji alarmowej. Jednakże w fazie projektowania jedynie modelowanie metodą elementów skończonych (MES) umożliwia przewidywanie pracy konstrukcji zapory. Od lat 70. ubiegłego wieku MES zaczęto stopniowo stosować do rozwiązywania problemów nieliniowych, ale tylko dla obiektów o stosunkowo prostych geometriach, modelowanych jako 1D lub 2D. Gwałtowny rozwój techniki

komputerowej w latach 80. XX wieku związany z coraz większą mocą obliczeniową komputerów oraz możliwością operowania i przechowywania bardzo dużych zbiorów informacji, umożliwił zastosowanie metody elementów skończonych do obliczeń problemów nieliniowych dla obiektów o dowolnie złożonych geometriach, szczególnie 3D. Bardzo duży wkład w powstanie, rozwój i popularyzację metody elementów skończonych wniósł O.C. Zienkiewicz (1967), profesor Uniwersytetu Walijskiego w Swansea, Wielka Brytania. Jego książka pt. „Metoda elementów skończonych” została przetłumaczona na język polski w 1972 roku.

## **Charakterystyka budowli hydrotechnicznych**

Specyfika konstrukcji hydrotechnicznych przejawia się w ich masywności, dużej odpowiedzialności (zagrożenie bezpieczeństwa), złożonych związkach konstytutywnych wykorzystywanych materiałów (gruntu i betonu), skomplikowanych warunkach pracy. Masywność skutkuje znaczącym wpływem ciężaru własnego na pracę konstrukcji. Powoduje znaczne obciążenia podłoża. Awarie i katastrofy budowli hydrotechnicznych należą do jednych z najgroźniejszych. Wymusza to stosowanie rozwiązań o znacznym stopniu bezpieczeństwa. Główne czynniki oddziałujące na obiekty hydrotechniczne to: zjawiska filtracyjne (ustalone i nieustalone) oddziałujące na stan mechaniczny obiektu (zwłaszcza ziemnego), zjawiska cieplne (mają zasadniczy wpływ na pracę konstrukcji betonowych), zmienny w czasie

poziom wody, wpływy dynamiczne. Klasyczne (normowe) metody obliczeniowe nie pozwalają na uwzględnienie wszystkich istotnych zjawisk mających istotny wpływ na pracę konstrukcji hydrotechnicznych. Narzędziem, które daje takie możliwości, jest analiza numeryczna z wykorzystaniem MES.

Zakres analiz numerycznych konstrukcji hydrotechnicznych obejmuje: analizę filtracji ustalonej i nieustalonej, analizę stateczności konstrukcji ziemnych i współpracujących z gruntem, symulację pracy konstrukcji w warunkach zmiennego poziomu piętrzenia, symulację procesu wznoszenia budowli, analizę współpracy konstrukcji z podłożem.

Celem analizy filtracji jest uzyskanie czasoprzestrzennego rozkładu ciśnień i prędkości filtracji. Rozkład ciśnień może być automatycznie przekazany do analizy mechanicznej (np. analizy stateczności). Znajomość rozkładu prędkości filtracji pozwala określić wielkość wycieków poprzez całkowanie po powierzchni. Analiza stateczności konstrukcji ziemnych pozwala obliczyć współczynnik stateczności oraz mechanizm jej utraty (postać, powierzchnię poślizgu) – bez przyjmowania założeń o kształcie lub położeniu powierzchni poślizgu. Symulacja pracy konstrukcji w warunkach zmiennego poziomu piętrzenia uwzględnia zjawiska filtracyjne zachodzące w reżimie nieustalonym. Uzyskane rozkłady ciśnień są automatycznie przekazywane do analizy mechanicznej. Ma to kluczowe znaczenie w analizie numerycznej wałów przeciwpowodziowych. Symulacja przepływu ciepła przeprowadzana jest w konstrukcjach, w których zjawiska cieplne odgrywają kluczową rolę w modelowaniu procesów deformacji

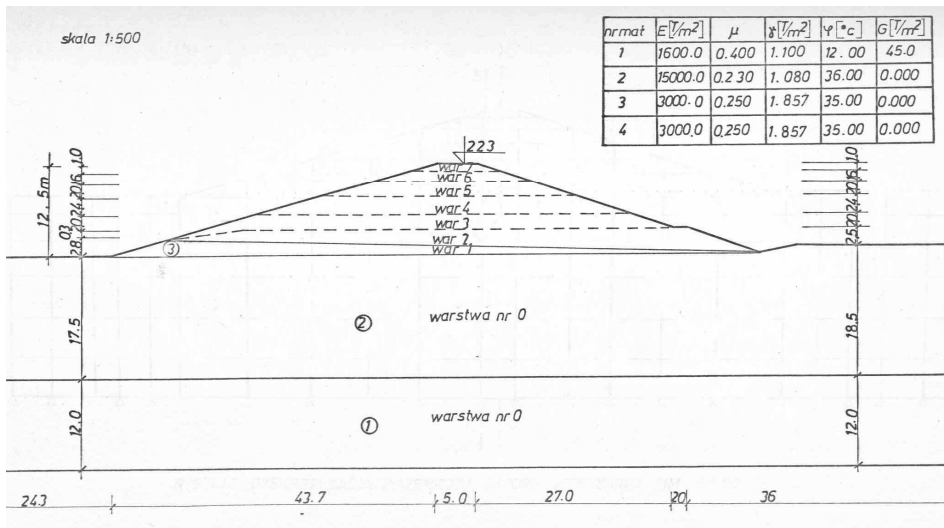
tych konstrukcji, a więc betonowych, zwłaszcza masywnych. Są one spowodowane zjawiskami zachodzącymi w betonie (w fazie jego dojrzewania) oraz zmiennymi warunkami zewnętrznymi (zmienność temperatury zewnętrznej – wody i powietrza). Wynikiem są czasoprzestrzenne rozkłady temperatury, automatycznie przekazywane do analizy mechanicznej. Symulacje zgodnego z rzeczywistością procesu wznoszenia budowli (np. sypania kolejnych warstw gruntu w konstrukcji ziemnej) umożliwia prześledzenie procesu narastania deformacji zarówno podłoża, jak i wykonanych uprzednio elementów konstrukcji pod wpływem kolejnych prac.

### **Wprowadzenie MES w obliczeniach geotechnicznych w SGGW**

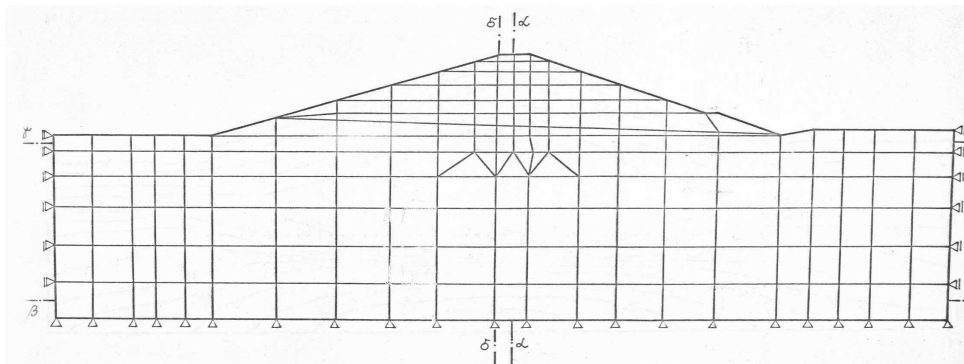
Niekwestionowanym prekursorem wdrażania metod numerycznych we wszelkiego rodzaju projektowych obliczeniach geotechnicznych był dr inż. Roman Kamiński (Fürstenberg i in. 1973, 1975 i 1976, Wolski i in. 1980). W latach 70. XX wieku MES był jedynie przybliżoną metodą rozwiązywania równań różniczkowych, co z uwzględnieniem warunków brzegowych dało początek metodzie, która jest obecnie rozumiana jako MES. W celu przeprowadzenia obliczeń dla obiektu rzeczywistego, należy przyjąć określony model fizyczny opisany określonym równaniem konstytutywnym, następnie model matematyczny i model numeryczny. Programy komputerowe, w których stosowana jest metoda elementów skończonych, składają się z trzech zasadniczych części: preproce-

sora, w którym budowane jest zadanie do rozwiązania, procesora, czyli części obliczeniowej i postprocesora służącego do graficznej prezentacji uzyskanych wyników. Dla użytkowników tych programów najbardziej pracochłonnym i czasochłonnym etapem rozwiązywania zadania jest podział na elementy skończone w preprocesorze. Należy tutaj nadmienić, że niewłaściwy podział na elementy skończone powoduje uzyskanie błędnych wyników. Rola człowieka w tamtym okresie (w latach 70. i 80. XX wieku) zarówno w przygotowaniu danych (w preprocesorze), następnie przeprowadzeniu obliczeń i na końcu przedstawieniu wyników obliczeń (w postprocesorze) była nieporównywalnie większa niż obecnie. Kolejno na rysunkach 1, 2 i 3 przedstawiono przykładowe schematy przygotowania danych do obliczeń numerycznych. Na rysunku 1 przedstawiono schemat obciążenia ciężarem własnym i przyjęte parametry gruntowe dla zapory Rybnik, zaś na rysunku 2 dyskretyzację numeryczną dla tej samej zapory, dla której obliczenia przeprowadzono programem COVEPP – dla modelu sprężysto-idealnie plastycznego z warunkiem Druckera–Pragera w płaskim stanie odkształcenia autorstwa dr. Kamińskiego. Rysunek 3 przedstawia wyniki obliczeń rozkładu naprężeń pionowych w rdzeniu zapory Tresna. Wtedy trzeci etap obliczeń numerycznych, czyli postprocesor, polegał na ręcznym wykreśleniu izolinii naprężeń, gdyż wynikami obliczeń były wartości naprężeń w punktach Gaussa.

Spośród wielu osiągnięć tamtego okresu na podkreślenie zasługują takie jak wprowadzenie warstwowania, modelu notension czy elementów stykowych.



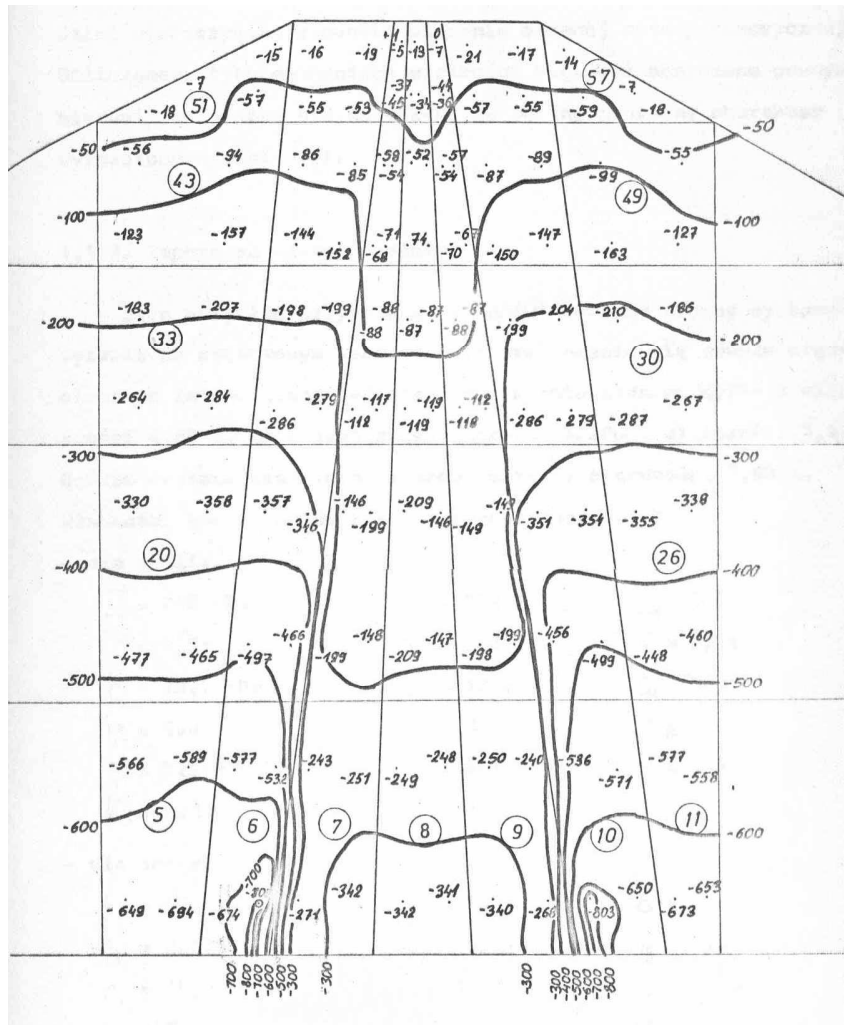
RYSUNEK 1. Schemat obciążeń ciężarem własnym – zapora Rybnik  
 FIGURE 1. Scheme of self loading – the Rybnik Dam



RYSUNEK 2. Schemat obliczeniowy zapory Rybnik z podziałem na elementy  
 FIGURE 2. The calculation scheme of the Rybnik Dam with finite element mesh

Warstwowanie według dr. Kamińskiego „...jest pojęciem w języku polskim wprowadzonym w Zakładzie Geotechniki SGGW-AR. Oznacza to, że w obliczeniach uwzględnia się, że konstrukcja zmienia swoje wymiary w czasie budowy. W algorytmie warstwowania Zakładu Geotechniki przyjęto, że wielkość konstrukcji jest określana bieżącą

liczbą elementu. Pierwotnie opisuje się geometrię całej konstrukcji. Numeracja węzłów jest istotna. Jeżeli któryś węzeł nie wchodzi do opisu bieżącej konstrukcji, to równania dotyczące tego węzła są przy rozwiązywaniu opuszczane. Należy jednak przewidzieć w maszynie miejsce dla całej konstrukcji. Przy obliczaniu zapory ziemnej układanej warstwami



RYSUNEK 3. Izolinie obliczonych naprężeń pionowych w rdzeniu zapory Tresna  
 FIGURE 3. The isolines of calculated vertical stresses within the core of the Tresna Dam

algorytm pomija przemieszczenia bieżącej powierzchni wierzchniej zapory. Zakłada się jakby wyrównanie (nasypianie) dożądanego poziomu. Zwraca się uwagę, że zastosowanie warstwowania wpływa na wyniki nawet przy założeniu modelu liniowego...” (Wolski i in. 1980).

Model no-tension jest to model, w którym przyjmuje się założenie, że materiał nie przenosi naprężeń rozciągających, które w obliczeniach geotechnicznych przyjmuje się jako dodatnie. Zatem, jeżeli zarówno naprężenie maksymalne, jak i minimalne są większe od zera, znaczy to, że wszystkie naprężenia

w danym elemencie są rozciągające. Po obliczeniu sił, które przenosi ten element zaczepia się je do węzłów i w następnym kroku przenoszą się one na sąsiednie elementy.

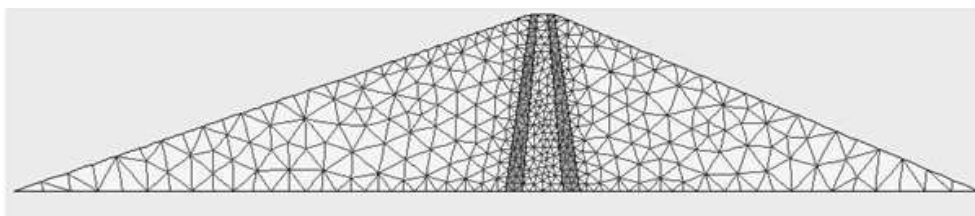
Elementy stykowe mają tylko jeden wymiar – długość ( $L$ ). Grubość mają równą zero. Charakterystyka materiałowa składa się z dwóch współczynników sprężystości – bezpośredniego ścinania ( $K_s$ ) i proporcjonalnego odkształcenia normalnego ( $K_n$ ). Pomimo zerowej grubości element taki opisywany jest czterema węzłami, dla których współrzędne  $y$  są równe zero. Elementy takie mogą być stosowane do modelowania styków, np. między betonem lub skałą a gruntem. Styki przenoszą pewne naprężenia ścinające i pewne siły ściskające. Jeżeli na styku wypada siła większa od dopuszczalnej, to styk taki wyłącza się z pracy lub postępuje według określonego algorytmu, w zależności od danej sytuacji.

### **Charakterystyka wybranych programów numerycznych współcześnie stosowanych w geotechnice**

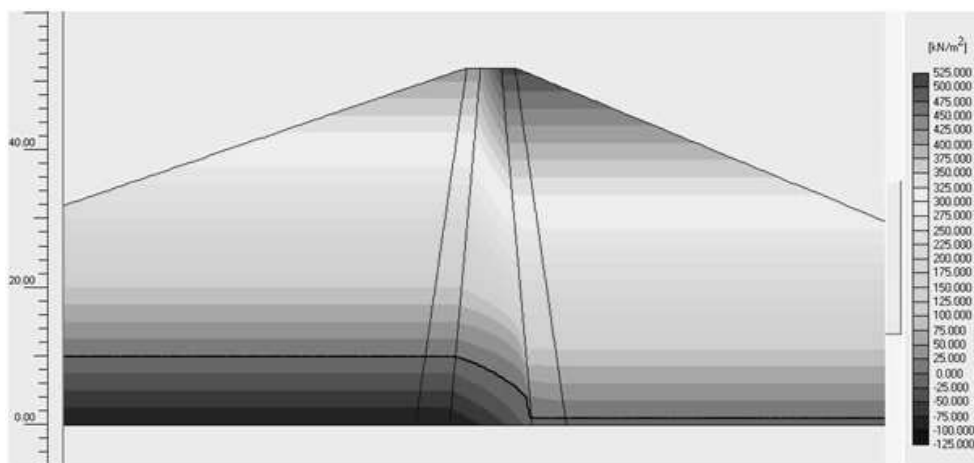
Do najpopularniejszych programów wspomagania projektowania geotechnicznego należy rodzina programów Plaxis. Jest to pakiet wykorzystujący metodę elementów skończonych do obliczeń odkształceń i stateczności budowli niezbędnych w geotechnicznej ocenie posadowienia konstrukcji budowlanych. Dla symulacji nieliniowych i zależnych od czasu zachowań gruntu program wykorzystuje różnego rodzaju modele konstytutywne. Plaxis może być także wykorzystywany do modelowania interakcji

między konstrukcją i podłożem gruntowym w obliczeniach projektowych tunele, obudów wykopów, budowli ziemnych wzmocnianych geosyntetykami i wielu innych. Z obliczeń można uzyskać wartości przemieszczeń budowli i podłoża, przebieg konsolidacji podłoża gruntowego, rozkład naprężenia w gruncie, a także siły przekrojowe w projektowanych konstrukcjach współpracujących z gruntem. Do rozwiązywania zagadnień z zakresu przepływu wody w gruncie służy program Plaxflow, który jest przydatny zarówno w praktyce geotechnicznej, jak i hydrotechnicznej. Pozwala rozwiązywać zagadnienia związane z przepływem wody gruntowej we wszelkiego rodzaju konstrukcjach ziemnych. Jako przykład wyników obliczeń przeprowadzonych za pomocą tego programu na rysunkach 4 i 5 przedstawiono kolejno schemat podziału na elementy (preprocessor) oraz uzyskany z obliczeń rozkład ciśnienia wody w porach dla określonego poziomu piętrzenia wody w zbiorniku (postprocessor).

Program Z\_SOIL jest typowym geotechnicznym pakietem numerycznym. Wykorzystuje metodę elementów skończonych (MES) do rozwiązywania równań różniczkowych, umożliwia zadawanie warunków brzegowych i początkowych, obciążeń oraz geometrii budowli. Etapowe wznoszenie zapory uwzględniane jest poprzez kolejne przykładanie warstw obliczeniowych. Stosowane są przeważnie następujące modele szkieletu gruntowego: model liniowo-sprężysty (Hooke'a), model sprężysto-idealnie plastyczny z kryterium plastyczności Druckera-Pragera oraz model CAP. Powierzchnia plastyczności w tym modelu składa się z połączenia



RYSUNEK 4. Schemat obliczeniowy zapory Czorsztyn z podziałem na elementy  
 FIGURE 4. The calculation scheme of the Czorsztyn Dam with finite element mesh



RYSUNEK 5. Rozkład ciśnienia wody w porach – stan początkowy, napełnienie 10 m  
 FIGURE 5. The pore water pressure distribution – elevation 10 m

kryterium Druckera–Pragera oraz elipsoidalnego zamknięcia „cap”, podobnego jak w modelu CAM-CLAY.

HYDRO-GEO jest polskim programem wykorzystującym metodę elementów skończonych do analizy problemów geotechniki, hydrotechniki i inżynierii środowiska (Dłużewski 1997). Jest on rozwijany od końca lat 70. ubiegłego wieku na Politechnice Warszawskiej przy współpracy Politechniki Śląskiej i Ośrodka Technicznej Kontroli Zapór IMGW. Oprogramowanie wykorzystuje metodę elementów skończonych w sformułowaniu przemieszczeniowym (Dłużewski 1997).

Program numeryczny CODE\_BRIGHT powstał w drugiej połowie lat 90. XX wieku w ramach programów Unii Europejskiej na Politechnice Katalońskiej w Barcelonie (Olivella i in. 1997). Jest to pakiet pozwalający na sprzężoną analizę odkształceń oraz przepływu gazu, wody i ciepła. Stąd nazwa programu (COupled DEformation, BRine, Gas and Heat Transport). Jak większość współczesnych programów również CODE\_BRIGHT wykorzystuje MES. Przygotowanie danych (w tym geometrii), dyskretyzacja oraz wizualizacja wyników obliczeń odbywa się w środowisku GID. Równania kon-

stytutowe wykorzystywane w programie CODE\_BRIGHT to: ciepłe – przewodzenie ciepła wykorzystujące prawo Fouriera, mechaniczne – zależność naprężenie/odkształcenie – modele sprężyste i sprężysto plastyczne, w tym model ciepłno-sprężysto-plastyczny dla gruntów nienasyconych, oraz hydrauliczne – przepływ wody i gazu wykorzystujące prawo Darcy'ego.

Za pomocą programu CODE\_BRIGHT przeprowadzono obliczenia rozkładu i zmian ciśnień wody w porach oraz stanu nasycenia rdzenia zapory w Czorsztynie (Skutnik 1988) w okresie budowy i pierwszego napełniania zbiornika. CODE\_BRIGHT uwzględnia zmienność współczynnika przepuszczalności w zależności od stopnia nasycenia ( $S_r$ ). Możliwe jest zadanie warunków brzegowych i początkowych odwzorowujących: początkowe (niepełne) nasycenie zagęszczonego gruntu rdzenia oraz ujemne ciśnienia wody w porach w strefach rdzenia, w których wbudowano grunt o wilgotności  $w < w_{opt}$ . Istnieje też możliwość symulowania napełniania zbiornika. Parametry modeli (hydraulicznych – Van Genuchtena i mechanicznych – BBM) wykorzystywanych w obliczeniach zapory w Czorsztynie wyznaczono w bezpośrednich badaniach laboratoryjnych i terenowych.

Spośród innych powszechnie znanych programów numerycznych wykorzystywanych w geotechnice należy wymienić: GEOSLOPE, MODFLOW, GGU, GEO5, CRISP, również ABAQUS i wiele innych.

## Podsumowanie

Podstawowym celem rozważań w artykule było podkreślenie zasług dr. Kamińskiego w zakresie wprowadzenia metody elementów skończonych w obliczeniach i projektowaniu geotechnicznym. Obecnie, projektowanie i budowa zapór wspomagana jest za pomocą modelowania numerycznego. Zastosowanie tej nowoczesnej dziedziny wspomaganie projektowania polega na wykonywaniu wielu różnego rodzaju obliczeń numerycznych: naprężeń, odkształceń, ciśnień wody w porach, filtracji. Cel prowadzenia obliczeń poszczególnych wielkości jest różny i zmienia się w zależności od etapu inwestycji. W trakcie projektowania przekroju poprzecznego i poszukiwania złóż gruntów do budowy zapory prowadzi się przede wszystkim obliczenia stateczności oraz filtracji, zmierzające do wyboru optymalnego przekroju. Następnie prowadzi się obliczenia rozkładu naprężeń oraz przemieszczeń, uwzględniające różne właściwości gruntów stanowiących poszczególne elementy zapory (rdzeń, warstwy przejściowe, korpus zapory). W czasie budowy obliczenia mają na celu: ostateczną weryfikację przyjętych rozwiązań projektowych, weryfikację rozmieszczenia aparatury kontrolno-pomiarowej (akp), pomoc w interpretacji wskazań akp sukcesywnie instalowanej w zaporze. Weryfikacja numeryczna obejmuje przeprowadzenie sprawdzających obliczeń numerycznych stanu naprężenia i odkształcenia na podstawie zweryfikowanych badaniami pa-



rametrów, porównanie z wynikami wskaźników aparatury kontrolno-pomiarowej. W ten sposób uzyskuje się wiarygodne narzędzie do prognozowania zachowania się obiektów na podstawie zweryfikowanych modeli gruntowych.

## Literatura

- BARAŃSKI T., KAMIŃSKI R., LECHOWICZ Z., SZYMAŃSKI A. 1987: The use of constitutive soil models in prediction of soft subsoil deformation. Proc. Conf. on Num. Methods in Geomech., Vysoke Tatry: 1, 104–109.
- BARAŃSKI T., SKUTNIK Z., SORBJAN P., WOLSKI W. 1994: Behaviour of the core of Czorsztyn dam during construction, XIII ICSMFE, New Delhi, India.
- CHAU K.T. 2013: General Report of TC103, Numerical Method, Proc. of th 18<sup>th</sup> ICSMGE, Paris.
- CZYŻEWSKI K., WOLSKI W., WÓJCICKI S., ŻBIKOWSKI A. 1973: Zapory ziemne, Arkady, Warszawa.
- DLUŻEWSKI J. 1997: HYDRO-GEO – program metody elementów skończonych dla geotechniki, hydrotechniki i inżynierii środowiska. Oficyna Wydawnicza Politechniki Warszawskiej, Warszawa.
- FÜRSTENBERG A., KAMIŃSKI R., GRYSZKIEWICZ M., WOLSKI W. 1973: Próba wykorzystania metody elementów skończonych do kształtowania styków budowli ziemnych z betonami. *Zeszyty Naukowe AR, Melioracje Rolne*, 11: 115–122.
- FÜRSTENBERG A., GARBULEWSKI K., KAMIŃSKI R., MIODUSZEWSKI W., WOLSKI W. 1975: Przykłady zastosowania metody elementów skończonych w obliczeniach budowli ziemnych. *Konf. Nauk., Falenty*: 45–56.
- FÜRSTENBERG A., GARBULEWSKI K., KAMIŃSKI R., WOLSKI W. 1976: Distribution of stresses in earth dams estimated by means of small computer Odra – 1204 – D. Criteria and assumptions for numerical analysis of dams. Proc. Int. Symp., Held at Sawnsea U.K.: 395–409.
- OLIVELLA S., GENS A. i inni 1997: Code Bright, User’s Guide. Departamento de Ingenieria del Terreno – Universidad Politécnica de Cataluña,
- Plaxis Reference Manual v1.
- Rozszerzenie zakresu stosowania metody elementów skończonych do oceny odkształceń filtracyjnych i stateczności zapór ziemnych 1980. PR. 7.04.01.01/13 Katedra Geotechniki SGGW-AR, Warszawa.
- SKUTNIK Z. 1988: Analiza odkształceń rdzenia zapory Czorsztyn na rzece Dunajec. Praca magisterska SGGW-AR, Warszawa.
- WOLSKI W. i inni 1981: Wykorzystanie metody elementów skończonych do oceny stanu zapór ziemnych. I Krajowa Konferencja Technicznej Kontroli Zapór, Warszawa.
- WOLSKI W. 1980: Zastosowanie metody elementów skończonych w geotechnice. *Ossolineum PAN*, (red.) Warszawa.
- Z\_SOIL PC 1996: Instruction Manual. ZACE Services, Lausanne.
- Zastosowanie MES do analizy zapór ziemnych (1981, 1982). Katedra Geotechniki SGGW-AR, Warszawa.
- ZIENKIEWICZ O.C. 1967: The Finite Element Method in Structural and Continuum Mechanics. McGraw-Hill, New York.
- ZIENKIEWICZ O.C. 1972: Metoda elementów skończonych. Arkady, Warszawa.

## Streszczenie

**Zastosowanie MES w projektowaniu geotechnicznym ziemnych budowli hydrotechnicznych.** W artykule przedstawiono zagadnienia dotyczące wykorzystania metody elementów skończonych do modelowania i analiz numerycznych zjawisk mających wpływ na pracę konstrukcji hydrotechnicznych. Ocena stanu naprężenia i odkształcenia, analiza filtracji czy stateczności konstrukcji to najważniejsze zdania, które inżynier musi rozwiązać, projektując zapórę ziemną, wał przeciwpowodziowy czy inną

konstrukcję hydrotechniczną. W artykule podkreślono niektóre zasługi niezującego już dr. inż. Romana Kamińskiego, który wniósł ogromny wkład zarówno w rozwój, jak i we wdrażanie do geotechniki programów numerycznych wykorzystujących MES. Posługując się językiem Eurokodu 7, projektowanie geotechniczne nie jest obecnie możliwe bez wykorzystania metod numerycznych, opartych na MES.

## Summary

**FEM application to a geotechnical design of earth hydrotechnical structures.** The article lists the considerations for use of the finite element method for modeling and numerical analysis of phenomena affecting the work of hydrotechnical structures. Stress

state and deformation assessment as well as the stability and seepage analysis are the most important sentences that an engineer must solve by designing an earth dam, levee or other structure. The article highlighted some of the merits of the Dr. Eng. Roman Kamiński, that he made a huge contribution both to the development and implementation of the programs using numeric geotechnical FEM. Using the language of Eurocode 7, geotechnical design is not possible without the use of numerical methods based on FEM.

### Author's address:

Zdzisław Skutnik  
Szkoła Główna Gospodarstwa Wiejskiego  
Wydział Budownictwa i Inżynierii Środowiska  
Katedra Geoinżynierii  
ul. Nowoursynowska 159, 02-776 Warszawa  
e-mail: [zdzislaw\\_skutnik@sggw.pl](mailto:zdzislaw_skutnik@sggw.pl)